

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал  
№ 4/2023

Издается с 1999 года  
Выходит четыре раза в год

## И.О. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

д.т.н., член-корр. РАН А.В. ДВОРКОВИЧ

## ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

д.т.н., проф. В.В. ВИТЯЗЕВ

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

д.т.н., проф. Ар.С. Аджемов, д.т.н., проф. Б.А. Алпатов,  
д.т.н., проф. В.Г. Бартенов, д.т.н. Ю.И. Борисов,  
д.т.н., проф. Ю.А. Брюханов, д.т.н., проф. В.И. Джиган,  
д.т.н., проф. В.В. Еремеев, д.т.н. Г.В. Зайцев,  
Р.В. Зубарев, А.П. Кирпичников,  
д.т.н., акад. РАН Н.А. Кузнецов,  
В.Г. Мистюков, д.т.н., проф. С.Л. Мишенков,  
д.т.н., проф. Ю.Н. Прохоров,  
д.т.н. А.Л. Приоров, д.т.н., проф. В.Г. Санников,  
д.т.н., проф. Чиров Д.С.,  
к.т.н., проф. В.С. Сперанский.

## Адрес редакции:

г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8  
Научный центр МТУСИ  
Тел.: (+7) 903-201-53-33  
E-mail: rntores@mail.ru  
vityazev.v.v@rsreu.ru  
http://www.dspsa.ru

## Издатель:

Российское научно-техническое общество  
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова  
Компьютерная верстка: И.А. Благодарова  
Дизайн: М.В. Аверин

Подписано в печать 04.12.23 г.  
Формат 60x90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная.  
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 200 экз.

Заказ № 5360. Отпечатано в  
ООО НПЦ «Информационные технологии»  
Рязань, ул. Островского, д. 21/1  
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве  
Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488  
от 14.01.2000 г.

## УЧРЕДИТЕЛИ:

АО «Инструментальные системы»

ФГУП «НИИ радио»

ООО «Российское научно-техническое общество  
радиотехники, электроники  
и связи им. А.С. Попова»

## В НОМЕРЕ:

### Пономарева Н.В., Пономарева О.В.

Теория, методы и алгоритмы определения огибающих  
дискретных финитных действительных сигналов  
на основе параметрических преобразований Фурье..... 3

### Джиган В.И.

Оценка качества адаптивной фильтрации  
в задаче идентификации линейных объектов ..... 13

### Джиган В.И.

Цилиндрические адаптивные антенные решетки ..... 18

### Попов Д.И.

Анализ одноканальных систем обработки  
многочастотных сигналов ..... 26

### Перепелкин Д.А., Нгуен В.Т.

Интеллектуальная многопутевая маршрутизация  
в программно-конфигурируемых сетях  
на основе модели поведения роя светлячков ..... 32

### Паршин А.Ю., Нгуен В.Х.

Разработка модели и классификация ММО каналов связи  
в трехмерной системе координат ..... 41

### Сычев А.С.

Исследование соответствия интегрально-мультипликативного  
показателя качества цифровых изображений  
экспертным оценкам качества  
и информативности цифровых изображений ..... 47

### Андреев А.Г., Сенченко А.А.

КИХ-фильтр с дробной задержкой на основе оконных функций ..... 53

### Кузьмин Е.В.

Влияние многотональной помехи  
на поиск псевдослучайного сигнала  
и повышение эффективности режекции за счёт взвешивания  
современными модификациями функций Дольфа-Чебышева ..... 58

### Сюзев В.В., Сотников А.А., Баранова С.Н.

Имитационное моделирование обучающего набора  
изображений нейросетевого гидролокатора ..... 62

### Ашряпов М.И.

Вероятностная оценка распознавания радиолокационных  
сигналов, регистрируемых при наблюдении движений человека .... 68

### Гладких А.А., Овинников А.А.,

### Пчелин Н.А., Брынза А.А.

Перестановочное декодирование  
с системой адаптированных альтернативных решений ..... 73

### Витязев В.В., Волченков В.А.,

### Овинников А.А., Лихобабин Е.А.

Введение в проектирование  
и анализ цифровых фильтров в среде Simintech ..... 79

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен  
в перечень ведущих рецензируемых научных изданий,  
в которых по рекомендации Минобрнауки РФ,  
должны быть опубликованы основные научные результаты  
диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен  
в базу данных Web of Science –  
Russian Science Citation Index (RSCI)

# Digital Signal Processing

Science & Technical Magazine  
Issue 4, 2023 year

Is published quarterly since 1999

## ACTING EDITOR-IN-CHIEF:

Dr. Sci (Tech), Professor  
Corresponding Member of RAS A.V. Dvorkovich

## DEPUTY EDITORS-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor V.V. Vityazev

## EDITORIAL BOARD:

Adzhemov A.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Alpatov B.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Bartenev V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Borisov Y.I., Dr.Sci.(Tech.)  
Bruchanov Y.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Djigan V.I., Dr. Sci (Tech), Professor  
Eremeyev V.V., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Zaitsev G.V., Dr.Sci.(Tech.)  
Zubarev R.V.,  
Kirpichnikov A.P.,  
Kuznetsov N.A., Dr.Sci.(Tech.), Academician  
Mistyukov V.G.,  
Mishenkov S.L., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Priorov A.L., Dr. Sci (Tech)  
Prokhorov Y.N., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Sannikov V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Chirov D.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor  
Speranskii V.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

## Editorial office address:

Aviamotornaya, 8, Moscow, Russia  
Research Center of MTUCI  
Phone: (+7) 903-201-53-33  
E-mail: rntores@mail.ru,  
vityazev.v.v@rsreu.ru  
Web: http://www.dspsa.ru

## Publisher:

Russian A.S. Popov Society for Radioengineering,  
Electronics & Communications

## Computer makeup:

I.A. Blagodarova

## FOUNDERS: InSys

Radio Research and Development Institute

## CONTENTS:

### **Ponomareva N.V., Ponomareva O.V.**

*Theory, methods and algorithms for determining envelopes  
of discrete finite real signals*

*on the basis of parametric Fourier transformations ..... 3*

### **Djigan V.I.**

*Quality estimation of adaptive filtering*

*in problem of linear object identification ..... 13*

### **Djigan V.I.**

*Cylindric adaptive antenna arrays ..... 18*

### **Popov D.I.**

*Analysis of single-channel processing systems*

*multi-frequency signals ..... 26*

### **Perepelkin D.A., Nguyen V.T.**

*Intelligent Multipath Routing in Software Defined Networks Based*

*on Firefly Swarm Behavior Model ..... 32*

### **Parshin A.Yu., Nguen V.Kh.**

*Model development and classification*

*of MIMO communication channels in 3D coordinates ..... 41*

### **Sychev A.S.**

*Research of compliance the integrated-multiplicative quality index*

*of digital images and quality mean opinion scores ..... 47*

### **Andreev A.G., Senchenko A.A.**

*Window-based fractional delay FIR filters design ..... 53*

### **Kuzmin E.V.**

*Influence of multitone continuous wave interference*

*on the pseudo-random signal searching*

*and increasing the efficiency of the notch by weighting*

*with Dolph-Chebyshev functions modern modifications ..... 58*

### **Syuzev V.V., Sotnikov A.A., Baranova S.N.**

*Simulation modeling of test and training datasets*

*of a neural network sonar detector ..... 62*

### **Ashryapov M.I.**

*Probabilistic assessment of recognition*

*of radar signals recorded when observing human movements ..... 68*

### **Gladkikh A.A., Ovinnikov A.A.,**

### **Pchelin N.A., Brynza A.A.**

*Permutation decoding with a system of adapted alternative solutions ..... 73*

### **Vityazev V.V., Volchenkov V.A.,**

### **Ovinnikov A.A., Likhobabin E.A.**

*Introduction to the design and analysis*

*of digital filters in the simintech Environment ..... 79*



УДК 621.372

## ТЕОРИЯ, МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОГИБАЮЩИХ ДИСКРЕТНЫХ ФИНИТНЫХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ

*Пономарева Н.В., к.т.н., доцент Севастопольского государственного университета, e-mail: yolkanv@gmail.com*  
*Пономарева О.В., д.т.н., профессор Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова, e-mail: ponva@mail.ru*

## THEORY, METHODS AND ALGORITHMS FOR DETERMINING ENVELOPES OF DISCRETE FINITE REAL SIGNALS ON THE BASIS OF PARAMETRIC FOURIER TRANSFORMATIONS

*Ponomareva N.V., Ponomareva O.V.*

The requirements to the efficiency of digital signal processing systems are constantly growing. Simultaneously the sphere of their application extends and the problems solved by such systems become more complicated. Thus, there is a necessity of theory development and improvement of methods and algorithms for digital processing of discrete finite signals. A lot of methods are based on discrete Fourier transform and discrete Hilbert transform. Discrete Fourier Transform (DFT) has useful analytical and statistical properties and DFT is implemented using fast algorithms (FFT). As a result, FFT has the most important place in digital Fourier processing of finite real signals. However, FFT has the following disadvantages (negative effects in time and frequency domain): aliasing effect, picket fence effect, leakage effect and scalloping effect. To decrease the disadvantages of FFT, the basic theory of digital signal processing in parametric Fourier bases is considered in this paper. Parametric discrete Fourier transform (DFT-P) is the generalization of classical discrete Fourier transform and coincides with DFT at zero parameter value. The parameter in DFT-P allows one to «control» the analytical properties of the unitary transform. Two types of descriptions of discrete finite real (DFR) signals are considered in this paper. The first type is the sum of discrete harmonic components. The second type uses instantaneous parameters of a DFR signal: instantaneous amplitude, instantaneous phase, and envelope. These two types of DFR signal description are widely used in digital processing systems. They allow representing and revealing information about properties and states of investigated objects, phenomena and processes. Discrete Hilbert Transform (DHT) plays an important role in the second type of DFR signal description. The DHT is the only linear operator that allows unambiguously determining the instantaneous parameters of the DFR signal, if quite understandable requirements are met. The study of the properties of discrete Hilbert transform of DFR signals has been carried out in this work, and various types of envelopes of DFR signals have been considered. Envelope determination with parametric Fourier transform were developed and investigated. Appropriate mathematical modeling was performed to confirm the obtained theoretical results.

**Key words:** discrete Hilbert transform, discrete Fourier transform, parametric discrete Fourier transform, signal envelope, instantaneous signal frequency, instantaneous signal phase.

**Ключевые слова** дискретное преобразование Гильберта, дискретное преобразование Фурье, параметрическое дискретное преобразование Фурье, огибающая сигнала, мгновенная частота сигнала, мгновенная фаза сигнала.

На фоне постоянного роста требований к эффективности и результативности применения систем цифровой обработки сигналов, расширения сфер их приложений, наблюдается и постоянное усложнение проблем и проблематики, решаемых современными системами цифровой обработки сигналов. Это приводит к необходимости развития теории, совершенствования методов и алгоритмов цифровой обработки дискретных финитных сигналов, в том числе на основе дискретных преобразований Фурье и дискретного преобразования Гильберта. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ), благодаря своим аналитическим и статистическим свойствам, существованию алгоритмов быстрого преобразования Фурье занимает важнейшее место в цифровой Фурье-обработке финитных действительных сигналов. Однако, ДПФ наряду с достоинствами обладает и принципиальными недостатками, которые проявляются во временной и в частотной областях в виде ряда негативных эффектов: эффектов наложения (aliasing effect), частотокола (picket fence effect), утечки (leakage effect) и зрешковый эффект (scalloping effect). Для борьбы с указанными недостатками ДПФ в работе рассмотрены основы теории цифровой обработки сигналов в параметрических базисах Фурье. Параметрическое дискретное преобразование Фурье является обобщением классического дискретного преобразования Фурье и равно ему при нулевом значении параметра. Введение параметра в ДПФ-П позволяет «управлять» аналитическими свойствами унитарного преобразования. В работе рассмотрено два вида описания дискретных финитных действительных (ДФД) сигналов: в виде суммы дискретных гармонических компонент и в виде, использующем мгновенные параметры ДФД сигнала: мгновенную амплитуду, мгновенную фазу и огибающую. Эти два вида описания ДФД сигналов широко применяются в системах цифровой обработки, поскольку позволяют представлять и выявлять информацию о свойствах и состояниях исследуемых объектов, явлений и процессов. Дискретное преобразование Гильберта играет важную роль при втором виде описания ДФД сигналов, объясняется тем, что это единственный линейный оператор, позволяющий однозначно, при выполнении вполне понятных требований, определять мгновенные параметры ДФД сигнала. В работе проведено исследование свойств дискретного преобразования Гильберта ДФД сигналов, рассмотрены различные виды огибающих ДФД сигналов, разработаны и исследованы методы и алгоритмы определения огибающих на базе параметрических преобразований Фурье. Для подтверждения полученных теоретических результатов проведено соответствующее математическое моделирование.

## Введение

В настоящее время происходит постоянное усложнение проблем и проблематики, решаемых современными системами цифровой обработки сигналов (системами ЦОС – *Digital signal processing systems*) в различных областях науки и техники. При этом наблюдается также постоянный рост требований к эффективности и результативности применения систем ЦОС и расширение сфер их приложений. Таковы основные предпосылки для развития теории, совершенствования методов и алгоритмов цифровой обработки дискретных финитных комплексных и действительных сигналов, в том числе на основе дискретных преобразований Фурье и дискретного преобразования Гильберта<sup>1</sup>.

Теоретические и практические вопросы цифровой Фурье-обработки дискретных финитных комплексных (ДФК) сигналов и дискретных финитных действительных (ДФД) сигналов рассмотрены в работах [1, 5-12, 14-25]. В работе [1] изложены основы теории цифровой обработки ДФК и ДФД сигналов в параметрических базисах Фурье. Параметрическое дискретное преобразование Фурье (ДПФ-П), аналитические свойства которого рассмотрены в работах [1-3], является обобщением классического дискретного преобразования Фурье и равно ему при нулевом значении параметра. Введение параметра в ДПФ-П позволяет «управлять» аналитическими свойствами унитарного преобразования.

Дискретные преобразования Фурье (ДПФ), благодаря своим аналитическим и статистическим свойствам, существованию алгоритмов быстрого преобразования Фурье (алгоритмов БПФ), занимают важнейшее место в цифровой Фурье-обработке ДФК и ДФД сигналов. Матричные формы прямого и обратного преобразований ДПФ определяются следующими соотношениями:

$$\text{прямое ДПФ: } \mathbf{S}_N = \frac{1}{N} \mathbf{F}_N \mathbf{X}_N \quad (1)$$

$$\text{обратное ДПФ (ОДПФ): } \mathbf{X}_N = \mathbf{F}_N^* \mathbf{S}_N; \quad (2)$$

где \* – знак комплексного сопряжения,  $\mathbf{X}_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  – представление дискретного финитного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;  $T$  – знак транспонирования;  $\mathbf{S}_N = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$  – вектор коэффициентов разложения  $\mathbf{X}_N$  по системе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ):

$$\text{def}(k, n) = \exp(-j \frac{2\pi}{N} kn) = W_N^{kn} =$$

$$\cos(\frac{2\pi}{N} kn) - j \sin(\frac{2\pi}{N} kn); \quad k, n = \overline{0, N-1}; \quad (3)$$

задаваемой матрицей  $\mathbf{F}_N$ :

$$\mathbf{F}_N = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \\ k \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^1 & \dots & W_N^{(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (4)$$

Алгебраические формы прямого и обратного преобразований ДПФ определяются следующими соотношениями:

$$\text{прямое ДПФ: } S_N(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad (5)$$

$$\text{обратное ДПФ: } x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} S_N(k) W_N^{-kn} \quad (6)$$

Известно, что ДПФ наряду с достоинствами обладает и принципиальными недостатками. На практике недостатки ДПФ проявляются во временной и в частотной областях в виде ряда негативных эффектов. Это эффекты наложения (*aliasing effect*), частотола (*picket fence effect*), утечки (*leakage effect*) и гребешковый эффект (*scalloping effect*).

Для решения ряда проблем, возникающих в ЦОС в связи с нежелательными эффектами ДПФ, в [1] предложено обобщение ДПФ в виде параметрического ДПФ (ДПФ-П). Показано, что ДПФ-П представляет собой разложение ДФК и ДФД сигналов по базису параметрических дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ-П):

$$\text{def}_p(k, n, \theta) = W_N^{(k+\theta)n} = \exp\left[-j \frac{2\pi}{N} (k+\theta)n\right], \quad 0 \leq \theta < 1. \quad (7)$$

ДПФ-П задается в матричной форме следующим соотношением:

$$\mathbf{S}_{N,\theta} = \frac{1}{N} \mathbf{F}_{N,\theta} \mathbf{X}_N, \quad 0 \leq \theta < 1; \quad (8)$$

где  $\mathbf{X}_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  – представление дискретного финитного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;  $T$  – знак транспонирования;  $\mathbf{S}_{N,\theta} = [s(0, \theta), s(1, \theta), \dots, s((N-1), \theta)]^T$  – вектор коэффициентов разложения  $\mathbf{X}_N$  по системе ДЭФ-П, задаваемой матрицей  $\mathbf{F}_{N,\theta}$ .

$$\mathbf{F}_{N,\theta} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \\ k \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^\theta & \dots & W_N^{\theta(N-1)} \\ 1 & W_N^{(1+\theta)} & \dots & W_N^{(1+\theta)(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{(N-1+\theta)} & \dots & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix}. \quad (9)$$

Алгебраические формы преобразований ДПФ-П задаются следующими соотношениями:

<sup>1</sup> Давид Гильберт – великий немецкий математик (1862 – 1943). Дискретное преобразование Гильберта, названное в его честь, позволяет формировать из ДФД сигналов дискретные финитные комплексные сигналы (сигналы ДФК). Практика ЦОС показала, что переход от ДФД сигналов к ДФК сигналам позволяет повысить эффективность и результативность многих операций ЦОС.

$$\text{прямое ДПФ: } S_N(k, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n}; \quad (10)$$

$$\text{обратное ДПФ: } x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} S_N(k, \theta) W_N^{-(k+\theta)n}. \quad (11)$$

ДФД сигнал  $x(n)$ ,  $n = \overline{(0, N-1)}$ , может быть представлен:

– в виде суммы дискретных гармонических компонент:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N/2+1} A_k \cdot \cos(2\pi kn / N + \varphi_k); \quad (12)$$

где  $A_k$  – амплитуда  $k$ -й гармонической компоненты;  $2\pi \cdot k / N$  – нормированная частота  $k$ -й гармонической компоненты;  $\varphi_k = \arctg \{ \text{Im}[S_N(k)] / \text{Re}[S_N(k)] \}$  – фаза  $k$ -й гармонической компоненты,

– или в виде, использующем мгновенные параметры ДФД сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{(0, N-1)}$ :

$$x(n) = A(n) \cdot \cos[\Phi(n)]; \quad (13)$$

где  $A(n)$  – мгновенная амплитуда  $x(n)$  (огibaющая ДФД сигнала  $x(n)$ );  $\Phi(n)$  – мгновенная фаза.

Описание ДФД сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{(0, N-1)}$ , в виде (12), как и описание в виде (13) широко применяется в системах ЦОС. Поскольку они позволяют представлять и выявлять информацию о свойствах и состояниях исследуемых объектов, явлений и процессов.

Важная роль, которую играет дискретное преобразование Гильберта (ДПГ) ДФД сигналов в ЦОС, во многом объясняется следующим. ДПГ – это единственный линейный оператор, позволяющий однозначно, при выполнении вполне понятных требований<sup>2</sup>, определить огibaющую  $A(n)$  и мгновенную фазу  $\Phi(n)$  (13) ДФД сигнала  $x(n)$ :

$$A(n) = \sqrt{x^2(n) + x_s^2(n)}; \quad n = \overline{(0, N-1)} \quad (14)$$

где  $x_s(n)$  – новый ДФД сигнал (ДПГ сигнала  $x(n)$ ), Фурье-спектр которого сдвинут по фазе относительно Фурье-спектра  $x(n)$  на  $\pi/2$  (на  $90^\circ$ ).

ДПГ позволяет поставить в соответствие ДФД сигналу ДФК сигнал, получившего в зарубежной и частично в отечественной литературе название «аналитического сигнала»<sup>3</sup>:

<sup>2</sup> В работе [10] приведены следующие основные требования. 1. При любом  $A(n) \geq |x(n)|$ . 2. При  $A(n) = |x(n)|$   $A(n)$ ,  $|x(n)|$  имеют общую касательную. 3. Огibaющая гармонического сигнала, заданного на интервале  $n = \overline{(0, N-1)}$ , должна совпадать с его амплитудой  $A$ , если период гармонического сигнала кратен интервалу анализа  $n = \overline{(0, N-1)}$ . 4. Малым, в среднеквадратичном смысле, изменениям  $x(n)$  должны соответствовать малые изменения  $A(n)$ . 5. Мгновенная фаза  $\Phi(n)$  не должны зависеть от мощности сигнала.

<sup>3</sup> В отечественной литературе некоторые авторы совершенно справедливо предпочитают называть аналитический сигнал (15) «гильбертовским сигналом» (см., например, работы [10, 13]). Действительно, аналитический комплексный сигнал вовсе не обязательно

$$x_{AC}(n) = x(n) + jx_s(n). \quad (15)$$

В работе [11] кратко проведено сравнение преимуществ и недостатков существующих методов генерации аналитических сигналов. При этом генерация дискретных аналитических сигналов, по сути, сводится к проектированию<sup>4</sup>. В работе [11] также упомянут алгоритм определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ. Авторы настоящей работы не подвергают сомнению вывод автора работы [11] о том, что из всех методов определения ДПГ самым точным является формирование аналитического сигнала на основе ДПФ. По-видимому, именно этим и объясняется выбор метода генерации аналитического сигнала в среде проектирования инженерных приложений MATLAB (*функция hilbert*). Однако, при практической реализации ДПГ на основе ДПФ выяснилось, что применение этого метода формирования ДПГ связан с преодолением ряда «подводных камней» ЦОС и ставит проблемы и соответствующую им проблематику [14-25], разрешению которых и посвящена настоящая статья.

Задача данной работы – исследование свойств дискретного преобразования Гильберта финитных действительных сигналов, рассмотрение видов огibaющих дискретных финитных действительных сигналов, разработка методов и алгоритмов определения огibaющих на базе параметрических преобразований Фурье, проведение для подтверждения полученных теоретических результатов соответствующего математического моделирования.

## Дискретное преобразование Гильберта дискретных финитных действительных сигналов

Прежде чем перейти к изложению материала данного раздела рассмотрим понятие дискретно-временного преобразования Фурье (ДВПФ) и сделаем два замечания.

Если задана некоторая дискретная последовательность  $y(n)$ ,  $n = \overline{-\infty, +\infty}$ , то ее ДВПФ задает ее непрерывный спектр.  $y(n)$  ДВПФ дискретной последовательности  $y(n)$  определяется как ее  $z$ -преобразование на единичной окружности:

$$S_y(f) = S_y(z) \Big|_{z=\exp(j2\pi f)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n) \cdot \exp(-j2\pi \cdot f \cdot n), \quad -1/2 \leq f \leq 1/2, \quad (16)$$

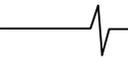
Дискретная финитная последовательность  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$  может интерпретироваться как результат взвешивания дискретным прямоугольным окном:

$$w(n) = 1, \quad n = \overline{0, N-1}; \quad w(n) = 0, \quad n = \overline{-\infty, -1}; \\ w(n) = 0, \quad n = \overline{N, +\infty}; \quad (17)$$

некоторой последовательности, заданной на интервале

но должен быть гильбертовским [13]. Для того, чтобы ДФК сигнал (15) являлся гильбертовским необходимо и достаточно, чтобы его спектр Фурье был равен нулю на отрицательных частотах.

<sup>4</sup> Комплексная фильтрация основана на применении комплексного фильтра, реализуемого двумя действительными КИХ-фильтрами с равными АЧХ, ФЧХ которых отличается на  $\pi/2$ .



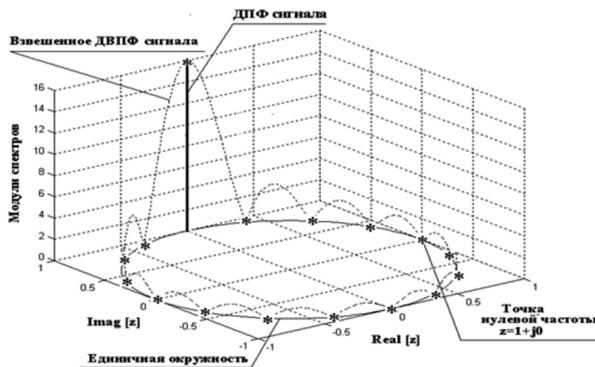
$n = -\infty, +\infty$ . Взвешенное ДВПФ, задается следующим соотношением:

$$S_x(f) = S_x(z) \Big|_{z=\exp(j2\pi f)} = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \cdot \exp(-j2\pi \cdot f \cdot n), \quad -1/2 \leq f \leq 1/2. \quad (18)$$

Исходя из выражений (16), (17) и (18) непосредственно следует что бины<sup>5</sup>  $S_N(k)$  (5) равны значениям взвешенного ДВПФ на единичной окружности в точках  $\frac{2\pi}{N}k, k = \overline{0, N-1}$ :

$$S(f) = S(z) \Big|_{z=\exp(j\frac{2\pi}{N}k)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot \exp(-j\frac{2\pi}{N}k \cdot n) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \exp(-j\frac{2\pi}{N}k \cdot n). \quad (19)$$

Рис. 1 иллюстрирует понятие взвешенного ДВПФ на примере экспоненты.



Взвешенное ДВПФ сигнала  $x(n)$  обозначено пунктирной линией, а значения ДПФ сигнала обозначены звездочками \*,  $z = \exp(-j2\pi / N)$

Рис. 1. Взвешенное дискретно-временное преобразование  $x(n) = \exp((j \cdot 2\pi / N) \cdot k \cdot n); n = \overline{0, N-1}; N = 16, k = 4$

**Замечание 1.** ДПФ связывает между собой две области: временную область и частотную область. При этом процесс дискретизации или периодизации сигнала в одной из областей приводит соответственно к периодизации или дискретизации сигнала в другой области. Таким образом, ДПФ периодически и дискретно, как во временной области, так и в частотной области.

**Замечание 2.** Операция взвешивания дискретным прямоугольным окном дискретного сигнала в одной области приводит к свертке с функцией вида  $\frac{\sin(N \cdot x / 2)}{N \sin(x / 2)}$  в другой области.

Идея алгоритма определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ заключается в следующем. Известно, что бины ДПФ при четном  $N$  (5) ДФД сигналов (за исключением бинов  $S_N(0)$  и  $S_N(N/2)$ ) обладают эрмитовой симметрией (комплексной сопряженностью)<sup>6</sup>:

$$S_N(k) = S_N^*(N - k); k = \overline{1, N/2 - 1}. \quad (20)$$

Поэтому, если положить нулю бины ДПФ на отрицательных частотах и выполнить ОДПФ полученного одностороннего спектра (6), то получим аналитический сигнал. На действительной части аналитического сигнала получим исходный сигнал, а на мнимой части – сигнал ДПГ (15). Алгоритм определения на основе ДПФ аналитического сигнала в частотной области приведен на рис. 2.

Проведем анализ работы этого алгоритма на модельных сигналах. Пусть задан гармонический ДФД сигнал:

$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}kn\right); k = 4, N = 16, n = \overline{0, N-1}. \quad (21)$$

Теоретические значения  $x(n)$  и  $x_3(n)$  приведены соответственно в табл. 1 и 2.

Значения аналитического сигнала  $x_{AC}(n)$  (15), полученные с помощью алгоритма определения аналитического сигнала в частотной области на основе ДПФ, приведены в табл. 3.

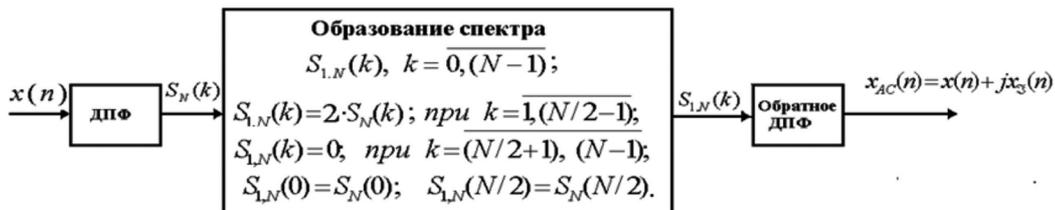


Рис. 2. Алгоритм определения аналитического сигнала в частотной области на основе ДПФ

Таблица 1

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x(n)$	1.0000	-0.3827	-0.7071	0.9239	0.0000	-0.9239	0.7071	0.3827
$n$	8	9	10	11	12	13	14	15
$x(n)$	-1.0000	0.3827	0.7071	-0.9239	0.0000	0.9239	-0.7071	-0.3827

<sup>5</sup> Отдельные коэффициенты ДПФ часто называют бинами («Bin» – в переводе с английского «хранилище», «ларь»), что подчеркивает тот факт, что энергия сигнала под кривой  $\frac{\sin(N \cdot x / 2)}{N \sin(x / 2)}$

(передаточная характеристика фильтра ДПФ) попадает в «хранилище» данного коэффициента ДПФ.

<sup>6</sup> При нечетном  $N$  бины ДПФ, за исключением бина  $S_N(0)$ , также обладают эрмитовой симметрией.

Таблица 2

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_3(n)$	0	0.9239	-0.7071	-0.3827	1.0000	-0.3827	-0.7071	0.9239
$n$	8	9	10	11	12	13	14	15
$x_3(n)$	0.0000	-0.9239	0.7071	0.3827	-1.0000	0.3827	0.7071	-0.9239

Таблица 3

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_{AC}(n)$	1.0000 0.0000i	-0.3827 +0.9239i	-0.7071 - 0.7071i	0.9239 - 0.3827i	0.0000 +1.0000i	-0.9239 - 0.3827i	0.7071 - 0.7071i	0.3827 +0.9239i
$n$	8	9	10	11	12	13	14	15
$x_{AC}(n)$	-1.0000 0.0000i	0.3827 - 0.9239i	0.7071 +0.7071i	-0.9239 +0.3827i	0.0000 -1.0000i	0.9239 +0.3827i	-0.7071 +0.7071i	-0.3827 -0.9239i

Таблица 4

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_1(n)$	1.0000	-0.5556	-0.3827	0.9808	-0.7071	-0.1951	0.9239	-0.8315
$n$	8	9	10	11	12	13	14	15
$x_1(n)$	0.0000	0.8315	-0.9239	0.1951	0.7071	-0.9808	0.3827	0.5556

Таблица 5

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_1(n)$	0	0.8315	-0.9239	0.1951	0.7071	-0.9808	0.3827	0.5556
$n$	8	9	10	11	12	13	14	15
$x_1(n)$	-1.0000	0.5556	0.3827	-0.9808	0.7071	0.1951	-0.9239	0.8315

Таблица 6

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_{AC}(n)$	1.0000 +0.4052i	-0.5556 +1.0317i	-0.3827 -0.8533i	0.9808 +0.2906i	-0.7071 +0.7383i	-0.1951 -0.9439i	0.9239 +0.4033i	-0.8315 +0.5455i
$n$	8	9	10	11	12	13	14	15
$x_{AC}(n)$	-0.0000 -0.9818i	0.8315 +0.4957i	-0.9239 +0.4033i	0.1951 -1.1110i	0.7071 +0.7383i	-0.9808 -0.0835i	0.3827 -0.8533i	0.5556 -0.2251i

Сравнивая теоретические значения сигналов  $x(n)$  (табл. 1),  $x_3(n)$  (табл. 2) со значениями аналитического сигнала  $x_{AC}(n)$  (табл. 3), полученными с помощью алгоритма определения ДПГ на основе ДПФ (рис. 2), мы видим идеальное их совпадение. При этом как и следует из теории (см. сноску 2) мгновенная амплитуда гармонического ДФД сигнала  $x(n)$  (21) совпадает с его амплитудой, которая равна единице.

Несколько изменим модельный сигнал (21). Пусть на интервале анализа  $N$  ДПФ гармонический ДФД сигнал  $x_1(n)$  имеет нецелое число периодов (т.е. частота гармонического ДФД сигнала является дробной величиной  $x_1(n)$ , например,  $(k + 1/2)$ ):

$$x_1(n) = \cos \left[ \frac{2\pi}{N} \left( k + \frac{1}{2} \right) n \right]; \quad (22)$$

$$k = 4, \quad N = 16, \quad n = 0, N-1.$$

Повторив этапы вышеприведенного моделирования, получим значения сигналов  $x(n)$ ,  $x_3(n)$ ,  $x_{AC}(n)$ , которые приведены соответственно в табл. 4, 5, 6.

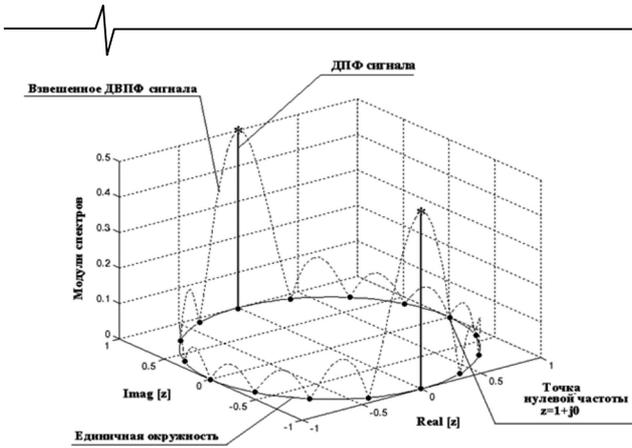
Сравнивая теоретические значения сигналов  $x_1(n)$  (табл. 4),  $x_3(n)$  (табл. 5), со значениями аналитического сигнала  $x_{AC}(n)$  (табл. 6), полученными с помощью

алгоритма определения ДПГ на основе ДПФ (рис. 2) фиксируем отсутствие полного совпадения. На действительной части аналитического сигнала  $x_{AC}(n)$  (табл. 6) сигнал совпадает с теоретическим сигналом  $x_1(n)$ , а на мнимой части сигнала  $x_{AC}(n)$ , сигнал не совпадает с теоретическим сигналом  $x_3(n)$  (табл. 5). Важность выявления причин этого явления представляется очевидной, поскольку оно (явление) приводит к различным огибающим ДФД сигналов.

В качестве рабочей гипотезы причины несовпадения теоретических результатов с результатами моделирования во втором случае (22) примем гипотезу о том, что причины указанного явления связаны, во-первых, с проявлением негативных эффектов ДПФ и, во-вторых, со свойствами собственно преобразования Гильберта.

Во-первых, при выполнении ДПФ сигнала (21) отсутствует проявление эффекта утечки, поскольку бины ДПФ попадают в нули взвешенного ДВПФ (рис. 3). При выполнении ДПФ сигнала (22) проявляется эффект утечки, поскольку бины ДПФ попадают не в нули функции вида  $\frac{\sin(N \cdot x/2)}{N \sin(x/2)}$ . (рис. 4). Другими словами, отсутствие про-

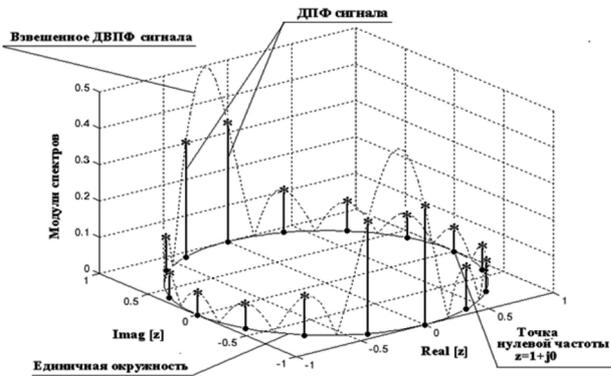
явления эффекта утечки при анализе сигналов вида (21), можно объяснить и тем, что периодическое продолжение ДФД сигнала (21) (см. замечание 1) совпадает с его реальным продолжением.



Взвешенное ДВПФ сигнала  $x(n)$  обозначено пунктирной линией; значения ДПФ сигнала обозначены звездочками, сетка частот ДПФ – точками;  $z = \exp(-j2\pi/N)$ .

Рис. 3. Взвешенное дискретно-временное преобразование

$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}kn\right); \quad n = \overline{0, N-1}; \quad N = 16, \quad k = 4$$



Взвешенное ДВПФ сигнала  $x(n)$  обозначено пунктирной линией; значения ДПФ сигнала обозначены звездочками, сетка частот ДПФ – точками;  $z = \exp(-j2\pi/N)$ .

Рис. 4. Взвешенное дискретно-временное преобразование

$$x_1(n) = \cos\left[\frac{2\pi}{N}\left(k + \frac{1}{2}\right)n\right]; \quad n = \overline{0, N-1}; \quad N = 16, \quad k = 4$$

Во-вторых, ДПГ не является локальным преобразованием. При определении ДВПФ (16) ДФД сигнала  $y(n)$  на интервале  $n = -\infty, +\infty$  каждое значение ДПГ сигнала  $y_3(n)$  определяется всеми отсчетами ДФД сигнала на

интервале  $n = -\infty, +\infty$ . Из соотношения (19) непосредственно следует что бины  $S_N(k)$  (5) равны значениям взвешенного ДВПФ на единичной окружности в точках  $\frac{2\pi}{N}k$ ,  $k = \overline{0, N-1}$ . Следовательно, ДПГ сигнал  $x_3(n)$ , полученный методом ДПФ, представляет собой наложение множества копий ДПГ сигнала  $y_3(n)$ , полученных методом ДВПФ. Однако в силу характера функции  $\frac{\sin(N \cdot x/2)}{N \sin(x/2)}$  (имеется в виду достаточно быстрое спадание ее значений) ДПГ можно отнести к асимптотическим локальным преобразованиям.

Отметим, что при анализе сигналов вида (21) эффект наложения также имеет место быть, но при этом свойство нелокальности ДПГ не проявляется. Поскольку мы берем отсчеты  $x_3(n)$  в нулях функции вида

$$\frac{\sin(N \cdot x/2)}{N \sin(x/2)}$$

основе ДПФ ДПГ сигналов вида (21) эффект наложения есть, а его проявления нет, что и объясняет совпадение теоретических результатов (табл. 1 и табл. 2) с результатами эксперимента на моделях (табл. 3).

Рассмотрим применение ДПФ-П при значении параметра  $\theta = 1/2$  для анализа сигналов (22). Алгоритм определения аналитического сигнала в частотной области методом ДПФ-П приведен на рис. 5. Результаты работы алгоритма определения аналитического сигнала в частотной области методом ДПФ-П при значении параметра  $\theta = 1/2$  приведены в табл. 7.

Сравнивая теоретические значения сигналов  $x(n)$  (табл. 4),  $x_3(n)$  (табл. 5) со значениями аналитического сигнала  $x_{AC}(n)$  (табл. 7), которые полученными с помощью алгоритма определения ДПГ на основе ДПФ-П (рисунок 5), мы видим идеальное их совпадение. Действительно, при выполнении ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$  сигнала (22) отсутствует проявление эффекта утечки, поскольку бины ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$  попадают в нули функции вида  $\frac{\sin(N \cdot x/2)}{N \sin(x/2)}$  (рис. 6).

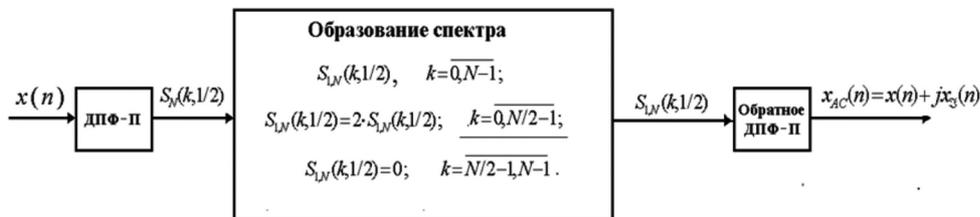
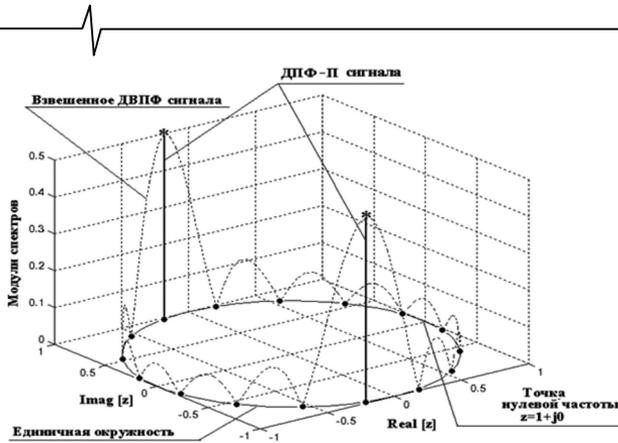


Рис. 5. Алгоритм определения аналитического сигнала в частотной области на основе ДПФ-П при значении параметра  $\theta = 1/2$

Таблица 7

$n$	$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_{AC}(n)$	$x_{AC}(n)$	1.000	-0.5556	-0.3827	0.9808	-0.7071	-0.1951	0.9239	-0.8315
		0.000i	+0.8315i	-0.9239i	+0.1951i	+0.7071i	-0.9808i	+0.3827i	+0.5556i
$n$	$n$	8	9	10	11	12	13	14	15
$x_{AC}(n)$	$x_{AC}(n)$	-0.000	0.8315	-0.9239	0.1951	0.7071	-0.9808	0.3827	0.5556
		-1.000i	+0.5556i	+0.3827i	-0.9808i	+0.7071i	+0.1951i	-0.9239i	+0.8315i



Взвешенное ДВПФ сигнала  $x(n)$  обозначено пунктирной линией; значения ДПФ-П сигнала обозначены звездочками, сетка частот ДПФ-П – точками;  $z = \exp(-j2\pi/N)$ .

Рис. 6. Взвешенное дискретно-временное преобразование

$$x_1(n) = \cos\left[\frac{2\pi}{N}\left(k + \frac{1}{2}\right)n\right]; \quad n = \overline{0, N-1};$$

$$N = 16, \quad k = 4; \quad \theta = 1/2$$

Другими словами, отсутствие проявления эффекта утечки при анализе сигналов вида (22) методом ДПФ-П при параметре  $\theta = 1/2$ , можно объяснить тем, что параметрическое  $N$  – периодическое продолжение ДФД сигнала (22), «навязываемое» ДПФ-П, при значении параметра  $\theta = 1/2$  совпадает с реальным продолжением ДФД сигнала (22) [1].

**Замечание 3.** В теории спектрального анализа ДФД и ДФК сигналов в том или ином дискретном, полном и ортогональном базисе сдвиг сигнала определяется как некоторая операция перестановки его отсчетов. Этот сдвиг, в свою очередь, определяет и некоторую операцию периодического продолжения исходного сигнала в этом базисе. Базисная система ДЭФ-П при определенном  $\theta$  задает продолжение исходного сигнала в виде параметрической  $N$ -периодичности:

$$x_\theta(n) = x(n \bmod N)W_N^{\theta \cdot N \cdot \text{ent}[n/N]}, \quad (23)$$

где  $\text{ent}[\cdot]$  – символ взятия целой части.

В частном случае при параметре  $\theta = 1/2$  мы приходим к новому понятию  $N$ -периодичности ДФД сигнала:  $N$ -антипериодическому ДФД сигналу:

$$x_{1/2}(n + N) = -x_{1/2}(n). \quad (24)$$

Интересно отметить, что функции  $\cos(\alpha)$  и  $\sin(\beta)$  являются антипериодическими функциями с периодом  $\pi$  и периодическими функциями с периодом  $2\pi$ .

Рассмотрим определение дискретного преобразования Гильберта ДФД сигналов на основе аппроксимации непрерывного спектра ДВПФ  $S_e(f)$  (16). Непосредственная реализация методами ЦОС, как ДВПФ, так и сигналов вида (16), по очевидной причине невозможна. Но возможно аппроксимировать непрерывный спектр ДВПФ  $S_e(f)$  (16), вычисляя его отсчеты с заданным интервалом по частоте. В ЦОС для определения значений ДВПФ дискретного финитного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$  между значениями коэффициентов (бинов)

ДПФ широко применяется операция дополнения нулями во временной области (ОДНВ). ОДНВ – это искусственное увеличение интервала определения  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$  за счет добавления нулевых отсчетов во временной области [5, 11, 12]. Отметим, что применение ОДНВ, позволяет существенно уменьшить влияние таких негативных эффектов ДПФ как: эффектов наложения, частотокола, утечки и гребешкового эффекта.

**Замечание 4.** ДПГ на основе ДВПФ (как и непрерывное преобразование Гильберта – НПГ) физически нереализуемо, поскольку требует знания значений исходного ДФД сигнала на бесконечном интервале. Выход из этого положения – доопределение, тем или иным способом, исходного ДФД сигнала на всю временную ось. Можно, например, выбрать продолжение исходного сигнала в виде его периодического продолжения (ДПФ). Или, дополнить исходный сигнал некоторым количеством нулевых отсчетов с помощью ОДНВ, принять полученный новый сигнал за период периодического сигнала. Наконец, применив ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$ , можно получить антипериодическое продолжение исходного ДФД сигнала. В этом случае также возможно применение ОДНВ с последующим периодическим продолжением, полученного ДФД сигнала.

Алгоритмами определения ДПГ в частотной области, рассмотренными выше, возможно получение различных видов гильбертовских (аналитических) сигналов (см. сноску 3). Выбор дискретного преобразования Фурье (классического – ДПФ или параметрического – ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$ ) и выбор формирования из исходного ДФД сигнала нового ДФД сигнала с помощью ОДНВ позволяет генерировать, по крайней мере, четыре вида гильбертовских (аналитических) сигналов.

**Вид 1 аналитического сигнала.** Гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ:

$$x_{ГС, ДПФ}(n) = x(n) + jx_{\Sigma, ДПФ}(n); \quad (25)$$

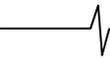
где  $x_{ГС, ДПФ}(n)$  – гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ;  $x_{\Sigma, ДПФ}(n)$  – новый ДФД сигнал (ДПГ сигнала  $x(n)$ ), Фурье-спектр которого сдвинут по фазе относительно Фурье-спектра  $x(n)$  на  $\pi/2$ .

**Вид 2 аналитического сигнала.** Гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$ :

$$x_{ГС, ДПФ-П, 1/2}(n) = x(n) + jx_{\Sigma, ДПФ-П, 1/2}(n); \quad (26)$$

где  $x_{ГС, ДПФ-П, 1/2}$  – гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$ ;  $x_{\Sigma, ДПФ-П}(n)$  – новый ДФД сигнал (ДПГ сигнала  $x(n)$ ), параметрический Фурье-спектр которого сдвинут по фазе относительно параметрического Фурье-спектра  $x(n)$  на  $\pi/2$ .

**Вид 3 аналитического сигнала.** Гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ с применением операции ОДНВ:



$$x_{ГС, ОДНВ, ДПФ}(n) = x_{ОДНВ}(n) + jx_{\mathcal{H}, ОДНВ, ДПФ}(n); \quad (27)$$

где  $x_{ГС, ОДНВ, ДПФ}$  – гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ;  $x_{ОДНВ}(n)$  – ДФД сигнал, полученный из ДФД сигнала  $x(n)$ , путем его дополнения нулевыми отсчетами;  $x_{\mathcal{H}, ОДНВ, ДПФ}(n)$  – ДПГ сигнала  $x_{ОДНВ}(n)$ , Фурье-спектр которого сдвинут по фазе относительно Фурье-спектра  $x_{ОДНВ}(n)$  на  $\pi/2$ .

**Вид 4 аналитического сигнала.** Гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$ :

$$x_{ГС, ДПФ-П, \nu_2}(n) = x_{ОДНВ}(n) + jx_{\mathcal{H}, ОДНВ, ДПФ-П, \nu_2}(n). \quad (28)$$

где  $x_{ГС, ДПФ-П, \nu_2}(n)$  – гильбертовский сигнал, полученный алгоритмом определения ДПГ в частотной области на основе ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$ ;  $x_{\mathcal{H}, ОДНВ, ДПФ-П, \nu_2}(n)$  – новый ДФД сигнал (ДПГ сигнала  $x_{ОДНВ}(n)$ ), параметрический Фурье-спектр которого сдвинут по фазе относительно параметрического Фурье-спектра  $x_{ОДНВ}(n)$  на  $\pi/2$ .

В качестве примера ДФД сигнала для генерации огибающей выберем произведение двух косинусов:

$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}k_1n\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}k_2n\right), \quad (29)$$

где  $n = \overline{0, N-1}$ ;  $N = 128$ ;  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = 8$ .

Применив формулы суммы и разности тригонометрических функций, соотношение (29) представим в следующем виде:

$$x(n) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{N}(k_1 + k_2)n\right) + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{N}(k_1 - k_2)n\right). \quad (30)$$

Исходя из вышеизложенного материала, ДПГ сигналов  $x(n)$  (29) и (30) описывается соотношением:

$$x_{\mathcal{H}}(n) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{N}(k_1 + k_2)n\right) + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{N}(k_1 - k_2)n\right). \quad (31)$$

После несложных математических преобразований получим согласно формуле (14) теоретические значения огибающей сигнала (29) и (30):

$$A(n) = \sqrt{x^2(n) + x_{\mathcal{H}}^2(n)} = \left| \cos\frac{2\pi}{N}k_1n \right|. \quad (32)$$

ДФД сигнал (30) и его теоретическая огибающая приведены на рис. 7.

В качестве тестовых ДФД сигналов для генерации огибающих гильбертовских сигналов, задаваемых соотношениями (25, 26), выберем сигнал вида (29) при различных значениях частот.

**Тест 1.**

$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}k_1n\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}k_2n\right); \quad (33)$$

**Тест 2.**

$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}(k_1 + 1/2)n\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}k_2n\right); \quad (34)$$

**Тест 3.**

$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}k_1n\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}(k_2 + 1/2)n\right); \quad (35)$$

**Тест 4.**

$$x(n) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}(k_1 + 1/2)n\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}(k_2 + 1/2)n\right); \quad (36)$$

где  $n = \overline{0, N-1}$ ;  $N = 128$ ;  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = 8$ .

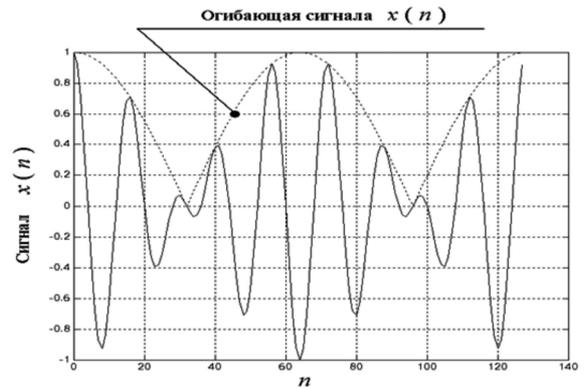


Рис. 7. Дискретный финитный действительный сигнал (30) и его огибающая

На рис. 8 и 9 приведены результаты тестирования и построения гильбертовских огибающих аналитических сигналов вида 1 и вида 2 для тестов 1, 2, 3 и 4 соответственно.

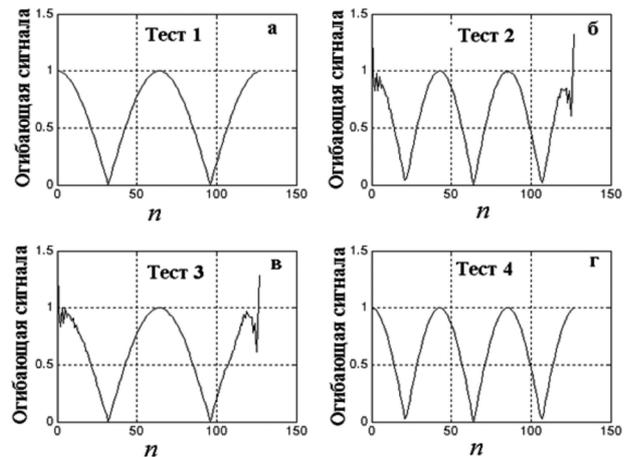
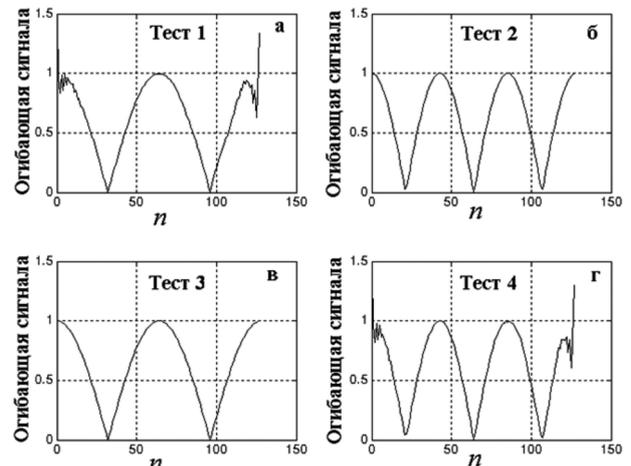


Рис. 8. Гильбертовские огибающие аналитического сигнала вида 1, для тестов: а – 1, б – 2, в – 3 и г – 4



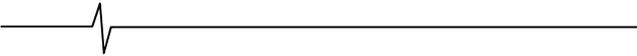


Рис. 9. Гильбертовские огибающие аналитического сигнала вида 2, для тестов: а – 1, б – 2, в – 3 и г – 4

В качестве тестовых ДФД сигналов для генерации огибающих гильбертовских сигналов видов 3 и 4, задаваемых соотношениями (27, 28), выберем тесты 1, 2, 3 и 4, каждый из которых дополним 128 нулевыми отсчетами (ОДНВ). Полученные тесты обозначим соответственно как тесты 5, 6, 7 и 8.

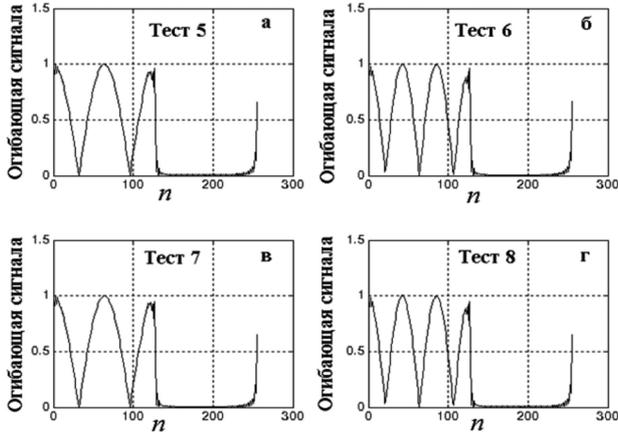


Рис. 10. Гильбертовские огибающие аналитического сигнала вида 3, для тестов: а – 5, б – 6, в – 7 и г – 8

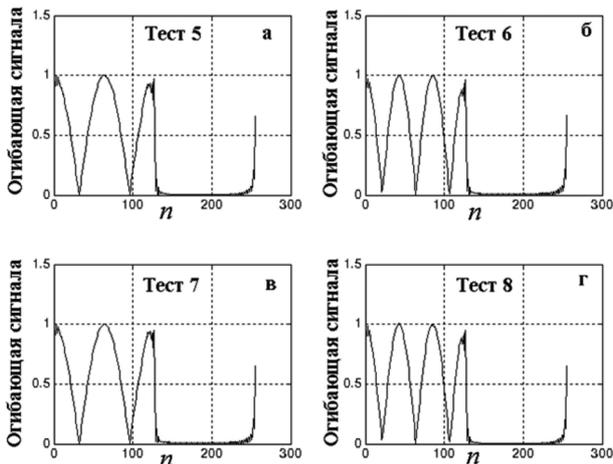


Рис. 11. Гильбертовские огибающие аналитического сигнала вида 4 для тестов: а – 5, б – 6, в – 7 и г – 8

Анализ огибающих ДФД сигналов (тестов 1-8), приведенных на рисунках 8-11, позволяет сделать следующие выводы:

Согласованность базисов применяемого дискретного преобразования Фурье со структурой ДФД сигналов крайне важна, поскольку позволяет получить меньшую абсолютную и относительную погрешность определения огибающих.

Дискретное преобразование Гильберта не является локальным преобразованием. Однако в силу характера функции  $\frac{\sin(N \cdot x / 2)}{N \sin(x / 2)}$  (достаточно быстрое спадание функции) дискретное преобразование Гильберта может отнесено к асимптотически локальным преобразованиям. Именно этот эффект четко проявляется на рис. 10 и 11 в характере огибающих тестов 5-8.

Операция дополнения ДФД сигналов нулевыми отсчетами позволяет в целом уменьшить абсолютную и

относительную погрешность определения огибающих.

## Заключение

Из всех методов определения аналитического сигнала (реализация дискретных преобразователей Гильберта во временной области методами КИХ-фильтрации, методами комплексной фильтрации и определение дискретного преобразования Гильберта в частотной области на основе ДПФ) самым точным является формирование аналитического сигнала на основе ДПФ.

Выбор дискретного преобразования Фурье (классического – ДПФ или параметрического – ДПФ-П с параметром  $\theta = 1/2$ ) и выбор формирования из исходного ДФД сигнала нового ДФД сигнала с помощью ОДНВ позволяет генерировать, по крайней мере, четыре вида гильбертовских (аналитических) сигналов.

Огибающие различных видов ДФД сигналов имеют существенные различия на концах интервала определения, как при применении операции дополнения нулевыми отсчетами во временной области, так без применения последней.

Не принятие во внимание при цифровой Фурье-обработке ДФД сигналов вида используемой огибающей, может приводить к потере информации о свойствах и состояниях исследуемых объектов, явлений и процессов, а также досадным ошибкам.

## Литература

1. Пономарева О.В. Развитие теории и разработка методов и алгоритмов цифровой обработки информационных сигналов в параметрических базисах Фурье: дис... д-ра техн. наук: 05.13.01. Ижевск, 2016. 357 с.
2. Пономарев В.А., Пономарева О.В., Пономарева Н.В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области. Современные информационные и электронные технологии, 2014. №15. С. 183-184.
3. Пономарева Н.В., Пономарева О.В., Хворенков В.В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области. Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 33-40
4. Ponomareva Olga, Ponomarev Alexey, Smirnova Natalia. Hilbert envelope extraction from real discrete finite signals considering the nonlocality of Hilbert transform. 22<sup>th</sup> International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2020. 22. 2020. С. 9213286.
5. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Перевод с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
6. Dudgeon D.E. Multidimensional Digital Signal Processing Prentice Hall, 1995. 406 p.
7. Прэйт У. Цифровая обработка изображений: В 2-х книгах. Перевод с англ. М.: Мир, 1982. 790 с.
8. Вакман Д.Е. Об определении понятий амплитуды, фазы и мгновенной частоты сигнала. Радиотехника и электроника, 1972. №5. С. 973-978.
9. Ванштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 288 с.
10. Финк Л.М. Сигналы. Помехи. Ошибки. М.: Радио и связь, 1984. 256 с.

11. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / 2-е изд., пер. с англ. М.: ООО «Бином-Пресс». 2006. 636 с.
12. Rabiner L., Gold B. Theory and Application of digital signal processing, New Jersey, Prentice-hall, 1975, 772 p.
13. Трахтман А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию /А.М.Трахтман. М.: Сов. радио. 1972, 352 с.
14. Alexey V. Ponomarev Systems Analysis of Discrete Two-Dimensional Signal Processing in Fourier Bases. Springer Nature Switzerland AG 2020 M. Favorskaya and L. C. Jain (eds.), Advances in Signal Processing, Intelligent Systems Reference Library 184, [https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6_7)
15. Olga V. Ponomareva, Alexey V. Ponomarev and Natalya V. Smirnova Sliding Spatial Frequency Processing of Discrete Signals. Springer Nature.Switzerland AG 2020. M. Favorskaya and L. C. Jain (eds.), Advances in Signal Processing, Intelligent Systems Reference Library 184, [https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6_8).
16. Olga V. Ponomareva, Alexey V. Ponomarev and Natalya V. Smirnova Interpolation of Real and Complex Discrete Signals in the Spatial Domain. Springer Nature Switzerland AG 2020.M. Favorskaya and L. C. Jain (eds.), Advances in Signal Processing, Intelligent Systems Reference Library 184, [https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6_9)
17. Ponomareva O., Ponomarev A., Smirnova N. Complex-Conjugate Symmetry of Coefficients of Two-Dimensional Discrete Fourier Transform with Variable Parameters of Real Signals 2022 24<sup>th</sup> International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022, 2022.Ponomareva O., Ponomarev A., Smirnova N. Methods for Increasing Speed of Two-Dimensional Discrete Fourier Transform of 2D Finite Discrete Signals 2022 24<sup>th</sup> International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022, 2022.
18. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. 2D Discrete Fast Fourier Transform with variable parameters.

- 2022 24<sup>th</sup> International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022, 2022.
19. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. Evolution of One-Dimensional and Two-Dimensional Discrete Fourier Transform 2022 24<sup>th</sup> International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022, 2022.
20. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. Fast Algorithms for Two-Dimensional Discrete Fourier Transform of Vibroacoustic Signals in Solving Problems of Control and Technical Condition of Machines and Mechanisms 2022 International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2022, 2022.
21. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. Two-Dimensional Discrete Fourier Transform with Variable Parameters in Solving Fundamental Problems of Dynamics and Vibrodiagnostics of Machines. 2022 International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2022, 2022.
22. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. Theoretical Foundations of digital Vector Fourier Analysis of two-dimensional Signals Padded with Zero Samples. Information and Control Systems. 2021. № 1 (110). С. 55-64.
23. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Смирнова Н.В. Алгоритмы прямого и обратного параметрического быстрого преобразования Фурье/ Информационные технологии. 2022. Т. 28. № 1. С. 9-19.
24. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Двумерные быстрые преобразования Фурье с варьируемыми параметрами. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 3. С. 3-13.
25. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Перекрестная комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов/ Цифровая обработка сигналов. 2022. № 4. С. 3-12.

## НОВЫЕ КНИГИ

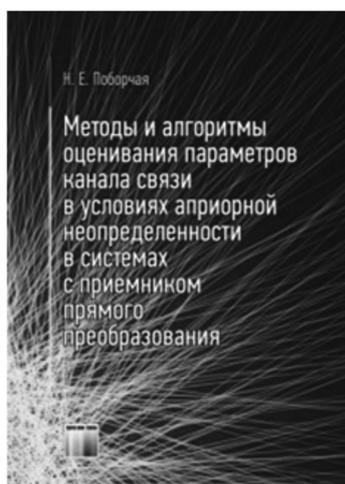
**Поборчая Н.Е.**

**Методы и алгоритмы оценивания параметров канала связи в условиях априорной неопределенности в системах с приемником прямого преобразования: Учебное издание для вузов, М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2023 г. 240 с.: ил.**

Изложены методы и алгоритмы совместного оценивания параметров сигнала (канала связи) в условиях априорной неопределенности относительно статистических характеристик канала связи и законов распределения шумов. Особое внимание уделено системам с приемником прямого преобразования. Рассмотрены вопросы синтеза и анализа процедур оценивания для систем связи с одной передающей и приемной антенной (SISO), с несколькими передающими и приемными антеннами (MIMO), а также для систем с ортогональным частотным мультиплексированием (OFDM).

Предложенные алгоритмы способствуют повышению помехоустойчивости приема информации или снижению вычислительной сложности процедур обработки сигнала.

Для научных работников, инженеров и аспирантов. Может быть полезна студентам старших курсов и магистрантам, обучающимся по направлению подготовки «Радиотехника» и «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».



УДК 681.513.6

## ОЦЕНКА КАЧЕСТВА АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

*Джиган В.И., д.т.н., гл. науч. сотр., Институт проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук, г. Москва, e-mail: djigan@ippm.ru*

### QUALITY ESTIMATION OF ADAPTIVE FILTERING IN PROBLEM OF LINEAR OBJECT IDENTIFICATION

*Djigan V.I.*

*The problem of the identification of a linear object is a classical task of adaptive signal processing. It is widely used to identify the electrical and the acoustic impulse responses in the echo cancellers, in the active noise cancellation devices and in a number of other devices. Using an example of a linear impulse response identification, the paper shows that the such performance indicators of an adaptive filter in this problem as the misalignment (the Euclidean distance between the identified impulse response and the impulse response of the adaptive filter) and the Echo Return Loss Enhancement (ERLE) are inverse to each other if their values are expressed in linear scale or are sign-opposite to each other in logarithmic scale. The truth of this result has also been proven mathematically in the case of the usage a signal with uncorrelated samples as a training one (input one for identified object and adaptive filter) for the identification. This makes it possible to evaluate the quality of the identification under the consideration only the mismatch. For that it is sufficient to conduct only one experiment. This, in turn, allows not to conduct the statistical simulation, which requires a large number of experiments, when estimating the ERLE directly. In addition, it has been proven that, having the values of the expected impulse responses obtained by a preliminary study of the identified objects, for a given number of weights of the adaptive filter it is possible to estimate the achievable values of the misalignment and the ERLE, or to estimate the needed number of the weights, which ensure the required values of the misalignment and ERLE.*

**Key words:** identification of linear system; adaptive filter; impulse response; misalignment; Echo Return Loss Enhancement (ERLE).

**Ключевые слова:** идентификация линейной системы; адаптивный фильтр; импульсный отклик; рассогласование; коэффициент ослабления эхо-сигнала.

#### Введение

Сегодня изделия радиоэлектронной промышленности характеризуются широким использованием в них методов цифровой обработки сигналов (ЦОС) [1]. Такие изделия являются неотъемлемыми элементами оборудования современных радиотехнических систем различного назначения (радиолокации, радионавигации, радиоуправления) и систем связи (проводных, беспроводных, оптических, акустических). ЦОС также широко используется в изделиях бытовой электроники. Адаптивная обработка сигналов – это одно из направлений в современной ЦОС [2 – 5]. На основе адаптивных фильтров сегодня строятся адаптивные антенные и акустические решетки, эквалайзеры модемов связи и акустических характеристик помещений, компенсаторы сигналов электрического и акустического эха, различные компенсаторы шумов и ряд других устройств [6].

При всем многообразии аддитивных фильтров, обусловленном разновидностями алгоритмов вычисления весовых коэффициентов этих фильтров, в основе большинства указных выше устройств находится решения задачи идентификации линейных объектов. Действительно, при адаптивном подавлении сигналов электрического эха решается задача идентификации линейного импульсного отклика так называемой гибридной схемы, осуществляющей маршрутизацию сигналов передаваемых с четырехпроводного канала связи в двух-

*Идентификация линейных объектов является классической задачей адаптивной обработки сигналов. Она широко используется при идентификации электрических и акустических импульсных откликов в компенсаторах эхосигналов, устройствах активного шумоподавления и в ряде других устройств. На примере идентификации линейного импульсного отклика в работе показано, что в этой задаче такие показатели качества адаптивного фильтра как рассогласование (евклидово расстояние между идентифицируемым импульсным откликом и импульсным откликом адаптивного фильтра) и коэффициент ослабления эхосигнала являются обратными по отношению к друг-другу величинами при выражении их в линейном масштабе или противоположными по знаку величинами в логарифмическом масштабе. Истинность этого результата также доказана математически в случае использования сигнала с некоррелированными отсчетами в качестве обучающего (входного для идентифицируемого объекта и адаптивного фильтра) при решении задачи идентификации. Это позволяет оценивать качество идентификации лишь по рассогласованию, для оценки которого достаточно проводить всего лишь один эксперимент, что, в свою очередь позволяет, не проводить статистического моделирования, требующего большого числа экспериментов, для непосредственной оценки коэффициента ослабления эхосигнала. Кроме того доказано, что, располагая значениями ожидаемых импульсных откликов, полученных путем предварительного исследования идентифицируемых объектов, можно, не проводя моделирования, оценивать достижимые значения рассогласования и коэффициента ослабления эхосигнала при заданном числе весовых коэффициентов адаптивного фильтра, или же оценивать это число, при котором обеспечиваются требуемые значения рассогласования и коэффициента ослабления эхосигнала.*

проводный и наоборот; при подавлении сигналов акустического эха решается задача идентификации линейного акустического импульсного отклика закрытого помещения; в активном шумоподавлении наряду с основной задачей решается задача идентификации так называемого вторичного пути распространения акустического сигнала. Это лишь некоторые примеры использования адаптивной идентификации линейных объектов.

При решении этой задачи естественным образом возникает вопрос о качестве ее решения, которое определяется не только алгоритмом вычисления весовых коэффициентов адаптивного фильтра, но и числом этих коэффициентов. Собственно качество в терминах скорости получения решения (длительности переходного процесса) определяется в первую очередь видом используемого адаптивного алгоритма, а качество идентификации определяется тем, насколько результирующий импульсный отклик адаптивного фильтра в установленном состоянии близок к импульсному отклику идентифицируемой линейной системы. Этот показатель как раз зависит от числа весовых коэффициентов адаптивного фильтра, которое должно быть согласовано с предполагаемым числом отсчетов идентифицируемого импульсного отклика. Данный показатель принято характеризовать евклидовым расстоянием между импульсными откликами идентифицируемой системы и адаптивного фильтра, а также нормированным уровнем среднеквадратичной ошибки на выходе адаптивного фильтра.

Цель настоящей статьи – демонстрация того факта, что оба показателя качества задачи идентификации линейных объектов являются обратными по отношению к друг-другу величинами при выражении их в линейном масштабе или противоположными по знаку величинами в логарифмическом масштабе.

Кроме того, в статье также показано как оценивать эти показатели не проводя моделирование.

## 1. Задача идентификации линейных объектов

Принцип идентификации линейных систем (рис. 1), далее по тексту просто «идентификации», базируется на оценке (определении) импульсного отклика этой системы с помощью адаптивного фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ).



Рис. 1. Адаптивная идентификация линейной системы

При решении данной задачи сигнал  $x(k)$  является входным и для идентифицируемой системы, и для адаптивного фильтра. Поэтому минимизация некоторой функции ошибок  $\alpha(k)$  между выходными сигналами идентифицируемой системы  $d(k)$  и адаптивного фильтра  $y(k)$  означает, что адаптивный фильтр моделирует идентифицируемую систему, так как его выходной сигнал

$$y(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k) \quad (1)$$

«воспроизводит» выходной сигнал этой системы  $d(k)$ .

Здесь и далее, жирными прямыми строчными буквами обозначаются векторы (вектор-столбцы). Матрицы далее будут обозначаться жирными прямыми прописными буквами. Один нижний индекс в обозначении векторов, например  $N$ , обозначает число элементов в векторах, а аналогичный один нижний индекс в обозначении квадратной матрицы обозначит число ее элементов, равное  $N \times N$ . Верхние индексы T и H в векторах и матрицах обозначают, соответственно, операции транспонирования и эрмитово сопряжения. Операция комплексного сопряжения скалярных переменных обозначается символом  $*$ .

В настоящей статье рассматривается общий случай идентификации комплексных импульсных откликов при обработке комплексных сигналов. В обозначениях сигналов,  $k$  – это индекс дискретного времени или номер отсчета обрабатываемого сигнала. Эти отсчеты равномерно распределены на оси времени как  $t(k) = kT_s = k/F_s$ , где  $T_s$  – период дискретизации, а  $F_s$  – частота дискретизации обрабатываемых сигналов.

В уравнении (1),

$$\mathbf{h}_N(k) = [h_1(k), h_2(k), \dots, h_N(k)]^T \quad (2)$$

– это вектор весовых коэффициентов адаптивного фильтра, а

$$\mathbf{x}_N(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-N+1)]^T \quad (3)$$

– вектор сигналов в фильтре. Отсчеты импульсного отклика идентифицируемой линейной системы далее обозначаются вектором

$$\mathbf{w}_N = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T. \quad (4)$$

Предполагается, что длительность этого отклика известна, а число его отсчетов равно числу весовых коэффициентов  $N$  адаптивного фильтра, что соответствует условию идеальной идентификации (рис. 1). Однако, условия идеальной идентификации на практике не существуют. На качество идентификации, независимо от вида используемого алгоритма адаптивной фильтрации, всегда влияет наличие аддитивного шума  $z(k)$  (рис. 2).



Рис. 2. Адаптивная идентификация неизвестной системы при наличии аддитивного шума

Шум  $z(k)$  может быть как тепловым шумом в канале проводной связи или акустическим шумом в помещении, так и шумом, обусловленным не полной идентификацией неизвестной системы из-за того, что точное число отсчетов идентифицируемого импульсного отклика обычно не известно. Поэтому обычно число весовых коэффициентов используемого адаптивного КИХ-фильтра  $N_h$ , совпадающее с числом отсчетов его импульсного отклика, как правило, меньше предпола-

гаемого числа отсчётов  $N_w$  идентифицируемого импульсного отклика. Как следствие, некомпенсированная часть сигнала  $d(k)$  образует шум, который оценивается как

$$z(k) = d(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k) = \sum_{n=1}^{N_w} w_n^* x(k-n+1) - \sum_{n=1}^{N_h} h_n^*(k-1)x(k-n+1) = \sum_{n=1}^{N_h} w_n^* x(k-n+1) + \sum_{n=N_h+1}^{N_w} w_n^* x(k-n+1) - \sum_{n=1}^{N_h} h_n^*(k-1)x(k-n+1) = \sum_{n=N_h+1}^{N_w} w_n^* x(k-n+1). \quad (5)$$

В (5) предполагается, что

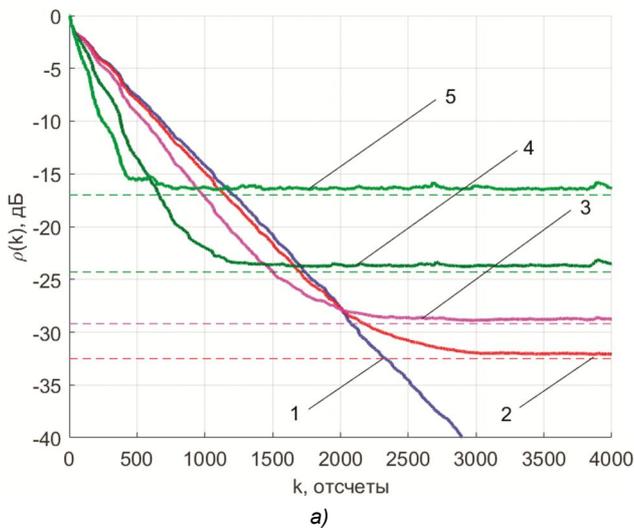
$$\sum_{n=1}^{N_h} w_n^* x(k-n+1) = \sum_{n=1}^{N_h} h_n^*(k-1)x(k-n+1). \quad (6)$$

Это означает, что некоторая (как правило, начальная) часть идентифицируемого импульсного  $\mathbf{w}_{N_w}$  в точности идентифицируется адаптивным фильтром, т.е.  $\mathbf{h}_{N_h}(k) = \mathbf{w}_{N_h}$ .

На практике же, условие (6) никогда не выполняется, так как шум  $z(k)$  также влияет на качество адаптивной фильтрации, а потому из-за этого он всегда больше значения, определяемого уравнением (5).

Одним из показателей качества задачи идентификации является так называемое «рассогласование». Это евклидово расстояние между вектором весовых коэффициентов адаптивного фильтра  $\mathbf{h}_{N_h}(k)$  и вектором отсчетов импульсного отклика  $\mathbf{w}_{N_w} = [w_1, w_2, \dots, w_{N_w}]^T$ , определяемое как

$$\rho(k) = 10 \lg \frac{\|\mathbf{w}_{N_w} - \mathbf{h}_{N_h}(k)\|_2^2}{\|\mathbf{w}_{N_w}\|_2^2} = 10 \lg \frac{\sum_{n=1}^N [w_n - h_n(k)]^2}{\sum_{n=1}^N w_n^2}, \quad (7)$$



где символ  $\|\bullet\|_2$  обозначает евклидову норму вектора. В уравнении (7), при  $N_h < N_w$  вектор  $\mathbf{h}_{N_h}(k)$  дополняется нулями от  $N_h + 1$  до  $N = N_w$ , а при  $N_h > N_w$  вектор  $\mathbf{w}_{N_w}$  дополняется нулями от  $N_w + 1$  до  $N = N_h$ .

Другим показателем качества решения задачи идентификации является коэффициент ослабления эхо-сигнала (Echo Return Loss Enhancement, ERLE), который определяется как отношение средней мощности сигнала  $d(k)$  к средней мощности сигнала ошибок  $\alpha(k)$ , именуемого эхо-сигналом (в задачах подавления эхо-сигналов). Этот показатель определяется как

$$ERLE(k) = 10 \lg \frac{E\{d^2(k)\}}{E\{\alpha^2(k)\}}, \quad (8)$$

где  $E\{\bullet\}$  – оператор усреднения.

На рис. 3 приведен пример результатов моделирования задачи идентификации одного из импульсных откликов, регламентируемых стандартом для оценки качества эхокомпенсаторов, используемых в проводных каналах связи [7]. Этот импульсный отклик содержит  $N_w = 64$  отсчета. В качестве тестового сигнала  $x(k)$  при идентификации использовался белый гауссовский шум, отсчеты которого не коррелированы.

Номера кривых на рис. 3 соответствуют использованию для решения задачи идентификации адаптивного фильтра с числом весовых коэффициентов  $N_h \leq N_w$ .

Из рис. 3, а следует, что, при  $N_h < N_w$  длительность переходного процесса адаптивного фильтра в терминах показателя  $\rho(k)$  уменьшается, так как уменьшается число весовых коэффициентов используемого адаптивного фильтра. Однако при решении задачи возникает шум (5), влияющий на качество идентификации, который уменьшает точность вычисления весовых коэффициентов, характеризуемую рассогласованием (7).

Переходные процессы, аналогичные рис. 3, а, в терминах ERLE представлены на рис. 3, б. Этот рисунок

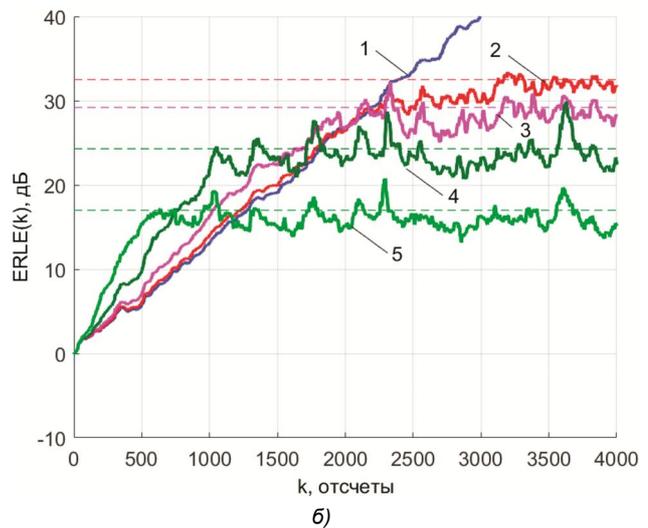
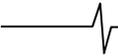


Рис. 3. Идентификация импульсного отклика: а) – рассогласование; б) – ERLE; 1 –  $N_h = 64$ ; 2 –  $N_h = 60$ ; 3 –  $N_h = 50$ ; 4 –  $N_h = 32$ ; 5 –  $N_h = 16$



также подтверждает ухудшение качества решения задачи идентификации при  $N_h \leq N_w$ , т.е. возрастание средней мощности сигнала ошибок  $\alpha(k)$ , что обусловлено наличием шума  $z(k)$ , влияющего на качество работы адаптивного фильтра.

Поэтому при решении задачи идентификации число весовых коэффициентов  $N_h$  по отношению к числу  $N_w$  выбирается, исходя из компромисса между требуемым качеством идентификации и вычислительными ресурсами, необходимыми для реализации адаптивного фильтра.

Из сравнения рис. 3, а и рис. 3, б легко заметить, что в установившемся состоянии процесса идентификации для графиков в логарифмическом масштабе справедливо соотношение

$$ERLE(k) \approx -\rho(k), \quad (9)$$

что в линейном масштабе соответствует соотношению

$$ERLE(k) \approx \frac{1}{\rho(k)}. \quad (10)$$

Действительно, в представленном примере, горизонтальные линии на рис. 3, а и рис. 3, б соответствуют значениям показателей (7) и (8), представленных векторами

$$\boldsymbol{\rho} = [-32.5_{N=60}, -29.2_{N=50}, -24.3_{N=32}, -17.1_{N=16}]^T, \text{ дБ}, \quad (11)$$

$$\mathbf{ERLE} = [32.5_{N=60}, 29.2_{N=50}, 24.3_{N=32}, 17.1_{N=16}]^T, \text{ дБ}. \quad (12)$$

## 2. Доказательство результата, представленного в разделе 1

Можно доказать, что результаты (9) и (10) справедливы с точностью до равенства при использовании сигнала с некоррелированными отсчетами в качестве тестового сигнала  $x(k)$  при решении задачи идентификации. Корреляционная матрица такого сигнала

$$\mathbf{R}_N = E\{\mathbf{x}_N(k)\mathbf{x}_N^H(k)\} \approx \sigma_x^2 \mathbf{I}_N \quad (13)$$

является диагональной. Здесь  $\sigma_x^2 = E\{x(k)x^*(k)\}$  – дисперсия сигнала  $x(k)$ , а  $\mathbf{I}_N$  – диагональная единичная матрица.

В этом случае,

$$\alpha(k) = d(k) - y(k) = \mathbf{w}_N^H \mathbf{x}_N(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k) = [\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] \mathbf{x}_N(k), \quad (14)$$

и

$$E\{\alpha^2(k)\} = E\{\alpha(k)\alpha^*(k)\} = \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &= E\left\{[\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] \mathbf{x}_N(k) [\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] \mathbf{x}_N(k)^H\right\} = \\ &= E\left\{[\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k) [\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)]^H\right\} = \\ &= [\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] E\{\mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k)\} [\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k-1)] = \\ &= [\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] \mathbf{R}_N [\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k-1)] = \\ &= [\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] \sigma_x^2 \mathbf{I}_N [\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k-1)] = \\ &= \sigma_x^2 [\mathbf{w}_N^H - \mathbf{h}_N^H(k-1)] [\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k-1)] = \sigma_x^2 \|\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k-1)\|_2^2. \end{aligned}$$

Аналогично

$$\begin{aligned} E\{d^2(k)\} &= E\{|d(k)|^2\} = E\{d(k)d(k)^*\} = \\ &= E\{\mathbf{w}_N^H \mathbf{x}_N \mathbf{x}_N^H \mathbf{w}_N\} = \mathbf{w}_N^H E\{\mathbf{x}_N \mathbf{x}_N^H\} \mathbf{w}_N = \\ &= \mathbf{w}_N^H \mathbf{R}_N \mathbf{w}_N = \mathbf{w}_N^H \sigma_x^2 \mathbf{I}_N \mathbf{w}_N = \sigma_x^2 \mathbf{w}_N^H \mathbf{w}_N = \sigma_x^2 \|\mathbf{w}_N\|_2^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (15) и (16) следует, что

$$\begin{aligned} ERLE(k) &= 10 \log_{10} \frac{E\{d^2(k)\}}{E\{\alpha^2(k)\}} = \\ &= 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2 \|\mathbf{w}_N\|_2^2}{\sigma_x^2 \|\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k-1)\|_2^2} = \\ &= 10 \log_{10} \frac{\|\mathbf{w}_N\|_2^2}{\|\mathbf{w}_N - \mathbf{h}_N(k-1)\|_2^2} = -\rho(k), \text{ дБ}, \end{aligned} \quad (17)$$

что подтверждает предположение (9).

Данный результат является обоснованием того, что при моделировании задачи идентификации для оценки качества ее решения на каждом отсчете можно вычислять лишь значение  $\rho(k)$ , и пересчитывать его в значение  $ERLE(k)$ . Это позволит получать данные оценки лишь с помощью одного эксперимента, в то время как для непосредственного получения оценки  $ERLE(k)$  с помощью уравнения (8) необходимо проводить статистическое моделирование.

Постольку речь идет о моделировании, в котором  $\mathbf{w}_{N_h}$  является известным вектором, то, естественно, возникает вопрос о том, а можно ли, зная этот вектор, оценить достижимые значения показателей качества идентификации расчетным путем, т.е. не проводя моделирование вообще?

Ответ на этот вопрос положителен. Действительно, при условии (6)

$$\begin{aligned} \alpha(k) &= d(k) - y(k) = \mathbf{w}_{N_w}^H \mathbf{x}_{N_w}(k) - \mathbf{h}_{N_h}^H(k-1) \mathbf{x}_{N_h}(k) = \\ &= \mathbf{w}_{N_h}^H \mathbf{x}_{N_h}(k) - \mathbf{h}_{N_h}^H(k-1) \mathbf{x}_{N_h}(k) + \mathbf{w}_{N_w - N_h}^H \mathbf{x}_{N_w - N_h}(k) = \\ &= \mathbf{w}_{N_w - N_h}^H \mathbf{x}_{N_w - N_h}(k), \end{aligned} \quad (18)$$

а при условии (13)

$$\begin{aligned} E\{\alpha^2(k)\} &= E\{|\alpha(k)|^2\} = E\{\alpha(k)\alpha(k)^*\} = \\ &= E\{\mathbf{w}_{N_w - N_h}^H \mathbf{x}_{N_w - N_h}(k) \mathbf{x}_{N_w - N_h}^H \mathbf{w}_{N_w - N_h}\} = \\ &= \mathbf{w}_{N_w - N_h}^H E\{\mathbf{x}_{N_w - N_h} \mathbf{x}_{N_w - N_h}^H\} \mathbf{w}_{N_w - N_h} = \\ &= \mathbf{w}_{N_w - N_h}^H \mathbf{R}_{N_w - N_h} \mathbf{w}_{N_w - N_h} = \mathbf{w}_{N_w - N_h}^H \sigma_x^2 \mathbf{I}_{N_w - N_h} \mathbf{w}_{N_w - N_h} = \\ &= \sigma_x^2 \mathbf{w}_{N_w - N_h}^H \mathbf{w}_{N_w - N_h} = \sigma_x^2 \|\mathbf{w}_{N_w - N_h}\|_2^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Аналогично, согласно (13), (14) и (16),

$$\begin{aligned} E\{d^2(k)\} &= E\{|d(k)|^2\} = E\{d(k)d(k)^*\} = \\ &= E\{\mathbf{w}_{N_w}^H \mathbf{x}_{N_w} \mathbf{x}_{N_w}^H \mathbf{w}_{N_w}\} = \mathbf{w}_{N_w}^H E\{\mathbf{x}_{N_w} \mathbf{x}_{N_w}^H\} \mathbf{w}_{N_w} = \\ &= \mathbf{w}_{N_w}^H \mathbf{R}_{N_w} \mathbf{w}_{N_w} = \mathbf{w}_{N_w}^H \sigma_x^2 \mathbf{I}_{N_w} \mathbf{w}_{N_w} = \sigma_x^2 \mathbf{w}_{N_w}^H \mathbf{w}_{N_w} = \sigma_x^2 \|\mathbf{w}_{N_w}\|_2^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Тогда,

$$\begin{aligned}
 ERLE(k) &= 10 \log_{10} \frac{E[d^2(k)]}{E[\alpha^2(k)]} = \\
 &= 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2 \|\mathbf{w}_{N_w}\|_2^2}{\sigma_x^2 \|\mathbf{w}_{N_w - N_h}\|_2^2} = \\
 &= 10 \log_{10} \frac{\|\mathbf{w}_{N_w}\|_2^2}{\|\mathbf{w}_{N_w - N_h}\|_2^2} = -\rho(k), \text{ дБ}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Таким образом, при заданных  $\mathbf{w}_{N_h}$  и  $N_h$  можно оценить достигаемые значения показателей качества задачи идентификации с помощью уравнения (21). Это позволяет оценить необходимое число весовых коэффициентов адаптивного фильтра для решения данной задачи, обеспечивающее требуемое ее качество.

Разумеется, значение импульсного отклика  $\mathbf{w}_{N_h}$  на практике не известно, иначе не нужно было бы его идентифицировать. Однако, задача идентификации не решается методом проб и ошибок, т.е. подбором значений  $N_h$ . При ее решении обычно имеются некоторые априорные сведения о типичных объектах идентификации в заданных условиях функционирования. Эти сведения получают путем предварительных измерений параметров объектов идентификации, или путем их моделирования [8-11].

### Заключение

Таким образом, в данной статье с помощью моделирования показано и затем математически доказано, что качество решения задачи идентификации линейных объектов можно оценивать лишь по одному показателю, именуемому рассогласованием, для чего достаточно проводить лишь один эксперимент при использовании в качестве обучающего сигнала сигнал с некоррелированными выборками. Это дает возможность не проводить статистическое моделирование, требующее большого числа экспериментов, для непосредственной оценки показателя ERLE, так как этот показатель и рассогласование обратны друг-другу в линейном масштабе

или имеют противоположные знаки в логарифмическом масштабе. Кроме того доказано, что имея репрезентативные значения импульсных откликов идентифицируемых объектов, можно оценивать при заданном числе весовых коэффициентов используемого адаптивного фильтра достижимые значения рассогласования и ERLE, или же оценивать необходимое число этих коэффициентов, при котором обеспечиваются требуемые значения рассогласования и ERLE.

### Литература

1. Oppenheim A. V., Schaffer R. W. Discrete-time signals processing, Prentice-Hall, 2009, 1144 p.
2. Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters theory and applications, 2-nd ed. John Wiley & Sons, 2013, 778 p.
3. Джиган В. И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М: Техносфера, 2013, 528 с.
4. Haykin S. Adaptive filter theory, 5<sup>th</sup> ed., Pearson Education Inc., 2014, 889 p.
5. Diniz P. S. R. Adaptive filtering algorithms and practical implementation, 5-th ed. Springer, 2020, 495 p.
6. Benesty J., Huang Y., Eds. Adaptive signal processing: applications to real-world problems. Springer-Verlag, 2003, 356 p.
7. Digital network echo cancellers, ITU-T Recommendation G.168. Series G: Transmission systems and media, digital systems and networks. International telephone connections and circuits – Apparatus associated with long-distance telephone circuits, Geneva, 2001, 116 p.
8. Allen J. B., Berkley D. A. Image method for efficiently simulation small-room acoustics. Journal of Acoustical Society of America, 1979, vol. 64, no 4, pp. 943-950.
9. Lehmann E. A., Johansson A. M. Diffuse reverberation model for efficient image-source simulation of room impulse responses. IEEE Trans. Audio, Speech, and Language Processing, 2010, vol. 18, no 6, pp. 1429-1439.
10. Chen W. Y. Simulation techniques and standards development for digital subscriber line systems, Macmillan Technical Publishing, 1998, 644 p.
11. Starr T., Cioffi J. M., Silverman P. J. Understanding digital subscriber line technology, Prentice Hall, 1999, 474 p.

### НОВЫЕ КНИГИ

**Шарамет А.В.**

**Информационное обеспечение систем защиты летательных аппаратов от управляющих средств поражения: Научное издание, М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2023 г. 178 с.: ил.**

Рассмотрены вопросы повышения информативности бортового комплекса обороны летательного аппарата для увеличения эффективности его защиты от управляемого ракетного оружия за счет согласованного помехового, маневренного и огневого противодействия. Изложены и систематизированы основные проблемы по защите летательного аппарата от управляемых средств поражения, а также рассмотрены основные пути повышения эффективности его защиты от них. Даны оценочные расчеты отражательных свойств головок самонаведения управляемых ракет класса «воздух-воздух» и «земля-воздух», как объектов радиолокационного наблюдения. Представлено описание и проведен анализ результатов полунатурного экспериментального исследования. На основе векторно-алгебраического подхода к формализации задач определения координат объектов в многопозиционной измерительной системе проведен синтез алгоритма оценки декартовых координат атакующей ракеты по суммарно-дальномерной информации.

Для специалистов, занимающихся вопросами защиты летательных аппаратов, научных работников и инженеров. Может быть полезна аспирантам и студентам вузов.

Для специалистов, занимающихся вопросами защиты летательных аппаратов, научных работников и инженеров. Может быть полезна аспирантам и студентам вузов.



## ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ АДАПТИВНЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ

*Джиган В.И., д.т.н., главный научный сотрудник Института проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук, г. Москва, e-mail: djigan@iprpt.ru*

## CYLINDRIC ADAPTIVE ANTENNA ARRAYS

*Djigan V.I.*

*This article discusses an adaptive antenna array in which a linear constraint is used to maintain the required level of the main lobe of the radiation pattern (beam) when calculating the array weights using a recursive least squares algorithm. The antenna array has a cylindrical shape, which allows it to carry out a wide-angle scanning in two planes. It is shown that in such an array, the steering vector used to set the linear constraints has to take into consideration the values of the radiation pattern of each of its antennas in the direction of the information signal source. This is due to the fact that in practice antennas are not omnidirectional and are oriented into different fixed directions in accordance with their placement on the array surface. The procedures of the linearly-constrained algorithms for calculation the weights of a single-beam and a multibeam adaptive antenna array are provided. Due to the directivity of the antennas and their multidirectional orientation, the effective number of antennas (channels or weights) that determines the maximal number of interference that a cylindrical adaptive antenna array is able to suppress is significantly less than the total number of its antennas. For the same reason, in the steady state, the mean square error between the array output signal and its desired signal is only slightly less than the reciprocal of the signal-to-noise ratio in the channels of the array, if the effective number of its antennas is sufficient to suppress the interferences. Otherwise, this mean square error is significantly greater than the mentioned the mean square error value. These results are confirmed by the simulation of the various scenarios of the interference suppression using a cylindrical adaptive antenna array. These results should be taken into consideration when designing the complex-shaped adaptive antenna arrays in which the antennas are not placed on a flat surface.*

**Key words:** cylindric antenna array; adaptive antenna array; Recursive Least Squares (RLS); Linear Constraints (LC); radiation pattern.

**Ключевые слова:** цилиндрическая антенная решетка; адаптивная антенная решетка; рекурсивный алгоритм по критерию наименьших квадратов; линейные ограничения; диаграмма направленности.

**Введение**

Направленные антенны сегодня широко используются в радиотехнических системах направленного действия, таких как радиорелейные системы связи, радиолокационные системы, системы спутниковой навигации и ряд других. Одной из разновидностей направленных антенн являются антенные решетки (АР) [1 – 5]. АР представляет собой совокупность антенн, принцип работы которой основан на когерентном сложении радиоволн, излучаемых или принимаемых этими антеннами. Ориентация основного лепестка диаграммы направленности (ДН) АР, часто именуемого лучом, осуществляется не механическим поворотом антенной системы, а электронным способом за счет взвешивания сигналов, поступающих в антенны из радиопередатчика, или сигналов, принимаемых антеннами. За счет этого взвешивания также можно изменять форму всей ДН. Возможность такого изменения ДН лежит в основе принципа работы приемных адаптивных АР (ААР) [6 – 10]. С помощью алгоритмов управления ААР вычисляются такие значения ВК, при которых в ДН в направлениях на источники помех образуются

*Рассматривается адаптивная антенная решетка, в которой для поддержания требуемого уровня основного лепестка диаграммы направленности (луча) используется линейное ограничение при вычислении весовых коэффициентов с помощью рекурсивного алгоритма по критерию наименьших квадратов. Антенная решетка имеет цилиндрическую форму, что позволяет ей осуществлять широкоугольное сканирование в двух плоскостях. Показано, что в такой решетке вектор фазирования, используемый при задании линейных ограничений, должен учитывать значения диаграммы направленности каждой из ее антенн в направлении на источник информационного сигнала. Это связано с тем, что на практике антенны не бывают всенаправленными и ориентированы в разных фиксированных направлениях в соответствии с их размещением на поверхности решетки. Приводятся процедуры линейно-ограниченных алгоритмов вычисления весовых коэффициентов однолучевой и многолучевой адаптивной антенной решетки. Из-за направленности антенн и их разнонаправленной ориентации эффективное число антенн (каналов или весовых коэффициентов), определяющих предельно-допустимое число помех, которые может подавлять цилиндрическая адаптивная антенная решетка, существенно меньше полного числа ее антенн. По этой же причине в установившемся состоянии среднеквадратичное отклонение выходного сигнала решетки от ее требуемого сигнала лишь незначительно меньше, чем величина обратная к отношению сигнал-шум в каналах решетки, если эффективное число ее антенн достаточно для подавления помех. Если же эффективное число антенн недостаточное, то среднеквадратичное отклонение становится существенно большим указанной величины. Данные результаты подтверждены моделированием различных сценариев подавления помех с помощью цилиндрической адаптивной антенной решетки. Эти результаты следует учитывать при проектировании адаптивных антенных решеток сложной формы, в которых антенны располагаются не на плоской поверхности.*

провалы, что обеспечивает подавление сигналов этих помех в выходном сигнале ААР.

Для расчета ВК используются цифровые отсчеты сигналов каналов ААР, отсчеты ее выходного и требуемого сигналов и/или информация о направлении на источник полезного сигнала, задаваемого, например, с помощью линейного ограничения. С помощью требуемого сигнала или линейных ограничений обеспечивается ориентация луча ААР в направлении на источник полезного (информационного) сигнала. Для работы адаптивного алгоритма информация о свойствах помех и об ориентации их источников относительно ААР не требуется. Поэтому алгоритмы цифровой обработки сигналов, используемые для расчета ВК ААР, называются адаптивными, так как они не требуют априорных сведений об источниках помех [11 – 15].

Сегодня существует две основные группы адаптивных алгоритмов. Это вычислительно простые, но не очень эффективные, алгоритмы на основе стратегий градиентного спуска и вычислительно сложные, но эффективные, алгоритмы на основе критерия наименьших квадратов. Вторые алгоритмы образуют большую группу рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) [16 – 18]. Несмотря на вычислительную сложность, RLS-алгоритмы являются наиболее привлекательными среди всех адаптивных алгоритмов, так как их поведение с точки зрения длительности переходного процесса и ряда показателей качества в установившемся состоянии не зависит от свойств обрабатываемых сигналов (собственных чисел корреляционной матрицы этих сигналов). Использованию этих алгоритмов на практике сегодня способствуют быстроедействие, энергопотребление и размеры современной цифровой элементной базы, доступной на рынке электронных компонентов, благодаря технологическим достижениям современной микроэлектронной промышленности [19 – 22]. Эта элементная база также позволяет строить ААР с цифровым формированием луча (цифровые ААР, ЦААР) [23 – 27]. В ЦААР вычисление ВК можно выполнять и с помощью адаптивных алгоритмов, так как в этих алгоритмах используются отсчеты сигналов в ее каналах, уже имеющиеся и доступные в ЦААР.

Большинство используемых на практике ААР имеют линейную или плоскую поверхность (апертуру). Известно [3], что с помощью ААР с линейной или плоской апертурой можно управлять лучом без его существенного расширения только в пределах ограниченного телесного угла. Однако часто, например в системах радиосвязи, требуется широкоугольное сканирование. Такое сканирование можно обеспечить с помощью, например, кольцевых ААР. Кольцевые ААР способны не только сканировать лучом в пределах  $360^\circ$  в одной плоскости (вокруг кольца) при фиксированной ширине луча, но также могут быть и адаптивными. Эффективность кольцевой ААР была продемонстрирована в [28]. Если же требуется управлять лучом в двух плоскостях, то необходимо использовать цилиндрическую ААР [29], которая также может быть адаптивной.

Целью данной статьи является описание особенностей построения цилиндрических ААР. В следующих разделах рассматривается общая архитектура ААР и приводятся примеры алгоритмов управления цилиндрической ААР на основе адаптивных RLS-алгоритмов с линейными ограничениями (Linearly Constrained, LC). Также приводятся результаты моделирования цилиндрической ААР, демонстрирующие ее эффективность.

### Цилиндрическая ААР

Обобщенная архитектура ААР приведена на рис. 1. Здесь  $F_m(\theta, \phi)$  – ДН антенн ААР;  $\theta$  и  $\phi$  – сферические углы;  $m = 1, 2, \dots, M$ , где  $M$  – число антенн. Радиочастотная часть (РЧ) содержит полосовые фильтры, малошумящие усилители, а преобразователи частоты (ПЧ) содержат аналого-цифровые преобразователи на входе или выходе в зависимости от ПЧ (цифровые или аналоговые).

Антенны, используемые в ААР, не являются всенаправленными излучателями, так как такие излучатели не существуют, хотя именно всенаправленные излучатели теоретически необходимо использовать в ААР любой конфигурации для обеспечения широкоугольного сканирования. Т.е., любые антенны, используемые в ААР, обладают фиксированной ДН, характеризуемой некоторым коэффициентом направленного действия.

Если ААР является линейной или плоской, то все ее

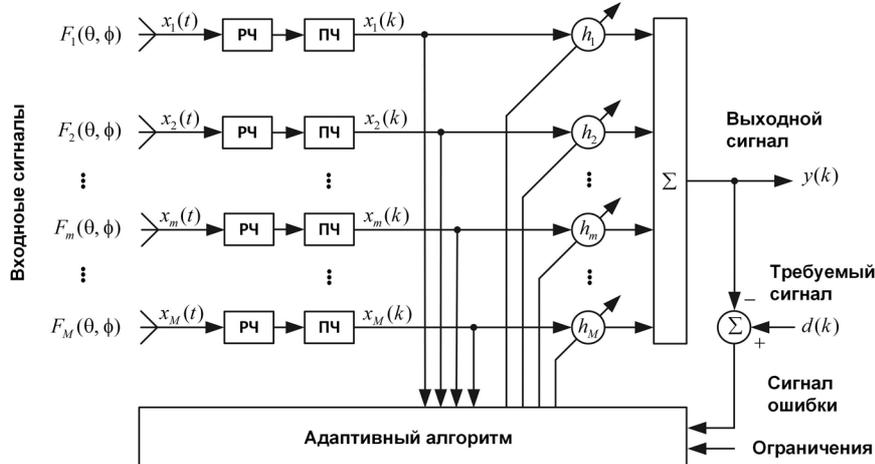
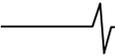


Рис. 1. Архитектура однолучевой ААР



антенны ориентированы в одном и том же направлении.

В этом случае значения ДН этих антенн  $F_m(\theta, \phi)$  в направлении  $\theta, \phi$  на источник принимаемого полезного сигнала в формулировках линейных ограничений не используются [30], так как эти значения одни и те же для всех антенн ААР.

В случае цилиндрической ААР ее антенны расположены под разными углами относительно друг друга. Поэтому максимумы ДН этих антенн также ориентированы в разных направлениях  $\theta_m, \phi_m$ . Поскольку антенны ААР не всенаправленные, то плоская радиоволна, принимаемая антеннами с любого произвольного направления  $\theta, \phi$ , наводит в каждой из антенн непрерывные сигналы  $x_m(t)$  с разной амплитудой и с разными фазами в дополнение к пространственному набегу фаз

$$\psi_m = \frac{2\pi}{\lambda_0} (x_m \cos\phi \sin\theta + y_m \sin\phi \sin\theta + z_m \cos\theta), \quad (1)$$

обусловленному направлением на источник радиосигнала. Здесь  $x_m, y_m, z_m$  – декартовы координаты антенн в системе координат, связанной с ААР, а  $\lambda_0$  – длина волны принимаемого радиосигнала [3]. Этот факт необходимо учитывать при формулировке линейных ограничений в круглых, цилиндрических и в общем случае в конформных ААР.

Линейное ограничение используется для управления положением луча ААР и его защиты от возможного разрушения в процессе адаптации [30]. Оно формулируется как требуемое значение ДН ААР

$$f = \mathbf{c}_M^H \mathbf{h}_M(k) \quad (2)$$

в направлении  $\theta, \phi$  на источник полезного сигнала, где  $\mathbf{c}_M$  – вектор фазирования,

$$\mathbf{h}_M(k) = [h_1(k), h_2(k), \dots, h_m(k), \dots, h_M(k)]^T \quad (3)$$

– вектор комплексных весовых коэффициентов ААР, а  $k$  – номер отсчетов обрабатываемых сигналов, совпадающий с номером итерации адаптивного алгоритма. Если ААР цилиндрическая, то вектор

$$\mathbf{c}_M = [F_1(\theta, \phi)e^{i\psi_1}, F_2(\theta, \phi)e^{i\psi_2}, \dots, F_m(\theta, \phi)e^{i\psi_m}, \dots, F_M(\theta, \phi)e^{i\psi_M}]^T \quad (4)$$

должен содержать значения ДН в направлении  $\theta, \phi$  на источник полезного сигнала.

Здесь и далее нижний индекс обозначает число элементов в векторах. Линейные ограничения действуют так, что значение ДН ААР  $F(\theta, \phi)$  в направлении  $\theta, \phi$  на источник полезного сигнала, учитывающее ДН ее антенн  $F_m(\theta, \phi)$  в этом же направлении, на каждой итерации адаптивного алгоритма всегда равно  $f$ , что определяется значениями вычисляемых соответствующим образом ВК.

Сигналы  $x_m(t)$ , принимаемые антеннами ААР, фильтруются, усиливаются и преобразуются с помощью блоков РЧ и ПЧ, см. рис. 1, в дискретные по времени отсчеты сигналов  $x_m(k)$  на нулевой промежуточной

частоте. Эти отсчеты образуют векторы комплексных чисел

$$\mathbf{x}_M(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k), \dots, x_M(k)]^T, \quad (5)$$

которые вместе с отсчетами требуемого сигнала  $d(k)$  и ограничением  $f$  используются в алгоритмах вычисления ВК ААР.

Выходной сигнал ААР вычисляется как

$$y(k) = \mathbf{h}_M^H(k-1) \mathbf{x}_M(k), \quad (6)$$

а сигнал ошибки – как

$$\alpha(k) = d(k) - y(k). \quad (7)$$

Квадрат модуля этой ошибки  $|\alpha(k)|^2 = \alpha(k)\alpha^*(k)$  минимизируется в процессе адаптации ААР.

### Адаптивные алгоритмы

Пример LC RLS-алгоритма на основе леммы об обращении матрицы [13] для вычисления ВК цилиндрической ААР приведен в табл. 1.

В табл. 1,  $\mathbf{R}_M(k)$  – это корреляционная матрица обрабатываемых сигналов  $x_m(k)$ ,  $\mathbf{I}_M$  – единичная матрица;  $\delta^2$  – параметр начальной регуляризации корреляционной матрицы;  $\lambda$  – параметр забывания, а  $*$  – знак, обозначающий комплексное сопряжение переменной. Корреляционная матрица является квадратной и содержит  $M \times M$  элементов. Этот размер в квадратных матрицах обозначается одним нижним индексом  $M$ .

Если число используемых ограничений  $J > 1$ , то (2) преобразуется к виду

$$\mathbf{f}_J = \mathbf{C}_{MJ}^H \mathbf{h}_M(k), \quad (8)$$

$$\text{где } \mathbf{C}_{MJ} = [\mathbf{c}_M^{(1)}, \mathbf{c}_M^{(2)}, \dots, \mathbf{c}_M^{(j)}, \dots, \mathbf{c}_M^{(J)}] \quad (9)$$

– прямоугольная матрица, состоящая из векторов ограничений  $\mathbf{c}_M^{(j)}$ , которые определяются выражением (3) для каждого  $j$ -го ограничения, а

$$\mathbf{f}_J = [f^{(1)}, f^{(2)}, \dots, f^{(j)}, \dots, f^{(J)}]^T \quad (10)$$

– вектор  $J$  ограничений (требуемых значений ДН ААР в интересующих направлениях). Здесь два нижних индекса  $MJ$  обозначают размер прямоугольной не транспонированной матрицы  $\mathbf{C}_{MJ}$  с числом элементов  $M \times J$ .

Одновременно несколько ограничений могут быть использованы, например, в многолучевой ААР, см. рис. 2, поскольку информационные сигналы, принимаемые каждой из соседних ААР с известных направлений, для рассматриваемой ААР представляют собой помехи. Такие помехи в выходном сигнале ААР могут быть подавлены с помощью простых ограничений  $f^{(i)} = 0$ , где  $i \neq j$  – номера соседних ААР, а  $j$  – номер рассматриваемой ААР, для которой задается требуемое значение ее луча  $f^{(j)} \neq 0$ . Пример адаптивного алгоритма для одной решетки многолучевой ААР приведет в табл. 2. В этих алгоритмах вычисление вектора коэффициентов Калмана  $\mathbf{g}_M(k)$  (2.1) и (2.2) является общим для каждой из ААР, так как этот вектор определяется только входными сигналами  $\mathbf{x}_M(k)$ .

Таблица 1. LC RLS-алгоритм вычисления весовых коэффициентов и выходного сигнала однолучевой ААР

Вычисления	Ссылки
<b>Initialization :</b> $\left[ \mathbf{R}_M(0) \right]^{-1} = \delta^{-2} \mathbf{I}_M, \mathbf{q}_M(0) = \mathbf{c}_M \left[ \mathbf{c}_M^H \mathbf{c}_M \right]^{-1}, \mathbf{h}_M(0) = \mathbf{q}_M(0) f,$ $\mathbf{c}_M = \left[ F_1(\theta, \phi) e^{i\psi_1}, F_2(\theta, \phi) e^{i\psi_2}, \dots, F_m(\theta, \phi) e^{i\psi_m}, \dots, F_M(\theta, \phi) e^{i\psi_M} \right]^T$	(1.0)
<b>For</b> $k = 1, 2, \dots, K$ $\mathbf{g}_M(k) = \frac{\mathbf{R}_M^{-1}(k-1) \mathbf{x}_M(k)}{\lambda + \mathbf{x}_M^H(k) \mathbf{R}_M^{-1}(k-1) \mathbf{x}_M(k)}$ $\mathbf{R}_M^{-1}(k) = \lambda^{-1} \left[ \mathbf{R}_M^{-1}(k-1) - \mathbf{g}_M(k) \mathbf{x}_M^H(k) \mathbf{R}_M^{-1}(k-1) \right]$ $\mathbf{v}(k) = \mathbf{c}_M^H \mathbf{g}_M(k)$ $\mathbf{v}^*(k) = \mathbf{x}_M^H(k) \mathbf{q}_M(k-1)$ $\mathbf{q}'_M(k) = \left[ \mathbf{q}_M(k-1) - \mathbf{g}_M(k) \mathbf{v}^*(k) \right] \times \left[ 1 + \frac{\mathbf{v}(k) \mathbf{v}^*(k)}{1 - \mathbf{v}^*(k) \mathbf{v}(k)} \right]$ $\mathbf{q}_M(k) = \mathbf{q}'_M(k) + \mathbf{q}_M(0) \left[ 1 - \mathbf{c}_M^H \mathbf{q}'_M(k) \right]$ $y(k) = \mathbf{h}_M^H(k-1) \mathbf{x}_M(k)$ $\alpha(k) = d(k) - y(k)$ $\mathbf{h}'_M(k) = \mathbf{h}_M(k-1) + \mathbf{g}_M(k) \alpha^*(k)$ $\mathbf{h}_M(k) = \mathbf{h}'_M(k) + \mathbf{q}_M(k) \left[ f - \mathbf{c}_M^H \mathbf{h}'_M(k) \right]$	(1.1) (1.2) (1.3) (1.4) (1.5) (1.6) (1.7) (1.8) (1.9) (1.10)
<b>End</b>	

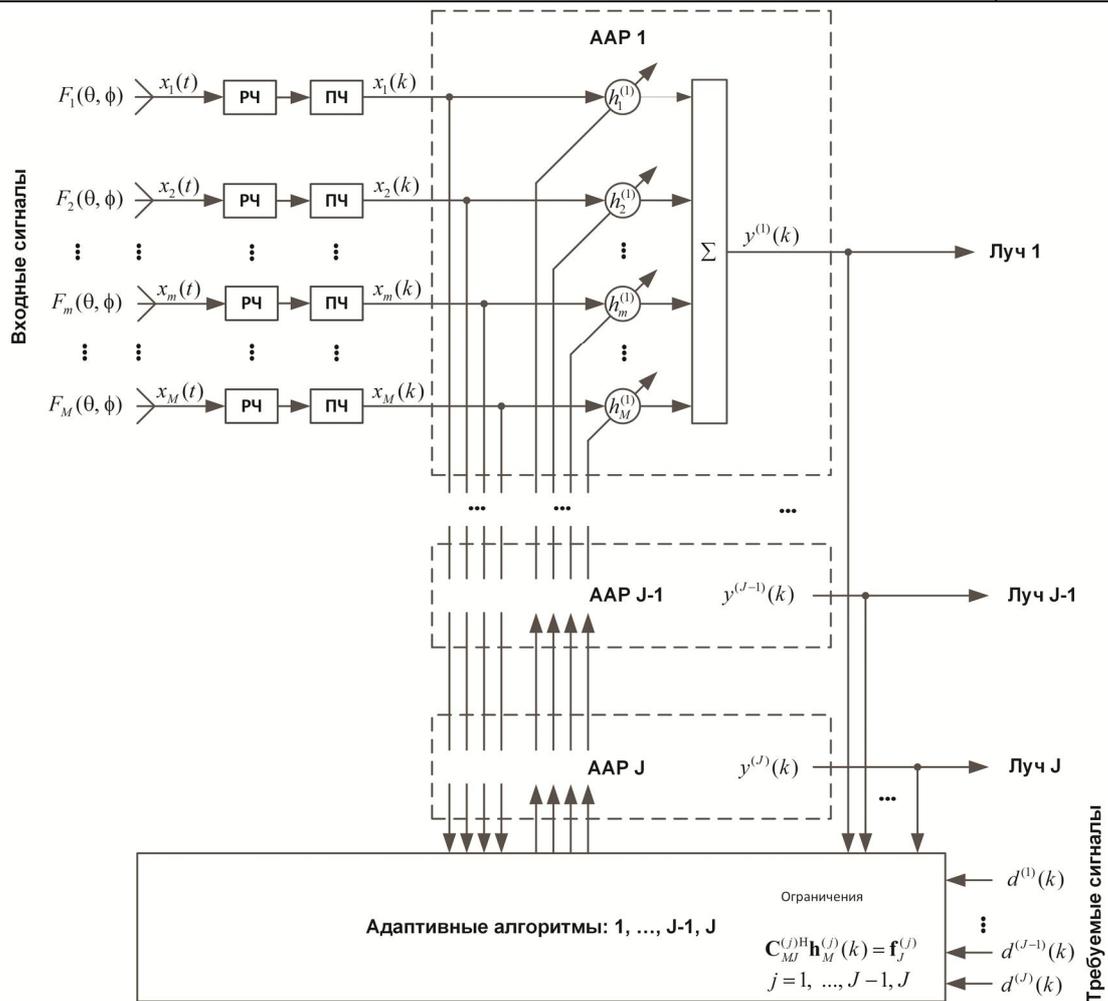


Рис. 2. Архитектура многолучевой ААР

Таблица 2. LC RLS-алгоритм вычисления весовых коэффициентов и выходного сигнала многолучевой ААР

Вычисления	Ссылки
<b>Initialization :</b> $\mathbf{R}_M(0)^{-1} = \delta^{-2} \mathbf{I}_M$ , $\mathbf{Q}_{MJ}^{(j)}(0) = \mathbf{C}_{MJ}^{(j)} \left[ \mathbf{C}_{MJ}^{(j)H} \mathbf{C}_{MJ}^{(j)} \right]^{-1}$ , $\mathbf{h}_M^{(j)}(0) = \mathbf{Q}_{MJ}^{(j)}(0) \mathbf{f}_J^{(j)}$	(2.0)
<b>For</b> $k = 1, 2, \dots, K$	
$\mathbf{g}_M(k) = \frac{\mathbf{R}_M^{-1}(k-1) \mathbf{x}_M(k)}{\lambda + \mathbf{x}_M^H(k) \mathbf{R}_M^{-1}(k-1) \mathbf{x}_M(k)}$	(2.1)
$\mathbf{R}_M^{-1}(k) = \lambda^{-1} \left[ \mathbf{R}_M^{-1}(k-1) - \mathbf{g}_M(k) \mathbf{x}_M^H(k) \mathbf{R}_M^{-1}(k-1) \right]$	(2.2)
$\mathbf{v}_J^{(j)}(k) = \mathbf{C}_{MJ}^{(j)H} \mathbf{g}_M(k)$	(2.3)
$\mathbf{v}_J^{(j)H}(k) = \mathbf{x}_M^H(k) \mathbf{Q}_{MJ}^{(j)}(k-1)$	(2.4)
$\mathbf{Q}_{MJ}^{(j)'}(k) = \left[ \mathbf{Q}_{MJ}^{(j)}(k-1) - \mathbf{g}_M(k) \mathbf{v}_J^{(j)H}(k) \right] \times \left[ \mathbf{I}_J + \frac{\mathbf{v}_J^{(j)} \mathbf{v}_J^{(j)H}(k)}{1 - \mathbf{v}_J^{(j)H}(k) \mathbf{v}_J^{(j)}} \right]$	(2.5)
$\mathbf{Q}_{MJ}^{(j)}(k) = \mathbf{Q}_{MJ}^{(j)'}(k) + \mathbf{Q}_{MJ}^{(j)}(0) \left[ \mathbf{I}_J - \mathbf{C}_{MJ}^{(j)H} \mathbf{Q}_{MJ}^{(j)'}(k) \right]$	(2.6)
$y^{(j)}(k) = \mathbf{h}_M^{(j)H}(k-1) \mathbf{x}_M(k)$	(2.7)
$\alpha^{(j)}(k) = d^{(j)}(k) - y^{(j)}(k)$	(2.8)
$\mathbf{h}_M^{(j)'}(k) = \mathbf{h}_M^{(j)}(k-1) + \mathbf{g}_M(k) \alpha^{(j)*}(k)$	(2.9)
$\mathbf{h}_M^{(j)}(k) = \mathbf{h}_M^{(j)'}(k) + \mathbf{Q}_{MJ}^{(j)}(k) \left[ \mathbf{f}_J^{(j)} - \mathbf{C}_{MJ}^{(j)H} \mathbf{h}_M^{(j)'}(k) \right]$	(2.10)
<b>End</b>	

Для вычисления вектора коэффициентов Калмана  $\mathbf{g}_M(k)$  (1.1) и (1.2) в алгоритме табл. 1 и (2.1) и (2.2) в алгоритме табл. 2 могут быть использованы также соответствующие процедуры RLS-алгоритмов без ограничений на основе QR-разложения, преобразования Хаусхолдера [13] или же оптимизированных по числу операций RLS-алгоритмов на основе леммы об обращении матрицы [31].

### Моделирование

Рассматриваемая цилиндрическая ААР была протестирована и исследована с помощью разработанной программной модели, в которой использованы приемы [32, 33]. Исследовалась эффективность ряда цилиндрических ААР, содержащих разное число колец и разное число антенн в кольцах. Пример такой ААР приведен на рис. 3.

Данная ААР содержит 2 одинаковых кольца по 8 антенн в каждом, см. рис. 3, а), т.е. полное число антенн  $M = 16$ . Расстояние между соседними антеннами в

кольцах и между кольцами было выбрано равным  $\lambda_0 / 2$ . Пример ДН  $F_m(\theta, \phi)$  антенн с номерами  $m = 1$  и  $m = 9$  показан на рис. 3, б). Остальные антенны имеют такие же ДН, только каждая из антенн ориентирована в своем направлении в соответствии с ее расположением на поверхности ААР, см. рис. 3, а). Луч ААР был ориентирован в направлении  $[\theta, \phi] = [75^\circ, 0^\circ]$ , см. рис. 3, в). На рис. 3, в) показана трехмерная ДН ААР на плоскости. На такой ДН углы, нанесенные вокруг окружности, обозначают углы  $\phi$ , а углы, нанесенные по радиусу окружности, обозначают углы  $\theta$ . Цвет обозначает значение ДН в соответствии с цветовой палитрой (см. цветные столбики справа ДН), а цветные цифры и крестики обозначают угловое положение принимаемых сигналов: зеленые – полезного сигнала, совпадающее с направлением луча ААР, а синие (на других аналогичных рисунках в статье) – помех.

Сигнал с фазовой манипуляцией (Binary Phase Shift Keying, BPSK) был выбран в качестве информационного

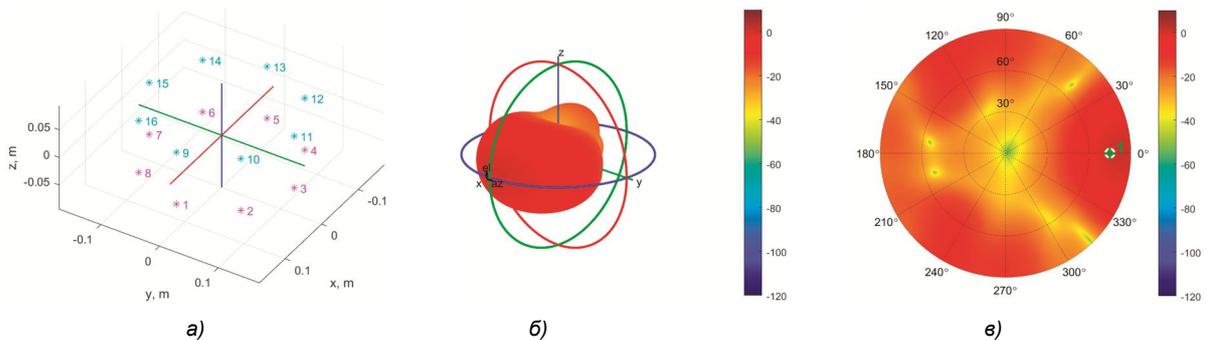


Рис. 3. Цилиндрическая ААР: а) конфигурация; б) 3-мерная ДН одной антенны (с номерами 1 и 9); исходная 3-х мерная ДН ААР на плоскости

сигнала. Отношение сигнал-помеха было установлено равным –30 дБ для каждой из помех, моделируемой белым гауссовским шумом, а отношение сигнал-шум (ОСШ) в каналах ААР было установлено равным 30 дБ.

Результаты моделирования однолучевой ААР при примере разного числа источников помех и разного их расположения показаны на графиках рис. 4 – рис. 6. Здесь рис. 4, е), рис. 5, е) и рис. 6, е) соответствуют ААР, аналогичной рис. 3, а), но с 16-ю антеннами в каждом из двух колец.

На рис. 4 показаны ДН ААР, аналогичные рис. 3, е), в установившемся состоянии. Видно, что в зависимости от числа принимаемых сигналов, расположения их источников относительно цилиндрической ААР, а также числа антенн (или тоже самое ВК), эффективность адаптации получается разной.

Более детально это видно на рис. 5. Здесь показаны переходные процессы адаптивного алгоритма ААР в

терминах значений ее ДН в направлениях на каждый из источников принимаемых сигналов. Этот рисунок показывает, что благодаря линейным ограничениям значение ДН в направлении информационного сигнала является фиксированным, в то время как значения ДН в направлениях источников помех уменьшается, обеспечивая подавление помех в выходном сигнале ААР.

Однако, поскольку ДН антенн не являются всенаправленными, то цилиндрическая ААР, содержащая  $M$  антенн, обладает числом степеней свободы, меньшим теоретического предела, равного  $M - 1$ , для линейных или плоских ААР. Это происходит из-за того, что в силу направленности антенн и их ориентации в разных направлениях в цилиндрической ААР сигналы, принимаемые разными антеннами от одного и того же источника, имеют разную амплитуду на выходе антенн. Поэтому и амплитуда суммарных сигналов  $x_m(t)$  от всех принимаемых источников тоже будет разной.

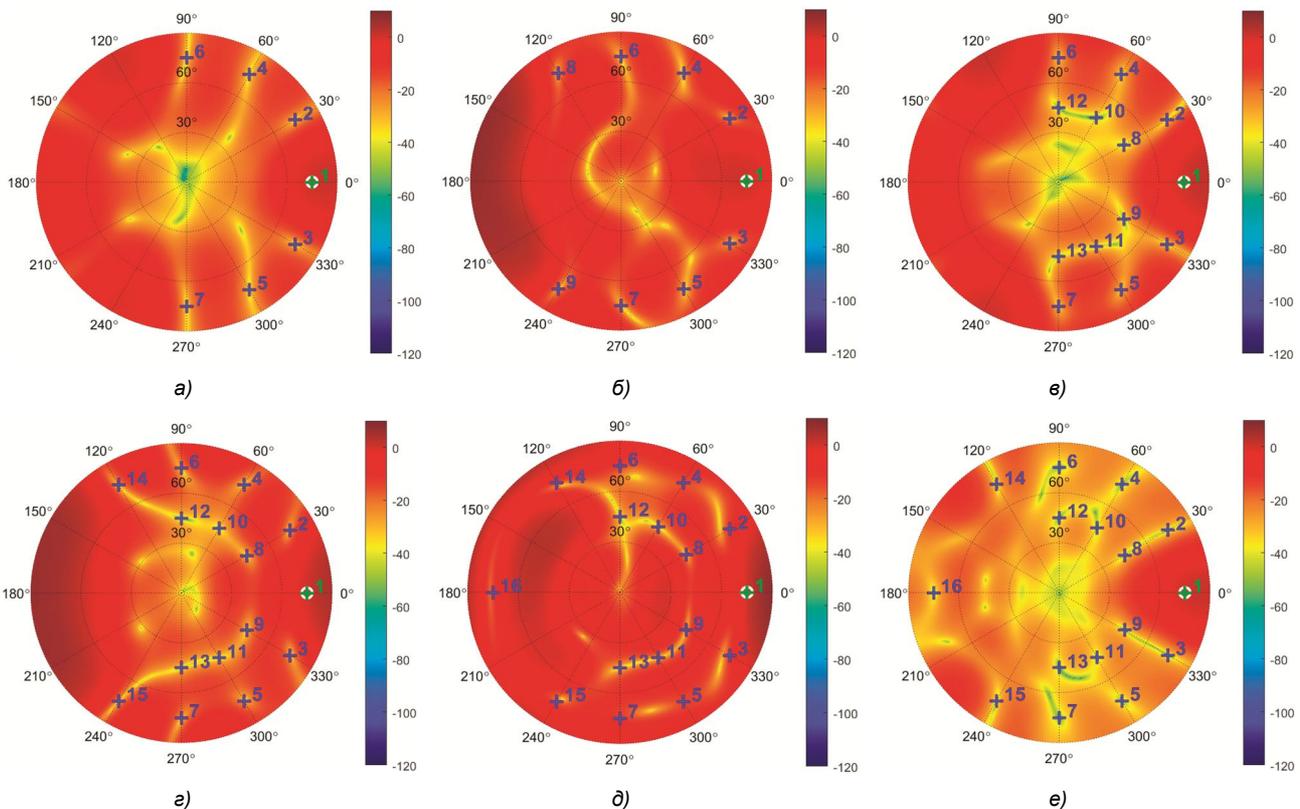
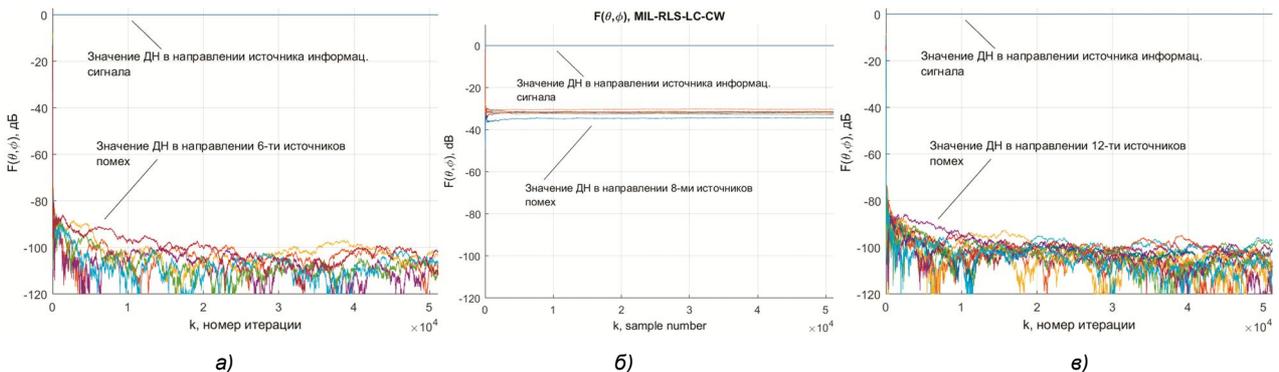


Рис. 4. Диаграммы направленности в установившемся состоянии: а) – д) ААР содержит 2 кольца по 8 антенн; е) ААР содержит 2 кольца по 16 антенн; а) прием 7-ми сигналов; б) прием 9-ти сигналов; в) прием 13-ти сигналов; г) прием 15-ти сигналов; д) прием 16-ти сигналов; е) прием 16-ти сигналов



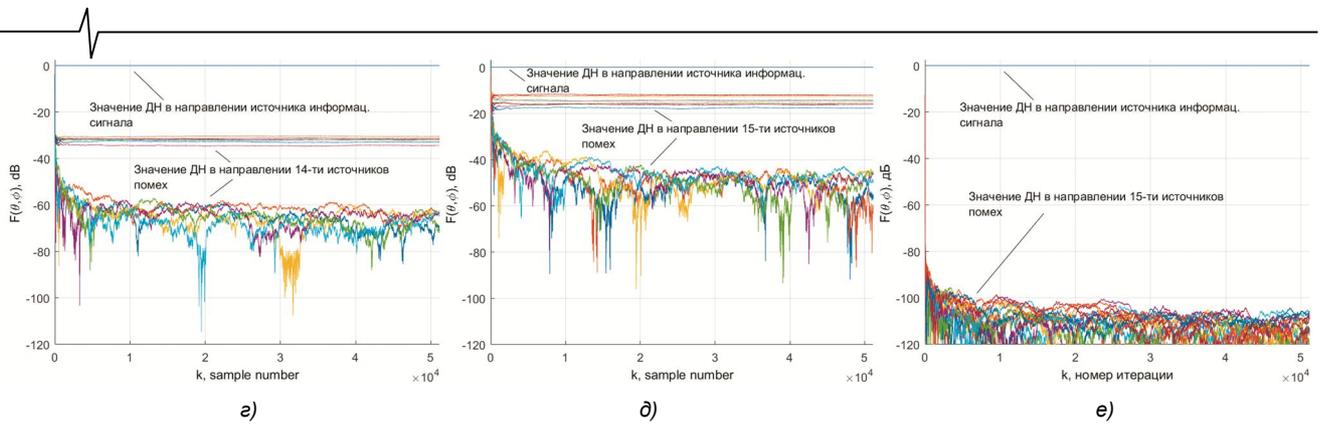


Рис. 5. Переходные процессы в терминах значений ДН в направления на источники принимаемых сигналов: а) – д) ААР содержит 2 кольца по 8 антенн; е) ААР содержит 2 кольца по 16 антенн; а) прием 7-ми сигналов; б) прием 9-ти сигналов; в) прием 13-ти сигналов; г) прием 15-ти сигналов; д) прием 16-ти сигналов; е) прием 16-ти сигналов

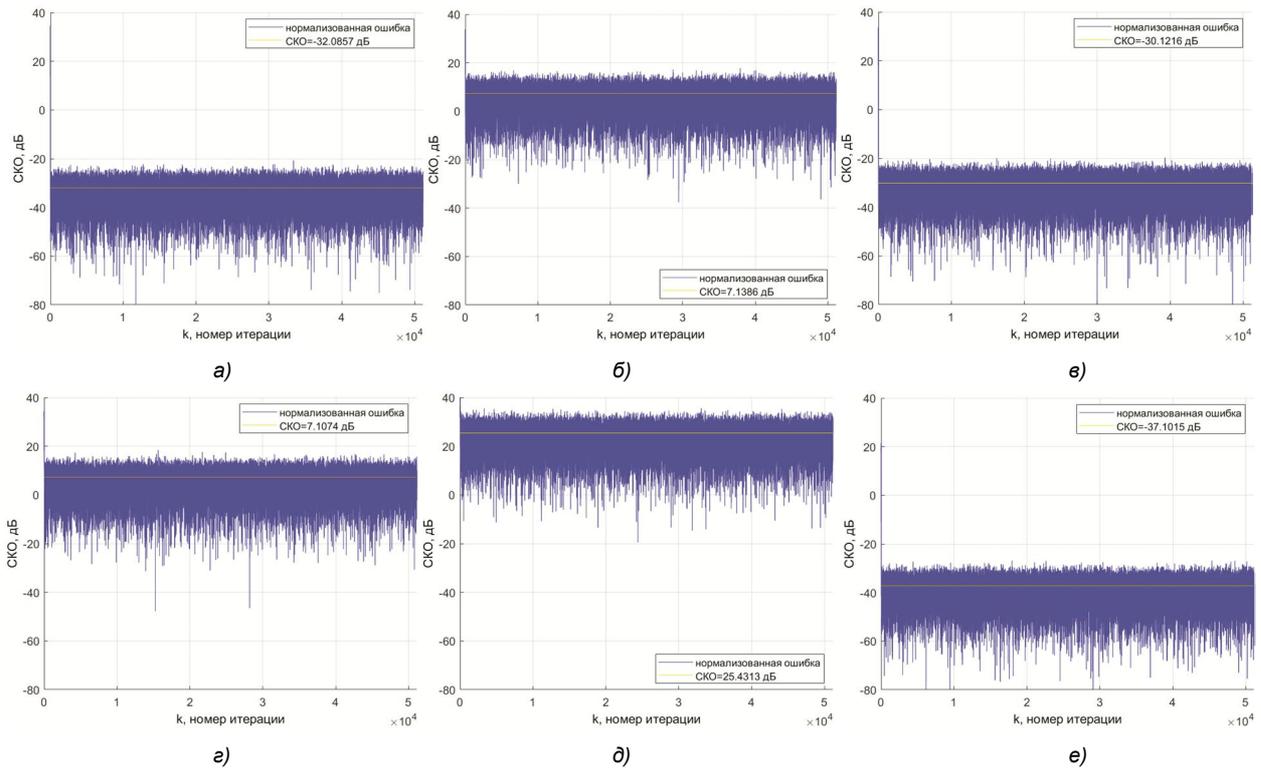


Рис. 6. Переходные процессы в терминах СКО на выходе ААР: а) – д) ААР содержит 2 кольца по 8 антенн; е) ААР содержит 2 кольца по 16 антенн; а) прием 7-ми сигналов; б) прием 9-ти сигналов; в) прием 13-ти сигналов; г) прием 15-ти сигналов; д) прием 16-ти сигналов; е) прием 16-ти сигналов

Это подтверждается на рис. 5. Из рис. 5, а видно, что, когда источники помех расположены с одной стороны относительно диаметра цилиндра, см. рис. 4, а), и их число  $6 < M - 1 = 16$ , то все помехи эффективно подавляются. В тоже самое время, при числе помех  $8 < M - 1 = 16$ , когда два из шести их источников расположены по другую сторону диаметра цилиндра, см. рис. 4, б), то подавление таких помех резко ухудшается, см. рис. 5, б). Однако если число помех  $12 < M - 1 = 16$ , а их источники расположены с одной стороны диаметра цилиндра, см. рис. 4, в), то ААР, по-прежнему, способна подавлять эти помехи, см. рис. 5, в). Если же источники помех аналогично рис. 4, б) расположены по разные стороны диаметра цилиндра, см. рис. 4, г) и рис. 4, д), то несмотря на то, что число источников помех  $14 < M - 1 = 16$  и  $15 < M - 1 = 16$ , ААР не может их подавить, см. рис. 5, г) и рис. 5, д). Однако, согласно рис. 4, е) и рис. 5, е), цилиндрическая ААР с числом ан-

тенн, равным 32, в помеховой обстановке, аналогичной рис. 4, д) и рис. 5, д), подавляет помехи. Это происходит не только потому, что условие  $15 < M - 1 = 32$  по-прежнему выполняется, но и потому, что в кольцах антенны расположены более плотно, а значит в большем количестве антенн наводятся сигналы  $x_m(t)$  с большей амплитудой. Поэтому в этом случае эффективное число антенн становится равным  $16 < M_{эф} \leq 32$ , а значит выполняется условие  $15 < M_{эф} - 1$ , что позволяет подавлять данное число помех при таком расположением их источников.

Теоретически, при ОСШ = 30 дБ в каналах ААР, используемом в рассматриваемом моделировании, среднеквадратическая ошибка (СКО) между полезным и выходным сигналами линейной или плоской фазированной антенной решетки с одинаково направленными антеннами должна быть равна

$$\begin{aligned} \text{СКО} &= -\text{ОСШ} - 10 \log_{10}(M) = \\ &= -30 - 10 \log_{10}(16) = -30 - 12 = -42 \text{ дБ} \end{aligned} \quad (11)$$

или

$$\begin{aligned} \text{СКО} &= -\text{ОСШ} - 10 \log_{10}(M) = \\ &= -30 - 10 \log_{10}(32) = -30 - 15 = -45 \text{ дБ} \end{aligned} \quad (12)$$

для ААР указанным числом антенн  $M$ . Однако, поскольку ААР имеет цилиндрическую форму и ее антенны направлены в разные стороны, а установившиеся значения весовых коэффициентов ААР  $|h_m(k)| \neq 1$ , то СКО в экспериментах лишь незначительно меньше – 30 дБ, а в случаях, когда ААР не может подавить помехи, то и больше – 30 дБ, см. рис. 6.

### Заключение

Таким образом, в данной работе рассмотрены особенности построения цилиндрических ААР на основе LC RLS-алгоритмов. Такие ААР характеризуются следующими особенностями. Каждый элемент вектора фазирования в адаптивном LC алгоритме должен учитывать значение ДН соответствующей антенны ААР в направлении, задаваемом ограничением. Достижимое улучшение СКО сигнала на выходе ААР меньше, чем в линейных или плоских ААР, т.е. меньше значения  $10 \log_{10}(M)$ . Число источников помех, сигналы которых могут быть эффективно подавлены цилиндрической ААР, при приеме полезного сигнала от одного источника (с одного направления) меньше, чем  $M - 1$ . Эти особенности исчезают, если антенны цилиндрической ААР являются всенаправленными. Однако такие антенны не существуют. Данные результаты следует учитывать при проектировании ААР сложной формы, в которых антенны располагаются не на плоской поверхности.

### Литература

1. Бененсон Л. С., Журавлев В. А., Попов С. В., Постнов Г. А. Антенные решетки. Методы расчета и проектирования. М.: Советское радио, 1966. 367 с.
2. Активные фазированные антенные решетки / Под ред. Д. И. Воскресенского и А. И. Канащенкова. М.: Радиотехника, 2004. 488 с.
3. Brown A. D., Boeringer D., Cooke T. Electronically scanned arrays. MATLAB® modelling and simulation. CRC Press, 2012. 214 p.
4. Balanis C. A. Antenna theory: analysis and design. 4<sup>th</sup> ed. John Wiley & Sons, Inc., 2016. 1095 p.
5. Maillou R. J. Phased array antenna handbook, 3<sup>rd</sup> ed. Artech House, Inc., 2017. 506 p.
6. Журавлев А. К., Лукошкин А. П., Поддубный С. С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Л.: Издательство Ленинградского университета, 1983. 240 с.
7. Compton R. T. Adaptive antennas. Concepts and performance. Prentice Hall, 1988. 448 p.
8. Пистолькорс А. А., Литвинов О. С. Введение в теорию адаптивных антенн. М.: Наука, 1991. 200 с.
9. Hudson J. E. Adaptive array principles. The Institution of Engineering and Technology, 2007. 253 p.
10. Monzingo R. A., Haupt R. L., Miller T. W. Introduction to adaptive arrays, 2nd ed. SciTech Publishing, 2011. 510 p.
11. Widrow B., Stearns D. D. Adaptive signal processing. Pearson. 1985. 528 p.
12. Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters theory and applications. 2-nd ed. John Wiley & Sons, 2013. 778 p.
13. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М: Техносфера, 2013. 528 с.
14. Haykin S. Adaptive filter theory. 5-th ed. Pearson Education Inc., 2014. 889 p.
15. Diniz P. S. R. Adaptive filtering algorithms and practical implementation. 5-th ed. Springer, 2020. 495 p.
16. Giordano A. A., Hsu F. M. Least square estimation with application to digital signal processing. John Wiley & Sons, Inc., 1985. 412 p.
17. Джиган В. И. Многоканальные RLS- и быстрые RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации. Успехи современной радиоэлектроники. 2004. № 11. С. 48-77.
18. Djigan V. I. Recursive least squares – an idea whose time has come. Proceedings of the 7-th International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing. Moscow, Russia, September 1 – 2, 2007. 4 p.
19. Kuo S. M., Gan W.-S. Digital signal processors: architectures, implementations and applications. Prentice Hal, 2004. 624 p.
20. Woods R., McAllister J., Lightbody G., Ying Yi. FPGA-based implementation of signal processing systems. 2-nd ed. Wiley, 2017. 360 p.
21. Welch T. B., Wright H. G., Morrow M. G. Real-time digital signal processing from MATLAB to C with the TMS320C6x DSPs. 3-rd ed. CRC Press, 2017. 480 p.
22. Витязев С.В. Цифровые процессоры обработки сигналов. М.: Горячая линия-Телком, 2017. 100 с.
23. Steyskal H. Digital beamforming antennas. Microwave Journal. 1987. № 1. P. 107-124.
24. Litva J., Lo T. K.-Y. Digital beamforming in wireless communications. Artech House., 1996. 301 p.
25. Григорьев Л. Н. Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках. М.: Радиотехника, 2010. 144 с.
26. Слюсар В. И. Развитие схмотехники ЦАР: некоторые итоги. Часть 1. Первая миля. Last mile. 2018. № 1. С. 72-77.
27. Слюсар В. И. Развитие схмотехники ЦАР: некоторые итоги. Часть 2. Первая миля. Last mile. 2018. № 2. С. 76-80.
28. Djigan V. I. Circular adaptive antenna array. Proceedings of the 19<sup>th</sup> IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). Batumi, Georgia, September 10-13, 2021, pp. 21-24.
29. King R. W. P., Fikioris G. J., Mack R. B. Cylindrical antennas and arrays. Cambridge University Press, 2005. 652 p.
30. Frost O. L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing. Proceedings of the IEEE. 1972, vol. 60, no. 8, pp. 926-935.
31. Djigan V. I. Some tricks of calculations in MIL RLS algorithm. Proceedings of the 23-th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA-2021). Moscow, Russia, March 24 – 26, 2021. 4 p.
32. Плетнева И.Д., Джиган В.И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках. Исследования в области цифровых систем связи. М.: Изд. МИЭТ, 2007. С. 36-43.
33. Makarov S. N., Iyer V., Kulkarni S., Best S. R. Antenna and EM modelling with MATLAB® Antenna Toolbox. John Wiley and Sons, Inc., 2021. 319 p.

## АНАЛИЗ ОДНОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ МНОГОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ

*Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru*

## ANALYSIS OF SINGLE-CHANNEL PROCESSING SYSTEMS MULTI-FREQUENCY SIGNALS

*Popov D.I.*

*The analysis of the detection characteristics and the accuracy of measuring the radial velocity of the target of single-channel multi-frequency signal processing systems for different types of interperiod processing (optimal or quasi-optimal) in frequency channels is carried out. The use of the matrix eigenvalue method led to the formation of the characteristic function of the output (decisive) statistics to a form convenient for integration and obtaining calculation expressions for the probabilities of false alarm and correct detection, with the help of which the desired detection characteristics are determined. A comparative analysis of the characteristics of the appearance of single-channel systems for processing multi-frequency signals against a background of white noise with a different nature of interperiod processing (coherent or incoherent) in frequency channels and an analysis of the accuracy of measuring the radial velocity of the target depending on the parameters of the multi-frequency signal. Analysis of the efficiency of detection and measurement of multi-frequency signals shows that the proposed processing systems based on combining the results of single-channel coherent accumulation of products of complex conjugate samples in each frequency channel allow, with an optimal number of channels, to obtain energy gains compared with single-frequency systems and multi-frequency systems based on incoherent accumulation, as well as to increase the accuracy of unambiguous measurements of the radial velocity of the target. In particular, the gains in the signal-to-noise threshold ratio of a multi-frequency signal detection system, invariant in each frequency channel to Doppler phase shifts, compared with a multi-channel Doppler frequency system, are established.*

**Key words:** detection algorithm, analysis, Doppler phase, multi-frequency signal, radial velocity of the target, detection characteristic, measurement accuracy.

**Ключевые слова:** алгоритм обнаружения, анализ, доплеровская фаза, многочастотный сигнал, радиальная скорость цели, характеристика обнаружения, точность измерения.

### Введение

Радиолокационные системы получили распространение для решения широкого круга задач гражданского и оборонного характера, включающих обнаружение и измерение координат целей. При обнаружении сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех, создаваемых мешающими отражениями от неподвижных или медленно перемещающихся объектов, основной операцией является режектирование спектральных составляющих помехи [1-4]. Априорная неопределенность корреляционных характеристик пассивных помех существенно затрудняет реализацию эффективного обнаружения движущихся целей, что стимулирует инновационное развитие радиолокационных систем и методов обработки радиолокационных сигналов. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на методах адаптации к неизвестным корреляционным параметрам помехи, что приводит, в частности, к алгоритмам адаптивного режектирования помехи с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующим адаптивным режекторным фильтрам (АРФ) [5]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродей-

*Проведен анализ характеристик обнаружения и точности измерения радиальной скорости цели одноканальных систем обработки многочастотных сигналов для различных характеров межпериодной обработки (оптимальной или квазиоптимальной) в частотных каналах. Использование метода собственных значений матриц привело к преобразованию характеристической функции выходной (решающей) статистики к удобному для интегрирования виду и получению расчетных выражений для вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения, с помощью которых определяются искомые характеристики обнаружения. Проведен сравнительный анализ характеристик обнаружения одноканальных систем обработки многочастотных сигналов на фоне белого шума при различном характере межпериодной обработки (когерентной или некогерентной) в частотных каналах и анализ точности измерения радиальной скорости цели в зависимости от параметров многочастотного сигнала. Анализ эффективности обнаружения-измерения многочастотных сигналов показывает, что предложенные системы обработки на основе объединения результатов одноканального когерентного накопления произведений комплексно-сопряженных отсчетов в каждом частотном канале позволяют при оптимальном числе каналов получить энергетические выигрыши по сравнению с одночастотными системами и многочастотными системами на основе некогерентного накопления, а также повысить точность однозначного измерения радиальной скорости цели. Установлены, в частности, выигрыши в пороговом отношении сигнал/шум системы обнаружения многочастотного сигнала, инвариантной в каждом частотном канале к доплеровским сдвигам фаз, по сравнению с многоканальной по доплеровской частоте системой.*

ствия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной

компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работах [6, 7] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе [8]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа [9]. Другим вариантом упрощения процедуры адаптации является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным, что ограничивает область целесообразного применения соответствующих АРФ при ограниченной и сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровской скорости [10]. Компромиссное решение достигается в фильтрах с частичной адаптацией к доплеровской фазе помехи и оптимизацией характеристик режекторных фильтров в априорном диапазоне изменения спектрально-корреляционных параметров помехи [11]. Повышение эффективности нерекурсивных режекторных фильтров высоких порядков достигается при оптимизации их параметров по вероятностному критерию [12].

При измерении координат движущихся целей актуальной задачей является измерение радиальной скорости (частоты), основанное на измерении доплеровского сдвига частоты сигнала [13-16]. Для исключения отсчетов по шумам измерение должно быть совместным с обнаружением. Совместное обнаружение-измерение пачки когерентных радиоимпульсов при неизвестной доплеровской частоте основано на многоканальной фильтрации, позволяющей измерять частоту по номеру канала с максимальной величиной выходного сигнала [13, 14].

При совместном измерении времени запаздывания (дальности) и частоты (радиальной скорости) возникают известные противоречия между условиями однозначного измерения данных координат. В плане преодоления данных противоречий заслуживают внимания многочастотные сигналы, применение которых позволяет повысить эффективность обнаружения отраженных сигналов и дальность действия радиолокатора.

В работе [17] синтезированы алгоритмы обработки и соответствующие им многоканальные и одноканальные по доплеровской частоте системы обнаружения-измерения многочастотных сигналов. Анализ многоканальных систем проведен в работе [18]. Ниже проводится сравнительный анализ характеристик обнаружения одноканальных систем межпериодной обработки многочастотных сигналов, а также анализ точности измерения радиальной скорости цели.

### Анализ характеристик обнаружения

Используем аналогичное работам [17, 18] статистическое описание многочастотных сигналов, представляющих в каждом из  $L$  частотных каналов когерентную последовательность  $N$  отсчетов  $U_j^{(l)}$ , следующих через период повторения  $T$  и образующих совокупность

векторов  $\{U_l\} = \{U_1, \dots, U_L\}$ , где вектор-столбец  $U_l = \{U_j^{(l)}\}^T$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $l = \overline{1, L}$ . Распределение статистически независимых между частотными каналами гауссовских сигналов и шумов описывается в каждом частотном канале корреляционной матрицей  $R_l^{\text{сш}} = q_l R_l^{\text{с}} + R_l^{\text{ш}}$  для сигнала и шума и диагональной матрицей  $R_l^{\text{ш}} = R^{\text{ш}} = I$  для одного шума, элементы которых соответственно имеют вид:  $R_{jk}^{\text{сш}(l)} = q_l R_{jk}^{\text{с}(l)} + R_{jk}^{\text{ш}} = q_l \rho_l(j, k) e^{i(l)\varphi_l} + \delta_{jk}$ ,  $R_{jk}^{\text{ш}} = \delta_{jk}$ , где  $q_l$  – отношение сигнал/шум для  $l$ -го частотного канала;  $\rho_l(j, k)$  – коэффициенты межпериодной корреляции сигнала;  $\varphi_l$  – доплеровский сдвиг фазы сигнала за период повторения  $T$  в  $l$ -м частотном канале, причем  $\varphi_l = r_l \varphi_1$ , где  $r_l = f_l / f_1 < 1$  – отношение несущих частот  $l$ -го и 1-го частотных каналов;  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера.

Адаптивная к доплеровским сдвигам фаз многочастотного сигнала система осуществляет в каждом частотном канале одноканальное когерентное накопление произведений комплексно-сопряженных соседних отсчетов  $U_j^{(l)}$  с последующим использованием состоятельных оценок  $\hat{\varphi}_l$ , в частности, оценок максимального правдоподобия. Структурная схема данной системы описывается алгоритмом обработки [17], который имеет вид

$$u(\{\hat{\varphi}_l\}) = \sum_{l=1}^L u(\hat{\varphi}_l) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L (e^{-i\hat{\varphi}_l} X_l + e^{i\hat{\varphi}_l} X_l^*) = \sum_{l=1}^L U_l^T \hat{Q}_l U_l \geq u_0, \quad (1)$$

где  $X_l = \sum_{j=2}^N U_{j-1}^{(l)*} U_j^{(l)}$ ,  $X_l^* = \sum_{j=2}^N U_j^{(l)*} U_{j-1}^{(l)}$ ,  $\hat{Q}_l$  – матрица обработки  $l$ -го частотного канала, элементы которой  $\hat{Q}_{j-1, j}^{(l)} = 0,5e^{-i\hat{\varphi}_l}$ ,  $\hat{Q}_{j, j-1}^{(l)} = 0,5e^{i\hat{\varphi}_l}$ , в остальных случаях  $\hat{Q}_{j, k}^{(l)} = 0$ .

Для последующего анализа необходимо перейти от текущих значений оценок  $\hat{\varphi}_l$  в алгоритме (1) к параметрам их распределений путем выполнения соответствующих усреднений с использованием асимптотических свойств оценок максимального правдоподобия. Учитывая статистическую независимость и асимптотическую нормальность распределений оценок  $\hat{\varphi}_l$  со средними значениями  $\varphi_l$  и дисперсиями  $\sigma_{\varphi_l}^2$  для усредненной выходной величины адаптивной системы, получим

$$u = \sum_{l=1}^L u_l = \sum_{l=1}^L \overline{u_l(\hat{\varphi}_l)} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L \left( e^{-i\varphi_l} e^{-\sigma_{\varphi_l}^2/2} X_l + e^{i\varphi_l} e^{-\sigma_{\varphi_l}^2/2} X_l^* \right) = U_l^T Q_l U_l,$$

где элементы матриц обработки  $Q_l$  имеют вид  $Q_{j-1, j}^{(l)} = 0,5e^{-i\varphi_l} e^{-\sigma_{\varphi_l}^2/2}$ ,  $Q_{j, j-1}^{(l)} = e^{i\varphi_l} e^{-\sigma_{\varphi_l}^2/2}$ , иначе  $Q_{j, k}^{(l)} = 0$ .

Учитывая асимптотическую эффективность оценок максимального правдоподобия, для нахождения диспер-

сией  $\sigma_{\varphi_l}^2$  применяем выражение Крамера-Рао, в соответствии с которым  $\sigma_{\varphi_l}^2 = -\left[\partial^2 \ln P_{\text{сш}}(\mathbf{U}_l / \varphi_l) / \partial \varphi_l^2\right]^{-1}$ , где функция правдоподобия

$$P_{\text{сш}}(\mathbf{U}_l / \varphi_l) = (2\pi)^{-N} \det \mathbf{W}_l \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{U}_l^T \mathbf{W}_l \mathbf{U}_l\right\}, \quad (2)$$

причем элементы матрицы  $\mathbf{W}_l$ , обратной матрице  $\mathbf{R}_l$ , имеют вид  $W_{jk}^{(l)} = (1/q_l) w_l(j, k) e^{i(j-k)\varphi_l}$ .

В общем случае после соответствующих вычислений получаем

$$\sigma_{\varphi_l}^2 = -\left[\partial^2 \ln P_{\text{сш}}(\mathbf{U}_l / \varphi_l) / \partial \varphi_l^2\right]^{-1} = \det \mathbf{R}_l / \text{sp}(\mathbf{B}_l \mathbf{R}_l^*),$$

где элементы матрицы  $\mathbf{B}_l$  определяются как  $B_{jk}^{(l)} = -(j-k)^2 A_{jk}^{(l)}$ ,  $A_{jk}^{(l)}$  – алгебраическое дополнение элемента  $R_{jk}^{(l)}$ , символом «sp» обозначается след матрицы.

Далее для расчета характеристик обнаружения используем метод характеристических функций. Учитывая, что собственные значения  $\lambda_j^{(l)}$ ,  $j = \overline{1, N}$ , матриц  $\mathbf{R}_l \mathbf{Q}_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ , не кратны, выражение (5) в работе [18] для вероятности превышения порога  $u_0$  величиной  $u$  запишем как

$$P(u \geq u_0) = \sum_{j=1}^K \exp\left(-\frac{u_0}{\lambda_j}\right) \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^{NL} \left(1 - \frac{\lambda_n}{\lambda_j}\right)^{-1}, \quad (3)$$

где  $K$  – число положительных собственных значений  $\lambda_j$  вектора  $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_L\}$ ,  $\lambda_l = \{\lambda_j^{(l)}\}$ .

Использование в выражении (3) собственных значений матриц  $\mathbf{R}_l^{\text{сш}} \mathbf{Q}_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ , приводит к вычислению вероятности правильного обнаружения  $D$ . При определении вероятности ложной тревоги  $F$  необходимо учитывать инвариантность алгоритма обработки при отсутствии сигнала относительно параметров оценивания [17], что приводит к вычислению  $F$  аналогично рассматриваемому ниже анализу систем обработки, инвариантных к доплеровским сдвигам фаз многочастотного сигнала.

Инвариантная к доплеровским сдвигам фаз многочастотного сигнала система суммирует модули результатов одноканальной когерентной обработки в каждом частотном канале в соответствии с алгоритмом [17]

$$u = \sum_{l=1}^L |X_l| = \sum_{l=1}^L \left| \sum_{j=2}^N U_{j-1}^{(l)*} U_j^{(l)} \right|. \quad (4)$$

Для анализа характеристик обнаружения рассматриваемой системы обработки необходимо представить алгоритм (4) в виде квадратичной формы

$$\begin{aligned} u &= \sum_{l=1}^L (\cos \varphi_l \operatorname{Re} X_l + \sin \varphi_l \operatorname{Im} X_l) = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L (e^{-i\varphi_l} X_l + e^{i\varphi_l} X_l^*) = \sum_{l=1}^L \mathbf{U}_l^T \mathbf{Q}_l \mathbf{U}_l, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{Q}_l$  – матрица обработки многочастотного сигнала в

$l$ -м частотном канале, элементы которой определяются соотношениями  $Q_{j-1, j}^{(l)} = 0,5e^{-i\varphi_l}$ ,  $Q_{j, j-1}^{(l)} = 0,5e^{i\varphi_l}$ , иначе  $Q_{j, k}^{(l)} = 0$ .

Теперь можно использовать универсальную методику анализа на основе метода характеристических функций. Учитывая, что собственные значения  $\lambda_j^{(l)} = \lambda_j$  ( $j = \overline{1, N}$ ) матриц  $\mathbf{R}_l \mathbf{Q}_l$  ( $l = \overline{1, L}$ ) кратны, причем кратность числа  $\lambda_j$  равна  $L$ , вероятность превышения порога  $u_0$  величиной  $u$  определяется выражением (5) в работе [18]. Тогда для вычисления вероятности ложной тревоги  $F$  рассматриваемых систем в этом выражении используются собственные значения матриц  $\mathbf{R}_l^{\text{сш}} \mathbf{Q}_l = \mathbf{Q}_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ . При определении вероятности правильного обнаружения  $D$  для инвариантной системы обработки используются собственные значения матриц  $\mathbf{R}_l^{\text{сш}} \mathbf{Q}_l$ .

На рис. 1 приведены характеристики обнаружения систем обработки по алгоритму (1) (штриховые кривые), рассчитанные в соответствии с выражением (3), и на основе алгоритма (4) (сплошные линии), рассчитанные в соответствии с выражением (5) работы [18]. Расчеты соответствуют  $F = 10^{-6}$ ,  $N = 20$ , отношению несущих частот  $r_2 = f_2 / f_1 = 0,95$  и равномерному распределению излучаемой мощности между частотными каналами, при котором  $q_l = q / L$ , где  $q$  – отношение суммарной мощности многочастотного сигнала к шуму. Кроме того, при расчете использовались совместные флуктуации сигнала ( $\rho_l(j, k) = 1$ ), которые являются предельным случаем рассмотренных в [17] медленных флуктуаций, описываемых экспоненциальной функцией корреляции  $\rho_l(j, k) = \exp(-\pi \Delta f_l T |j - k|)$ . Отличия в величине пороговых отношений сигнал/шум для обеих моделей флуктуаций при нормированной ширине спектра  $\Delta f_l T \leq 0,01$ ,  $D = 0,9$  и  $L > 1$  не превосходит долей децибела. Теоретические результаты подтверждаются отмеченными символами (\*) данными имитационного моделирования, соответствующими системе обработки на основе алгоритма (4).

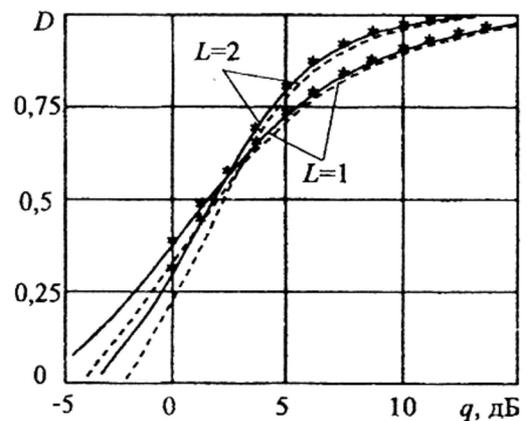


Рис. 1. Характеристики обнаружения систем обработки многочастотного сигнала

Из сравнения сплошных и штриховых кривых на рис. 1 следует, что адаптация к априорно неизвестным величинам  $\varphi_l$  в алгоритме (1) приводит к незначительным (не более 0,1 дБ при  $D = 0,9$  и не более 1 дБ при  $D = 0,5$ ) проигрышам в величине порогового отношения сигнал/шум. Аналогичная ситуация имеет место и при  $L > 2$ . Уменьшение потерь в пороговом отношении сигнал/шум с ростом  $q_l$  связано с тем, что величина дисперсии  $\sigma_{\varphi_l}^2$  в каждом частотном канале, которая характеризует точность измерения, обратно пропорциональна отношению сигнал/шум  $q$ . Кроме того, применение многочастотного сигнала позволяет уменьшить известные потери при больших вероятностях обнаружения, присущие медленным флюктуациям одночастотного сигнала, поскольку вероятность замирания сигнала на двух и более частотах оказывается ниже, чем на одной.

Для сравнения определим характеристики обнаружения системы с некогерентным накоплением в каждом частотном канале. Алгоритм обработки в этом случае имеет вид

$$u = \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^N |U_j^{(l)}|^2 = \sum_{l=1}^L U_l^{T*} \mathbf{Q} U_l, \quad (5)$$

где  $\mathbf{Q}$  – матрица обработки, при равновесном накоплении равная единичной, т. е.  $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ .

Используя метод собственных значений в случае отсутствия сигнала получаем:  $\lambda_j^{(l)} = 1, j = \overline{1, N}, l = \overline{1, L}$ , при наличии сигнала  $\lambda_2^{(l)} = \lambda_3^{(l)} = \dots = \lambda_N^{(l)} = 1, \lambda_1^{(l)} = \lambda_1 = 1 + Nq_l$ . Воспользовавшись соотношением (5) в работе [18] для данного случая, находим выражения для вероятностей ложной тревоги  $F$  и правильного обнаружения  $D$

$$F = \exp(-u_0) \sum_{m=0}^{LN-1} \frac{u_0^m}{m!},$$

$$D = F + C^{LN-1} \exp\left(-\frac{u_0}{\lambda_1}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{u_0}{C}\right) \sum_{m=0}^{LN-1} \frac{(u_0/C)^m}{m!}\right],$$

где  $C = \lambda_1 / (\lambda_1 - 1)$ .

На рис. 2 приведены зависимости порогового отношения сигнал/шум от числа частотных каналов для  $D = 0,9$  и  $D = 0,5$ , рассчитанные при  $r_l = 1 - 0,05(l - 1)$

и тех же значениях  $N$  и  $F$ . Кривые 1 соответствуют алгоритму (4) на основе одноканального когерентного накопления, а кривые 2 – алгоритму (5) на основе некогерентного накопления. Штриховые кривые соответствуют адаптивной системе обработки многочастотных сигналов. Из представленных на рис. 2 графиков видно, что применение многочастотных сигналов при больших вероятностях ( $D \geq 0,9$ ) позволяет получить энергетический выигрыш до 3 дБ (кривая 1 при  $L = 3$ ) по сравнению с одночастотным сигналом, при этом существует оптимальное число частотных каналов  $L = 2 \dots 4$ . При  $D \leq 0,5$  применение многочастотных сигналов не при-

водит к энергетическим выигрышам. Кроме того, по сравнению с известным алгоритмом обработки многочастотного сигнала (кривая 2 при  $D = 0,9$ ), рассматриваемая многочастотная система обработки имеет выигрыш равный 2,5 дБ при  $L = 2 \dots 4$ .

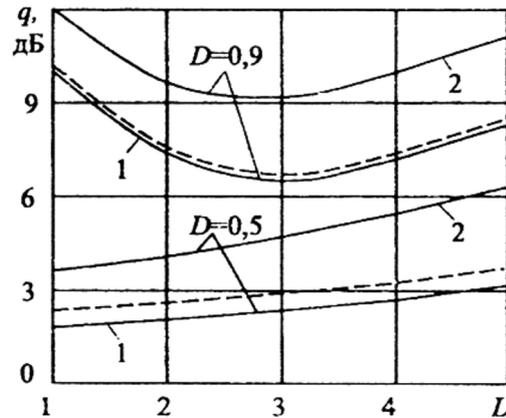


Рис. 2. Зависимости порогового отношения сигнал/шум от числа частотных каналов

### Анализ точности измерения

Применение совместной обработки частотных составляющих, соответствующих различным несущим частотам многочастотного сигнала, позволяет определять разности доплеровских фаз соседних частотных каналов, что приводит к расширению интервала однозначного измерения радиальной скорости цели в случае когерентно-импульсных сигналов высокой скважности. Полученный в работе [17] на основе метода максимального правдоподобия алгоритм оценивания разности доплеровских сдвигов фаз соседних частотных каналов имеет вид

$$\Delta \hat{\varphi} = \arg \sum_{l=1}^{L-1} X_l X_{l+1}^* = \arctg \left( \frac{\text{Im} \sum_{l=1}^{L-1} X_l X_{l+1}^*}{\text{Re} \sum_{l=1}^{L-1} X_l X_{l+1}^*} \right), \quad (6)$$

Алгоритм (6) позволяет получать оценку максимального правдоподобия среднего значения доплеровского сдвига фазы, соответствующего разностной частоте, которая также асимптотически эффективна и распределена асимптотически нормально. Для определения дисперсии оценки используем выражение Крамера-Рао

$$\sigma_{\Delta \varphi}^2 = - \left[ \partial^2 \ln P_{\text{сш}}(\{\mathbf{U}_l\} / \Delta \varphi) / \partial \Delta \varphi^2 \right]^{-1}, \quad (7)$$

где функция правдоподобия  $P_{\text{сш}}(\{\mathbf{U}_l\} / \Delta \varphi)$  при статистической независимости частотных составляющих многочастотного сигнала определяется в виде произведения функций правдоподобия (2), т.е.

$$P_{\text{сш}}(\{\mathbf{U}_l\} / \Delta \varphi) = \prod_{l=1}^L P_{\text{сш}}(\mathbf{U}_l / \Delta \varphi_l).$$

В общем случае после соответствующих вычислений в выражении (7) с учетом того, что  $\varphi_1 = \varphi_2 + \Delta \varphi$  и  $\varphi_l = \varphi_{l-1} - \Delta \varphi$  при  $l \geq 2$  получим

$$\sigma_{\Delta \varphi}^2 = - \left[ \partial^2 \ln P_{\text{сш}}(\{\mathbf{U}_l\} / \Delta \varphi) / \partial \Delta \varphi^2 \right]^{-1} =$$

$$= \left[ \sum_{l=1}^L \text{sp}(\mathbf{B}_l \mathbf{R}_l^*) / \det \mathbf{R}_l \right]^{-1} \quad (8)$$

На рис. 3 сплошными кривыми приведены зависимости среднеквадратичных величин  $\sigma_{\Delta\varphi}$  от отношения сигнал/шум, которые рассчитаны в соответствии с выражением (8) и характеризуют точность измерения радиальной скорости цели, связанной с оценкой  $\Delta\hat{\varphi}$  выражением (11) работы [17]. Зависимости рассчитаны при значениях параметров, аналогичных предыдущему анализу.

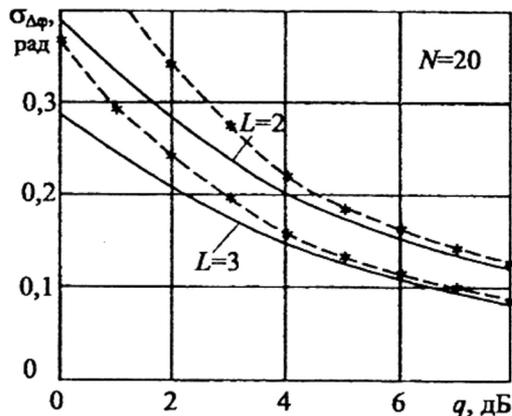


Рис. 3. Зависимости среднеквадратичных величин  $\sigma_{\Delta\varphi}$  от отношения сигнал/шум

Теоретические результаты с ростом  $q$  совпадают с данными имитационного моделирования (штриховые кривые), что подтверждает асимптотический характер оценок максимального правдоподобия. Применение многочастотного сигнала, состоящего из статистически независимых частотных составляющих, позволяет не только однозначно измерять радиальную скорость цели во всем диапазоне скоростей, но и позволяет по сравнению с двухчастотным сигналом, как видно из сравнения приведенных зависимостей, повысить точность измерения даже при сравнительно низком отношении сигнал/шум  $q < 0$  дБ.

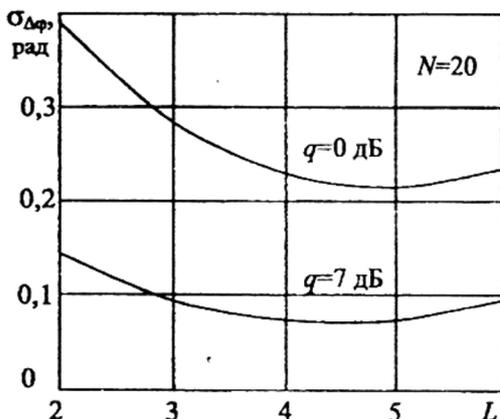


Рис. 4. Зависимости среднеквадратичных величин  $\sigma_{\Delta\varphi}$  от числа частотных каналов

На рис. 4 приведены зависимости среднеквадратичных величин  $\sigma_{\Delta\varphi}$  от числа несущих частот (частотных каналов). Приведенные зависимости показывают, что с точки зрения точности измерения существует опти-

мальное число частотных каналов, которое для рассматриваемого случая соответствует  $L = 4 \dots 5$  и повышению точности измерения по сравнению с двухчастотным сигналом в 1,8...2 раза. Дальнейшее увеличение количества несущих частот  $L$ , в алгоритме (6) приводит к существенному дроблению излучаемой мощности между частотными составляющими. При этом снижается точность измерения доплеровского сдвига фазы в каждом частотном канале, что подтверждается проведенным анализом. С учетом зависимостей для порогового отношения сигнал/шум (рис. 2) следует, что оптимальное число частотных каналов при совместном обнаружении-измерении составляет  $L = 3 \dots 4$ .

## Заключение

Таким образом, проведенный анализ эффективности обнаружения-измерения многочастотных сигналов показывает, что предложенные системы обработки на основе объединения результатов одноканального когерентного накопления произведений комплексно-сопряженных отсчетов в каждом частотном канале позволяют при оптимальном числе каналов получить энергетические выигрыши по сравнению с одночастотными системами и многочастотными системами на основе некогерентного накопления, а так же повысить точность однозначного измерения радиальной скорости цели.

## Литература

- Skolnik M.I. Introduction to Radar System, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001. 862 p.
- Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. 924 p.
- Melvin W. L., Scheer J.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Advanced Techniques. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013. 846 p.
- Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. М.И. Сколника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. 672 с.
- Попов Д.И. Адаптация нерекурсивных режекторных фильтров. Известия вузов. Радиоэлектроника. 2009. Т. 52. № 4. С. 46-55.
- Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 30-33.
- Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы многочастотных пассивных помех. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 65. С. 32-37.
- Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 32-37.
- Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа. Цифровая обработка сигналов. 2016. № 2. С. 53-56.
- Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с действительными весовыми коэффициентами. Цифровая обработка сигналов. 2017. № 1. С. 22-26.
- Попов Д.И. Оптимизация нерекурсивных режекторных фильтров с частичной адаптацией. Цифровая обработка сигналов. 2018. № 1. С. 28-32.

12. Попов Д.И. Оптимизация режекторных фильтров по вероятностному критерию. Цифровая обработка сигналов. 2021. № 1. С. 55-58.

13. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. Киев: КВиЦ, 2000. 428 с.

14. Цифровая обработка сигналов в многофункциональных радиолокациях. Методы. Алгоритмы. Аппаратура: монография / под ред. Г.В. Зайцева. М.: Радиотехника, 2015. 376 с.

15. Клочко В.К., Кузнецов В.П., Левитин А.В. и др. Алгоритмы определения координат движущихся целей на базе многоканальной доплеровской РЛС. Вестник

Рязанского государственного радиотехнического университета. 2015. № 53. С. 3-10.

16. Клочко В.К., Кузнецов В.П., Ву Ба Хунг. Оценка параметров радиосигналов от подвижных маломощных объектов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2022. № 80. С. 12-23.

17. Попов Д.И., Белокрылов А.Г. Синтез обнаружителей-измерителей многочастотных сигналов. Известия вузов. Радиоэлектроника. 2001. Т. 44. № 11. С. 33-40.

18. Попов Д.И. Анализ многоканальных обнаружителей многочастотных сигналов. Цифровая обработка сигналов. 2023. № 2. С. 49-53.

## НОВЫЕ КНИГИ



**Косичкина Т.П., Сперанский В.С.**

**Цифровые сигнальные процессоры и их применение в системах телекоммуникаций и электроники: Учебное пособие для вузов М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2022 г. 316 с.: ил.**

Рассмотрены вопросы теории и практики использования цифровых сигнальных процессоров. Описаны основные операции цифровой обработки сигналов, структура, архитектура, классификация и характеристики современных процессоров. Представлен обзор процессоров ведущих фирм-производителей: Analog Devices, Ceva, Feccsale, Texas Instruments. Отдельная глава посвящена российским цифровым процессорам. Существенное внимание уделено многоядерным процессорам и их характеристикам. В разделе, связанном с программируемыми логическими микросхемами и системами на кристалле показаны возможности их использования в качестве сигнальных процессоров. Даны примеры реализации цифровых устройств с помощью САПР на языке программирования VHDL, рассмотрены его элементы. В приложениях даны примеры реализации формирователей двоичных последовательностей, генераторов сигналов и медианных фильтров.

Для студентов радиотехнических и инфокоммуникационных специальностей, будет полезна аспирантам и специалистам.

## Уважаемые коллеги!

*Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).*

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом 200 экз.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в базу данных Web of Science – Russian Science Citation Index.

### Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

- № 1 март 2024 г. Тематический выпуск: «ЦОС в инфокоммуникационных системах».
- № 2 июнь 2024 г. Тематический выпуск по материалам 26-й Международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».
- № 3 сентябрь 2024 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».
- № 4 декабрь 2024 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

### Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

- 4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.
- 2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.
- 1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора  
д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: [vityazev.v.v@rsreu.ru](mailto:vityazev.v.v@rsreu.ru) или [info@dspa.ru](mailto:info@dspa.ru)

## ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ МНОГОПУТЕВАЯ МАРШРУТИЗАЦИЯ В ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЯХ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ РОЯ СВЕТЛЯЧКОВ

*Перепелкин Д.А., д.т.н., доцент, декан факультета вычислительной техники Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: perpelkin.d.a@rsreu.ru*

*Нгуен В.Т., аспирант Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: nguyenvantinsreu@gmail.com*

## INTELLIGENT MULTIPATH ROUTING IN SOFTWARE DEFINED NETWORKS BASED ON FIREFLY SWARM BEHAVIOR MODEL

*Perepelkin D.A., Nguyen V.T.*

*Software defined networks (SDN) is a new architectural approach that separates network management from low-level data transfer functions. This approach makes it possible to make network management completely programmable, and abstract applications and network services from the network infrastructure. SDN have a number of advantages over traditional networks: they are flexibly manageable, dynamic, adaptive, and allow efficient use of physical equipment. The concept of multipath routing in the SDN allows reducing congestion in the network by redistributing network traffic and ensuring a given level of quality of service. The aim of the work is to develop a scientific approach to intelligent multipath routing in SDN based on the firefly swarm behavior model. The article studies and analyzes the model and algorithm of a swarm of fireflies for solving the problem of multipath routing in the SDN. A visual software system SDNLoadBalancer has been developed and an experimental SDN topology has been designed, which makes it possible to study in detail the processes of multipath routing in the SDN based on the proposed approach. The paper compares the proposed approach with the results of the work of the classical genetic algorithm and the artificial bee colony algorithm. The results of experimental studies have shown the effectiveness of the application of the firefly swarm model and algorithm in solving the problem of multipath routing in the SDN, made it possible to obtain results close to optimal, and also reduce the transmission delay jitter in the network.*

**Key words:** software defined networks, SDNLoadBalancer, intelligent routing, multipath routing, swarm intelligence, firefly algorithm, firefly swarm.

**Ключевые слова:** программно-конфигурируемые сети, SDNLoadBalancer, интеллектуальная маршрутизация, многопутевая маршрутизация, роевой интеллект, алгоритм светлячков, рой светлячков.

### Введение

В настоящее время ПКС органично вписались в многообразие современных трендовых технологий, таких как облачные вычисления, граничные вычисления, Интернет вещей и туманные вычисления. При соответствующих конфигурациях ПКС способны привести к выигрышам в каждой из указанных технологий [1-3].

С быстрым развитием сети Интернета спрос на передачу видеоданных резко возрастает, и потоковое видео обычно занимает большую долю пропускной способности в сети. При перегрузке каналов связи в сети происходит потеря пакетов данных. Для традиционной однопутевой маршрутизации ресурсы пропускной способности других каналов за пределами транспортно-путного пути простаивают в процессе передачи потокового видео. Применение методов многопутевой маршрутизации и балансировки потоков данных в ПКС позволяет устранить данные ограничения, обеспечить заданный уровень качества сервиса в сети и распределить потоки данных по сети

*Программно-конфигурируемые сети (ПКС) – это новый архитектурный подход, отделяющий управление сетью от низкоуровневых функций передачи данных. Данный подход позволяет сделать управление сетью полностью программируемым, а прикладные приложения и сетевые службы абстрагировать от инфраструктуры сети. ПКС имеют ряд преимуществ по сравнению с традиционными сетями: гибко управляемы, динамичны, адаптивны, позволяют эффективно использовать физическое оборудование. Концепция многопутевой маршрутизации в ПКС позволяет уменьшить перегрузку в сети за счет перераспределения сетевого трафика и обеспечить заданный уровень качества сервиса. Цель работы – разработка научного подхода интеллектуальной многопутевой маршрутизации в ПКС на основе модели поведения роя светлячков. В статье проведено исследование и анализ модели и алгоритма роя светлячков для решения задачи многопутевой маршрутизации в ПКС. Разработана визуальная программная система SDNLoadBalancer и спроектирована экспериментальная топология ПКС, позволяющая детально исследовать процессы многопутевой маршрутизации в ПКС на основе предложенного подхода. В работе выполнено сравнение предложенного подхода с результатами работы классического генетического алгоритма и алгоритма искусственной пчелиной колонии. Результаты экспериментальных исследований показали эффективность применения модели и алгоритма роя светлячков при решении задачи многопутевой маршрутизации в ПКС, позволили получить близкие к оптимальным результаты, а также уменьшить джиттер задержки передачи в сети.*

оптимальным образом. В данной статье для решения задачи многопутевой маршрутизации в ПКС предлагается

использовать интеллектуальный метод роевой оптимизации на основе модели поведения роя светлячков.

### Теоретические исследования

В работе [4] был предложен алгоритм двунаправленного поиска множества путей на основе вспомогательного графа. В работах [5, 6] предложены алгоритмы маршрутизации для обеспечения качества сервиса в ПКС на основе генетического алгоритма и алгоритма муравьиной колонии. Анализ различных метрик каналов связи в процессе маршрутизации изучен и рассмотрен в работах [7, 8]. В работе [9] предложен подход к многопутевой маршрутизации, основанный на структуре ПКС для удовлетворения QoS, необходимого для различных видов трафика. Данный подход учитывает доступную полосу пропускания и задержки для выбора наилучшего пути. Адаптивная схема многопутевой маршрутизации, основанная как на активном опросе, так и на прогнозировании трафика предложена в [10]. В работе [11] предлагается метод балансировки трафика, который за счет централизованного метода генерации маршрутной информации в ПКС-контроллере и использования многопутевой маршрутизации упрощает реконфигурацию трафика и обеспечивает максимально равномерную загрузку сети. В работе [12] предложен алгоритм многопутевой маршрутизации, позволяющий повысить производительность сети за счет уменьшения объема служебных пакетов. В работе [13] предложен метод централизованного формирования маршрутной информации в распределенных центрах обработки данных на основе технологии ПКС, позволяющий избежать реорганизации маршрутной информации для ранее созданных участков маршрута. В работе [14] рассматривается концептуальный подход динамического формирования трафика программно-конфигурируемых телекоммуникационных сетей с балансировкой нагрузки. Визуальная среда и программная инфраструктура для распределенной обработки данных представлены в работе [15]. Подходы к динамическому управлению трафиком в облачной инфраструктуре программно-конфигурируемых сетей и центров обработки данных рассматриваются в работах [16-18]. Подходы интеллектуальной многопутевой маршрутизации в ПКС на основе методов роевой оптимизации предложены в работах [19-22].

Таким образом, актуальной научной задачей является разработка новых моделей и алгоритмов интеллектуальной многопутевой маршрутизации в ПКС на основе методов роевой оптимизации.

### Алгоритм поведения роя светлячков

Алгоритм поведения роя светлячков – это метаэвристический алгоритм, вдохновленный естественной биологией, для решения задач оптимизации. Алгоритм вдохновлен ночным мигающим поведением светлячков. Алгоритм основан на трех правилах, используемых при построении модели. Первое правило заключается в том, что любой светлячок может быть привлечен к любому другому более яркому. Второе правило – яркость светлячка определяется из закодированной целевой функции. Третье правило – привлекательность прямо

пропорциональна яркости, но уменьшается с расстоянием, и светлячок будет двигаться в сторону более яркого. Схема алгоритма роя светлячков приведена на рис. 1.

**Шаг 1.** Инициализация начальных параметров  $N$ ,  $Max$ ,  $K_{paths}$ ,  $\gamma$ ,  $\beta_0$ ,  $\alpha_0$ , где  $N$  – число светлячков (размер популяции);  $Max$  – число итераций;  $K_{paths}$  – число кратчайших путей;  $\gamma$  – коэффициент поглощения;  $\beta_0$  – фактор яркости светлячка;  $\alpha_0$  – параметр, контролирующий размер шага.

**Шаг 2.** Инициализация начальной позиции светлячков.

Начальная популяция представляется следующим образом:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_N].$$

Начальная позиция  $i$ -го светлячка ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) генерируется случайным и представляется следующим образом:

$$x_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n}],$$

$$x_{i,j} \in [-1.0, 1.0], \quad j \in (1, 2, \dots, n),$$

где  $n$  – число узлов графа.

**Шаг 3.** Оценка яркости (приспособленности) светлячков.

Функция оценки яркости определяется как:

$$f(x_i) = \frac{1}{w(x_i)},$$

где  $f(x_i)$  вычисляет значение яркости  $i$ -го светлячка и  $w(x_i)$  вычисляет значение длины пути соответствующей позиции  $x_i$ .

**Шаг 4.** Инициализация начального значения счетчика итерации  $k = 1$ .

**Шаг 5.** Размер шага перемещения светлячков уменьшается по каждой итерации

$$\alpha = \alpha_0 \theta^k,$$

где  $\theta \in [0.9, 0.99]$  – константа, характеризующая скорость уменьшения  $\alpha$ .

**Шаг 6.** Перемещение светлячков.

for  $i = 1 : N$

for  $j = 1 : N$

**Подшаг 6.1.** Вычисление размера шага

$$A_{ij} = 2 \times \alpha \times \left( e - \frac{1}{2} \right),$$

где  $e$  – случайное число в интервале (0, 1).

if  $(f(x_j) > f(x_i))$

**Подшаг 6.2.** Вычисление расстояния между светлячками  $i$  и  $j$

$$r_{ij} = \sqrt{\sum_{d=1}^n (x_{id} - x_{jd})^2}.$$

**Подшаг 6.3.** Оценка привлекательности между светлячками  $i$  и  $j$

$$B_{ij} = \beta_0 \times e^{-\gamma \times r_{ij}^2}.$$

**Подшаг 6.4.**  $i$ -й светлячок перемещается к  $j$ -у

светлячку

$$x_i = x_i + B_{ij} \times (x_j - x_i) + A_{ij}.$$

else

**Подшаг 6.5.**  $i$ -й светлячок случайно перемещается

$$x_i = x_i + A_{ij}.$$

end if

**Подшаг 6.6.** Обновление яркости  $i$ -го светлячка

end for  $i$

end for  $j$

**Шаг 7.** Сортировка популяции по значению яркости (по длине пути).

**Шаг 8.** Отбор  $K\_paths$  кратчайших путей и добавление их в список кандидатов  $R$ .

**Шаг 9.** Увеличение значения счетчика итерации на единицу  $k = k + 1$ .

**Шаг 10.** Проверка условия остановки.

Если  $k < Max$ , то вернуться к шагу 5.

Если  $k = Max$ , то перейти к шагу 11.

**Шаг 11.** Сортировка списка кандидатов  $R$  по значению яркости (по длине пути).

**Шаг 12.** Отбор  $K\_paths$  кратчайших путей.

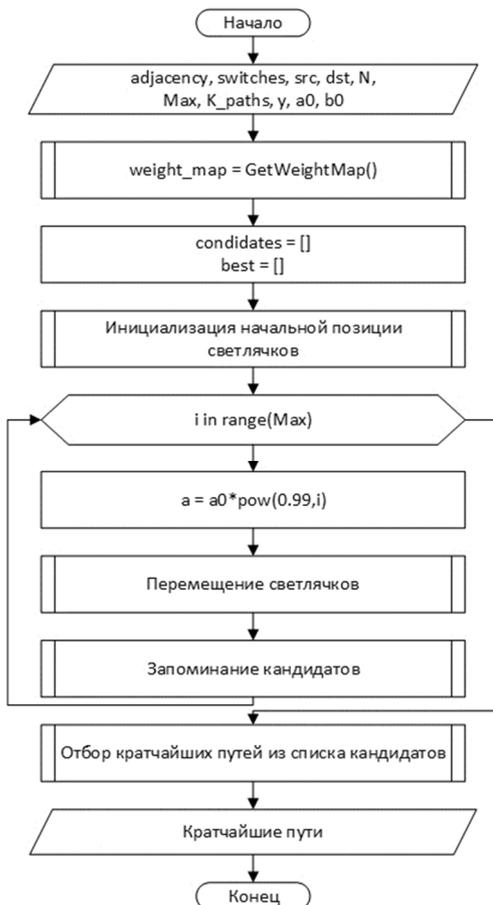


Рис. 1. Схема алгоритма поведения роя светлячков

## Экспериментальное исследование

Для оценки эффективности алгоритма роя светлячков для решения задач многопутевой маршрутизации в ПКС была разработана виртуальная среда SDNLoadBalancer на языке C++ в свободной IDE Qt Creator. Визуальная среда позволила спроектировать экспериментальные топологии ПКС, включающие основные компоненты, такие как маршрутизаторы, контроллеры и серверы, а также каналы связи между ними. Для проверки подключения и параметров сети предложено использовать сетевой эмулятор Mininet и контроллер Ryu. Визуальная среда SDNLoadBalancer позволяет сгенерировать сценарий на языке Python для запуска эмулятора Mininet. В данной работе исследовалась сетевая топология, состоящая из 50 узлов и 120 ребер.

Алгоритм роя светлячков – это интеллектуальный роевой алгоритм, который имитирует мерцающее поведение светлячков. Чтобы наиболее точно оценить эффективность алгоритма роя светлячков при поиске кратчайших путей, в работе выполнено сравнение алгоритма с классическим алгоритмом Йена. В табл. 1 показаны кратчайшие пути, найденные с помощью алгоритма Йена.

На рис. 3 показаны результаты алгоритма роя светлячков в визуальной среде SDNLoadBalancer. Полученные маршруты отмечены разными цветами.

На рис. 4 и 9 показаны результаты работы рассматриваемых алгоритмов:  $Parameters$  – параметры алгоритма;  $Algorithm$  – тип алгоритма;  $K\_paths$  – число кратчайших путей,  $CD$  – общая длина, т.е. общая маршрутная метрика всех доступных маршрутов между коммутатором-источником и коммутатором-получателем,  $Ds$  – длина маршрута,  $I$  – доля информации, проходящей через маршрут,  $AV$  – среднее значение каналов, входящих в маршрут,  $SD$  – квадратичное отклонение каналов, входящих в маршрут,  $MxVL$  – максимальное значение канала в маршруте,  $MnVL$  – минимальное значение канала в маршруте,  $J$  – отклонение значения длины текущего маршрута от длины оптимального маршрута.

Рассмотрим влияние размера популяции на эффективность работы алгоритма роя светлячков. Из рисунка выше видно, что чем больше размер популяции, тем лучше получаемые результаты. При  $N=20$  предлагаемый алгоритм позволяет найти десять маршрутов, общая длина которых меньше, чем при  $N=10$  и  $N=15$  ( $CD = 1680 < 1710 < 1775$ ). Хотя рассматриваемые размеры популяций существенно не отличались друг от друга, они демонстрировали существенно разные результаты. Длины каждого маршрута, найденного во всех трех случаях, показаны на рис. 5.

Из-за случайности алгоритма роя светлячков каждый новый запуск алгоритма будет показывать разные результаты. Поэтому в работе предложено запустить алгоритм 50 раз, чтобы проверить, сколько раз были найдены маршруты в соответствии с табл. 1, а также оценить время выполнения алгоритма при каждом запуске. Полученные результаты приведены на рис. 6-8.

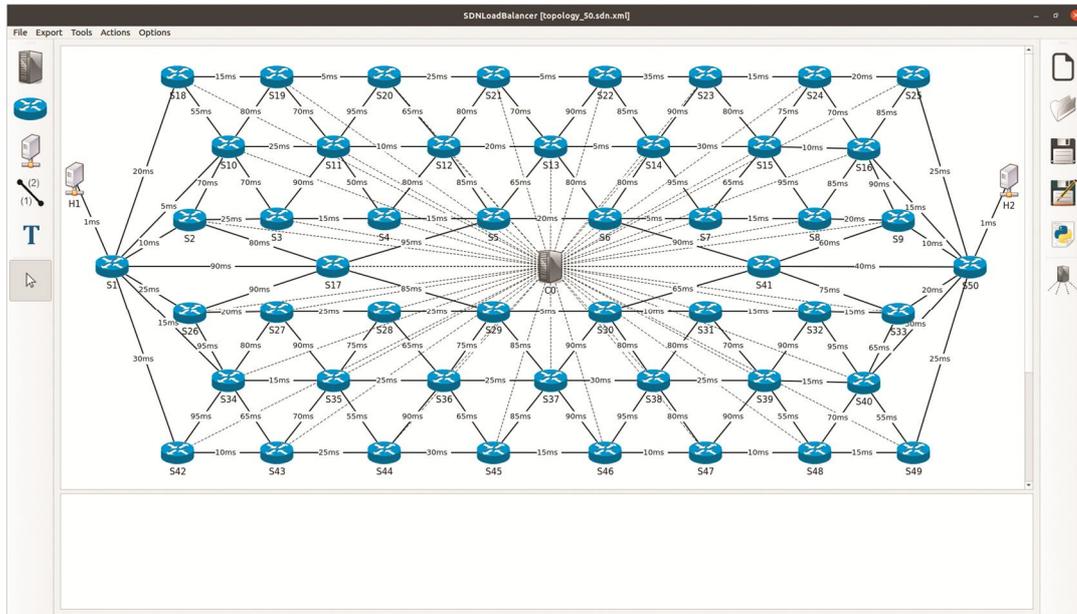


Рис. 2. Топология ПКС из 50 узлов и 120 ребер

Таблица 1. Результат работы алгоритма Йена

№	Кратчайшие пути	Стоимость (вес)
1	1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 50	120
2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 50	135
3	1, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 50	160
4	1, 10, 11, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 50	165
5	1, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 50	165
6	1, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50	170
7	1, 10, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 50	175
8	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 15, 16, 50	180
9	1, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 50	180
10	1, 18, 19, 20, 12, 13, 14, 15, 16, 50	185
<b>Общая стоимость (вес) всех путей = 1635</b>		

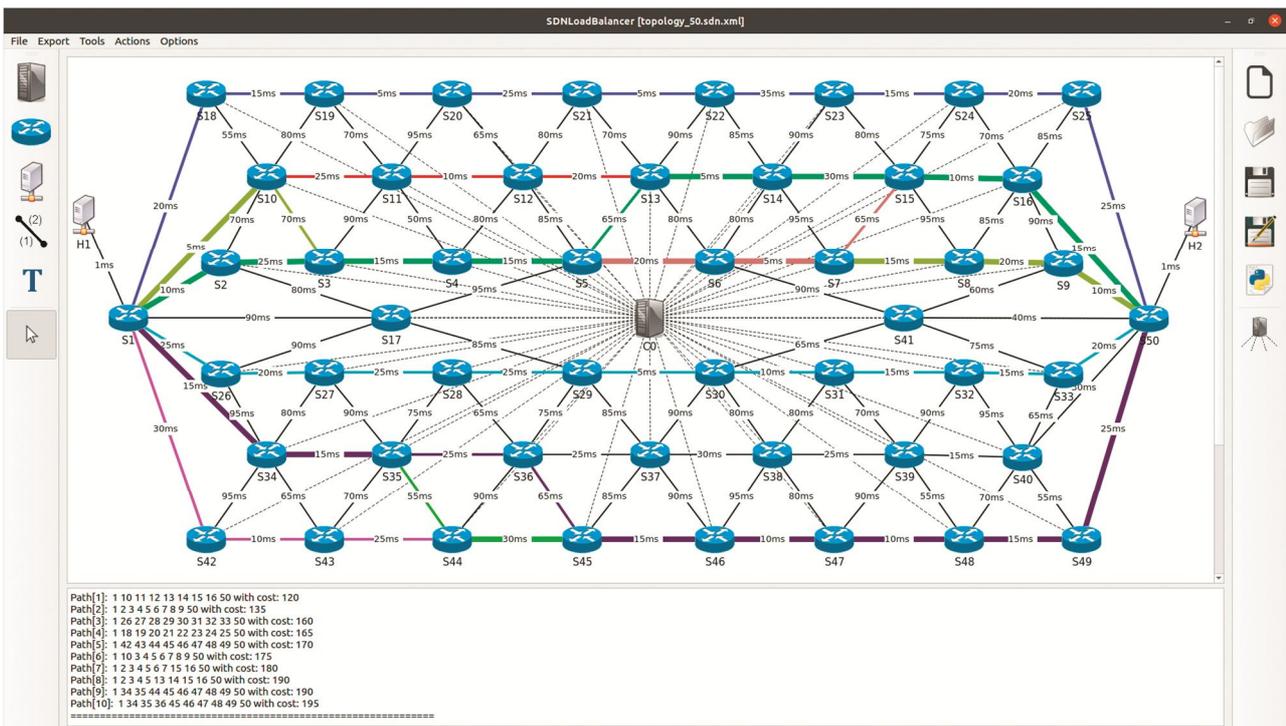


Рис. 3. Результат работы алгоритма светлячков

Result of firefly algorithm										
Parameters	K_paths	CD	Ds	I, %	AV	SD	MxVL	MnVL	J, %	
1	N=10 Max=1000	10	1775	135	12.9	15	5.8	25	5	34.15
2				160	10.9	17.8	6.7	25	5	
3				165	10.6	18.3	9.1	35	5	
4				165	10.6	18.3	12.9	50	5	
5				170	10.3	18.9	8.1	30	10	
6				185	9.4	20.6	17.4	65	5	
7				190	9.2	21.1	13.5	55	10	
8				195	9	21.7	19.6	75	5	
9				205	8.5	22.8	18.9	70	5	
10				205	8.6	29.3	17.4	65	5	
11	N=15 Max=1000	10	1710	135	12.6	15	5.8	25	5	28.95
12				160	10.6	17.8	6.7	25	5	
13				165	10.3	18.3	12.9	50	5	
14				165	10.3	18.3	9.1	35	5	
15				170	10	18.9	8.1	30	10	
16				175	9.7	19.4	18.6	70	5	
17				180	9.4	20	16.8	65	5	
18				180	9.4	22.5	6.1	30	15	
19				190	8.8	21.1	13.5	55	10	
20				190	8.9	21.1	21.8	80	5	
21	N=20 Max=1000	10	1680	120	13.7	15	8.7	30	5	38.46
22				135	12.2	15	5.8	25	5	
23				160	10.3	17.8	6.7	25	5	
24				165	10	18.3	9.1	35	5	
25				170	9.7	18.9	8.1	30	10	
26				175	9.4	19.4	18.6	70	5	
27				180	9.1	20	16.8	65	5	
28				190	8.6	21.1	17.1	65	5	
29				190	8.6	21.1	13.5	55	10	
30				195	8.4	21.7	16.2	65	10	

K\_paths = 10

Рис. 4. Результаты работы алгоритма светлячков с разными размерами популяции

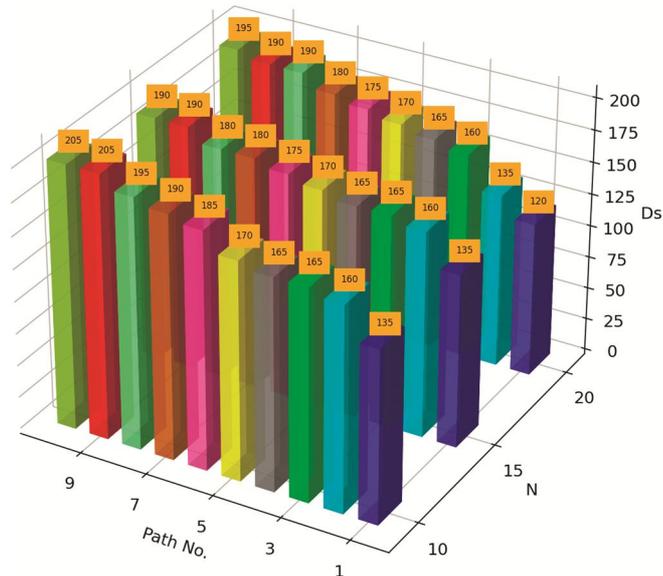


Рис. 5. Диаграмма отображения длины каждого пути

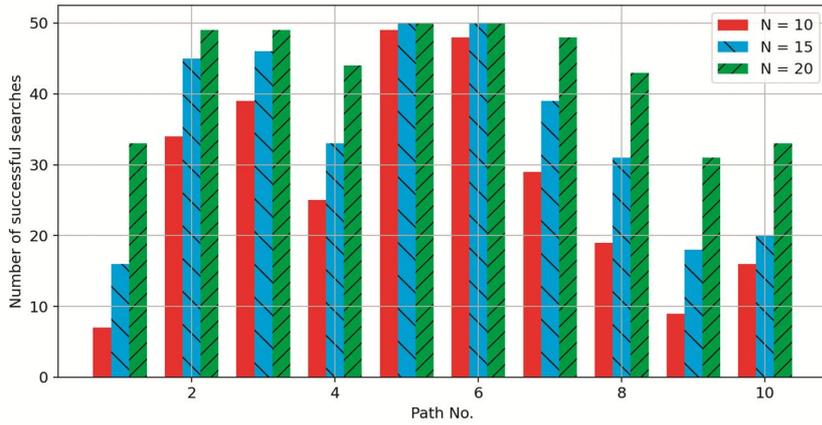


Рис. 6. Диаграмма сравнения количества успешного поиска для каждого маршрута

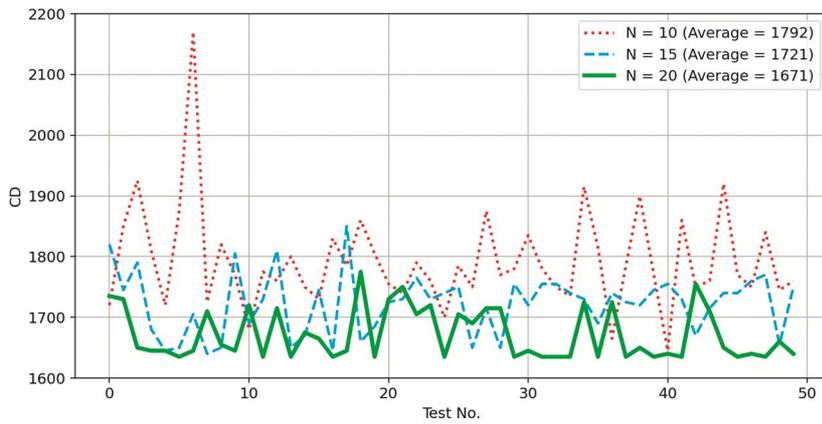


Рис. 7. График отображения значения CD для каждого запуска

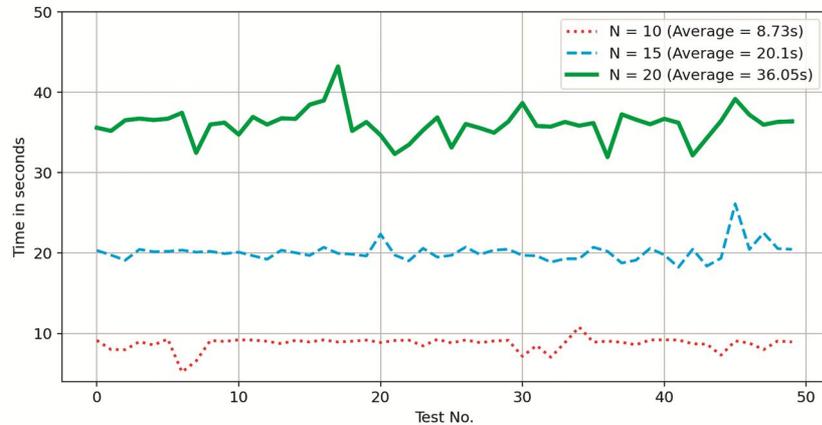


Рис. 8. Время выполнения алгоритма светлячков с разными размерами популяции

Из рис. 6 видно, что при значении  $N=20$  алгоритм роя светлячков находил маршруты по табл. 1 более точно. Аналогично, на рис. 7 при значении  $N=20$  (зеленая линия), общая длина всех маршрутов наименьшая (среднее значение ( $CD = 1671 < 1721 < 1792$ )). Однако рис. 8 показывает, что время выполнения при значении  $N=20$  самое большое, почти вдвое больше при  $N=15$  и в четыре раза больше при  $N=10$ .

Кроме того, в работе проведено экспериментальное исследование и сравнительный анализ алгоритма роя светлячков (FA) с двумя другими алгоритмами, относящимися к системе алгоритмов роевого интеллекта, а именно, с алгоритмом искусственной пчелиной колонии (ABC) и генетическим алгоритмом (GA). Параметры алгоритма роя светлячков задаются следующим образом:

$N = 20$ ;  $Max = 1000$ ;  $\gamma = 1$ ;  $\alpha_0 = 1$ ;  $\beta_0 = 1$ . Используемые параметры ABC:  $N = 20$ ;  $Max = 1000$ . Используемые параметры GA: размер популяции  $N=20$ , количество итераций  $Max = 1000$ , вероятность кроссовера  $P_c = 0.9$  и вероятность мутации  $P_m = 0.9$ .

В классическом генетическом алгоритме вероятность мутации обычно очень мала ( $0.01 \leq P_m \leq 0.1$ ). Но для задачи многопутевой маршрутизации большая вероятность мутации создает разнообразие для популяции, тем самым давая лучшие результаты.

Из рис. 11 и 12 видно, что алгоритм роя светлячков находил кратчайшие пути и показывал лучшие результаты, чем алгоритм искусственной пчелиной колонии и генетический алгоритм:  $CD = 1645 < 1765 < 2335$ .

Result of firefly algorithm										
Algorithm	K_paths	CD	Ds	I, %	AV	SD	MxVL	MnVL	J, %	
1	FA	10	1645	120	13.5	15	8.7	30	5	36.84
2				135	12	15	5.8	25	5	
3				160	10.1	17.8	6.7	25	5	
4				165	9.8	18.3	12.9	50	5	
5				165	9.8	18.3	9.1	35	5	
6				170	9.5	18.9	8.1	30	10	
7				175	9.2	19.4	18.6	70	5	
8				180	9	22.5	6.1	30	15	
9				185	8.7	20.6	17.4	65	5	
10				190	8.4	21.1	13.5	55	10	
11	ABC	10	1765	135	12.9	15	5.8	25	5	34.15
12				160	10.9	17.8	6.7	25	5	
13				165	10.5	18.3	9.1	35	5	
14				165	10.5	18.3	12.9	50	5	
15				170	10.2	18.9	8.1	30	10	
16				175	9.9	19.4	18.6	70	5	
17				190	9.1	21.1	13.5	55	10	
18				195	8.9	21.7	16.2	65	10	
19				205	8.5	20.5	14.9	55	5	
20				205	8.6	22.8	18.9	70	5	
21	GA	10	2335	160	14.3	17.8	6.7	25	5	38.46
22				205	11.2	29.3	17.4	65	5	
23				225	10.2	25	17.6	70	5	
24				235	9.7	23.5	15.7	65	5	
25				235	9.7	29.4	20.4	65	5	
26				250	9.2	27.8	25	95	5	
27				250	9.2	27.8	19.7	80	5	
28				255	9	25.5	18.9	75	5	
29				260	8.7	26	22.6	90	5	
30				260	8.8	26	19.5	80	5	

K\_paths = 10

Рис. 9. Результаты работы алгоритмов FA, ABC и GA

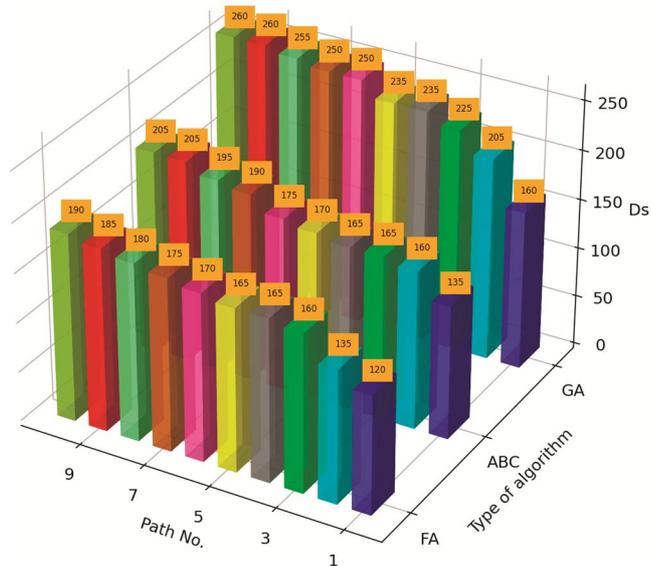


Рис. 10. Диаграмма отображения длины каждого пути

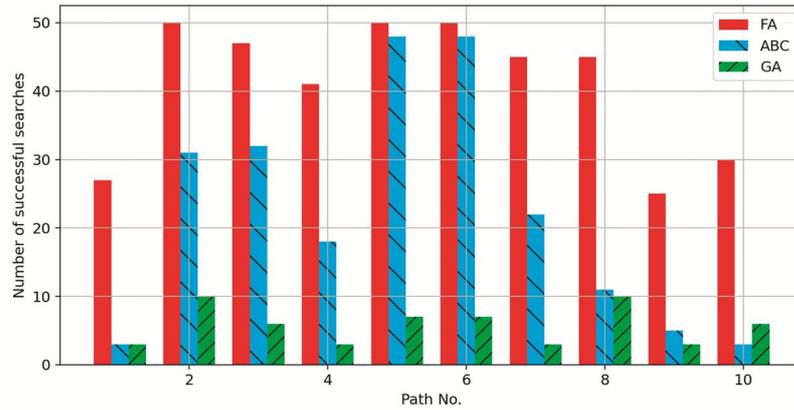


Рис. 11. Диаграмма сравнения алгоритмов FA, ABC и GA

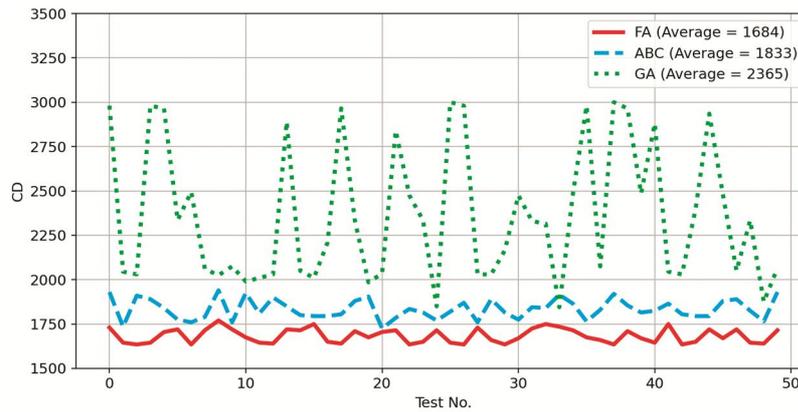


Рис. 12. График сравнения между FA, ABC и GA по значению CD

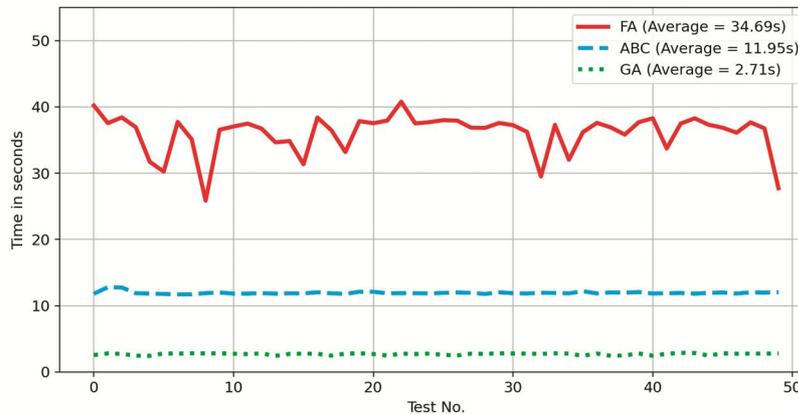


Рис. 13. График сравнения алгоритмов FA, ABC и GA по времени выполнения

На рис. 11 показано, что алгоритм роя светлячков находил оптимальные маршруты более точно по сравнению с двумя другими рассматриваемыми алгоритмами. На рис. 12 показано, что алгоритм роя светлячков (красная линия) имеет наименьшее значение по длине всех найденных маршрутов для каждого запуска алгоритма. Среднее значение CD после 50 запусков алгоритма роя светлячков также ниже, чем у алгоритма искусственной пчелиной колонии и генетического алгоритма. Однако время выполнения предложенного алгоритма самое высокое (рис. 13).

### Заключение

В работе предложен подход интеллектуальной многопутевой маршрутизации в ПКС на основе модели поведения роя светлячков. Алгоритм роя светлячков основан на естественной биологии и применяется для решения раз-

личных задач оптимизации. Алгоритм вдохновлен ночным мигающим поведением светлячков. В статье спроектирована экспериментальная топология ПКС и разработана визуальная программная система SDNLoadBalancer, позволяющая детально исследовать процессы многопутевой маршрутизации в ПКС на основе предложенного подхода. Также в работе выполнено сравнение предложенного подхода с результатами работы алгоритма Йена, генетического алгоритма и алгоритма искусственной пчелиной колонии. Результаты экспериментальных исследований показали эффективность применения модели и алгоритма поведения роя светлячков для решения задачи многопутевой маршрутизации в ПКС, позволили получить близкие к оптимальным результаты, уменьшить джиттер задержки передачи и повысить общую производительность всей сети.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ) и Правительства

### Литература

1. Корячко В.П., Перепелкин Д.А. Программно-конфигурируемые сети. Учебник для вузов. М.: Горячая линия-Телеком, 2020. 288 с.
2. Солозобов А.С. Масштабируемость и надёжность программно-конфигурируемых сетей. Информационные технологии и телекоммуникации. 2014. Т. 2. № 3. С. 111-115.
3. Коляденко Ю.Ю., Белоусова Е.Э. Программно-конфигурируемые сети на базе протокола openflow и их характеристики. ScienceRise. 2016. Т. 3. № 2 (20). С. 11-16.
4. Волков А.С., Баскаков А.Е. Разработка процедуры двунаправленного поиска для решения задачи маршрутизации в транспортных программно-конфигурируемых сетях. Труды МАИ. 2021. № 118.
5. Полежаев П.Н., Бахарева Н.Ф., Шухман А.Е. Разработка эффективного генетического алгоритма маршрутизации и обеспечения качества обслуживания для программно-конфигурируемой сети. Вестник Оренбургского государственного университета. 2015. № 1 (176). С. 229-233.
6. Полежаев П.Н., Ушаков Ю.А., Поляк Р.И., Мионов А.П. Применение методов муравьиной колонии в разработке эффективных алгоритмов маршрутизации и обеспечения QoS для корпоративных программно-конфигурируемых сетей. Интеллект. Инновации. Инвестиции. 2014. № 4. С. 106-113.
7. Koryachko V.P., Perepelkin D.A., Ivanchikova M.A., Byshov V.S., Tsyganov I.Yu. Analysis QoS Metrics in Software Defined Networks. Proceedings MECO 2017 – IEEE 6<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO-2017), 2017, pp. 374-378. DOI: 10.1109/MECO.2017.7977240.
8. Манов И.А. Эффективная многопараметрическая маршрутизация трафика в программно-конфигурируемых сетях. В сборнике: Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2019. Доклады 21-й Международной конференции. 2019. С. 215-220.
9. Venkatesh K., Srinivas L., Krishnan M.M., Shanthini A. QoS improvisation of delay sensitive communication using SDN based multipath routing for medical applications. Future Generation Computer Systems 2019; 93: 256–65.
10. Sahhaf S., Tavernier W., Colle D., Pickavet M. Adaptive and reliable multipath provisioning for media transfer in SDN-based overlay networks. Computer Communications 2017; 106: 107-16
11. Ejaz S., Iqbal Z., Shah P. A., Bukhari B. H., Ali A. Traffic load balancing using software defined networking (SDN) controller as virtualized network function. IEEE Access 2019, Vol. 7, pp. 46646-46658. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2909356.
12. K. Rajasekaran, Kannan Balasubramanian. Energy Conscious based Multipath Routing Algorithm in WSN. International Journal of Computer Network and Information Security (IJCNIS), Vol.8, No.1, pp.27-34, 2016. DOI: 10.5815/ijcnis.2016.01.04
13. Kulakov Y., Kohan A. Traffic orchestration in data center network based on software-defined networking technology. International Conference on Computer Science, Engineering and Education Applications ICCSEEA 2019: Advances in Computer Science for Engineering and Education II, pp. 228-237 (2019).
14. Перепелкин Д.А. Концептуальный подход динамического формирования трафика программно-конфигурируемых телекоммуникационных сетей с балансировкой нагрузки. Информационные технологии. 2015. Т. 21. № 8. С. 602-610.
15. Корячко В.П., Перепелкин Д.А., Иванчикова М.А., Бышов В.С., Цыганов И.Ю. Программная инфраструктура и визуальная среда распределенной обработки потоков данных в программно-конфигурируемых сетях. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 65. С. 44-54. DOI: 10.21667/1995-4565-2018-65-3-44-54.
16. Никульчев Е.В., Паяин С.В., Плужник Е.В. Динамическое управление трафиком программно-конфигурируемых сетей в облачной инфраструктуре. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 3 (45). С. 54-57.
17. Леохин Ю.Л., Фатхулин Т.Д. Оценка возможности предоставления гарантированной скорости передачи данных в программно-конфигурируемой оптической сети. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2020. № 71. С. 45-59. DOI: 10.21667/1995-4565-2020-71-45-59.
18. Ушакова М.В., Ушаков Ю.А. Исследование сети виртуальной инфраструктуры центра обработки данных с гибридной программно-конфигурируемой коммутацией. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2021. № 75. С. 34-43. DOI: 10.21667/1995-4565-2021-75-34-43.
19. Перепелкин Д.А., Нгуен В.Т. Исследование и анализ процессов многопутевой маршрутизации и балансировки потоков данных в программно-конфигурируемых сетях на основе генетического алгоритма. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2022. № 79. С. 31-48. DOI: 10.21667/1995-4565-2022-79-31-48.
20. Перепелкин Д.А., Нгуен В.Т. Интеллектуальная многопутевая маршрутизация в программно-конфигурируемых сетях на основе алгоритма искусственной пчелиной колонии. Информационные технологии. 2022. Т. 28. № 8. С. 395-404. DOI: 10.17587/it.28.395-404.
21. Перепелкин Д.А., Иванчикова М.А., Нгуен В.Т. Интеллектуальная многопутевая маршрутизация в программно-конфигурируемых сетях на основе алгоритмов оптимизации муравьиной колонии. Информационные технологии. 2022. Т. 28. № 10. С. 520-528. DOI: 10.17587/it.28.520-528.
22. Перепелкин Д.А., Иванчикова М.А., Нгуен В.Т. Интеллектуальная многопутевая маршрутизация в программно-конфигурируемых сетях на основе алгоритма миграции стаи птиц. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2022. № 82. С. 44-59. DOI: 10.21667/1995-4565-2022-82-44-59.

УДК 621.396.49

## РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ И КЛАССИФИКАЦИЯ МИМО КАНАЛОВ СВЯЗИ В ТРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

*Паршин А.Ю., к.т.н., доцент, доцент кафедры РТУ Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: parshin.a.y@rsreu.ru*

*Нгуен В.Х., аспирант Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: khanhkhankpr@gmail.com*

### MODEL DEVELOPMENT AND CLASSIFICATION OF MIMO COMMUNICATION CHANNELS IN 3D COORDINATES

*Parshin A.Yu., Nguen V.Kh.*

*The work is devoted to investigation and classification of three-dimensional models of MIMO communication channels. The basis for the classification are scenarios for the location of diffusers according to the COST 259 standard. The simulation assumes the distribution of scatterers along a spheroid or ellipsoid, depending on the scenario under consideration. The positions of the scatterers are set by angular directions in the angle of the place and azimuth, as well as the distance that the signal travels when propagating between the antenna elements of the transmitting and receiving devices, taking into account the reflection from the scatterer. The paper investigates the parameters of the communication channel in the distribution of scatterers according to a uniform or Gaussian law. The correlation matrix of channel coefficients is calculated. The dependences of the dispersion of the channel coefficient on the position of the scatterers under various scenarios and types of distribution of scatterers are constructed. The correspondence of theoretical calculation and modeling is shown.*

**Key words:** geometric model of signal propagation, probability density of signal arrival angles, MIMO communication system, distribution of scatterers, three-dimensional model.

**Ключевые слова:** геометрическая модель распространения сигналов, плотность вероятности углов прихода сигналов, система связи МИМО, распределение рассеивателей, трехмерная модель.

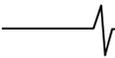
#### Введение

Организация связи в многоантенной системе выполняется в условиях многолучевого распространения сигнала при наличии рассеивателей, расположенных в различных частях пространства между передающим и приемным устройствами. Наличие препятствий приводит к искажению амплитуды и фазы принимаемого сигнала. Рассеиватели, удаленные от средств радиосвязи, оказывают меньшее влияние на возникающие фазовые и амплитудные отличия между сигналами от разных антенн передатчика, в то время как рассеиватели вблизи антенных систем радиотехнических устройств могут значительно изменить углы прихода сигналов на антенны приемника. Необходимо учитывать эти изменения при измерении матрицы канальных коэффициентов МИМО системы связи и ее использовании для повышения пропускной способности канала связи.

Для учета изменения амплитуды и фазы сигнала при распространении вводятся модели расположения рассеивателей в канале связи. Известны однокольцевая модель с равномерным размещением рассеивателей [1, 2], гауссовское распределение на плоскости и равномерное размещение рассеивателей внутри ограниченного круга [1]. Кроме того, рассматриваются трехмерные

*Посвящена разработке и классификации трехмерных моделей МИМО каналов связи. Основой для классификации являются сценарии расположения рассеивателей по стандарту COST 259. При моделировании предполагается распределение рассеивателей по сферойду или эллипсоиду в зависимости от рассматриваемого сценария. Положения рассеивателей задаются угловыми направлениями по углу места и азимуту, а также расстоянием, которое проходит сигнал при распространении между антенными элементами передающего и приемного устройств с учетом отражения от рассеивателей. Проводится исследование параметров канала связи при распределении рассеивателей по угловой координате по равномерному или гауссовскому закону. Проведен расчет корреляционной матрицы канальных коэффициентов. Получены зависимости величины дисперсии канального коэффициента от положения рассеивателей при различных сценариях и типах распределения рассеивателей. Показано соответствие теоретического расчета и моделирования.*

модели размещения рассеивателей, например, на сфере или цилиндре ограниченного радиуса [3-7]. В трехмерном случае определяющими являются углы прихода сигнала в азимутальном и угломестном направлении. Введение углов в сферических координатах при заданной длине вектора, соединяющего антенну и рассеиватель позволяет однозначно задать положение рассеивателя в пространстве. Следовательно, параметры трехмерных моделей в пространстве следует рассматривать в зависимости от распределения угловых координат. В работах [4, 5] вводятся равномерное, гауссовское и релеевское распределения угловых параметров рассеивателей. Декартовы координаты объектов в пространстве получаются путем преобразования сферических координат.



При оценке канальных коэффициентов для различных положений рассеивателей в пространстве используются различные модели, в том числе однокольцевая модель, описанная в работе [8]. Предполагается, что расстояние от антенн до рассеивателей значительно превышает линейные размеры антенной системы. В этом случае допускается не учитывать искажение фронта волны при распространении в пространстве и считать волну плоской. Для трехмерных моделей применяются аналогичные предположения. Расположение рассеивателей в пространстве описывается различными сценариями, в соответствии со стандартом моделирования каналов связи COST 259 [9].

Моделирование и расчет матрицы канальных коэффициентов выполняются путем определения координат рассеивателей в пространстве, расчета расстояния от передающего устройства до рассеивателя и от рассеивателя до приемника, оценки получаемого набега фазы относительно прямого пути распространения и расчета фазовых искажений при отражении от нескольких объектов вблизи приемной антенной системы. Методика расчета описана также в работах [10-12]. Амплитудные искажения оцениваются с использованием затухания сигнала в пространстве по модели Фрииса, а также путем учета изменения амплитуды сигнала при суммировании прямого и отраженных сигналов на антенной системе.

Цель работы заключается в исследовании зависимостей амплитудных и фазовых искажений сигнала при различных сценариях расположения рассеивателей в пространстве, а также сравнении корреляционных матриц, полученных по результатам оценки канальных коэффициентов многоантенной системы с учетом затухания сигнала в пространстве.

### Модели и сценарии канала связи

Оценивание пропускной способности канала связи выполняется путем моделирования канала по стандарту COST 259 [9], которым предусмотрено многолучевое распространение сигнала. Многолучевость формируется при отражении сигнала от многочисленных рассеивателей на пути распространения сигнала. Стандартом COST 259 предусмотрены следующие конфигурации расположения рассеивателей в пространстве распространения сигнала:

– сценарий А – рассматривается группа рассеивателей вблизи приемного устройства, около передающего устройства рассеивателей нет, сценарий соответствует моделированию нисходящего канала;

– сценарий В – рассеиватели концентрируются вблизи антенной системы передающего устройства, вблизи приемного устройства рассеивателей нет, сценарий соответствует моделированию восходящего канала;

– сценарий С – обеспечение связи в городской застройке, рассеиватели размещаются в пространстве между передающим и приемным устройством, большой разброс значений углов отражения;

– сценарий D – обеспечение связи в сельской местности, рассеиватели размещаются в пространстве между передающим и приемным устройством, малый раз-

брос значений углов отражения;

– сценарий Е – значительный разброс углов отражения, сигналы приходят со всех направлений, рассеиватели расположены вокруг области размещения передающего и приемного устройств.

В работе [3] рассматриваются модели расположения рассеивателей на поверхности сферы с центром в месте расположения передающего или приемного устройств, что соответствует сценариям А и В. В работах [4, 5] рассмотрено моделирование расположения рассеивателей по сценарию Е на поверхности и в объеме эллипсоида, в фокальных точках которого размещаются устройства связи. В процессе исследования проведено моделирование размещения рассеивателей посередине между устройствами связи по сценариям С и D. На величину корреляции канальных коэффициентов оказывает влияние расстояние между передатчиком и приемником, ширина углового спектра и направление максимума углового спектра, что определяется расположением отражателей на местности.

При оценке канальных коэффициентов необходимо определить модель расположения рассеивателей с учетом выбранного сценария. С целью снижения вычислительной сложности задачи положим размещение рассеивателей на поверхностях простых форм – сфера и эллипсоид. Координаты рассеивателей определяются угловым направлением в азимутальной и угломестной плоскости в системе координат приемного или передающего устройства.

Для оценки влияния вида распределения угловых координат рассеивателей на корреляционные свойства канальных коэффициентов угловые положения рассеивателей по азимуту и углу места задаются в соответствии с равномерной или гауссовской плотностями распределения. В частности, для анализа выбрано усеченное гауссовское распределение углов места рассеивателей

$$f(\beta_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\beta_s}} e^{-\frac{\beta_s^2}{2\sigma_{\beta_s}^2}}, -\pi \leq \beta_s \leq \pi,$$

и равномерное распределение углов в азимутальной плоскости

$$f(\gamma_s) = \frac{1}{2\pi}, 0 \leq \gamma_s \leq 2\pi,$$

где  $\beta_s$  и  $\gamma_s$  – угломестное и азимутальное направление на рассеиватель, соответственно.

При моделировании используются относительные единицы измерения расстояния. В частности, радиус сферы рассеивателей по сценариям А и В, равный 100 метрам, полагается  $r = 1$ . Тогда расстояние между приемным и передающим устройствами  $D = 100$ . Пересчет координат из сферической системы в декартову выполняется по следующим выражениям:

$$x = r \cos \beta_s \sin \gamma_s, y = r \cos \beta_s \cos \gamma_s, z = r \sin \beta_s.$$

Для сценариев COST259 А (рис. 1) и В (рис. 2) при задании угловых координат в соответствии с выбранными плотностями распределения вероятности угловых координат вокруг приемника или передатчика формируется сфера рассеивателей со скоплением в верхней части эллипсоида рассеивателей в выбранной системе

координат. Поворот сферы на углы  $\psi_x, \psi_y, \psi_z$ , вокруг осей  $Ox, Oy$  или  $Oz$  выполняется путем умножения вектора координат рассеивателей на матрицы преобразования по осям:

$$M_x(\psi_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi_x & -\sin \psi_x \\ 0 & \sin \psi_x & \cos \psi_x \end{bmatrix},$$

$$M_y(\psi_y) = \begin{bmatrix} \cos \psi_y & 0 & \sin \psi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi_y & 0 & \cos \psi_y \end{bmatrix},$$

$$M_z(\psi_z) = \begin{bmatrix} \cos \psi_z & -\sin \psi_z & 0 \\ \sin \psi_z & \cos \psi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

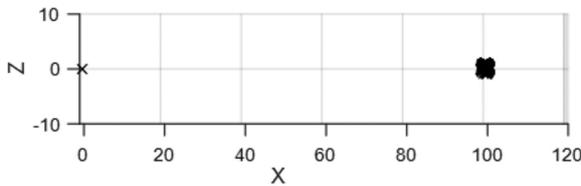


Рис. 1. Расположение рассеивателей по сценарию А

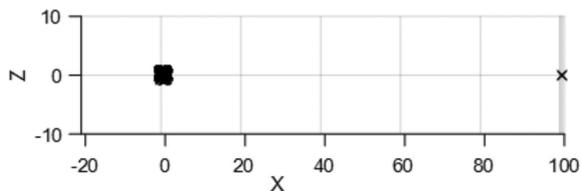


Рис. 2. Расположение рассеивателей по сценарию В

Сценарий Е (рис. 3) предполагает размещение рассеивателей по поверхности эллипсоида с расположением приемного и передающего устройства в фокальных точках эллипса сечения в плоскости  $xOz$ . Пересчет координат из сферической системы в декартову выполняется по выражениям  $x = a \cos \beta_s \sin \gamma_s$ ,  $y = b \cos \beta_s \cos \gamma_s$ ,  $z = c \sin \beta_s$ , где  $a, b, c$  – длины полуосей эллипсоида.

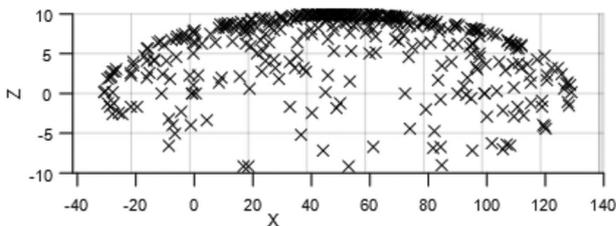


Рис. 3. Расположение рассеивателей по сценарию Е

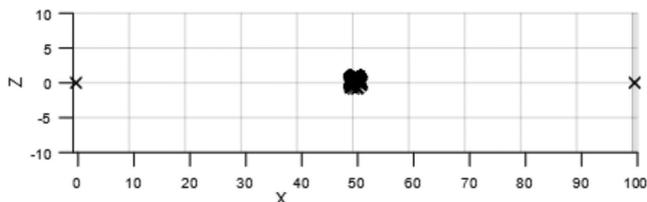


Рис. 4. Расположение рассеивателей по сценарию С

В сценариях С (рис. 4) и D (рис. 5) моделирование расположения рассеивателей выполняется на поверх-

ности сферы, цилиндра или эллипсоида, условно размещенного посередине между приемным и передающим устройствами. При этом радиусы фигур выбираются значительно меньшими, чем расстояние между приемником и передатчиком. Формулы расчета координат рассеивателей аналогичны формулам в сценариях А и В, моделируется гауссовское распределение в угломестной плоскости и равномерное распределение по углу азимута.

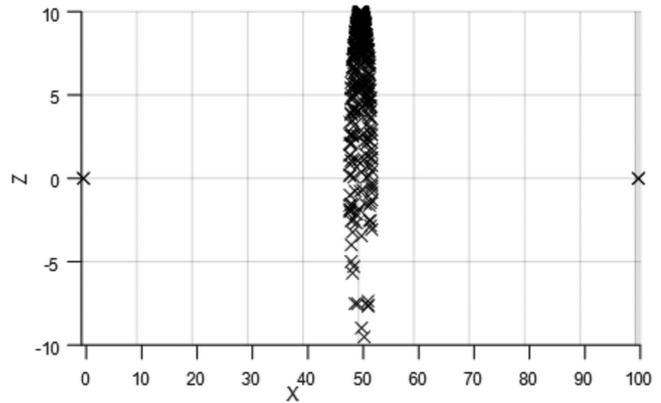


Рис. 5. Расположение рассеивателей по сценарию D

### Расчет канальных коэффициентов

Для оценки влияния расположения отражателей на параметры канала связи предлагается выполнить оценку канальных коэффициентов MIMO системы связи для двухэлементных антенных систем на приемном и передающем устройстве. Оценка выполняется для каждого канала между приемными и передающими антеннами при расположении рассеивателей по различным сценариям в стандарте COST 259. Условия исследования следующие:

- сигнал является плоской волной;
- рассеиватели не обладают направленной диаграммой рассеяния;
- в работе не учитывается эффект «затенения», взаимодействие сигнала происходит только с одним рассеивателем.

Расстояние между передающей антенной и рассеивателем, а также отражателем и приемной антенной определяется путем задания координат антенн и рассеивателей в пространстве. Антенны передающего и приемного устройств зафиксированы в пространстве. Отсчет координат выполняется относительно передающего устройства, таким образом его координаты  $(0, 0, 0)$ . Приемное устройство располагается на расстоянии  $D = 100$  от передающего устройства по оси  $Ox$ . При проведении моделирования расположение рассеивателей задается по каждому из ранее указанных сценариев. Их положения определяются углами  $\gamma_s$  в азимутальной плоскости и  $\beta_s$  в угломестной плоскости.

Рассеиватели располагаются на сфере в соответствии со сценарием COST259 А, как показано на рис. 6. Антенны на приемном и передающем устройствах располагаются на расстоянии  $d = \lambda/2$ , где  $\lambda$  – длина волны, которая в расчетах полагается равной  $\lambda = r/1000$ .

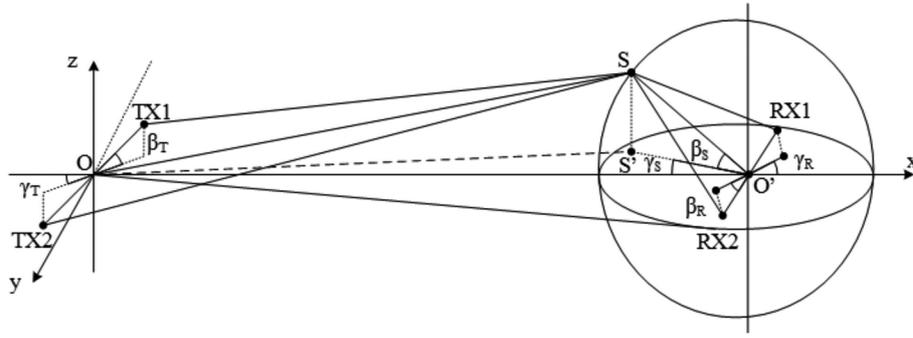


Рис. 6. Геометрическая трехмерная модель расположения рассеивателей на сфере вблизи приемного устройства (сценарий А)

При отсутствии прямой видимости канальный коэффициент передачи  $h_{TX_k, RX_l}$  для каждой пары приемных и передающих антенн можно рассчитать в соответствии с выражением [5]:

$$h_{TX_k, RX_l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n b_n e^{j\phi_n},$$

$$k = 1, \dots, N_{TX}, l = 1, \dots, N_{RX},$$

где  $a_n = L_{TX_{k,n}} e^{\frac{j2\pi D_{TX_{k,n}}}{\lambda}}$  – коэффициент, определяющий изменение амплитуды и фазы сигнала на участке от передающей антенны до  $n$ -го отражателя с учетом потерь

мощности при распространении,  $b_n = L_{RX_{l,n}} e^{\frac{j2\pi D_{RX_{l,n}}}{\lambda}}$  – коэффициент, определяющий изменение амплитуды и фазы сигнала на участке от  $n$ -го отражателя до приемной антенны с учетом потерь мощности при распространении,  $\phi_n$  – смещение фазы при отражении от рассеивающего объекта. Потери мощности сигнала в зависимости от расстояний рассчитывается по модели затухания сигнала для свободного пространства (модель Фрииса):

$$L_{TX_{k,n}} = \left( \frac{\lambda}{4\pi D_{TX_{k,n}}} \right)^2, \quad L_{RX_{l,n}} = \left( \frac{\lambda}{4\pi D_{RX_{l,n}}} \right)^2.$$

Расстояния между передающими антеннами и отражателями, а также между отражателями и приемными антеннами равны:

$$D_{TX_{1,n}} = \sqrt{(x_{S_n} - x_{TX1})^2 + (y_{S_n} - y_{TX1})^2 + (z_{S_n} - z_{TX1})^2},$$

$$D_{TX_{2,n}} = \sqrt{(x_{S_n} - x_{TX2})^2 + (y_{S_n} - y_{TX2})^2 + (z_{S_n} - z_{TX2})^2},$$

$$D_{RX_{1,n}} = \sqrt{(x_{RX1} - x_{S_n})^2 + (y_{RX1} - y_{S_n})^2 + (z_{RX1} - z_{S_n})^2},$$

$$D_{RX_{2,n}} = \sqrt{(x_{RX2} - x_{S_n})^2 + (y_{RX2} - y_{S_n})^2 + (z_{RX2} - z_{S_n})^2}.$$

Предполагается, что за время оценки параметров канала его характеристики не меняются.

### Расчет корреляционной матрицы канальных коэффициентов

Рассмотрим корреляционную матрицу канальных коэффициентов при размещении одного рассеивателя на поверхности эллипсоида в соответствии со сценарием Е стандарта COST259. Выражение для канального коэффициента передачи сигнала между отдельными элементами антенных системы с учетом одного рассеивателя имеет вид:

$$\mathbf{H} = \left\{ h_{TX_k, RX_l} = L_{TX_{k,n}} L_{RX_{l,n}} e^{\frac{j2\pi(D_{TX_{k,n}} + D_{RX_{l,n}}) + j\phi_n}{\lambda}} \right\},$$

$$k = 1, \dots, N_{TX}, l = 1, \dots, N_{RX}.$$

По результатам расчета матрицы канальных коэффициентов можно рассчитать их корреляционную матрицу:  $\mathbf{R} = \text{vec}(\mathbf{H})\text{vec}(\mathbf{H})^H$ , где  $\text{vec}(\mathbf{H})$  – векторизованная матрица канальных коэффициентов.

Корреляционная матрица при заданных угловых направлениях на выбранный  $n$ -й рассеиватель обозначается  $\mathbf{R}(\beta_S, \gamma_S)$ . При известной функции распределения рассеивателей на поверхности эллипсоида  $f(\beta_S, \gamma_S)$  общая корреляционная матрица имеет вид:

$$\mathbf{R}_{\beta\gamma} = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{R}(\beta_S, \gamma_S) f(\beta_S, \gamma_S) d\beta_S d\gamma_S.$$

При равномерном распределении рассеивателей по объему эллипсоида выражение для распределения угловых направлений на отражатели имеет вид [4]:

$$f(\beta_S, \gamma_S) = \frac{2b^5 c^2 \sin \beta_S}{\pi a (2a \sqrt{b^2 \sin^2 \beta_S + c^2 \cos^2 \beta_S} + cD \sin \beta_S \cos \gamma_S)^3},$$

где  $a, b, c$  – длины полуосей эллипсоида.

Графики зависимости дисперсии  $R_{11}$  канального коэффициента от угла поворота рассеивателей вокруг оси Оу (рис. 7), полученные по результатам расчета, имеют экстремум в направлении большей полуоси эллипсоида. Данный факт объясняется уменьшением области максимальной плотности рассеивателей.

В пределах объема рассматриваемого эллипсоида формируются отдельные поверхности, соответствующие определенному времени задержки сигнала  $\tau$  при распространении от передатчика до приемника. Выполнено моделирование положений рассеивателей с гауссовским распределением по углу места при  $\sigma_\beta = 1$  и равномерным распределением по азимуту. Выполнен расчет дисперсии канальных коэффициентов путем моделирования распространения сигнала при различных сценариях расположения рассеивателей в соответствии со стандартом COST259. Рассмотрим зависимость дисперсии корреляционной матрицы MIMO канала связи при различных углах поворота сферы рассеивателей относительно оси Оу. Первоначально область наибольшей плотности рассеивателей располагается вокруг точки с координатами  $(0, 0, r)$ , где  $r$  – радиус рассмат-

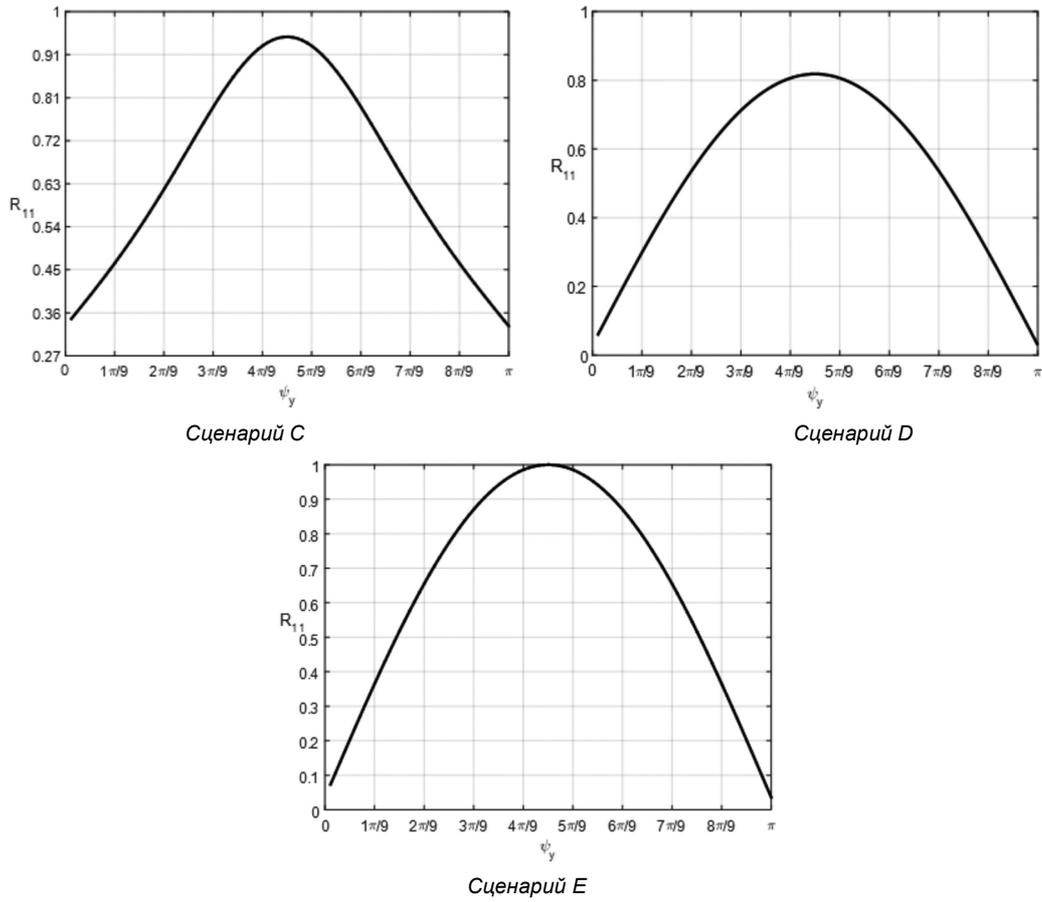


Рис. 7. Зависимость первого элемента корреляционной матрицы от угла поворота в разных сценариях

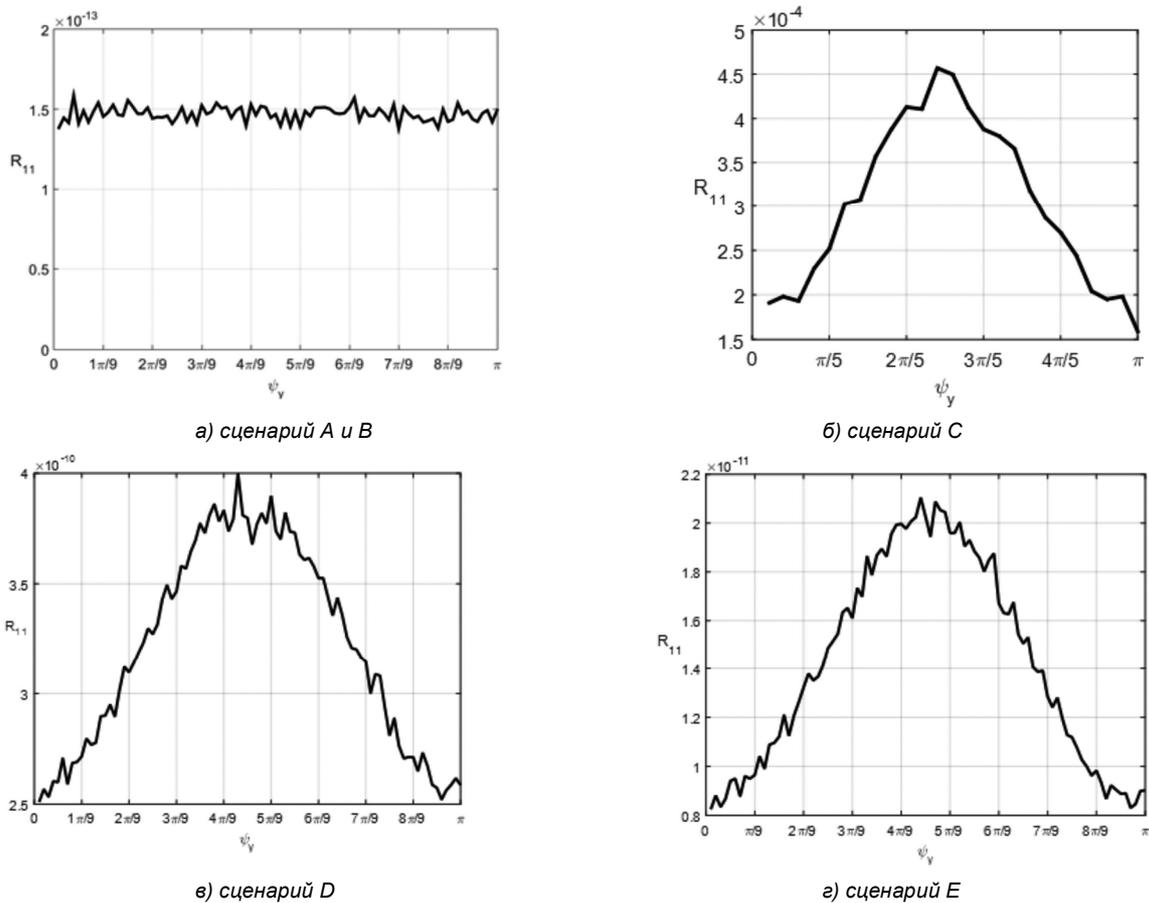


Рис. 8. Зависимость первого элемента корреляционной матрицы от угла поворота в разных сценариях

Сценарии COST259					
A	B	C	D	E	
Эллиптическая трехмерная модель расположения рассеивателей ( $a, b, c$ – длины полуосей эллипсоида)			Эллиптическая двумерная модель расположения рассеивателей ( $a, b$ – длины полуосей эллипса)		
Распределение рассеивателей по объему			Распределение рассеивателей по поверхности		
Равномерное		Гауссовское	Равномерное	Гауссовское	Релеевское

Рис. 9. Классификация каналов связи

риваемой сферы. Поворот выполняется в положительном направлении от 0 до  $\pi$  вокруг оси  $Oy$ .

На рис. 8 приведены зависимости дисперсии канального коэффициента для различных сценариев расположения рассеивателей в соответствии со стандартом COST259.

Результаты моделирования показывают, что коэффициенты корреляционной матрицы мало меняются при повороте сферы рассеивателей по сценарию А и В модели COST259 (рис. 7, а). Распределение рассеивателей по эллипсоиду между передающим и приемным устройством в соответствии со сценариями С и D приводит к формированию максимума коэффициента корреляции в направлении на передающее устройство. Поворот координат рассеивателей по эллипсоиду вокруг оси  $Oy$  в соответствии со сценарием Е приводит к значительному изменению коэффициента корреляционной матрицы с максимумом при расположении рассеивателей на поверхности эллипсоида вблизи приемного или передающего устройств.

На основании полученных результатов предложена классификация каналов связи при использовании трехмерных моделей (рис. 9).

### Заключение

Проведено исследование трехмерной геометрической модели ММО канала связи при равномерном распределении рассеивателей по объему и гауссовском распределении рассеивателей по поверхности сферы и эллипсоида. Проводимое моделирование согласуется со сценариями расположения рассеивателей по стандарту COST259. При фиксированном расположении приемного и передающего устройства полученные зависимости дисперсии канальных коэффициентов от угла поворота координат рассеивателей можно интерпретировать как угловой спектр антенной системы. При дальнейшем исследовании предполагается рассмотреть влияние параметров антенной системы на корреляционную матрицу канальных коэффициентов при различных сценариях расположения рассеивателей, а также учесть потери сигнала в среде и при прохождении препятствий.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант РНФ 22-29-01652, <https://rscf.ru/en/project/22-29-01652/> в Рязанском государственном радиотехническом университете имени В.Ф. Уткина.*

### Литература

1. Флакман А.Г. Адаптивная пространственная обработка сигналов в многоканальных информационных системах: специальность 01.04.03 «Радиофизика»: дис. на соискание ст. докт. физ.-мат. наук / Флакман Александр Григорьевич: Нижегородский государственный университет им.

Н.И. Лобачевского. Нижний Новгород, 2004. 306 с.

2. Паршин Ю.Н. Анализ пропускной способности канала передачи информации от беспилотного летательного аппарата при неточной канальной матрице / Ю.Н. Паршин, В.И. Кудряшов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2015. № 52. С. 19-24.

3. Nawaz S.J. 3-D Gaussian scatter density propagation model employing a directional antenna at BS / S.J. Nawaz, M.N. Patwary, N.M. Khan, H.Yu. 2010 5<sup>th</sup> Advanced Satellite Multimedia Systems Conference and the 11th Signal Processing for Space Communications Workshop. 2010, pp 395-400.

4. Alsehaili, M. Angle of arrival statistics of a three-dimensional geometrical scattering channel model for indoor and outdoor propagation environments / M. Alsehaili, S. Nog-hanian, D. A. Buchan-an, A. R. Sebak. IEEE Progress in Electromagnetic Research. 2010, vol. 109, pp 191-209.

5. Tennakoon P. Three-dimensional geometrical channel modeling with different scatterer distributions / P. Tenna-koon, C.B. Wavegedara. The International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI). 2015, pp 154-160. Eason, B. Noble, and I.N. Sneddon, «On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions», Phil. Trans. Roy. Soc. London, vol. A247, pp. 529-551, April 1955.

6. Liberti, J.C. A geometrically based model for line of sight multipath radio channels / J.C. Liberti, T. S. Rappaport. IEEE Vehicular Technology Conf., 844-848, Apr. 1996.

7. Aslam, M.I. Joint and marginal probabilities for time of arrival and angle of arrival using ellipsoidal model / M.I. Aslam, A.Z. Shaikh. 2013 3<sup>rd</sup> IEEE International Conference on Computer, Control and Communication (IC4).

8. Patzold, M. A space-time channel simulator for MIMO channels based on the geometrical scattering model / M. Patzold, B. O. Hogstad. Wireless Communications and Mobile Computing. Special Issue on Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Communications. Nov. 2004, vol. 4. №. 7, pp. 727-737.

9. 3GPP TR 25.943 version 9.0.0 Release 9 Deployment aspects (Release 17) ETSI TR 125 943 V9.0.0. 2022.

10. Паршин Ю.Н. Программно-аппаратный комплекс тестирования канальной матрицы ММО системы передачи информации от подвижного объекта / Ю.Н. Паршин, П.В. Жариков, П.А. Казначеев. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. Рязань: РГРТУ. 2015, №4, вып. 54, часть 1, с. 3-8.

11. Паршин Ю.Н. Исследование влияния ширины спектра случайного тестового сигнала на точность оценивания комплексного коэффициента передачи каналов радиотракта / Ю.Н. Паршин, П.В. Жариков. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. Рязань: РГРТУ. 2010. №1, вып. 31. с. 16-19.

12. Паршин Ю.Н. Влияние пространственной корреляции на эффективность оптимизации пространственной структуры многоантенной системы при разнесенном приеме / Ю.Н. Паршин, А.В. Ксендзов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. Рязань: РГРТУ, 2006, вып. 19, с. 54-62.

УДК 621.397: 004.932

## ИССЛЕДОВАНИЕ СООТВЕТСТВИЯ ИНТЕГРАЛЬНО-МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЭКСПЕРТНЫМ ОЦЕНКАМ КАЧЕСТВА И ИНФОРМАТИВНОСТИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*Сычев А.С., ассистент кафедры РТС Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: sichev.a.s@rsreu.ru*

## RESEARCH OF COMPLIANCE THE INTEGRATED-MULTIPLICATIVE QUALITY INDEX OF DIGITAL IMAGES AND QUALITY MEAN OPINION SCORES

*Sychev A.S.*

*The paper considers the integral multiplicative indicator of quality and informativeness of digital images, designed to ensure the formed quality assessments monotonically increase with increasing subjective assessment of quality by an operator or expert. The correlation of the index values with the expert quality assessments has been proved by the numerical value of Spearman rank correlation coefficient equal to 0.26, which is 2.17 times higher than the analogue value calculated for the known standardless integral quality index. The prospects of using automated no-reference estimation of image quality in enhanced vision systems are shown.*

**Key words:** digital image processing, image quality, expert opinions score, Spearman's rank correlation coefficient, multi-spectral vision systems, enhanced vision system, image enhancement.

**Ключевые слова:** цифровая обработка изображений, качество изображений, экспертные оценки, коэффициент ранговой корреляции Спирмена, мультиспектральные системы технического зрения, системы улучшенного видения, улучшение изображений.

### Введение

Снижение видимости по причине плохих погодных условий, пылевых бурь, задымления при проведении поисково-спасательных работ с использованием беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов, а также робототехнических комплексов, представляет опасность для оборудования и жизни людей. Системы улучшенного видения (СУВ), являющиеся подмножеством систем технического зрения (СТЗ), призваны компенсировать приводящее к ограничению видимости негативное влияние деструктивных факторов восприятия изображений. Конечной целью функционирования СТЗ является повышение ситуационной осведомленности пилота либо оператора. Развитие СУВ идёт по нескольким направлениям, включая алгоритмы улучшения изображений и использование оптических сенсоров различных спектральных диапазонов. СУВ, включающие в себя датчики нескольких диапазонов оптического излучения, называют мультиспектральными (МСУВ или МСТЗ).

МСТЗ использует комплексирование информации для объединения информативных признаков наблюдаемой сцены, присутствующих на изображениях, полученных в различных спектральных диапазонах. Однако при снижении информативности одного из исходных кадров под влиянием шума, затенения, фоновой засветки результат комплексирования в большинстве случаев также демонстрирует снижение информативности. Поэтому целью работы является разработка численного показателя качества цифровых изображений, позволяющего выполнять обоснованный выбор комплекслируемых изображе-

*Статья рассматривает интегрально-мультипликативный показатель качества и информативности цифровых изображений, разработанный с целью обеспечения монотонно возрастающей зависимости формируемых оценок качества с увеличением субъективной оценки качества оператором либо экспертом. Корреляция значений показателя с экспертными оценками качества подтверждена численным значением коэффициента ранговой корреляции Спирмена, равным 0,26, что в 2,17 раза больше аналогичного показателя, рассчитанного для известного безэталонного интегрального показателя качества. Показаны перспективы использования автоматической безэталонной оценки качества изображений в системах улучшенного видения.*

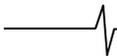
ний из полученных с нескольких сенсоров МСТЗ. Это требует наличия численного критерия для оценки эффективности работы различных показателей качества для их сравнения между собой.

### Показатели качества и информативности цифровых изображений

Интегральный показатель качества (ИПК) [1] рассчитывают исходя из значений нормированных средней яркости  $L_n$ , среднеквадратического отклонения (СКО)  $\sigma_n$ , глобального контраста  $K_n$ , количества информационных уровней гистограммы  $N_n$  и энтропии  $\varepsilon_n$ :

$$Q_{\text{ипк}} = 0,33L_n + 0,27\sigma_n + 0,2K_n + 0,13N_n + 0,07\varepsilon_n. \quad (1)$$

В [2] показано, что для изображения, представляющего собой белый гауссовский шум с математическим ожиданием 128, ИПК стремится к единичному значению с ростом СКО шума от нулевого значения до 50. Таким образом, изображение, не содержащее никаких сюжетных объектов, имеет стремящееся к максимально возможному значению показателя качества, что принципиально не соответствует субъективному восприятию. В этой связи в [2] предложен интегрально-мультипликативный показатель качества (ИМПК), при формировании



оценки учитывающий отношение сигнал-шум и локальный контраст изображения:

$$Q_{\text{ИМПК}} = L_Q (w_1 w(q) \sigma_{\text{ВЧн}}^* + w_2 K_{\text{локВЧ}}^* + w_3 K_{\text{локНЧ}}^*), \quad (2)$$

где  $L_Q$  – нормированная трапецеидальная функция средняя яркость;  $\sigma_{\text{ВЧн}}^*$  – нормированное к значению 50 СКО сигнальной составляющей изображения;  $w(q) = 1 - \exp(-0,2q^2)$  – сигмоидальная функция отношения сигнал-шум  $q$ ;  $K_{\text{локНЧ}}^*$ ,  $K_{\text{локВЧ}}^*$  – средние локальные контрасты соответственно низкочастотной и высокочастотной составляющих.

### Набор изображений TID2013

Для оценки пертинентности оценок качества, формируемых в соответствии с выражениями (1) и (2), необходимо сопоставить их значения со значениями субъективных оценок качества изображений, полученных в соответствии с методиками экспертных оценок. Известны датасеты (наборы) изображений, распространяемые

вместе с наборами экспертных оценок качества: JPEG2000 [3] и TID2013 [4].

TID2013 [4] – набор из трёх тысяч изображений, сформированных из 25-ти эталонных (рис. 1) посредством применения к ним искажений одного из 24-х видов с одним из 5-ти возможных уровней интенсивности воздействия по шкале «1...5», где значению «1» соответствует минимальная интенсивность искажающего воздействия, а значению «5» – максимальная. Для каждого  $n$ -го изображения приведены экспертная оценка качества  $Q_{\text{MOSn}}$  (от англ. MOS – «*mean opinion score*», средний рейтинг экспертного мнения), полученная усреднением по 985 экспериментам, и СКО данной оценки.

Все 24 вида искажений, исследуемых авторами [5], моделируют следующие типовые этапы работы с изображениями, встречающиеся в различных прикладных областях:

– дискретизация и квантование яркости пикселя матрицей цифровой камеры;

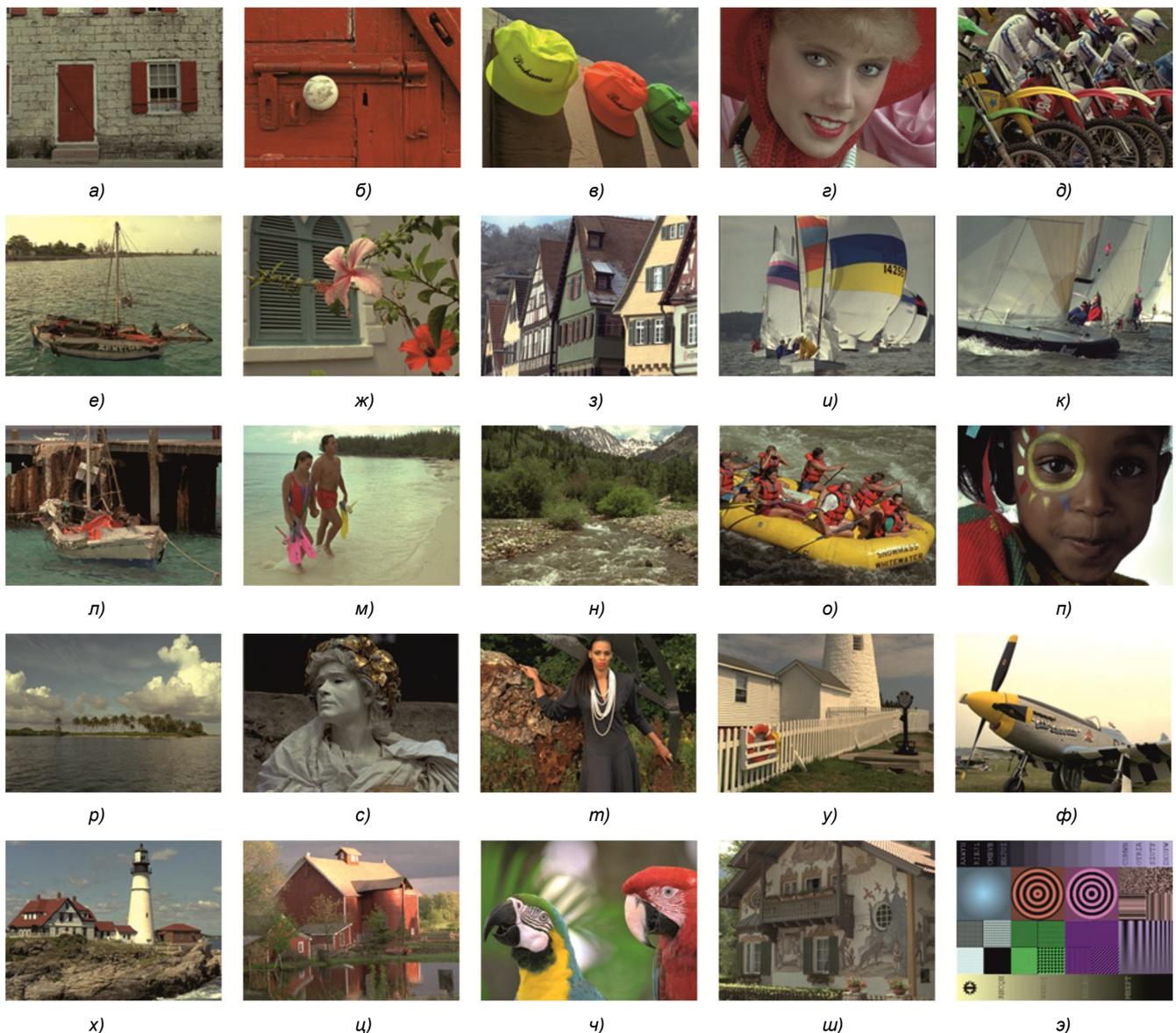


Рис. 1. Эталонные изображения из датасета TID2013 [4]

– фиксация цифрового изображения программным обеспечением камеры;  
 – цифровая фотография;  
 – передача данных;  
 – гамма-коррекция;  
 – фильтрация для подавления шумов;  
 – заполнение пустых полей изображения;  
 – наложение цифровых водяных знаков;  
 – сжатие, в том числе с использованием прореживающей децимации и дискретного косинусного преобразования (отдельно рассмотрено влияние сжатия JPEG и JPEG2000).

Датасет содержит изображения, полученные с применением следующих искажений:

1-2) аддитивный гауссовский шум, в том числе более мощный в цветовых компонентах, чем в компоненте яркости;

3) пространственно коррелированный шум;

4-5) маскирующий и высокочастотный шум, присутствующие при сжатии изображений и встраивании отслеживающих водяных знаков;

6) импульсный шум;

7-8) шум квантования и гауссово размытие, характерные для регистрации изображения матрицей камеры;

9) артефакты, возникающие при фильтрации изображения от шума;

10-13) потеря пространственного разрешения и артефакты, как результат использования кодеков JPEG и JPEG2000, а также ошибок при передаче кодированных изображений;

14) коррелированный структурный шум;

15) локальные блочные искажения различной интенсивности;

16-18) изменение средней яркости (сдвиг математического ожидания), контраста, насыщенности цвета, характерные для специфических условий фиксации изображения;

19) мультипликативный гауссовский шум;

20) комфортный шум, используемый при кодировании изображений;

21) сжатие с потерями, применённое к зашумлённому изображению;

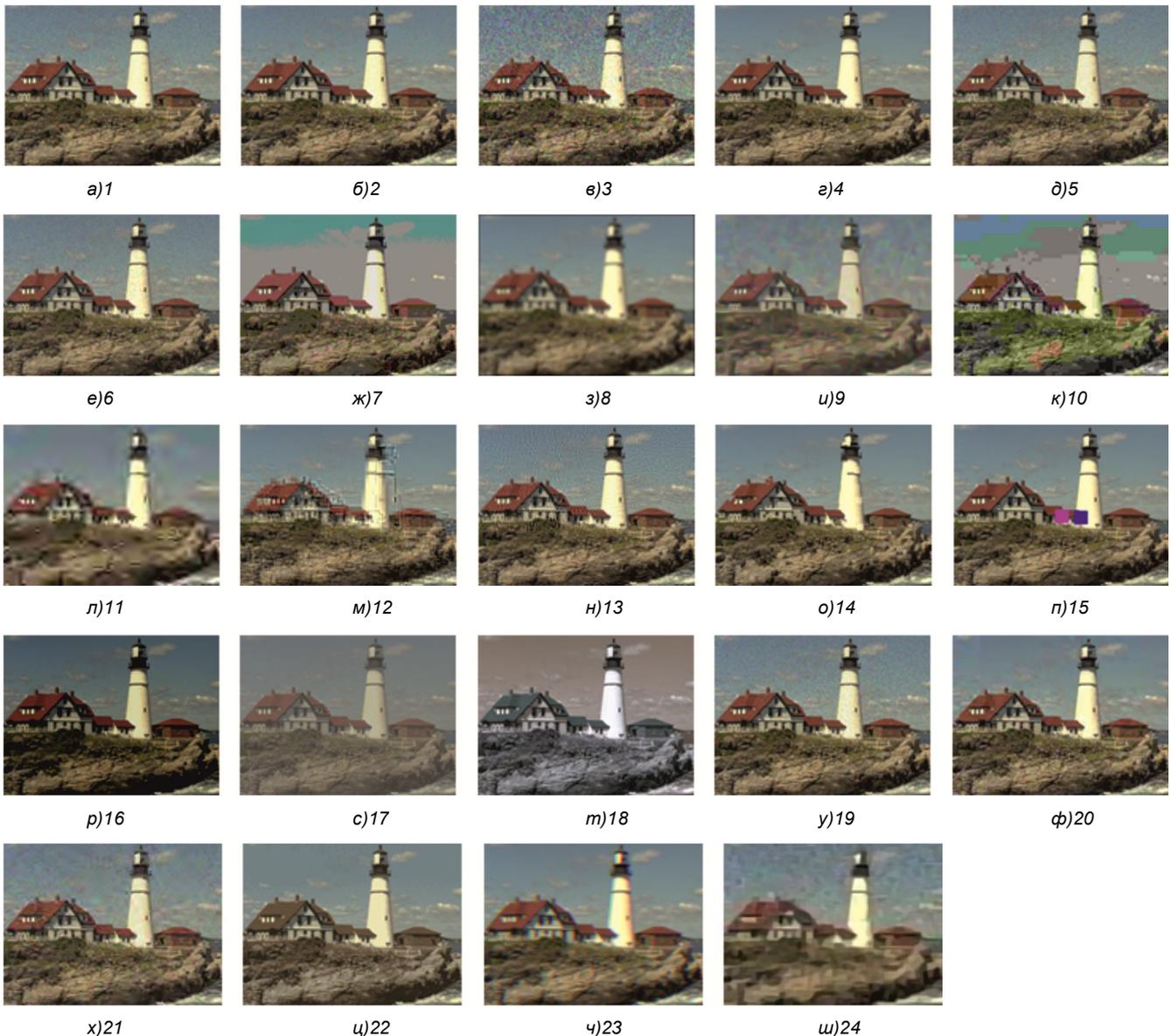


Рис. 2. Изображение №21 (рис. 1, х), искажённое с использованием 24-х различных алгоритмов

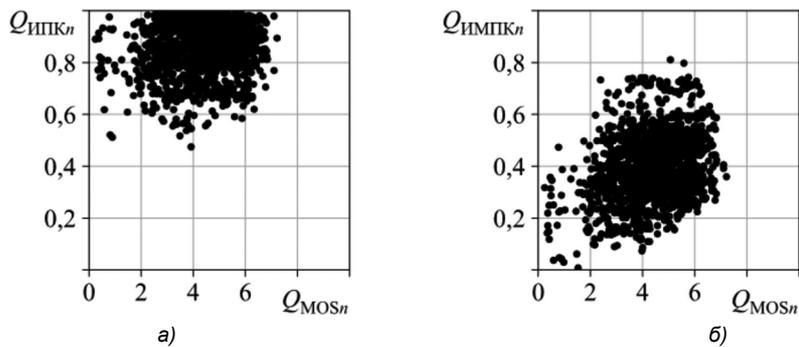


Рис. 3. Соответствие значений интегрального показателя качества (а)

и интегрально-мультипликативного показателя качества (б) значениям математического ожидания экспертных оценок

22) квантование сигнала цвета со сглаживанием;

23) хроматические аберрации;

24) сужение пространственной полосы частот, снижение локального контраста яркости.

Эффект ухудшения визуального качества исходных кадров изображения при максимальной («5 из 5») интенсивности искажений каждого вида иллюстрирует рис. 2. На нём приведены примеры изменения изображения № 21 из базы TID2013 (рис. 1, х) для случаев действия одного из 24-х перечисленных выше деструктивных факторов.

Рассматриваемые искажения изображений охватывают множество прикладных областей. Далеко не все они известны как деструктивные факторы восприятия изображений в обзорных МСТЗ. Так, учёт следующих факторов не входит в круг задач, для решения которых необходимо применение показателя качества изображений, предназначенного для использования в обзорных МСТЗ:

– ухудшение качества при кодировании изображений кодеками JPEG и JPEG2000 (пп. 10-13);

– артефакты, вызванные искажениями цвета (пп. 2, 18, 22);

– маскирующий (п. 4), высокочастотный (п. 5) и комфортный (п. 20) шумы, возникающие, как артефакты сжатия изображений, а также накладываемые с целью сокрытия отслеживающего водяного знака;

– структурный шум (п. 14), устранимый в МСТЗ на этапе предварительной обработки.

На основании вышеизложенного сопоставление значений экспертных оценок качества изображений со значениями ИПК (1) и ИМК (2) будет основано на изображениях, визуальное качество которых ухудшено действием факторов 1, 3, 6-9, 16-17, 19, 21, 23-24. Блочные искажения (п. 15, рис. 2 п) исключены из дальнейшего исследования ввиду низкой правдоподобности имитационного моделирования.

Кроме того, изображение № 25 (рис. 1, э) не является фотографией, а представляет собой созданное в графическом редакторе изображение, и потому не будет использовано в эксперименте.

#### Оценка корреляции значений интегрально-мультипликативного показателя качества изображений с экспертными оценками качества

Целью разработки комплексного показателя качества цифровых изображений является функция, обес-

печаивающая монотонно возрастающую зависимость формируемых значений с увеличением экспертных оценок. Оценить монотонность полученной зависимости позволяет выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $r_B$  [6], применение которого с аналогичной целью известно по работам [5, 7, 8].

На графике (рис. 3, а) каждая точка соответствует изображению из базы TID2013 [4] и показана в координатах  $(Q_{MOS_n}; Q_{ИПК_n})$  – его экспертной и автоматической оценок качества соответственно, где  $n$  – номер изображения. Коэффициент Спирмена для данной выборки  $r_{B\text{ MOS-ИПК}} = 0,12$ , что свидетельствует о низкой корреляции показателей. Таким образом, значения ИПК слабо коррелируют со значениями экспертных оценок качества, что говорит о нерациональности его применения в качестве численного критерия для задачи автоматического выбора комплексированных изображений в МСТЗ.

На рис. 3 б аналогичная зависимость приведена для значений экспертных оценок и значений ИМК:  $(Q_{MOS_n}; Q_{ИМК_n})$ . Коэффициент корреляции Спирмена в данном случае равен  $r_{B\text{ MOS-ИМК}} = 0,26$ . Низкая корреляция (по сравнению с «идеальным» значением, равным 1) объяснима тем, что экспертные оценки качества получены для представленных в датасете «TID2013» цветных изображений, тогда как ИМК оперирует полтоновыми.

Таким образом, численные значения интегрально-мультипликативного показателя качества коррелируют с экспертными оценками в 2,17 раза лучше, чем значения интегрального показателя качества. Это означает, что использование ИМК в целях выбора изображений различных каналов МСТЗ, а также алгоритма их комплексирования, предпочтительнее, чем использование ИПК.

#### Оценка результата улучшения изображений с использованием интегрально-мультипликативного показателя качества

Продемонстрируем перспективы использования ИМК на примере изображения с рис. 4 а. Его гистограмма  $h(L)$  показана на рис. 4 в. Изображение малоинформативно по причине низких математического ожидания и контраста. Для увеличения динамического диапазона и контраста применим гамма-коррекцию. Показатель  $\gamma$  рассчитан адаптивно: по показанным на рис. 4 в вертикальными курсорами значениям  $L_{0,5}$ ,  $L_0$  и  $L_1$  – медиане и квантилям

по уровням 0,001 и 0,999 распределения яркости исходного изображения соответственно:

$$\gamma = \frac{\ln(0,5)}{\ln\left(\frac{L_{0,5} - L_0}{L_1 - L_0}\right)}$$

Значения яркости пикселей результирующего изображения рассчитаем по значениям яркости пикселей исходного изображения в соответствии с выражением

$$L_\gamma(L) = clip_0^{255} \left( 256 \cdot clip_0^1 \left( \frac{L - L_0}{L_1 - L_0} \right)^\gamma \right),$$

где  $clip_a^b(x)$  – функция ограничения значения  $x$  крайними точками на интервале  $[a; b]$ . Функция  $L_\gamma(L)$  преобразования для гамма-коррекции приведена пунктиром на рис. 4 в относительно правой оси системы коор-

динат. Описанная методика обеспечивает диапазон значений яркости результата преобразования  $[0; 255]$ , а также равенство медианы его яркости значению 128, показанному на рис. 4 в горизонтальным курсором, что комфортно для восприятия субъективным наблюдателем. Результирующее изображение и его гистограмма  $h(L_\gamma)$ , показанные на рис. 4 б, г, демонстрируют высокий контраст и большое количество полутонов, что упрощает визуальное выделение зданий в левой нижней части кадра, а также линии горизонта. Выявленная изрезанность гистограммы после гамма-коррекции вызвана малым числом уровней яркости исходного изображения.

В табл. 1 приведены численные значения  $Q_{ИМПК}$  (2), а также частных показателей качества, используемых при расчёте.

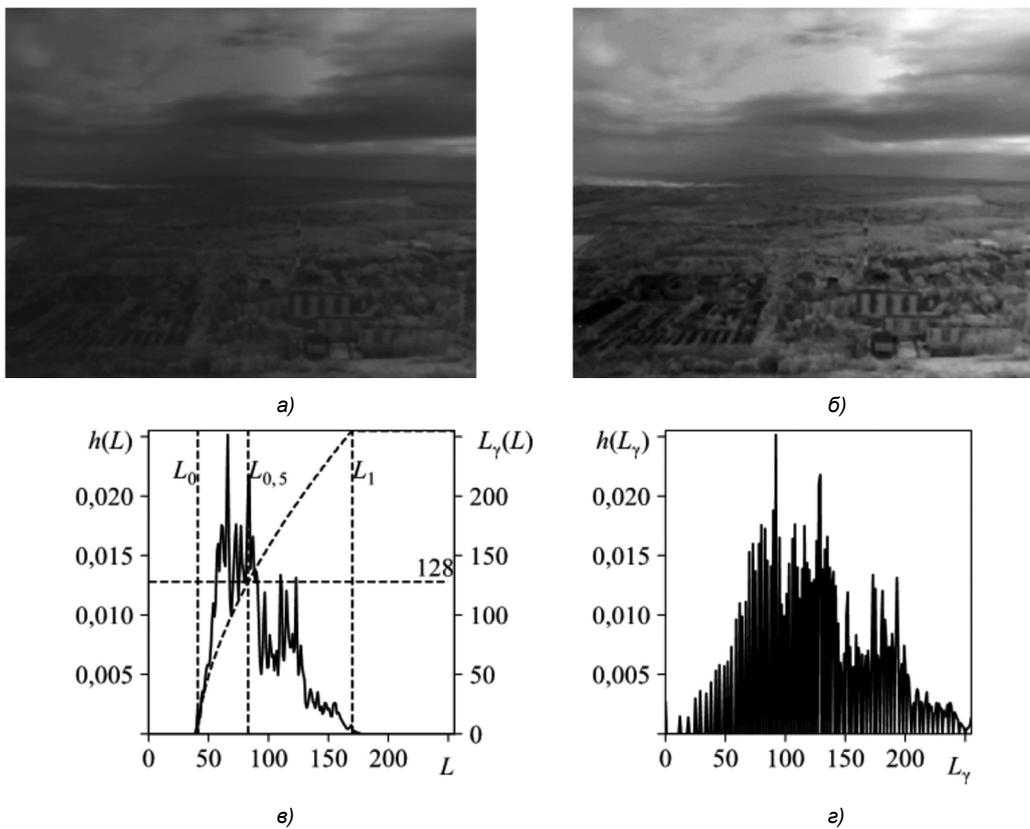


Рис. 4. Исходное изображение (а), изображение после применения гамма коррекции (б), гистограммы изображений соответственно (в, г)

Таблица 1. Показатели качества изображений с рис. 4

	Рис. 4 а	Рис. 4 б
Нормированная средняя яркость $L_Q$	0,788	1,000
Нормированное СКО сигнала $\sigma_{ВЧн}^*$	0,140	0,278
Отношение сигнал-шум $q$	9,749	16,821
Значение $w(q) = 1 - \exp(-0,2q^2)$	1,000	1,000
Скорректированная с учётом СКО шума оценка ВЧ контраста $K_{локВЧ}^*$	0,092	0,451
Скорректированная с учётом СКО шума оценка НЧ контраста $K_{локНЧ}^*$	0,124	0,146
Интегрально-мультипликативный показатель качества $Q_{ИМПК}$ (2)	0,098	0,288



Исходя из приведённых в табл. 1 значений очевидно, что использование адаптивной гамма-коррекции привело к увеличению нормированной средней яркости до 1 (функция нормировки имеет спадающую к краям динамического диапазона форму), увеличению СКО и контраста яркости изображения. Отметим также номинальное увеличение отношения сигнал-шум, чего невозможно достичь гамма-коррекцией. Это объяснимо смещением оценки СКО шума [2, 9] изображения, к которому применено нелинейное преобразование яркости.

ИМПК исходного изображения и результата применения гамма-коррекции равны соответственно 0,098 и 0,288. Таким образом, ИМПК численно демонстрирует полученный за счёт применения гамма-коррекции выигрыш в 2,9 раза по качеству и информативности изображения.

### Заключение

Таким образом, результаты исследования демонстрируют, что численные значения интегрально-мультипликативного показателя качества коррелируют с экспертными оценками в 2,17 раз лучше, чем значения интегрального показателя качества (коэффициент ранговой корреляции Спирмена 0,26 по сравнению с 0,12). Сделан вывод, что использование ИМПК в целях повышения качества изображений в МСТЗ предпочтительнее, чем использование ИПК.

ИМПК перспективен для применения с целью обоснования необходимости улучшения изображений в системах технического зрения.

### Литература

1. Гуров В.С. Обработка изображений в авиационных

системах технического зрения / В.С. Гуров, Г.Н. Колодько, Л.Н. Костяшкин и др.; под ред. Л.Н. Костяшкина и М.Б. Никифорова. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2016. 235 с.

2. Сычев А.С. Безэталонный интегрально-мультипликативный показатель качества цифровых полутонных изображений / А.С. Сычев и И.С. Холопов. Цифровая обработка сигналов. 2018. № 3. С. 51-57.

3. Laboratory for Image & Video Engineering – The University of Texas at Austin [Электронный ресурс] URL: <https://live.ece.utexas.edu/research/quality/subjective.htm> (дата обращения: 10.03.2023)

4. Nikolay Ponomarenko homepage – TID2013 [Электронный ресурс] URL: <https://www.ponomarenko.info/tid2013.htm> (дата обращения: 10.03.2023)

5. Ponomarenko N. Image database TID2013: Peculiarities, results and perspectives / N. Ponomarenko, and L. Jin. Signal Processing: Image Communication. 2015, pp. 57-77.

6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юрайт, 2015. 479 с.

7. Wang Z. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity / Z. Wang, and A.C. Bovik. IEEE transactions on image processing. 2004. № 4, pp. 600-612.

8. Sheikh H.R. A Statistical Evaluation of Recent Full Reference Image Quality Assessment Algorithms / H.R. Sheikh, and M.F. Sabir. IEEE Transactions in Image Processing. 2006. №11, pp. 3441-3452.

9. Сычев А.С. Сравнительный анализ методик оценки мощности шума на цифровом изображении / А.С. Сычев и И.С. Холопов. Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2021), т. 2. 2021. 20392 с.

## НОВЫЕ КНИГИ

Воскресенский Д.И., Добычина Е.М.

**Цифровые антенные решетки: Монография. М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. 240 с.: ил.**

Рассмотрен новый класс антенных систем – цифровых антенных решеток бортовых радиолокационных комплексов, позволяющих повысить энергетический потенциал за счет использования новых методов оптимизации режима работы высокоэффективных активных устройств и обеспечения высокой точности формирования амплитудно-фазового распределения с помощью предложенной системы автоматической калибровки. Представлены результаты экспериментальных исследований возможностей цифрового диаграммообразования и точностных характеристик калибровки макета цифровой решетки.

Для научных работников и инженеров, занимающихся исследованиями в области разработки, создания и применения цифровых решеток в современных радиоэлектронных системах. Может быть рекомендована в качестве учебного пособия студентам радиотехнических специальностей, а также аспирантам и магистрантам по направлениям «Радиотехника», «Радиофизика и электроника».

### Уважаемые авторы !

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

#### Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст – текстовый редактор Microsoft Word, формулы – в редакции **MathType**.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

#### Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) – желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) – М 1:1, разрешение не менее 300 dpi, формат tiff.

УДК 621.372.54

## КИХ-ФИЛЬТР С ДРОБНОЙ ЗАДЕРЖКОЙ НА ОСНОВЕ ОКОННЫХ ФУНКЦИЙ

Андреев А.Г., к.т.н., доцент кафедры радиозлектронных систем ИИФирЭ ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», e-mail: aandrejev@sfu-kras.ru

Сенченко А.А., старший преподаватель каф. Радиотехники ИИФирЭ ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», e-mail: asenchenko@sfu-kras.ru

## WINDOW-BASED FRACTIONAL DELAY FIR FILTERS DESIGN

Andreev A.G., Senchenko A.A.

To model a receiver with antenna array impinging signals must be delayed for a value which is not multiple of signal sampling rate. This problem can be solved using finite impulse response filters. Article shows that filter coefficients close to optimal can be obtained by applying window functions. This significantly reduces computational complexity compared to optimal solution.

**Key words:** fractional delay filters, FIR, optimal coefficients, window function, Kaiser window, Dolph–Chebyshev window, Gaussian window, Hann window, antenna arrays, signal modelling, signal delay.

**Ключевые слова:** КИХ-фильтр с дробной задержкой, оптимальные коэффициенты, весовые функции, окно Кайзера, окно Дольф-Чебышева, окно Гаусса, окно Ханна, антенные решетки, моделирование сигнала, задержка сигнала.

## Введение

Для разработки адаптивных алгоритмов пространственной фильтрации сигналов используется компьютерное моделирование. Одной из задач моделирования является имитация сигнала на выходе антенных элементов антенной решетки. Для этого требуется иметь возможность задерживать сигнал на произвольную задержку, как правило, не кратную частоте дискретизации сигнала. Если требуемая задержка не кратна частоте дискретизации сигнала, то будем называть её дробной.

Существуют различные способы задержки сигнала на дробную величину задержки. Вот некоторые из них:

Повышение частоты дискретизации сигнала, его задержка на целое число тактов на повышенной частоте и понижение частоты дискретизации до начального уровня. Основным недостатком данного способа является возможность задавать только кратные периоду повышенной частоты дискретизации задержки, повышенные требования к вычислительным ресурсам и, как следствие, низкая скорость моделирования.

Фильтр Фарроу на основе полиномиальной интерполяции сигнала. Использование метода приводит к нелинейным искажениям, что в ряде случаев является существенным недостатком.

Третий способ заключается в использовании КИХ-фильтров с дробной задержкой. В этом методе требуется синтезировать КИХ-фильтр с постоянной АЧХ и линейной ФЧХ (т.е. с постоянной ГВЗ) в требуемой полосе частот.

Для задач моделирования прохождения сигнала через антенные решетки наилучшим образом подходит

Для создания моделей обработки сигнала в антенных решетках необходимо иметь возможность задерживать сигнал на произвольную величину, в том числе не кратную периоду дискретизации сигнала. Данная задача может быть решена с помощью КИХ-фильтров с дробной задержкой. В статье приведен способ синтеза КИХ-фильтров с дробной задержкой на основе оконных функций. Разработана модель для оценки величины ошибки ЧХ синтезированных фильтров с целью их сравнения. Показано, что с применением оконных функций могут быть получены результаты, близкие к оптимальным.

применение КИХ-фильтров с дробной задержкой. Такие фильтры позволяют задать любую произвольную задержку, не внося нелинейные искажения, менее требовательны к вычислительным ресурсам, чем задержка сигнала на повышенной частоте дискретизации.

В статье [1] приведён способ расчета оптимальных коэффициентов КИХ-фильтра с дробной задержкой по критерию минимума среднего квадрата ошибки:

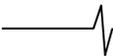
$$\mathbf{h}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}, \quad (1)$$

$$R_{k,l} = 2 \frac{\sin[\lambda(k-l)]}{k-l} = 2\lambda \operatorname{sinc}[\lambda(k-l)], \quad (2)$$

$$s_k = 2 \frac{\sin[\lambda(k-\tau)]}{k-\tau} = 2\lambda \operatorname{sinc}[\lambda(k-\tau)], \quad (3)$$

где  $R_{k,j}$  – элементы матрицы  $\mathbf{R}$  и  $s_k$  – элементы вектора  $\mathbf{s}$  формулы (1),  $\lambda = 2\pi f / f_s$  – нормированная частота в диапазоне  $[0; \pi]$ ,  $f$  – верхняя частота полосы пропускания фильтра,  $f_s$  – частота дискретизации,  $\tau$  – требуемая задержка, не кратная частоте дискретизации. Матрица  $\mathbf{R}$  имеет размер  $N \times N$  элементов, а вектор-столбец  $\mathbf{s}$  состоит из  $N$  строк, где  $N$  – порядок КИХ-фильтра. Рекомендуется выбирать задержку  $\tau$  таким образом, чтобы она отличалась от величины  $T_s(N-1)/2$  не более, чем на половину такта ( $T_s = 1/f_s$  – период дискретизации сигнала).

Применение оптимального решения (1) имеет высокую вычислительную сложность, особенно для больших порядков КИХ-фильтров (десятки, сотни и более коэффициентов). В то же время, синтез КИХ-фильтра мето-



дом оконного взвешивания лишен данного недостатка. Проведем исследование характеристик КИХ-фильтров, синтезируемых двумя различными методами: оптимальным и методом оконного взвешивания.

### Постановка задачи

Задержка сигнала может быть представлена суммой целой и дробной части:

$$\tau = n + \tau_r, \quad (4)$$

где  $n$  – целая часть задержки;  $|\tau_r| \leq 0,5$  – дробная часть задержки. Обе величины выражены в тактах частоты дискретизации.

Для получения частотных характеристик, наиболее близких к идеальным, задержка в КИХ-фильтре с дробной задержкой должна удовлетворять условию:

$$\frac{(N-1)}{2} - 0,5 \leq \tau_\phi \leq \frac{(N-1)}{2} + 0,5, \quad (5)$$

где  $N$  – порядок фильтра, нечетное целое число;  $\tau_\phi$  – задержка сигнала в фильтре, выраженная в тактах. Следовательно, полная задержка в КИХ фильтре с дробной задержкой определяется выражением:

$$\tau_\phi = \frac{(N-1)}{2} + \tau_r. \quad (6)$$

Совсем не обязательно, чтобы задержки  $\tau$  и  $\tau_\phi$  были равны. Если  $\tau_\phi \leq \tau$ , то можно дополнительно задержать входной сигнал на целое число тактов. В обратном случае, когда  $\tau_\phi > \tau$ , излишнюю задержку можно компенсировать дополнительной задержкой в других местах алгоритма обработки сигнала.

Отклонение АЧХ и ГВЗ от идеальных значений будут максимальны для максимально возможной дробной задержки  $\tau_r = 0,5$ . По этой причине расчет коэффициентов КИХ-фильтра с дробной задержкой везде далее будет проводиться для  $\tau_r = 0,5$ .

Проведем сравнение точности воспроизведения дробной задержки оптимальным КИХ-фильтром и фильтрами, синтезированными с применением оконных функций.

### Весовая функция оптимального КИХ-фильтра с дробной задержкой

В работах [2, 3] приводится формула для расчета коэффициентов идеального фильтра с дробной задержкой:

$$h_{ид}(n) = \sin c(n - \tau), \quad (7)$$

где  $n$  – целое число, соответствующее индексу коэффициента идеального фильтра. Идеальный фильтр с дробной задержкой является нереализуемым, так как содержит бесконечное число коэффициентов, в том числе с отрицательными индексами.

Для известных коэффициентов идеального и оптимального КИХ-фильтров с дробной задержкой определим оконную функцию  $w_{онм}(n)$ :

$$w_{онм}(n) = \frac{h_{ном}(n)}{h_{ид}(n)}, \quad (8)$$

где  $n$  – индекс коэффициента, удовлетворяющий условию  $0 \leq n < N$ . Для оптимального КИХ фильтра 21 по-

рядка с задержкой 10,5 такта и  $\lambda = 2\pi \cdot 0,4$  весовая функция представлена на рис. 1.

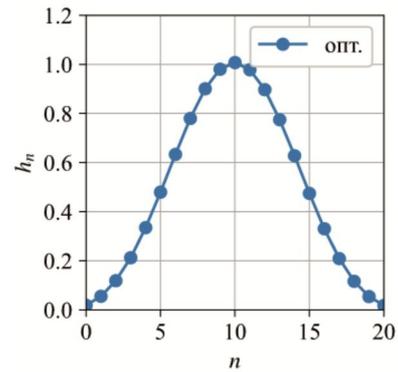


Рис. 1. Оптимальная весовая функция для  $N = 21$ ,  $\tau = 10,5$ ,  $\lambda = 2\pi \cdot 0,4$

### Известные весовые функции для КИХ фильтра с дробной задержкой

Из известных весовых функций наиболее близкими по форме к оптимальной являются три весовые функции: это весовые функции Кайзера, Дольф-Чебышева и Гаусса.

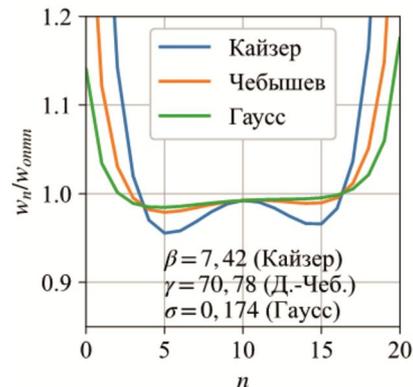


Рис. 2. Отношение разных весовых функций к оптимальной

На рис. 2 приведены графики отношения каждой из трех оконных функций к оптимальной. Указанные значения параметров оконных функций соответствуют минимуму суммы квадратов отклонений выбранного окна от оптимального:

$$err = \sum_{i=0}^{N-1} (w_i - w_{онм i})^2, \quad (9)$$

где  $err$  – минимизируемая ошибка,  $w_{онм i}$  – коэффициенты оптимального весового окна (8),  $w_i$  – коэффициенты одного из выбранных весовых окон.

В работе [4] предлагается использовать окно Ханна для расчета коэффициентов КИХ-фильтра с дробной задержкой. В этой же работе предлагается смещать оконную функцию на величину дробной части задержки, в результате получаем формулу:

$$w_H(n, C, \tau_w) = C + (1 - C) \cos \left( \frac{2\pi}{N} \left( n - \left[ \frac{N}{2} \right]_{цц} - \tau_w \right) \right), \quad (10)$$

где  $C = 0,5$ ,  $n = 0, 1, \dots, (N-1)$ ,  $[\cdot]_{цц}$  – оператор взятия целой части,  $\tau_w$  – величина смещения окна, равная дробной части задержки.

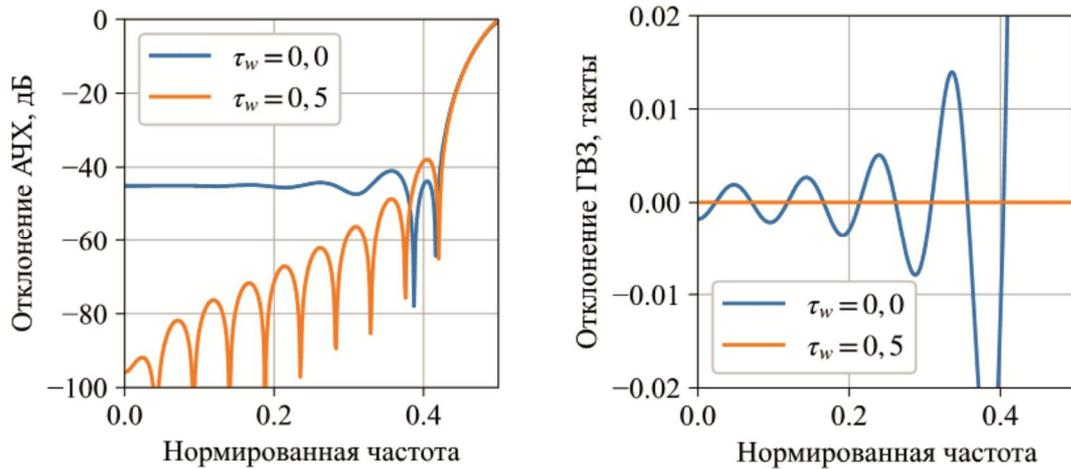


Рис. 3. Ошибка по АЧХ и ГВЗ для рассчитанного КИХ фильтра с использованием смещенного ( $\tau_w = 0,5$ ) и не смещенного ( $\tau_w = 0,0$ ) окна Ханна

На рис. 3 приведена величина ошибки АЧХ и ГВЗ для рассчитанного КИХ-фильтра с дробной задержкой с применением не смещенного ( $\tau_w = 0,0$ ) и смещенного ( $\tau_w = 0,5$ ) окна Ханна. Смещение окна позволяет существенно уменьшить отклонение частотной характеристики полученного КИХ-фильтра от желаемой формы. Также необходимо отметить, что применение окна Ханна (10) с  $C = 0,5$  для дробной части задержки  $\tau_r = 0,5$  дает идеально ровную ГВЗ с нулевой ошибкой. Для других значений задержки  $\tau_r$  и параметра  $C$  ГВЗ отклоняется от желаемой формы и ошибка становится ненулевой. Меняя параметр окна  $C$  можно уменьшать ошибку по АЧХ, но при этом будет увеличиваться ошибка по ГВЗ, из чего следует, что должно существовать некоторое оптимальное значение параметра  $C$ , при котором задержанный в таком фильтре сигнал будет минимально отличаться от реального случая (т.е. получит минимальные частотные искажения).

Получив существенное улучшение характеристик КИХ-фильтра путем простого внесения дробной части задержки в оконную функцию Ханна, были соответствующим образом изменены три другие оконные функции. Приведем формулы для смещенных окон Гаусса, Кайзера и Дольф-Чебышева соответственно:

$$w_G(n, \sigma, \tau_w) = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{n-N/2-\tau_w}{(N+1)\sigma} \right)^2}, \quad (11)$$

$$w_K(n, \beta, \tau_w) = \frac{I_0(\beta \sqrt{1-a_n^2})}{I_0(\beta)}, \quad (12)$$

$$a_n = \frac{n-k-\tau_w}{k}, \quad k = \frac{N+1}{2},$$

$$w_{Ch}(n, \gamma, \tau_w) = 10^{\gamma/20} + 2 \sum_{i=0}^m [C_N(\beta \cos(a_i)) \cos(2a_i(n-m-d-\tau_w))], \quad (13)$$

где  $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $m = N/2 - 1$ ,  $d = 0,5$ , если  $N$  четно и  $m = (N-1)/2$ ,  $d = 0,0$  если  $N$  нечетно;

$$\beta = ch(arcch(10^{\gamma/20}) \div (N-1)), \quad a_i = \pi \frac{i+1}{N+1}, \quad C_n(x) -$$

полином Чебышева:

$$C_n(x) = \begin{cases} \cos(n \arccos(x)), & |x| \leq 1, \\ \cosh(n \operatorname{arcch}(x)), & |x| > 1. \end{cases} \quad (14)$$

Для получения наилучших результатов для окна Ханна необходимо брать коэффициенты с индексами с 0 по  $N-1$ , а в формулах (11)–(13) с индексами 1 по  $N$ . Подобный вывод был сделан при сравнении формы окон (11)–(13) с оптимальным окном. Кроме того, действительного коэффициента с нулевым индексом при  $\tau_r > 0$  для окна Кайзера не существует, так как подкоренное выражение становится меньше нуля. Введение смещения окна на величину дробной части задержки приводит к сильному уменьшению ошибки по АЧХ для всех окон, кроме окна Дольф-Чебышева (рис. 4). На окно Дольф-Чебышева подобная модификация тоже оказывает положительное влияние, но в меньшей степени.

Сравнение частотных характеристик КИХ фильтров с разными параметрами окон не позволяет понять, какой из фильтров дает наилучшие результаты. В связи с этим была построена модель, описание и результаты работы которой приведены далее.

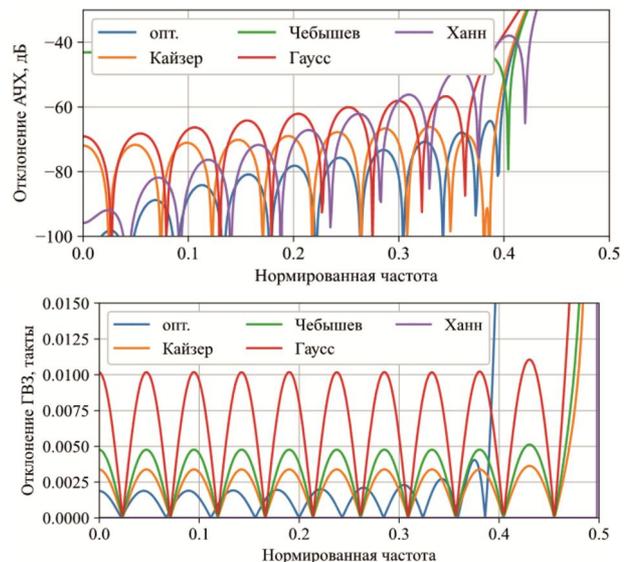


Рис. 4. Ошибка по АЧХ и ГВЗ для рассчитанного КИХ фильтра с дробной задержкой с использованием разных окон

## Моделирование

Целью моделирования является определение весовой функции, наилучшим образом воспроизводящей требуемый КИХ-фильтр с дробной задержкой.

Во время моделирования полоса пропускания фильтров задавалась равной  $\lambda = 2\pi \cdot 0,4$ .

Для выполнения моделирования сформируем сигнал, представляющий собой нормальный белый шум, пропущенный через ограничивающий ФНЧ, созданный на основе КИХ-фильтра со следующими параметрами: 2001 порядок, полоса среза 0,4, окно Кайзера,  $\beta = 22$ . Такой ФНЧ обладает очень крутым срезом и плоской АЧХ во всей полосе пропускания.

Для получения «эталонного» задержанного сигнала рассчитаем оптимальный КИХ фильтр с дробной задержкой 201 порядка. Отклонение по АЧХ и ГВЗ полученного фильтра и, для сравнения, рассчитанного ранее оптимального фильтра 21 порядка приведены на рис. 5. Как следует из расчетов, полученные АЧХ и ФЧХ для фильтра 201 порядка совпадают с идеальными с погрешностью, не превышающей цену младшего разряда чисел с плавающей точкой с двойной точностью

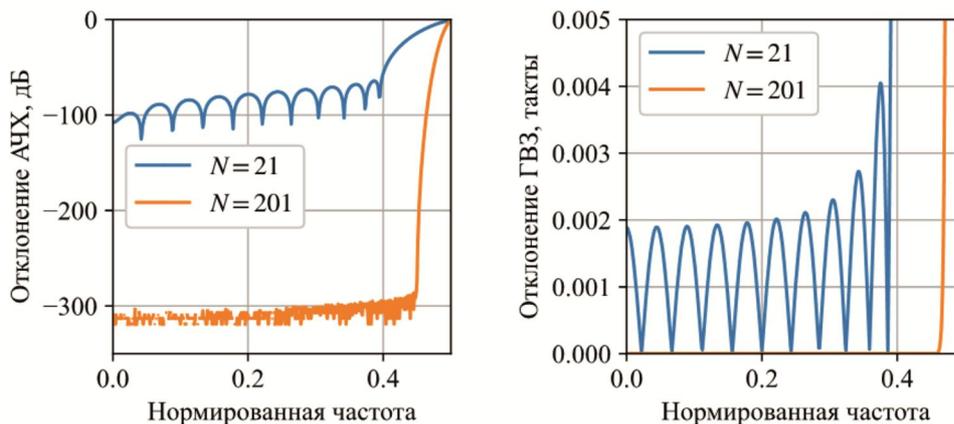


Рис. 5. Отклонение АЧХ (слева) и ГВЗ (справа) от идеальных значений для оптимальных КИХ с порядками 21 и 201



Рис. 6. Структурная схема модели

Таблица 1. Результаты моделирования величины ошибки формирования сигнала для КИХ с дробной задержкой  $\tau_r = 0,5$

Вид фильтра	Параметр окна	Величина ошибки, $10^{-3}$ ед.	
		Несмещенное окно	Смещенное окно на $\tau_w = 0,5$
Оптимальный, 21 порядок	-	-	0,22
Весовое окно Кайзера	7,424	7,14	0,40
	7,400	7,12	0,40
Весовое окно Дольф-Чебышева	70,795	7,32	7,22
	45,500	5,25	5,17
Весовое окно Гаусса	0,174	8,18	2,04
	0,180	7,79	1,99
Весовое окно Ханна	0,500	5,77	1,99
	0,520	5,35	1,48

(8 байт double).

В качестве меры ошибки выбрана сумма квадратов разностей всех выборок эталонного и исследуемого сигналов. Структурная схема модели приведена на рис. 6. Оптимальный КИХ-фильтр 201 порядка формирует эталонный задержанный сигнал, с которым будет сравниваться сигнал исследуемого фильтра. В роли исследуемого фильтра выступали: оптимальный КИХ-фильтра 21 порядка (для получения оценки минимально возможной ошибки), а также четыре КИХ-фильтра, синтезированные с применением описанных выше оконных функций. Так как фильтры разного порядка имеют различную задержку (разница в целое число тактов), то перед вычитанием сигнал нижнего фильтра дополнительно задерживался на необходимое число тактов.

Результаты моделирования сведены в табл. 1. Для каждой модели формировался КИХ-фильтр с дробной задержкой, равной  $\tau_r = 0,5$ . Для каждой оконной функции моделирование проводилось для четырех сочетаний: с двумя разными параметрами окна и для смещенного и несмещенного окна. Параметр окна из верхних строк был подобран по формуле (9) (кроме окна Ханна, для

него значение параметра  $C$  было выбрано в соответствии со статьей [5]), а из нижней строки подобран вручную так, чтобы обеспечить минимум ошибки на выходе модели. Как следует из результатов моделирования, эти величины, как правило, незначительно отличаются. Оценки получены путем усреднения по нескольким десяткам запусков каждой модели, при каждом запуске формировалось  $10^6$  выборок.

Как видно из результатов, наиболее близкие к оптимальным коэффициенты позволяет получить окно Кайзера со смещением, равным величине дробной задержки. При дробной задержке  $\tau_r = 0,5$  ошибка для КИХ с окном Кайзера дает примерно в два раза большую погрешность, чем оптимальный фильтр того же порядка. В качестве альтернативы окну Кайзера можно использовать более простое в вычислительном плане окно Ханна с параметром  $C = 0,52$ , в этом случае проигрыш по величине ошибки увеличится приблизительно в семь раз.

### Заключение

В статье рассмотрены вопросы синтеза КИХ-фильтров с дробной задержкой на основе оконных функций. Приведено описание модели и методика, с помощью которой можно сравнивать результаты синтеза КИХ-фильтров разными методами. Показано, что наиболее близкие к оптимальным коэффициенты позволяет получить смещенное окно Кайзера (12), умноженное на коэффициенты идеального КИХ-фильтра с дробной задержкой (7):

$$h_K(n) = \text{sinc} \left( n - \left[ \frac{N}{2} \right]_{\text{цел}} - \tau_r \right) w_K(n+1, \beta, \tau_r), \quad (15)$$

где  $\tau_r$  – дробная часть задержки  $\tau$ , выраженная в тактах частоты дискретизации,  $\beta = 7,12$  для нормированной полосы пропускания 0,4,  $n = 0, 1, \dots, (N-1)$ ,  $N$  – порядок фильтра.

*Исследование выполнено в рамках государственного задания ФГАОУ ВО Сибирский федеральный университет (номер FSRZ-2023-0008).*

### Литература

1. Андреев А.Г., Сенченко А.А. Оптимальный КИХ-фильтр с дробной задержкой. Цифровая обработка сигналов. 2023. № 3. С. 74-77.
2. V. Valimaki, T.I. Laakso. Fractional Delay Filters-Design and Applications. 2001. 10.1007/978-1-4615-1229-5\_20.
3. V. Valimaki, T. I. Laakso, «Principles of fractional delay filters», 2000 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No.00CH37100), 2000, pp. 3870-3873 vol.6, doi: 10.1109/ICASSP.2000.860248.
4. A. Yardim, G. D. Cain, P. Henry. Optimal two-term offset windowing for fractional delay / Electronics letters, Vol 32, No. 6, 1996, p.526-527.
5. G.D. Cain, A. Yardim, P. Henry, Offset windowing for FIR fractional-sample delay/1995 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Detroit, MI, USA, 1995, pp. 1276-1279, vol. 2, doi: 10.1109/ICASSP.1995.480472.
6. The GNU Multiple Precision Arithmetic Library: <https://gmplib.org/>.

## НОВЫЕ КНИГИ

**Витязев В.В., Волченков В.А., Овинников А.А., Лихобабин Е.А.**

**Цифровая обработка сигналов: Учебное издание для вузов, М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2023 г. 188 с.: ил.**

Рекомендовано Научно-методическим советом ФГБОУ ВО «Рязанский государственный Радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина» в качестве учебного пособия для студентов обучающихся по программе высшего образования по направлениям 11.03.01 – «Радиотехника» и 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», магистров по 09.04.04 – «Программная инженерия» и специалистов по специальности 12.05.01 – «Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения».

Изложены общие принципы цифровой обработки сигналов. Основное внимание уделено проектированию цифровых фильтров в классе КИХ- и БИХ-цепей. Приводятся теоретические сведения, касающиеся характеристик фильтров, приводятся подробные примеры их проектирования и анализа их характеристик. Рассматриваются инструменты моделирования прохождения сигналов через цифровые фильтры в среде SimInTech. Использование среды SimInTech для проектирования цифровых фильтров и моделирования прохож-

дения сигналов через них отличает данное учебное издание от имеющейся учебной литературы в данной области.

Для студентов, обучающихся по направлениям 11.03.01 – «Радиотехника» и 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и специальности 12.05.01 – «Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения», и магистрантов, обучающихся по направлению 09.04.04 – «Программная инженерия», может представлять интерес для специалистов.



## ВЛИЯНИЕ МНОГОТОНАЛЬНОЙ ПОМЕХИ НА ПОИСК ПСЕВДОСЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА И ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕЖЕКЦИИ ЗА СЧЁТ ВЗВЕШИВАНИЯ СОВРЕМЕННЫМИ МОДИФИКАЦИЯМИ ФУНКЦИЙ ДОЛЬФА-ЧЕБЫШЕВА

*Кузьмин Е.В., к.т.н., доц., доцент кафедры радиотехники ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»,  
e-mail: ekuzmin@sfu-kras.ru, kuzminev@mail.ru*

### INFLUENCE OF MULTITONE CONTINUOUS WAVE INTERFERENCE ON THE PSEUDO-RANDOM SIGNAL SEARCHING AND INCREASING THE EFFICIENCY OF THE NOTCH BY WEIGHTING WITH DOLPH-CHEBYSHEV FUNCTIONS MODERN MODIFICATIONS

*Kuzmin E.V.*

*The influence of multitone continuous wave interference (MCWI) on the correct searching probability for a phase shift keyed pseudo-random signal (PSK-PRS) has been studied. Deterministic and chaotic scenarios of frequency localization of MCWI, as well as different compositions of MCWI, are considered. The decrease in the capabilities of the Fourier procedure for searching for PSK-PRS is assessed when varying the power of the MCWI, increasing the number of its interference components from 2 to 25, and changing the spectral "extent" of the presence of components. Statistical modeling was used to obtain families of probabilistic dependencies characterizing the effectiveness of the search for PSK-PRS under observation conditions against the background of MCWI in the absence and presence of rejection measures. Quantitative estimates are given and a significant increase in the efficiency of the aggregate processing of PSK-PRS based on the Fourier search procedure with preliminary rejection using weighting of the samples of the signal and interference mixture based on modern modifications of the Dolph-Chebyshev functions is shown.*

**Key words:** multitone continuous wave interference, pseudo-random signal, interference rejection, correct searching probability, weight function, Fourier procedure.

**Ключевые слова:** многотональная помеха, псевдослучайный сигнал, режекция помехи, вероятность правильного поиска сигнала, весовая функция, Фурье-процедура.

#### Введение

Одним из видов помеховых воздействий является многотональная помеха (МП), образующаяся суммой гармонических помех (ГП) или узкополосных помех, действующих в полосе частот полезного сигнала [1-4]. Независимо проведённые исследования показывают, что даже одна ГП способна негативно воздействовать на качество обработки псевдослучайных сигналов (ПСС) [5-8]. В частности, показано, что влияние ГП на Фурье-процедуру поиска фазоманипулированного (ФМ) ПСС, в зависимости от параметров, может быть как слабозаметным, так и весьма существенным [7; 8]. Аналогичные результаты по исследованию влияния многотональной помехи на Фурье-процедуру поиска ФМ-ПСС отсутствуют. Однако вопрос о таком влиянии при изменении состава МП (различного числа ГП, её образующих), рассмотрении разных сценариев<sup>1</sup> частотной локализации и протяжённости «присутствия» помеховых компонентов, интересен в научно-техническом и научно-методическом плане. Кроме того, с учётом новых результатов по борь-

*Исследовано влияние многотональной помехи (МП) на вероятность правильного выполнения поиска фазоманипулированного псевдослучайного сигнала (ФМ-ПСС). Рассмотрены детерминированные и хаотические сценарии частотной локализации МП, а также различный состав МП. Оценено снижение возможностей Фурье-процедуры поиска ФМ-ПСС при варьировании мощностью МП, увеличении количества её помеховых компонентов от 2 до 25 и изменении спектральной «протяжённости» присутствия компонентов. Статистическим моделированием получены семейства вероятностных зависимостей, характеризующих эффективность поиска ФМ-ПСС в условиях наблюдения на фоне МП при отсутствии и наличии мер режекции. Даны количественные оценки и показано существенное повышение эффективности совокупной обработки ФМ-ПСС на основе Фурье-процедуры поиска с предварительной режекцией, использующей взвешивание реализаций смеси сигнала и помехи современными модификациями функций Дольфа-Чебышева.*

бе с ГП за счёт режекции при обоснованном выборе весовой функции (ВФ) предварительного взвешивания, логичным продолжением является аналогичная борьба с МП и рассмотрение современных модификаций ВФ. В [3; 9] предпочтение отдаётся ВФ Парзена, в [10; 11] показано, что преимуществами обладает кубическая вариация ВФ Хеннинга, при этом класс весьма эффективных ВФ Дольфа-Чебышева (ДЧ) для задачи режекции ГП и МП не был рассмотрен. К проведению такого рассмотрения и соответствующих исследований дополнительно мотивирует наличие современных модификаций данных ВФ – Кравченко-ДЧ [12] и ДЧ-Дворковича [13].

<sup>1</sup> Детерминированных и хаотических.

**Цель статьи** – оценка влияния состава многокомпонентной помехи и сценария частотной локализации её компонентов на качество поиска фазоманипулированного псевдослучайного сигнала и повышение эффективности режекции многокомпонентной помехи за счёт применения некоторых модификаций современных весовых функций.

### Модель наблюдений, Фурье-процедура поиска ПСС и алгоритм режекции МП

Пусть на входе обработки на временном интервале периода повторения псевдослучайной последовательности (ПСП)  $t \in [0, T_c]$  доступны дискретные равноотстоящие через  $T$  отсчёты аддитивной смеси  $x_\Sigma(nT)$  фазоманипулированного ПСС  $s_{\text{псс}}(nT)$ , многокомпонентной помехи  $\sum_k m_k(nT)$  и шума  $\xi(nT)$  со спектральной плотностью мощности  $N_0$  (дисперсией  $\sigma^2 = N_0/2T$ ):

$$\begin{aligned} x_\Sigma(nT) &= s_{\text{псс}}(nT) + \sum_{k=1}^{N_m} m_k(nT) + \xi(nT, \sigma^2), \\ s_{\text{псс}}(nT) &= A_s a(nT) \cos(2\pi f_s nT + \varphi_s), \\ a(nT) &= \sum_{i=0}^{N_g-1} g_i \text{rect}(nT - iT_c/N_g), \\ m_k(nT) &= A_{mk} \cos(2\pi f_{mk} nT + \varphi_{mk}). \end{aligned} \quad (1)$$

В выражении (1) использованы следующие обозначения:  $N_m$  – число ГП, образующих МП;  $a(nT)$  – отсчёты видеосигнала, порождаемого символами  $g_i = \{\pm 1\}$  ПСП длины  $N_g$ , образуемого гестимпульсами;  $n = 0, 1, \dots, K-1$  – номера отсчётов;  $K = T_c/T$  – число отсчётов; символы  $A$ ,  $f$  и  $\varphi$ , используемые с буквенными индексами, соответственно означают амплитуду, частоту и начальную фазу колебаний ПСС ( $s$ ) и МП ( $m$ ).

Поиск по задержке<sup>2</sup> ФМ-ПСС  $s_{\text{псс}}(nT)$ , наблюдающегося в аддитивной смеси (1), производится на основе Фурье-процедуры, основанной на прямом и обратном дискретном (быстром) преобразовании Фурье (ДПФ, ОДПФ), применяемой для получения сигнального «всплеска»  $Z$  и определения на основе положения его максимума оценки времени запаздывания сигнала [3; 8]:

$$Z = |F^{-1}[F[x_\Sigma(nT) \cos(2\pi f_s nT) + j x_\Sigma(nT) \sin(2\pi f_s nT)] \cdot F^*[a_{\text{он}}(nT)]]|. \quad (2)$$

В выражении (2) и далее применены обозначения  $F[\cdot]$  и  $F^{-1}[\cdot]$  – операторы ДПФ и ОДПФ соответственно; символ звёздочка означает комплексное сопряжение;  $a_{\text{он}}(nT)$  – отсчёты несмещённого опорного видеосигнала ПСП;  $|\cdot|$  – операция взятие модуля; символом  $j = \sqrt{-1}$  обозначена мнимая единица.

Применяемый алгоритм режекции МП, эффективность которого зависит от вида ВФ, предполагает переход в частотную область, поэлементное подавление  $X_\Sigma[\cdot \cdot 00 \cdot \cdot]$  ограниченного количества максимальных

частотных выборок в спектре  $X_\Sigma$  взвешенной реализации аддитивной смеси (1) и возвращение к временной реализации [3]:

$$\begin{aligned} X_\Sigma &= F[x_\Sigma(nT)w(nT)], \\ \tilde{X}_\Sigma &= X_\Sigma[\cdot \cdot 00 \cdot \cdot], \\ \tilde{x}_\Sigma(nT) &= F^{-1}[\tilde{X}_\Sigma], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $w(nT)$  – коэффициенты ВФ предварительного взвешивания. Обработанная реализация  $\tilde{x}_\Sigma(nT)$  (3), существенно ослабленными компонентами МП, используется в (2) для решения целевой задачи<sup>3</sup> цифровой обработки сигналов.

### Результаты моделирования

На рис. 1 представлены результаты статистического моделирования, полученные при проведении  $10^5$  независимых испытаний, предполагающих обновление реализаций дискретизированного гауссовского шума, внесение случайной<sup>4</sup> задержки фазоманипулированного ПСС и случайной начальной фазы помеховых компонентов. Энергетический потенциал  $q_{\text{эп}} = 10 \lg(0,5 A_s^2/N_0) = 45$  дБГц. Корреляционная обработка (2) смеси (1) ШПС, помехи ( $1 \leq N_m \leq 25$ ) и шума выполнялась на интервале длительности периода ПСП. Объём выборки за период ПСП  $K = 4096$ , длина ПСП  $N_g = 511$ . Показаны три группы семейств зависимостей вероятностей правильного выполнения поиска  $P(q_{\text{пс}})$  по задержке от отношения «помеха/сигнал»  $q_{\text{пс}}$ . Шаг изменения аргумента  $\Delta q_{\text{пс}} = 1$  дБ. При проведении моделирования применялись неоднократно ранее опробованные методика моделирования и способ получения выходного эффекта Фурье-процедуры поиска ПСС [7; 8; 10; 11]. Нумерация групп семейств на рис. 1 означает принадлежность к применённому сценарию частотной локализации помеховых компонентов: 1 – хаотические (случайные) частоты в спектральном интервале главного лепестка (ГЛ) спектра сигнала и граничащих с ним первых боковых лепестков (БЛ); 2 и 3 – соответственно хаотические и фиксированные частоты в спектральном интервале ГЛ. В группах семейств 1–3 по семь кривых, каждая из которых соответствует определённому количеству  $N_m$  воздействующих помеховых компонентов. При значениях  $P(q_{\text{пс}}) < 0,9$  очерёдность расположения кривых, обсуждаемая далее, является ожидаемой: правые зависимости в группах соответствуют случаям  $N_m = 1$ , а левые –  $N_m = 25$ , при этом между ними находятся зависимости, соответствующие  $N_m = 2-5, 10$ . В табл. 1 даны некоторые частные количественные оценки эффективности

<sup>3</sup> В данном случае это поиск ПСС по задержке, но целевая задача приведена для примера, который никак не ограничивает область применения результата фильтрации (3).

<sup>4</sup> Здесь и далее при указании на случайный (хаотический) характер параметра (задержка, начальная фаза, частота) предполагается равномерный закон распределения.

<sup>2</sup> Частота сигнала при данном рассмотрении полагается известной.

Фурье-процедуры поиска ПСС при воздействии различного числа  $N_{\text{гн}} \geq 1$  помеховых компонентов. При отрицковке зависимостей (рис. 1) и их вычислительной обработке (табл. 1) применялась интерполяция.

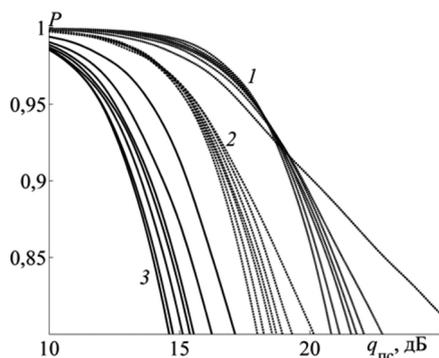


Рис. 1. Семейства зависимостей вероятности правильного выполнения поиска от отношения «помеха/сигнал» в условиях воздействия МП при  $N_{\text{гн}}=1-5, 10, 25$ . Фурье-процедура (2)

На рис. 2 представлено семейство зависимостей  $P(q_{\text{пс}})$ , полученное при проведении  $2 \cdot 10^4$  испытаний,  $q_{\text{зн}}=40$  дБГц, воздействии пятикомпонентной МП ( $N_{\text{гн}}=5$ ) с хаотическим сценарием частотной локализации в области ГЛ и предкорреляционной обработке смеси (1) режектором (3), в котором применено взвешивание различными весовыми функциями, прошедшими предварительный отбор. Нумерация кривых на рис. 2 означает вид ВФ в (3): 1 – кубическая вариация ВФ Хеннинга ( $X^3$ ) [13, с. 40]; 2 – Дольфа-Чебышева ( $\text{ДЧ}_5$ ) [12]; 3 – Кравченко-Дольфа-Чебышева ( $\text{К}_4\text{ДЧ}_5$ ) [12]; 4 – Дольфа-Чебышева-Дворковича ( $\text{ДЧД}$ , см. ф-лу (4.11) в [13, с. 70], коэфф. в правом столбце табл. 4.4 [13, с. 71]). Режектор настраивался на поэлементное удаление 50 максимальных частотных выборок из спектра аддитивной смеси с учётом результатов [11]. Обработанная режектором смесь с существенно ослабленным помеховым процессом подавалась на Фурье-процедуру поиска (2), в которой выполнялось пять когерентных накоплений. Частная количественная констатация установленных положительных эффектов, обусловленных введением предварительного подавления помеховых компонентов, представлена в табл. 2.

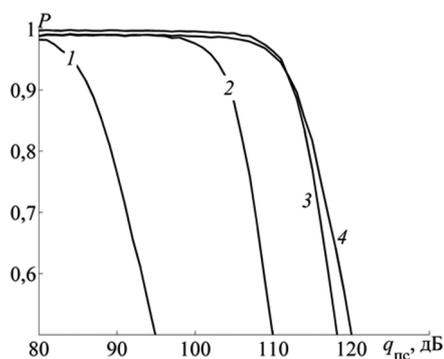


Рис. 2. Семейство зависимостей вероятности правильного выполнения поиска от отношения «помеха/сигнал» при обработке хаотической МП ( $N_{\text{гн}}=5$ ) режектором (3) и Фурье-процедурой (2)

Таблица 1. Оценки значений отношений «помеха/сигнал»  $q_{\text{пс}}$  при различном количестве помеховых компонентов  $N_{\text{гн}}$ . Фурье-процедура (2)

$N_{\text{гн}}$	Частоты помеховых компонентов		
	Хаотич.		Фикс.
	ГЛ	ГЛ и два БЛ	ГЛ
	$q_{\text{пс}}, \text{дБ}$ при $P=0,9(0,99)$		
1	17,5 (12,4)	20,2 (13,8)	15,4 (11,0)
2	17,3 (12,7)	19,8 (14,4)	14,4 (10,1)
5	16,9 (12,7)	19,6 (14,9)	13,6 (9,5)
10	16,7 (12,8)	19,4 (15,1)	13,3 (9,5)

Таблица 2. Оценки значений отношений «помеха/сигнал»  $q_{\text{пс}}$  при  $N_{\text{гн}}=5$ . Режектор (3) и Фурье-процедура (2). Частоты компонентов МП хаотические в пределах ГЛ

ВФ	$X^3$	$\text{ДЧ}_5$	$\text{К}_4\text{ДЧ}_5$	$\text{ДЧД}$
$q_{\text{пс}}, \text{дБ}$ при $P=0,9(0,985)$	86,7 (79,8)	104,6 (98,3)	112,7 (107,5)	113,0 (104,4)

### Обсуждение результатов

Как видно из результатов статистического моделирования, представленных в графическом (рис. 1) и табличном виде (табл. 1), для рассмотренных условий присутствия в наблюдениях аддитивной смеси (1) помеховых компонентов при  $N_{\text{гн}} > 1$  дополнительно снижает эффективность Фурье-процедуры (2) поиска ПСС. Обработка статистических зависимостей (рис. 1) показала, что при различных сценариях частотной локализации помеховых компонентов дополнительное ухудшение эффективности поиска при  $N_{\text{гн}} > 1$  оказывается в пределах 2 дБ. Взаимное расположение групп кривых 1–3 объясняется результатами [14]. В области значений  $P(q_{\text{пс}}) > 0,9$ , в группах 1, 2 (рис. 1), наблюдается аномальная (на первый взгляд) «перестановка» зависимостей. Такой ход кривых фиксируется, по-видимому, из-за существенного изменения характера распределения МП при  $N_{\text{гн}} > 1$ . Согласно центральной предельной теореме (т. А.М. Ляпунова), сложение процессов с произвольными распределениями приводит к гауссовости распределения суммарного процесса [15, с. 348; 16, с. 154]. Таким образом, с ростом  $N_{\text{гн}}$  распределение МП стремится к гауссовскому, при котором процедура корреляционной обработки является оптимальной<sup>5</sup> [17, с. 11]. Данное явление «перестановки» зависимостей выражено тем сильнее, чем больше интервал значений хаотических частотных расстройек помеховых компонентов. На рис. 3 данный эффект визуализирован – представлены гистограммы распределения помеховых процессов, показывающие количество отсчётов  $N_{\text{отсч}}$  «попавших» в каждый из интервалов<sup>6</sup> при одной гармонике помехи ( $N_{\text{гн}}=1$ ), а так-

<sup>5</sup> По критерию максимума отношения мощностей сигнала и помехи на выходе.

<sup>6</sup> Количество интервалов выбрано равным 31 и определено как одно из ближайших нечётных целых к значению, получаемому по правилу Райса:  $2\sqrt[3]{K}$ .

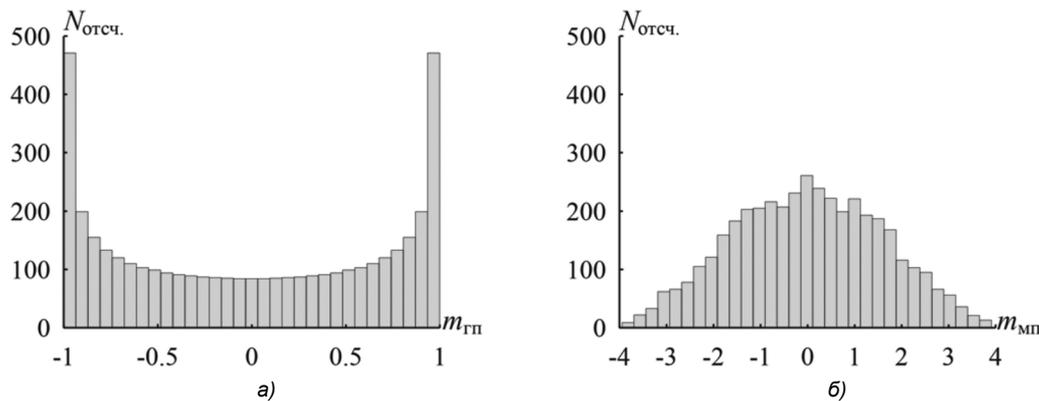


Рис. 3. Гистограммы распределения помехового процесса при  $N_{\text{отсч}}=1$  (а) и  $N_{\text{отсч}}=5$  (б)

же при  $N_{\text{отсч}}=5$ . Общее число отсчётов помеховых процессов  $K=4096$  соответствует принятому при моделировании объёму выборки за период ПСП. Амплитуды помеховых гармоник единичные, а начальные фазы – случайные.

Результаты статистического моделирования совокупной обработки (рис. 2, табл. 2), предполагающей режекцию (3) и последующий поиск ПСС на основе Фурье-процедуры (2), свидетельствуют о существенной эффективности режектора в условиях применения для взвешивания современных модификаций ВФ Дольфа-Чебышева, обеспечивающих выигрыш в сравнении со случаем применения обоснованной ранее [10; 11] кубической вариации ВФ Хеннинга<sup>7</sup>. Установленный выигрыш совокупной обработки составляет до 26 дБ ( $P=0,9$ ) при  $N_{\text{отсч}}=5$ , что является существенным потенциальным алгоритмическим преимуществом.

### Заключение

В статье проведено исследование влияния многополосной помехи с различным составом, интенсивностью и сценариями частотной локализации на вероятность правильного выполнения поиска псевдослучайного сигнала. Установлено, что при многокомпонентном составе ( $2 \leq N_{\text{отсч}} \leq 25$ ) рассмотренной помехи эффективность поиска псевдослучайного сигнала дополнительно снижается, что количественно характеризуется уменьшением допустимого отношения «помеха/сигнал» в пределах 2 дБ. Кроме того, исследована эффективность совокупной обработки, включающей режекцию многополосной помехи и последующий поиск сигнала на основе Фурье-процедуры. Установлено существенное (порядка 20 дБ и более) преимущество совокупной обработки при применении современных модификаций ВФ Дольфа-Чебышева – Кравченко-ДЧ и ДЧ-Дворковича, в сравнении со случаями использования других рассмотренных ВФ.

### Литература

1. Тузов Г.И., Сивов В.А., Прытков В.И. и др. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
2. Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф. Помехоустойчивость асинхрон-

ных систем передачи с шумоподобными сигналами при действии узкополосных помех. Радиотехника. 1993. №7. С. 27-36.

3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010.

4. Авдеев В.А., Кошкарлов А.С., Коннов Е.В. Обнаружение помех в частотных диапазонах космических навигационных систем. Журнал радиоэлектроники. 2015. №10. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct15/12/text.pdf>.

5. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью. М.: Радио и связь, 2003.

6. Borio D. GNSS acquisition in the presence of continuous wave interference. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. 2010, vol. 46, no. 1, pp. 47-60.

7. Кузьмин Е.В. О влиянии квантования по уровню на эффективность процедуры поиска шумоподобного сигнала по задержке на фоне шума и гармонической помехи. Цифровая обработка сигналов. 2020. № 2. С.41-45.

8. Кузьмин Е.В., Зограф Ф.Г. Влияние гармонической помехи на эффективность процедуры беспорогового поиска шумоподобного сигнала по времени запаздывания с переходом в частотную область определения. Радиотехника и электроника. 2022. Т.67. №8. С.774-781.

9. Бакитко Р.В., Польщиков В.П., Шилов А.И., Хацкевич Я.Д., Болденков Е.Н. Использование весовых функций для предварительной обработки шумоподобных сигналов при наличии сильных интерференционных помех. Радиотехника. 2006. № 6. С.13-17.

10. Кузьмин Е.В. Повышение эффективности обработки сигналов на фоне гармонической помехи за счёт выбора функции предварительного взвешивания для частотного режектора. Цифровая обработка сигналов. 2021. № 4. С.16-20.

11. Кузьмин Е.В. Показатели качества алгоритма ДПФ-режекции узкополосной помехи при различных функциях предварительного взвешивания. Цифровая обработка сигналов. 2023. №1. С.48-53.

12. Кравченко В.Ф., Пустовойт В.И. Новый класс весовых функций и их спектральные свойства. Доклады академии наук. 2002. Т.386. №1. С.38-42.

13. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. М.: Техносфера, 2016.

14. Кузьмин Е.В. Анализ частотных характеристик процедур квадратурной корреляционной обработки комплексных сигналов. Цифровая обработка сигналов. 2020. № 4. С.13-20.

15. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.

16. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 2000.

17. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. М.: Советское радио, 1970.

<sup>7</sup> Которая в свою очередь выигрывает у ВФ Парзена (см. [10; 11]).

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБУЧАЮЩЕГО НАБОРА ИЗОБРАЖЕНИЙ НЕЙРОСЕТЕВОГО ГИДРОЛОКАТОРА

Сюзев В.В., д.т.н., профессор, профессор каф. ИУ6 МГТУ им. Баумана

Сотников А.А., к.т.н., доцент каф. ИУ6 МГТУ им. Баумана, e-mail: sotnikov@bmstu.ru

Баранова С.Н., асс. каф. РГРТУ, e-mail: baranova.sv.n@gmail.com

## SIMULATION MODELING OF TEST AND TRAINING DATASETS OF A NEURAL NETWORK SONAR DETECTOR

Syuzev V.V., Sotnikov A.A., Baranova S.N.

*The use of neural network technologies is actively used in problems where mathematical and algorithmic solutions are difficult to formalize. The method of simulation modeling of sonar scenes developed by the authors ensures the adequacy of the data obtained by using as reference data samples of sonar signals obtained earlier as a result of field experiments. The described approach will allow saving the formation and Fourier transform when simulating training signals on a beam, while simultaneously providing modeling of hydroacoustic scenes for various parameters when using a binary weighted representation.*

**Key words:** simulation modeling, neural networks, spectrogram, bit plane, binary representation.

**Ключевые слова:** имитационное моделирование, нейронные сети, спектрограмма, битовая плоскость, бинарное представление.

### Введение

В последние десятилетия наблюдается существенное расширение спектра научно-технических задач, успешно решенных с помощью нейросетевых технологий. Подобный прорыв стал возможным благодаря существенно возросшей в последнее время вычислительной мощности аппаратного обеспечения обработки данных и одновременному развитию алгоритмических и программных средств нейронных сетей. Наибольший эффект от применения нейросетевых технологий удалось достигнуть в распознавании образов и других направлениях, где математическое и алгоритмическое обеспечения решения поставленной задачи являются трудно формализуемыми.

В процессе разработки бортовых вычислительных систем современных подводных комплексов одной из наиболее актуальных задач является обнаружение и распознавание неоднородностей на фоне помех, водной поверхности и рельефа дна. Однако получение изображений для распознавания образов по традиционно применяемым телевизионному и тепловизионному каналам в этом случае является невозможным в силу физических особенностей распространения волн в водной среде, а наиболее эффективным методом сбора информации об окружающих подводных объектах является активная гидролокация. Относительно низкая скорость потока гидроакустических данных (не более 100 Мбит/с до первичной обработки, осуществляемой в виде цифрового гетеродинамирования, и не более 10 Мбит/с после) делает привлекательным решение задачи гидролокационного обнаружения и распознавания образов с использованием достаточно хорошо развитой на данный момент технологии нейронных сетей [1].

*Нейросетевые технологии активно применяются в задачах, где математическое и алгоритмическое обеспечения решения являются трудно формализуемыми. Разработанный авторами метод позволяет сэкономить вычислительные ресурсы при имитации обучающих данных нейросети гидролокатора, одновременно обеспечивая моделирование гидроакустических сцен для различных параметров при использовании представления в двоично взвешенном виде. Адекватность полученных данных обеспечивается за счет использования в качестве эталонных данных спектрограммы гидроакустических сигналов, полученных ранее в результате натуральных или вычислительных экспериментов.*

Очевидно, что достижение необходимых технических эффектов в виде вероятности обнаружения объектов и достоверности их распознавания при применении нейронных сетей возможно только в том случае, если разработчик обладает большим и качественным набором технологических данных (гидролокационных сцен) для обучения и валидации нейросети. Гидролокационные сцены должны охватывать множество ракурсов различных подводных объектов, внешних условий и факторов, определяющих их вид на фоне различной помеховой обстановки. В идеале технологические данные должны быть получены в результате натуральных испытаний во всевозможных точках мирового океана, в различных гидрологических условиях, с множеством реальных подводных объектов в различных режимах движения, в разных режимах работы гидролокатора. По экспертным оценкам минимально необходимое количество гидролокационных сцен должно быть не менее одного миллиона. Получение такого количества данных в процессе натуральных испытаний на специализированных полигонах является практически недостижимой задачей в силу не только огромной трудоемкости и высокой стоимости экспериментов, но и из-за физико-технических ограничений возможностей управления параметрами водной среды и погодными условиями.

Эффективным методом преодоления ограничений

управления параметрами эксперимента и существенного ускорения процесса получения необходимого количества наборов данных является имитационное моделирование гидролокационных сцен. При этом условием качественного функционирования нейросети обнаружителя будет являться адекватность модели гидролокационных изображений. Исследованию обобщенных методов имитационного моделирования сигналов, в том числе и гидроакустических, посвящен ряд работ отечественных и зарубежных ученых [2-5]. Разработанный авторами метод направлен на формирование обучающих наборов данных, представленных в виде гидроакустических изображений, для интеллектуального гидролокатора. Учитывая потребность в большом количестве изображений для обеспечения требуемого уровня качества обучения, предложенный метод по сравнению с существующими, позволяет увеличить количества обучающих изображений, за счет этапа двоично взвешенного их представления. Композиция двоично взвешенных плоскостей изображений, полученных в результате натуральных и вычислительных экспериментов [6], формирует новое множество синтезированных спектрограмм с различной шумовой и целевой ситуацией.

**Имитационное моделирование гидроакустической обстановки**

Разработанный авторами метод имитационного моделирования гидролокационных сцен обеспечивает адекватность полученных данных за счет использования в качестве эталонных данных отсчеты гидроакустических сигналов, полученных ранее в результате натуральных экспериментов, а также позволяет постоянно корректировать сформированный набор гидролокационных сцен с учетом вновь полученных экспериментальных данных.

Структурная схема имитационной модели гидроакустической сцены приведена на рис. 1.

Таким образом, гидроакустические изображения формируются в результате вычисления спектрограммы аддитивного сигнала, полученного в результате сложения по временным отсчетам дискретных элементарных гидроакустических сигналов, полученных в результате

имитационного моделирования.

1. Формирование отраженного сигнала на основе зондирующей посылки.

Имитационное моделирование зондирующего сигнала локатора после отражения от объекта локации сводится к следующим его основным преобразованиям:

– преобразование сигнала, связанное с внесением временной задержки  $\tau$ , определяется выражением

$$x'_0(n) = x_0(n - \tau),$$

где величина временной задержки определяется выражением

$$\tau = \frac{2 \cdot D}{c},$$

где  $D$  – расстояние между локатором и объектом локации;  $c$  – скорость распространения волны зондирующего сигнала в физической среде;

– преобразование сигнала, связанное с внесением коррекции спектра сигнала в результате доплеровского смещения частоты зондирующего сигнала, реализуется на основе схемы гетеродинирования. Перенос полосы частот выполняется на частоту доплеровского смещения  $\Delta f_o$  с последующей децимацией, а величина изменения спектра сигнала, обусловленного доплеровским смещением частот зондирующего сигнала на величину  $\Delta f_o$  определяется выражением

$$\Delta f_o = \frac{2 \cdot f_0 \cdot v \cdot \cos \alpha}{c},$$

где  $v$  – модуль вектора взаимной скорости локатора и объекта локации;  $f_0$  – исходная частота зондирующего сигнала,  $\alpha$  – угол наклона вектора взаимной скорости.

2. Формирование узкополосной помехи по заданным функциям спектральной плотности (ФСПМ) или автокорреляционной функции (АКФ) [7] в соответствии с заданным соотношением сигнал-шум  $K_{SNR}$ .

$$K_{SNR} \cdot \int_{f_{N0}}^{f_{N1}} S_{XN}(f) df = P_{XS},$$

где  $P_{XS}$  – мощность полезного сигнала;  $S_{XN}(f)$  – функция спектральной плотности мощности узкополосной помехи,  $f_{N0} \dots f_{N1}$  – диапазон частотного спектра узкополосной помехи.

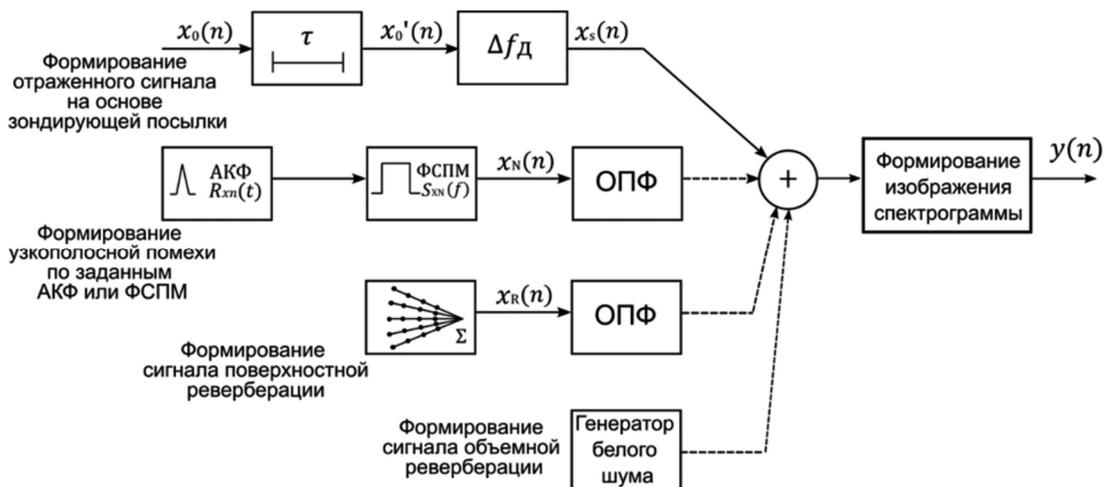
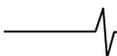


Рис. 1. Структурная схема имитационной модели гидроакустической сцены



В случае, если помеха задаётся АКФ, то её ФСПМ рассчитывается согласно теореме Винера-Хинчина-Колмогорова, которая утверждает, что спектральной плотностью мощности стационарного в широком смысле случайного процесса является преобразование Фурье соответствующей автокорреляционной функции. Данное утверждение для дискретных сигналов иллюстрирует выражение

$$S_{XN}(k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{XN}(k) e^{-j2\pi kf}, k = 1, 2, \dots,$$

где  $S_{XN}(k)$  ФСПМ;  $R_{XN}(k)$  – АКФ.

Расчёт временной реализации сигнала осуществляется в соответствии с обратным преобразованием Фурье (ОПФ) [8].

3. Формирование сигнала поверхностной реверберации.

Имитационное моделирование поверхностной реверберации реализуется как имитационная модель аддитивного отраженного сигнала от всех рассеивающих неоднородностей границы раздела физических сред с учетом следующих предположений и допущений:

- рассеивающие неоднородности являются точечными;
- расположение неоднородностей является дискретным;
- неоднородности расположены в одной плоскости;
- вторичное рассеивание отсутствует;
- взаимное движение гидролокатора относительно объекта локации равномерно и прямолинейно.

Для определения взаимного геометрического расположения элементарных рассеивателей и определения параметров выражения поверхность неоднородностей условно разбивается на зоны равной площади  $\Delta S$ . Каждой зоне неоднородностей ставится в соответствие точечный элементарный рассеиватель (рис. 2) [9].

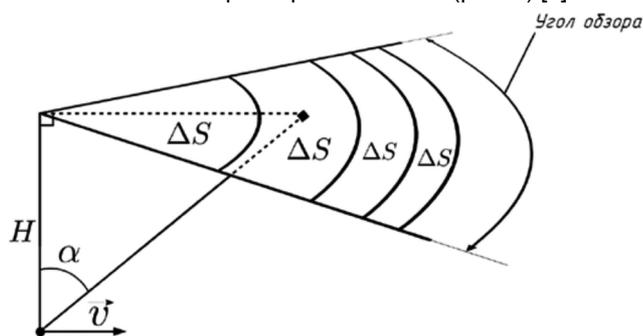


Рис. 2. Схема расположения зон неоднородностей при формировании сигнала поверхностной реверберации

В этом случае реверберацию можно представить канонической моделью и описать соотношением [10]

$$x_R(n) = \sum_{i=1}^{N_{rev}} s_i(n, \alpha_{revi}, \gamma_{revi}, R_{revi}, v_{revi}),$$

где  $N_{rev}$  – количество элементарных рассеивателей;  $s_i$  – реверберационный сигнал от  $i$ -го элементарного рассеивателя;  $\alpha_{revi}$  – азимут  $i$ -го элементарного рассеивателя;  $\gamma_{revi}$  – угол места  $i$ -го элементарного рассеивателя;  $R_{revi}$  – расстояние от приемной антенны до

$i$ -го элементарного рассеивателя;  $v_{revi}$  – радиальная составляющая скорости гидролокатора относительно  $i$ -го элементарного рассеивателя.

4. Формирование сигнала объемной реверберации.

Добавление широкополосной помехи ( $\Delta f_{XN} > \Delta f_{XS}$ ).

Аддитивное имитационное моделирование отраженного сигнала также допускает применение широкополосного шума, алгоритмы формирования которого основаны на генерации последовательности некоррелированных нормально распределенных псевдослучайных чисел [11].

#### Формирование изображений спектрограммы

Формирование изображения спектрограммы осуществляется в результате предобработки результирующего гидроакустического сигнала. Предобработка сигнала осуществляет усиление полезного отраженного от объекта локации сигнала на фоне помех и ложных целей и в свою очередь состоит из трех последовательных операций [12]:

- лучеформирование – осуществляется с целью пространственной фильтрации, обеспечивающей усиление на фоне помех сигнала, находящегося в луче с заданными угловыми координатами [13];
- оконное преобразование Фурье – осуществляется с целью оценки изменяющегося во времени спектра сигнала и селекции сигнала, отраженного от подвижных объектов [12, 14];
- графическое представление изображений спектрограмм – осуществляется с целью представления результирующего предобработанного сигнала в заданном графическом формате, пригодном для обнаружения и классификации нейросетью гидролокатора.

Таким образом, в результате предобработки в спектрограмме цель оказывается отделенной от шумов и эхосигналов других объектов. Пример сформированной спектрограммы приведен на рис. 3. Спектрограмма представляет собой матрицу чисел, соответствующих интенсивности отраженного сигнала, строки матрицы соответствуют дальности до объекта, столбцы – частоте сигнала. Слева от отображения линии поверхностной реверберации отчетливо выделяется отметка от цели [15].

Учитывая результаты анализа алгоритма имитационного моделирования гидролокационных сигналов, проведенного в данном исследовании, изменение параметров объекта локации, таких как его угловые координаты, габариты, скорость и направление движения не будут оказывать влияния на изображение реверберации или других неоднородностей в спектрограмме, а лишь внесет изменение в расположение и интенсивность отметки заданной цели на спектрограмме. Аналогичным образом изменение глубины зондирования приведет к изменению реверберационной картины без изменения изображения цели при условии неизменности взаимного расположения и взаимной скорости движения гидролокатора и цели.

Данный подход, основанный на декомпозиции спектрограммы на изображения цели, реверберации и прочих неоднородностей, стал предпосылкой к исследованию метода имитационного моделирования гидролокационных сцен, основанного на непосредственном формировании спектрограмм, полученных на базе эталон-



Рис. 3. Пример сформированной spectroграммы

ных версий. При этом эталонные версии spectroграмм могут быть получены одним из ресурсоемких способов (натурный эксперимент или имитационное моделирование сигнала), а вариации spectroграмм для нейросети, связанные с изменением, например, ряда параметров цели могут быть получены непосредственно модификацией эталонного изображения с предварительным разделением его на битовые плоскости.

Spectrogram представляет собой изображение, содержащее матрицу яркостей, значения которых изменяются в диапазоне от 0 до 255. Значения пикселей изображения хранятся в формате байта (6).

$$\mathbf{G}_{N \times M} = \begin{pmatrix} g_{1,1} & \cdots & g_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N,1} & \cdots & g_{N,M} \end{pmatrix},$$

где  $\mathbf{G}$  – матрица яркостей изображения,  $g$  – значение яркости одного пикселя,  $N \times M$  – размер изображения.

После преобразования матрицы яркостей в битовый формат, то есть перевод из десятичного значения яркости в 8-битное двоичное представление она становится расширенной по горизонтальной координате (7) [16, 17].

$$\mathbf{G}_{(N \times M)10} = \mathbf{G}_{(N \times (M \times 8))2}$$

где  $\mathbf{G}$  – матрица значений яркостей,  $N \times M$  – размер матрицы яркостей,  $M \times 8$  – количество значений в битовом представлении.

Из полученной матрицы можно сформировать независимые изображения по тем же значениям дальности и частотам исходной spectroграммы. Количество битовых плоскостей изображения равно 8, так как на хранение значения одного пикселя выделяется 1 байт (8) [18, 19].

$$\mathbf{V}_{N \times M}^k = \begin{pmatrix} g_{1,8-k} & g_{1,16-k} & \cdots & g_{1,8M-k} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_{N,8-k} & g_{N,16-k} & \cdots & g_{N,8M-k} \end{pmatrix},$$

где  $\mathbf{V}$  – матрица битовой плоскости,  $k$  – номер разряда байта, плоскость которого формируется,  $k = \overline{0,7}$ ,  $g$  – значение соответствующего бита.

Полученные таким образом изображения соответствующие весам 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1 представлены на рис. 4.

Из анализа рис. 4 можно сделать выводы о возможности идентификации цели на трех старших битовых плоскостях. Остальные битовые плоскости в основном отображают помеховую обстановку.

Пример модификации исходных spectroграмм, основанной на независимом использовании информации о цели и реверберационной информации приведен на рис. 5.

### Заключение

В результате проведенного исследования сделан вывод о пригодности spectroграммы и её бинарного представления для использования в качестве обучающих наборов для интеллектуального гидролокатора, а также о возможности существенного сокращения времени формирования обучающих изображений за счет непосредственного синтеза spectroграмм на базе эталонных их версий с учетом изменения отдельных параметров гидроакустической обстановки. Уменьшение времени синтеза обучающих изображений в свою очередь позволяет обеспечить полноту обучения, а применение эталонных spectroграмм в качестве базовых позволяет сохранить адекватность имитационного моделирования.

В качестве перспективного направления продолжения данного исследования планируется провести дополнительный анализ других видов изображений для повышения качества обучения нейросети гидролокатора, увеличения вероятности обнаружения и достоверности распознавания цели.

Примером такого дополнительного изображения может являться распределение фаз сигнала на спектрально-временной плоскости.

Методология моделирования и представления дополнительной информации не отличается от рассмотренной выше, а представление информации в двоично взвешенном виде расширяет возможности её применения и создает дополнительные возможности синтеза новых spectroграмм по шумовой обстановке и отображению цели разных размеров, скорости и расстояния до цели.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-00049, <https://rscf.ru/project/22-11-00049/>.

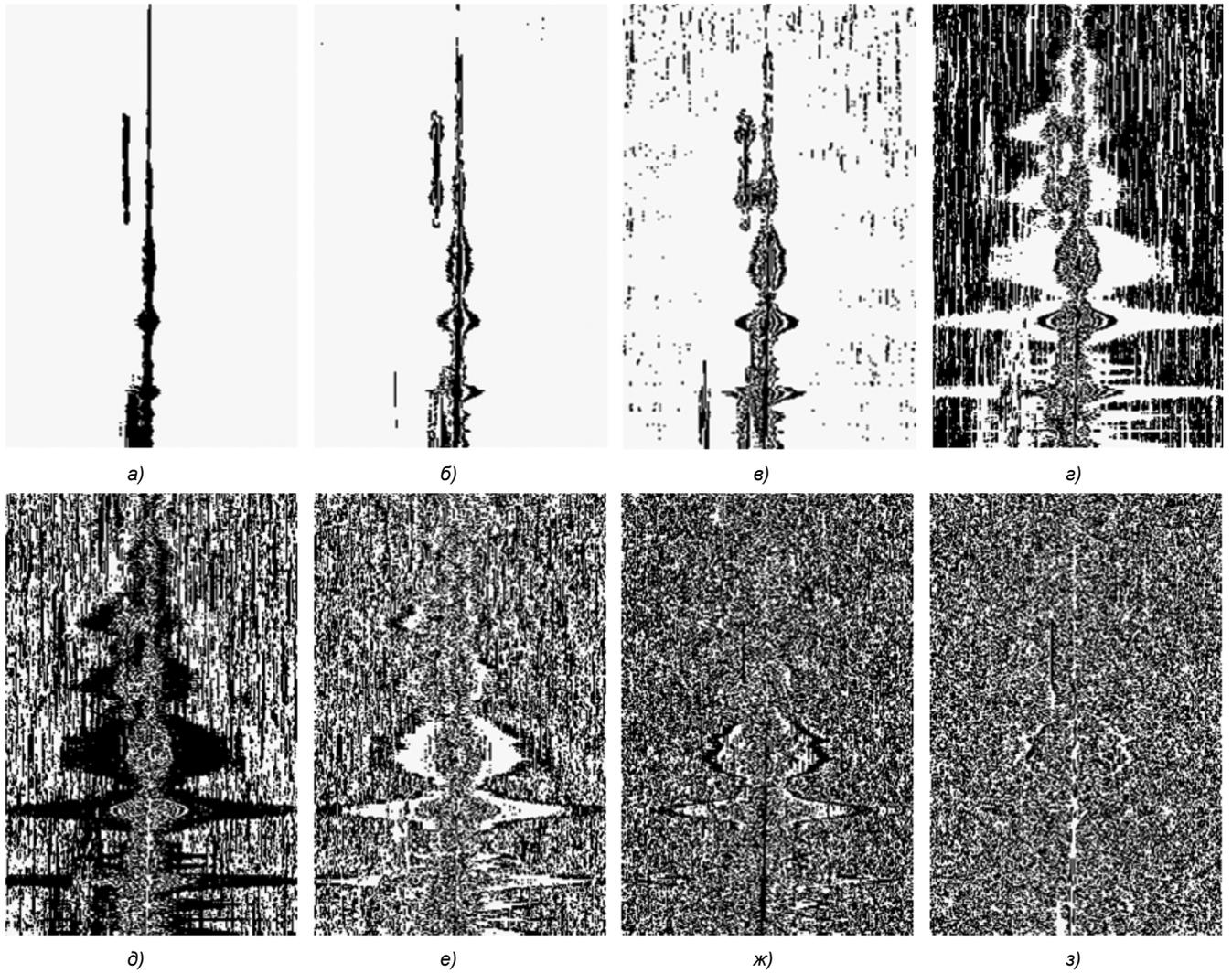
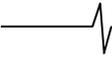


Рис. 4. Битовые плоскости спектрограммы: а) 7-го разряда, б) 6-го разряда, в) 5-го разряда, г) 4-го разряда, д) 3-го разряда, е) 2-го разряда, ж) 1-го разряда, з) 0-го разряда

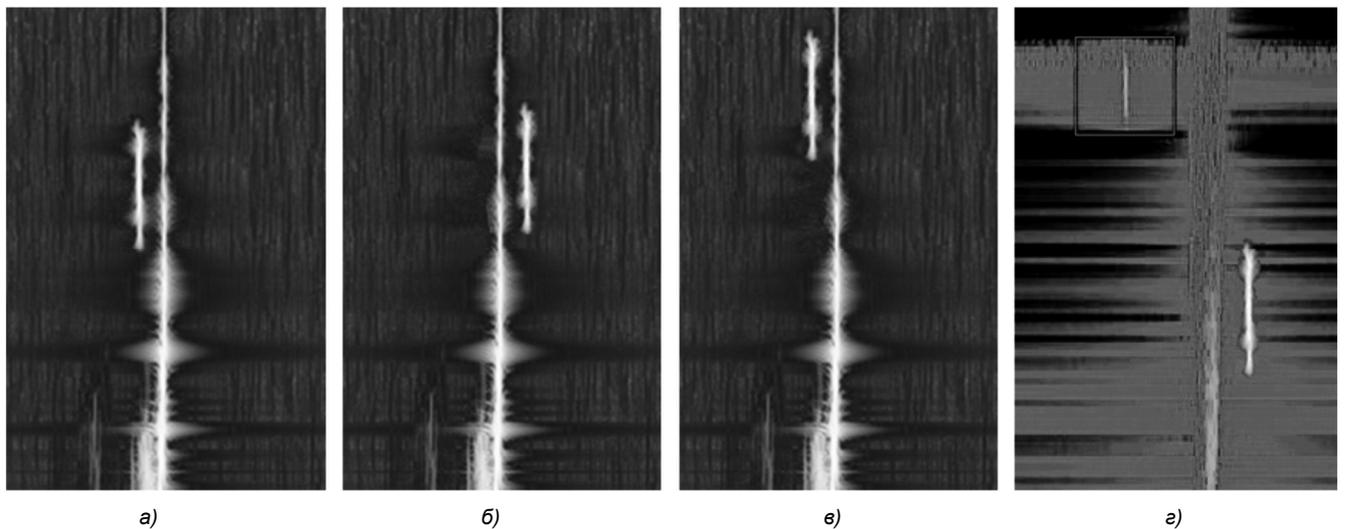


Рис. 5. Пример модификации исходных спектрограмм: а) исходная спектрограмма – цель удаляется от гидролокатора, б) модификация исходной спектрограммы – цель приближается к гидролокатору, в) модификация исходной спектрограммы – цель находится на большем удалении от гидролокатора, г) цель с исходной спектрограммы помещена в другую гидролокационную обстановку (в левом верхнем углу рамкой выделена цель изначально принадлежащая данной спектрограмме)

## Литература

1. Ким Т.А., Розанов И.А., Арещенков Д.А., Сотников А.А., Анализ областей применения технологии искусственного интеллекта в системах имитационного моделирования многомерных сигналов и информационно-управляющих системах реального времени. Технологии инженерных и информационных систем. Московское НТО радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, 2022, № 3, с. 85-91.
2. P. Etter, *Underwater Acoustic Modelling and Simulation*. CRC Press, 2013, ZSCC: NoCitationData[s0], ISBN: 978-1-4822-9514-6. DOI: 10.1201/b13906. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1201/b13906>.
3. Ким Т.А., Арещенков Д.А., Сотников А.А. Исследование средств имитационного моделирования многомерных сигналов в системах искусственного интеллекта реального времени. Современные наукоемкие технологии. 2022. № 10-2. С. 218-225.
4. Ольшевский В.В. Статистические методы в гидролокации. Л.: Судостроение, 1983. 280 с.
5. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971. 275 с.
6. Розанов И.А., Сотников А.А. Метод адаптивного имитационного моделирования многомерных сигналов в информационно-управляющих системах реального времени. Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Естественные и технические науки», 2022, № 10-2, С.87-92.
7. Сюзев В.В., Ким Т.А., Аскерова Н.А. Сотников А.А. Обобщенный многокритериальный метод моделирования многомерных сигналов в информационно-управляющих системах реального времени. Фундаментальные, поисковые, прикладные исследования и инновационные проекты. Национальная научно-практическая конференция. РТУ МИРЭА. 2022 г.
8. Ким Т.А., Сотников А.А. Имитационное моделирование радиолокационных помех спектрально-корреляционными методами средствами модульной платформы PXI. Цифровая обработка сигналов и её применение (DSPA-2022) 24-я Международная конференция. Выпуск: XXIV. М.: Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, 2022. С. 225-230.
9. Розанов И.А., Сотников А.А. Метод адаптивного имитационного моделирования многомерных сигналов в информационно-управляющих системах реального времени. Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. 2022. № 10-2. С. 87-92.
10. Крутяков М.А., Розанов И.А., Сотников А.А. Имитационное моделирование сигнала гидроакустической граничной реверберации в базисе Хартли. Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и Технические Науки. 2019. №1. С. 60-66.
11. Сунгатуллин Э.Н., Устименко В.М. Формирование широкополосных помех. Актуальные проблемы инфтелекоммуникаций в науке и образовании. 2016. С. 210-213.
12. H. Peyvandi, M. Farrokhrooz, H. Roufarshbaf, and S.-J. Park, 'SONAR Systems and Underwater Signal Processing: Classic and Modern Approaches', *Sonar Systems*. InTech, Sep. 12, 2011. doi: 10.5772/17505.
13. J.E. Thorne. «Approaches to sonar beamforming», *IEEE Technical Conference on Southern Tier*, Binghamton, NY, USA, 1990, pp. 69-78, doi: 10.1109/STIER.1990.324633.
14. Ким Т.А., Розанов И.А., Сотников А.А. Метод корреляционной обработки гидролокационных частотно-манипулированных сигналов. Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и Технические Науки. 2022. № 9. С. 60-66.
15. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Двумерные быстрые преобразования Фурье с варьируемыми параметрами. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 3. С. 3-13.
16. Ортогональное кодирование бинарных изображений / Б.В. Костров, Н.Н. Гринченко, С.Н. Баранова, Е.А. Трушина, А.А. Выюгина. *Вестник ЯВВУ ПВО*. 2023. № 2. С. 82-87.
17. Костров Б.В., Гринченко Н.Н., Выюгина А.А., Баранова С.Н. Параллельные вычисления в задачах восстановления искаженных изображений в пространственно-спектральной форме. *Труды Института системного программирования РАН*, том 35, вып. 2, 2023, 157-168 DOI: 10.15514/ISPRAS-2023-35(2)-11.
18. Математическая модель процесса передачи изображений на основе битовых плоскостей / Н.Н. Гринченко, С.Н. Баранова, М.А. Лобачев [и др.]. *Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей»*. 2023. № 1. С. 82-89. URL: <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2023-1-82-89>
19. Бинаризация текстовых изображений на основе технологии битовых плоскостей / Б.В. Костров, Н.Н. Гринченко, С.Н. Баранова, Е.А. Трушина, А.А. Выюгина. *Вестник ЯВВУ ПВО* 2023. № 2. С.75-81.

## ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА РАСПОЗНАВАНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ, РЕГИСТРИРУЕМЫХ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ДВИЖЕНИЙ ЧЕЛОВЕКА

*Ашряпов М.И., инженер, НПЦ РИМ, МАИ «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», e-mail: 3754248124@mail.ru*

### PROBABILISTIC ASSESSMENT OF RECOGNITION OF RADAR SIGNALS RECORDED WHEN OBSERVING HUMAN MOVEMENTS

*Ashryapov M.I.*

*A technique for recognizing radar signals recorded when observing human movements using a low-power pulsed radar is presented. The layout of the radar sensor and the principles of generating complex samples of received signals are described. The goal of the work is to develop algorithms for processing radar signals and generating features that allow the recognition of various human hand gestures. The calculation of signal features is based on the calculation of the correlation coefficient when scaling the reference function by duration. Experimental results of assessing the effectiveness of the algorithm in the form of probabilities of correct recognition of various gestures are presented.*

**Key words:** radar sensor, bio-radiolocation, recognition of radar signals, correlation processing, scalable signal.

**Ключевые слова:** радиолокационный датчик, биорадиолокация, распознавание радиолокационных сигналов, корреляционная обработка, масштабируемый эталон сигнала.

#### Введение

Современное развитие технологий в области бесконтактного и дистанционного управления бытовой радиоэлектронной аппаратурой достигло существенного прогресса. Новейшие методы управления на основе анализа видеоинформации [1] или обработки звука [2] внедряются не только в бытовые приборы, но и в автомобильные системы, находят применение в управлении беспилотными колесными роверами и во многих других областях человеческой деятельности.

Существующие методы управления техническими объектами не лишены недостатков. К примеру, распространенные системы дистанционного управления с помощью беспроводного пульта становятся бесполезными при его утере. А системы управления на основе распознавания видеоинформации или речевых сигналов могут быть малоэффективны при недостаточном освещении или зашумленности помещений.

В работе предложен альтернативный подход к реализации бесконтактного дистанционного управления, не зависящий от внешних факторов, в котором моторика жестикуляций человека интерпретируется в команды. Для этой цели разработан радиолокационный датчик наблюдения биомеханических характеристик человека: частоты дыхания, сердцебиения, жестов рук и пальцев и др. (рис. 1) [3-5].

Вторичная обработка сигналов радиолокационного датчика связана с возможностью решения задач классификации и распознавания эталонных сигналов, полученных при наблюдении движений человека. Скорость жестикуляций, вид и размах движений влияют на форму сигнала и на конечный результат распознавания. А так-

*Представлена методика распознавания радиолокационных сигналов, регистрируемых при наблюдении движений человека с помощью импульсного радара малой мощности излучения. Описан макет радиолокационного датчика и принципы формирования комплексных отсчетов принимаемых сигналов. Целью работы является разработка алгоритмов обработки радиолокационных сигналов и формирования признаков, позволяющих проводить распознавание различных жестов кисти руки человека. В основе вычисления признаков сигнала лежит вычисление коэффициента корреляции при масштабировании эталонной функции по длительности. Приведены экспериментальные результаты оценки эффективности алгоритма в виде вероятностей правильного распознавания различных жестов.*

же, большое влияние оказывают флуктуации длительностей сигналов, наблюдаемых при жестикуляциях одного вида (класса). По итогам проведенных испытаний макета датчика выяснено, что изменение длительности входного сигнала в пределах 25 % от среднего значения приводит к существенному снижению вероятности правильного распознавания.



Рис. 1. Сверхширокополосный радиолокационный датчик наблюдения биомеханических характеристик человека

Цель статьи – решение задачи повышения вероятности правильного распознавания сигналов, регистрируемых при наблюдении жестикуляций руки человека, на основе масштабируемых по длительности эталонных сигналов.

Для достижения поставленной цели применяется метод, основанный на корреляционной обработке сигналов. В качестве опорных эталонов используются сигналы с разной длительностью. Процедура изменения длительности эталонных сигналов называется масштабированием.

В статье приведено описание предложенного метода, методика вычисления статистик и принятия окончательных решений. Описаны условия проведения натуральных экспериментов, по результатам которых получены оценки эффективности предложенного метода в виде вероятностей правильного распознавания жестов различного вида (класса). Полученные результаты показали высокую эффективность метода, соответствующую вероятностям правильного распознавания жестов в пределах 0,76...0,87.

### Принцип работы радиолокационного датчика.

#### Модель входного сигнала

В качестве радиолокационного датчика используется импульсный радар малой мощности излучения (не более 0,01 Вт) со следующими параметрами зондирующего сигнала: несущая частота  $f_0 = 6,5$  ГГц, длительность импульса  $\tau \sim 2$  нс, период повторения импульсов (ППИ)  $T_n = 2$  мкс. Зондирующий импульс не имеет внутриимпульсной модуляции, поэтому его комплексная огибающая имеет простой вид:

$$U(t_k) = A_k \exp \left\{ j \left( \frac{2\pi}{\lambda} R(t_k) + \varphi_0 \right) \right\}, \quad (1)$$

$$t_k = (k-1)T_n, \quad k = 1, 2, \dots$$

где  $A_k$  – амплитуда сигнала в  $k$ -м периоде повторения импульсов;  $\varphi_0$  – начальная фаза сигнала (случайная величина);  $R(t_k)$  – дальность до фазового центра цели (объекта лоцирования) в  $k$ -м ППИ;  $\lambda = c/f_0$  – длина волны,  $c$  – скорость распространения радиоволн.

После приема сигнала, выделения комплексной огибающей и ее оцифровки, можно записать выражение для дискретных отсчетов наблюдений в виде

$$x(t_k) = U(t_k) + \eta(t_k), \quad (2)$$

где  $\eta(t_k)$  – пассивные помехи и шумы (комплексные значения). Заметим, что при достаточно большой разрядности аналого-цифрового преобразователя (АЦП), различия между дискретными и цифровыми отсчетами при записи наблюдений  $x(t_k)$  в (2) можно не учитывать.

Закон фазовой модуляции сигнала  $U(t_k)$  определяется функцией  $R(t_k)$ , которая является определяющей для распознавания различных видов жестов. В класси-

ческой радиолокации линейному движению цели со скоростью  $V$  соответствует функция  $R(t_k) = V \cdot t_k$ . При возвратно-поступательном (или круговом) движении цели с круговой частотой  $\Omega$  эта функция принимает вид  $R(t_k) = \Delta R \sin(\Omega t + \theta)$ , где  $\Delta R$ ,  $\theta$  – размах и начальная фаза колебания.

При распознавании жестов руки человека законы функции  $R(t_k)$  являются весьма сложными и не поддаются какому-либо аналитическому описанию. Эти законы можно определить лишь экспериментальным путем, чтобы потом использовать их в качестве эталонов при распознавании аналогичных жестов.

Далее рассмотрим комплексную огибающую сигналов, полученных в ходе натуральных экспериментов при различных видах жестикуляций руки человека. Эти функции представлены на рис. 2, где Фигуры 1...6 соответствуют «написанию» указательным пальцем руки в воздухе шести букв алфавита «а», «б», «в», «г», «д», «е». На рис. 2 по оси абсцисс отложены значения  $k$  номеров отсчетов оцифрованного сигнала в двух квадратах.

Как видно из рис. 2, сигнальные функции различных жестов имеют существенные отличия между собой, что и лежит в основе методов распознавания жестов.

#### Метод распознавания жестов

В основу решения задачи классификации сигнальных функций, имеющих вид, представленный на рис. 2, положен метод корреляционной обработки, который модифицирован с учетом неточного знания длительностей функций различных жестов [6-7]. Кроме того, в рассматриваемом случае особенность метода корреляционной обработки заключается в комплексном виде регистрируемого сигнала  $\mathbf{X} = \{x(t_k), k = 1, \dots, K\}$  и эталона  $\mathbf{Y} = \{y(t_k), k = 1, \dots, K_0\}$ . Заметим, что длительность эталона определяется числом отсчетов  $K_0$ , которое существенно меньше числа отсчетов  $K$  анализируемой выборки (реализации).

Корреляционная обработка проводится методом скользящего окна, состоящего из  $K_0$  отсчетов, которое «проходит» по всем отсчетам наблюдаемого сигнала  $\mathbf{X}$ . Важной особенностью предлагаемого алгоритма обработки является наличие нескольких эталонов, используемых для распознавания одного и того же жеста (сигнала). Отличия эталонов одного класса (жеста) заключаются в их различной длительности, что обусловлено различным временем формирования однотипных жестов в различных экспериментах.

Далее будем считать, что число распознаваемых жестов равно  $M$  – это число классов распознаваемых обра-

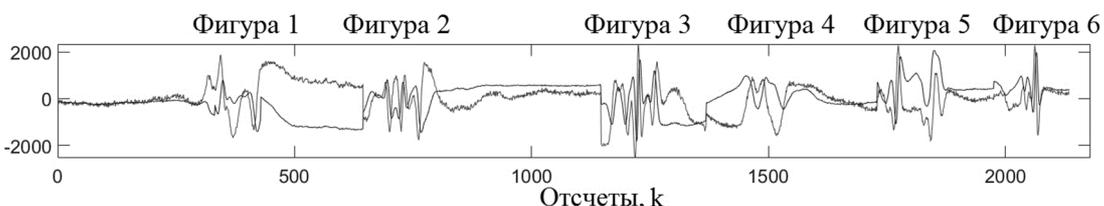
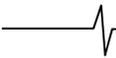


Рис. 2. Диаграммы сигналов двух квадратур



зов, и для каждого класса  $m = 1, \dots, M$  введем масштабируемый по времени длительности эталонный сигнал с параметром масштаба  $a$ . Таким образом, множество эталонов, используемых для распознавания  $M$  видов жестов, будем обозначать как  $\mathbf{Y}_{(m,a)} = \{y_{(m,a)}(t_k), k = 1, \dots, k_a\}$ . Заметим, что число отсчетов эталона  $k_a$  зависит от параметра масштаба  $a$ .

$$r_{(m,a)}^{(Re)}(t_k) = \frac{\sum_{i=1}^{k_a} (\text{Re}\{x(t_{k+i-1})\} - \text{Re}\{\bar{x}(t_k)\})(\text{Re}\{y_{(m,a)}(t_i)\} - \text{Re}\{\overline{y_{(m,a)}}\})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{k_a} (\text{Re}\{x(t_{k+i-1})\} - \text{Re}\{\bar{x}(t_k)\})^2 \sum_{i=1}^{k_a} (\text{Re}\{y_{(m,a)}(t_i)\} - \text{Re}\{\overline{y_{(m,a)}}\})^2}}, \quad r \in (-1, 1), \quad (3)$$

где  $\text{Re}\{\bar{x}(t_k)\} = \sum_{i=1}^{k_a} \text{Re}\{x(t_{k+i-1})\}$  – среднее арифметическое значение обрабатываемого сигнала в момент времени  $t_k$ , вычисленное на множестве  $k_a$  последовательных отсчетов;  $\text{Re}\{\overline{y_{(m,a)}}\} = \sum_{k=1}^{k_a} \text{Re}\{y_{(m,a)}(t_k)\}$  – среднее арифметическое значение для эталона;  $m, a$  – индексы класса эталона и его масштаба соответственно;  $k$  – номер текущего оцифрованного отсчета.

Коэффициенты  $r_{(m,a)}^{(Im)}(t_k)$  вычисляются аналогичным образом при замене в (3) функций и индексов «Re» на «Im» (т.е. при использовании мнимых частей последовательностей  $x(t_k)$  и  $y(t_k)$ ). На выходе коррелятора формируется вектор данных, характеризующих степень коррелированности входных отсчетов с эталоном в момент времени  $t_k$  для каждого из  $m$  эталонов при различном индексе масштабирования  $a$ . Результат обработки одного уровня масштабирования выражается набором коэффициентов  $r_{(m,a)}(t_k)$ :

$$r_{(m,a)}(t_k) = r_{(m,a)}^{(Re)}(t_k) + r_{(m,a)}^{(Im)}(t_k). \quad (4)$$

Масштабирование эталона предполагает растяжение или сжатие сигнальной последовательности с последующей аппроксимацией. Так как коэффициенты откликов коррелятора зависят от степени совпадения эталона с входным сигналом, используемое масштабирование позволяет добиться детализирующего эффекта, подобно принципу вейвлет анализа.

В качестве итогового признака для каждого класса  $m$  использовано максимальное значение коэффициента корреляции среди множества всех масштабируемых коэффициентов:

$$r_m = \max_a \{r_{(m,a)}\}. \quad (5)$$

Корреляционный отклик для сигналов различных классов имеет вид колоколообразной функции с одним максимумом. Поэтому для классификации образов сигналов при корреляционной обработке необходимо выявить максимумы откликов для каждого класса  $m = 1, \dots, M$ . Поиск точки локального максимума позволяет в каждый момент времени  $t_k$  получить значение признака, характеризующее сходство входного сигнала и эталона.

Формирование корреляционных коэффициентов происходит отдельно для действительной и мнимой частей комплексных отсчетов  $x(t_k)$  и  $y(t_k)$ . В результате скользящей корреляционной обработки массива данных с помощью набора эталонов формируются два вектора корреляционных коэффициентов действительной  $\text{Re}\{\}$  и мнимой  $\text{Im}\{\}$  части наблюдаемого сигнала:

### Описание натурального эксперимента

В ходе проведения натурального эксперимента по распознаванию радиолокационных сигналов, произведена запись входных сигналов, пример реализации которых изображен на рис. 3 а. Эксперимент проводился в следующих условиях. Радиолокационный датчик, закрепленный на штативе, установлен на высоте одного метра от пола. Дистанция зондирования ограничена стробом дальности до 10 метров. Человек находился на расстоянии 2...3 м. Датчик направлен на человека «в профиль», так чтобы частота сигнала Доплера была максимальна. Жестикуляции выполнялись движением руки при вытянутом указательном пальце со скоростью 0,1...0,2 м/с. Жестикуляции описывают фигуры, соответствующие буквам алфавита: «а», «б», «в», «г», «д», «е».

В процессе работы радара были записаны сигналы, регистрируемые при наблюдении жестикуляций различных классов, которые легли в основу эталонов с масштабированием  $a \in \{a_1, a_2, a_3\}$  при числе отсчетов  $k = (0,9; 1,0; 1,1) \cdot k_a$ , где  $k_a$  – среднее число отсчетов эталона. Таким образом, использовано три значения масштабного коэффициента для каждого класса  $m$ . На каждом шаге эксперимента проводилось повторное воспроизведение жестикуляций заданной последовательности фигур. Регистрируемый входной сигнал обрабатывался коррелятором в соответствии с масштабируемыми эталонами при вычислении статистик  $r_m$  ( $m = 1, \dots, 6$ ) (см. (5)), примеры реализаций которых представлены на рис. 3 б-ж.

Как видно из рис. 3 б, для приведенной реализации на интервале отсчетов с номерами 200...400 зарегистрирован отклик (максимум), соответствующий правильному распознаванию фигуры 1. Аналогичные отклики на рис. 3 в, г, д, е, ж свидетельствуют о возможности правильного распознавания фигур 2, 3, 4, 5, 6.

### Оценка качества алгоритма распознавания

Оценка качества работы алгоритма сводится к оценке вероятностей правильного распознавания жестов различных классов. Такую оценку можно провести путем вычисления вероятностей превышения статистик  $r_m$  заданного порога [8-9]. В силу ограниченности числа экспериментов, проведены выборочные измерения средних значений и дисперсий величин  $r_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ ,

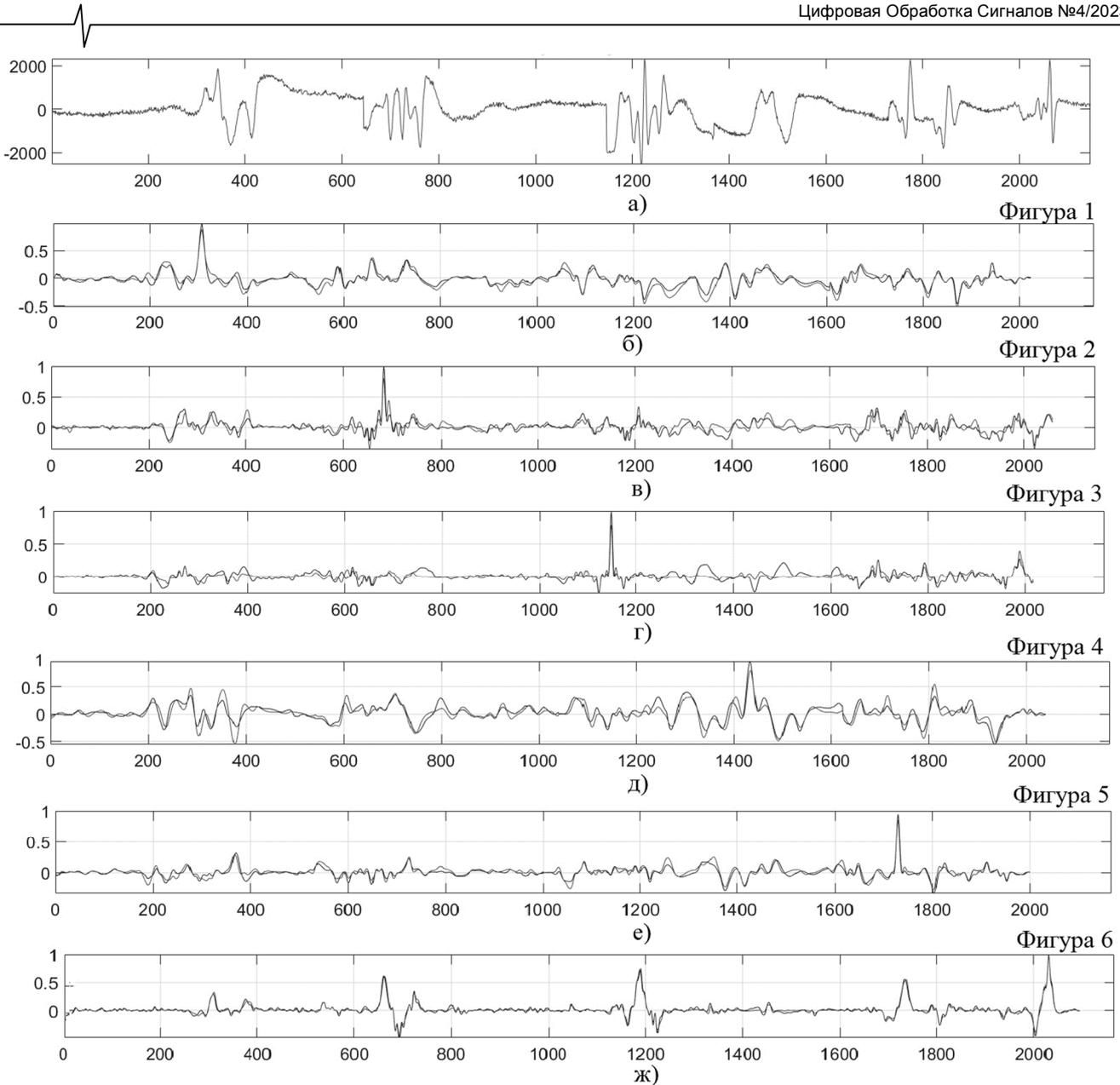


Рис. 3. Временные диаграммы входного сигнала (а) и откликов корреляторов на различные жесты (б, в, г, д, е, ж)

на основе которых получена аппроксимация плотности распределения вероятностей (ПРВ) статистик. В качестве такой аппроксимации использовано обратное нормальное распределение для случайных величин из интервала  $[-1, 1]$ .

Принятие решения о наличии жеста (сигнала), относящегося к  $m$ -у классу, основано на сравнении экстремальной статистики  $r_m$  с порогом  $y_n$  согласно правилу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Решение: жест класса } m, \\ \text{если } r_m = \max_{v=1, \dots, M} \{r_v(t_k)\} \geq y_n, \end{array} \right. \quad (6)$$

где значение порога  $y_n$  выбиралось на основе экспериментальных данных.

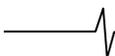
Проведенные эксперименты показали, что наиболее высокая эффективность распознавания (наилучшие вероятности правильного распознавания жестов) достигаются при использовании порога  $y_n = 0,2$ . Результаты расчетов оценок вероятностей правильного распозна-

ния  $p_{пр}$  при проведении серии из 10-и экспериментов для каждого вида жестов, приведены в табл. 1. Расчеты вероятностей были выполнены в программе Matlab, с применением стандартных статистических библиотек [10].

Таблица 1. Экспериментальные оценки вероятностей правильного распознавания фигур жестов (классов)

Фигура	Вероятность $p_{пр}$
«а»	0.77
«б»	0.82
«в»	0.75
«г»	0.87
«д»	0.76
«е»	0.84

Как видно из таблицы, расчетные значения вероятностей правильного распознавания достаточно высоки, они находятся в пределах 0,75...0,87. Тем не менее, ошибка распознавания составляет в среднем 20...30 % на десять повторений. Существенного увеличения веро-



ятности правильного распознавания до значений 0,95 и более, можно добиться путем введения обратной связи при повторении жестов, характеризующихся недостаточной надежностью распознавания (т.е. при малом значении коэффициента корреляции).

### Заключение

Работа посвящена теме распознавания радиолокационных сигналов, регистрируемых при наблюдении движений человека, и предназначенная для решения прикладных задач в области бесконтактного дистанционного управления бытовыми приборами.

С целью решения поставленной задачи разработан радиолокационный датчик наблюдения биомеханики человека, способный фиксировать перемещение человека или его отдельных конечностей (жесты), а также микро перемещения, такие как дыхание, сердцебиение и др. Форма комплексной огибающей регистрируемого сигнала при наблюдении движения определяется законом изменения дальности точки отражения, при этом каждой фигуре движения (классу распознавания) соответствует свой уникальный сигнал.

В основу предложенной методики распознавания положен метод корреляционного анализа при использовании набора эталонных сигналов, масштабируемых по длительности. Множество масштабируемых эталонов имеет длительность, которая отличается от среднего значения длительности эталонного сигнала каждого класса не более чем на 25 %.

В ходе проведенного эксперимента получены записи сигналов, зарегистрированных от шести фигур написания букв алфавита. Проведен анализ входного сигнала путем корреляционной обработки при использовании набора масштабируемых эталонов. На основе полученных экспериментальных данных получены оценки вероятностей правильного распознавания (ВПР) различных жестов, при этом среднее значение ВПР составляет значение 0,8.

*Работа выполнена в рамках государственного за-*

*дания Минобрнауки России, номер темы FSFF-2023-0005.*

### Литература

1. Коломыцев А.С., Вердиев О.Р. Распознавание жестов на видео. StudNet. 2022. №7. С. 7774–7800.
2. Алексеев И.В., Митрохин М.А. Современные методы распознавания речи для построения голосового интерфейса управления системами специального назначения. Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. 2019. № 2 (50). С. 3–10.
3. Иммореев И.Я., Фесенко М.В. Импульсный сверхширокополосный датчик. Патент на изобретение RU 2369323 С1, 10.10.2009. Заявка № 2008106039/14 от 20.02.2008. [Патент].
4. Иммореев И.Я., Самков С.В., Павлов С.Н. Импульсный сверхширокополосный датчик. Патент на изобретение RU 2321341 С1, 10.04.2008. Заявка № 2006135225/14 от 06.10.2006. [Патент].
5. Иммореев И.Я. Сверхширокополосные радиолокаторы малой дальности для обнаружения и определения параметров живых объектов. Вестник Московского авиационного института. 2011. Т. 18. № 1. С. 18.
6. Ашряпов М.И. Радиолокационное распознавание доплеровских сигналов методом вейвлетно-корреляционного анализа. Труды ВНИИЭМ. 2022. Т. 188. №3. С. 18–24.
7. Ашряпов М.И. Методы распознавания микродоплеровских портретов на основе корреляционного вейвлет-анализа. Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии. 2022. 15 (6), С. 759–767. DOI:10.17516/1999-494X-0434.
8. Мицель А.А. Прикладная математическая статистика. Практические работы. Томск: ТУСУР. 2015. 81 с.
9. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика (Современные методы в математике), 2006.
10. Иглин С.П. Теория вероятностей и мат статистика на базе MATLAB. Харьков, 2006. 612 с.

## НОВЫЕ КНИГИ

**Гаврилов К.Ю., Каменский И.В., Кирдяшкин В.В., Линников О.Н.**

**Моделирование и обработка радиолокационных сигналов в MATLAB: Учебное пособие. М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. 264 с.: ил.**

Рассмотрены методы моделирования радиолокационных сигналов при отражении от сложных целей, принципы моделирования аналоговых и цифровых устройств обработки сигналов, включающие формирование двумерной матрицы цифровых отсчетов, методы согласованной фильтрации, обнаружения и обработки сигналов в импульсно-доплеровских радиолокационных системах.

Показаны примеры обработки наиболее распространенных видов радиолокационных сигналов – импульсных, с линейной частотной модуляцией и фазо-кодированных сигналов. Приведены программы моделирования и обработки сигналов в среде MATLAB.

Для студентов, аспирантов и инженеров, изучающих и использующих теорию радиолокации и методы моделирования и обработки радиолокационных сигналов. Будет полезна научным работникам и разработчикам радиолокационных систем.



УДК 621.391

## ПЕРЕСТАНОВОЧНОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ С СИСТЕМОЙ АДАПТИРОВАННЫХ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ РЕШЕНИЙ<sup>1</sup>

*Гладких А.А., д.т.н. профессор, профессор кафедры Радиотехника, телекоммуникации и защита информации Ульяновского государственного технического университета, e-mail: a\_gladkikh@mail.ru*

*Овинников А.А., к.т.н., доцент кафедры Телекоммуникаций и основ радиотехники Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: ovinnikov.a.a@for.rsreu.ru*

*Пчелин Н.А., к.т.н. главный конструктор Федерального научно-производственного центра акционерного общества «Научно-производственное объединение «Марс», г. Ульяновск, e-mail: rna3@yandex.ru*

*Брынза А.А., аспирант Ульяновского государственного технического университета, e-mail: abrynza73@gmail.com*

### PERMUTATION DECODING WITH A SYSTEM OF ADAPTED ALTERNATIVE SOLUTIONS

*Gladkikh A.A., Ovinnikov A.A., Pchelin N.A., Brynza A.A.*

*The expediency of using the permutation decoding (PD) method in practice is presented in a number of papers, where the procedure for searching for equivalent codes (EC) offers a unique opportunity to replace matrix calculations of various permutations of symbols, accepted code vectors, with a list of ready-made solutions calculated a priori and fixed in the cognitive maps of the decoder. The problem arises of organizing a rational search for the required data in the system of lists of cognitive decoder cards. The paper describes new properties of permutations of character numerators of binary code combinations, which may be of interest to specialists working in the field of abstract algebra and combinatorics. The concepts of the combined orbit (CO) of permutations are clarified and the term of the local orbit (LO) of permutations is introduced. It is shown that combining these properties with the features of constructing binary group codes makes it possible to organize more advanced algorithms for their processing in the PD system by introducing a list of alternative solutions into the decoder's cognitive map. The aim of the work is to develop and discuss the general principles of drawing up cognitive maps of block redundant codes of various lengths.*

**Key words:** permutation decoding, procedure for searching for equivalent codes, cognitive maps of the decoder, combined orbit, local orbit, decoder's cognitive map.

**Ключевые слова:** перестановочное декодирование, производительные перестановки, непроизводительные перестановки, образующие комбинации орбит, сборная орбита перестановок, локальная орбита перестановок, интервальная оценка нумераторов, когнитивная карта декодера.

#### Введение

Работа посвящена вопросам совершенствования методов цифровой обработки данных в системах перестановочного декодирования (ПД) коротких систематических избыточных кодов. Известно, что ПД способно обеспечить высокий показатель энергетического выигрыша кода (ЭВК), что важно для многих систем управления и измерения с дистанционной обработкой данных, обеспечивающих, как правило, главные показатели любой системы в формате понятий эмерджентности, гомеостаза и взаимодействия с внешней (окружающей) средой [1 – 4]. Основной особенностью перспективных интеллектуальных систем измерения и управления является их высоковероятное совмещение с телекоммуникационными средствами. Факторами, определяющими теоретическую суть такого совмещения и активно развиваемых его на практике, являются создание беспилотных транспортных средств, решение многочисленных задач управления робототехническими

*Целесообразность применения на практике метода перестановочного декодирования (ПД) представлена в ряде работ, где в процедуре поиска эквивалентных кодов (ЭК) предлагается уникальная возможность замены матричных вычислений различных перестановок символов, принятых кодовых векторов, списком готовых решений, вычисленных априори и зафиксированных в когнитивных картах декодера. Возникает задача организации рационального поиска требуемых данных в системе списков когнитивных карт декодера. В работе описываются новые свойства перестановок нумераторов символов кодовых комбинаций двоичных кодов, которые могут представлять интерес для специалистов, работающих в области абстрактной алгебры и комбинаторики. Уточняются понятия сборной орбиты (СО) перестановок и вводится термин локальной орбиты (ЛО) перестановок. Показано что, объединение этих свойств с особенностями построения двоичных групповых кодов позволяет организовать более совершенные алгоритмы их обработки в системе ПД за счет введения в когнитивную карту декодера списка альтернативных решений. Целью работы является разработка и обсуждение общих принципов составления когнитивных карт блоковых избыточных кодов различных длин.*

устройствами, дистанционное наблюдение и ассистирование, выполнение многочисленных навигационных миссий и очень актуальных задач, связанных с геопривязками объектов и защитой данных в бортовых системах. При этом заметно резкое повышение требований к временным показателям реализации целевой функции

управления с обеспечением заданных требований по информационной надежности, обрабатываемых в такой объединенной системе данных.

Жесткость требований к надежности работы и достоверности получаемой и обрабатываемой информации в элементах и устройствах измерительной техники и систем управления кратно возрастает для объектов реального времени. Именно в таких системах наиболее востребованы новые методы синтеза элементов технического зрения, систем связи и навигации, защиты цифровых данных от влияния мешающих факторов, гибких методов обработки оперативной информации и внедрения передовых технологий, связанных с реализацией когнитивных систем.

### Статистические оценки перестановок отдельных кодов

Для достижения поставленной цели в работе предлагается оригинальная программа, позволяющая осуществить поиск счетного множества перестановок символов, выявить эффект не пересечения перестановок, оценить это множество с точки зрения производительных перестановок нумераторов (ППН) и непроизводительных перестановок нумераторов (НПН), выявить тонкую структуру орбитальных свойств когнитивной карты декодера. Представление данных когнитивной карты (КК) в виде образующих комбинаций орбит (ОКО) позволяет уменьшить объем памяти такой карты ровно в  $k$  раз, если учитывать только СО. Как будет показано ниже, в состав любой СО входит ровно  $k$  ЛО, поэтому исходя из возможностей используемого в декодере процессора необходимо решить дилемму: удерживать в памяти КК только орбиты типа СО и в случае необходимости вычислять требуемые ЛО, или заносить в память КК все орбиты. В последнем случае объем памяти КК увеличивается в  $k$  раз. Примеры глобальных орбит для различных двоичных кодов приведены на рис. 1. При этом, для удобства начальные комбинации ЛО, начинающиеся на нумератор 1 (признак ЛО) в каждой СО, подняты заливкой.

Для кода БЧХ (15, 5, 7) приведены образцы двух СО. Для одной такой орбиты определитель перестановки не равный нулю дает производительную перестановку в отношении ЭК, в другом случае такой код получен быть не может (определитель перестановки равен нулю). Сравнение СО показывает, что у них много общего, но из-за показателей определителей они должны быть занесены в разные КК: соответственно в карты производительных и непроизводительных перестановок. Целесообразно показатель ОКО для СО определять, как наименьшую разницу между нумератором, стоящим на первой позиции и нумератором, стоящим на  $k$  позиции. Для кода (7, 4) из рис. 1 это будет 1 2 3 4, для СО кода (15, 5) соответственно 1 3 4 6 10 и 1 3 6 7 11, для кода (15, 7) – 1 2 3 4 6 10 11, что позволяет лексикографически разместить ОКО только для СО или совместно для СО и ЛО в системе когнитивных карт. Объективную оценку можно получить на основе данных, приведенных в табл. 1. Данные получены методом прямого перебора перестановок нумераторов с использованием специально разработанной программы, позволившей для каждой перестановки оценить вырожденность переставленной части порождающей матрицы кода размерности  $k \times k$ .

Из табл. 1 видно, что объем выборки СО для кода (15,7) уменьшился на 54 %, а для кода (15,5) на 66 %, что положительно сказывается на процедуре поиска ОКО в списке соответствующей КК. Подобная процедура положительно сказывается, в практическом отношении, например, в беспроводных сенсорных сетях, сенсорные узлы которых критичны к энергетическим затратам их элементов питания [5].

Наглядно отношения производительных и непроизводительных комбинаций для представленных кодов, показано на рис. 2. Становится очевидным, что в перспективе, возникает задача разработки рациональных алгоритмов, которые позволяют трансформировать непроизводительные комбинации в перестановки, пригодные для получения ЭК.

Код (7, 4, 3)				Код БЧХ (15, 5, 7)					Код БЧХ (15, 5, 7)					Код БЧХ (15, 7, 5)						
1	2	3	4	4	6	7	9	13	1	3	6	7	11	2	3	8	9	10	11	13
2	3	4	5	5	7	8	10	14	2	4	7	8	12	3	4	9	10	11	12	14
3	4	5	6	6	8	9	11	15	3	5	8	9	13	4	5	10	11	12	13	15
4	5	6	7	1	7	9	10	12	4	6	9	10	14	1	5	6	11	12	13	14
1	5	6	7	2	8	10	11	13	5	7	10	11	15	2	6	7	12	13	14	15
1	2	6	7	3	9	11	12	14	1	6	8	11	12	1	3	7	8	13	14	15
1	2	3	7	4	10	12	13	15	2	7	9	12	13	1	2	4	8	9	14	15
Повтор цикла. det ≠ 0				1	5	11	13	14	3	8	10	13	14	1	2	3	5	9	10	15
				2	6	12	14	15	4	9	11	14	15	1	2	3	4	6	10	11
				1	3	7	13	15	1	5	10	12	15	2	3	4	5	7	11	12
				1	2	4	8	14	1	2	6	11	13	3	4	5	6	8	12	13
				2	3	5	9	15	2	3	7	12	14	4	5	6	7	9	13	14
				1	3	4	6	10	3	4	8	13	15	5	6	7	8	10	14	15
				2	4	5	7	11	1	4	5	9	14	1	6	7	8	9	11	15
				3	5	6	8	12	2	5	6	10	15	1	2	7	8	9	10	12
				Повтор цикла. det ≠ 0					Повтор цикла. det ≠ 0					Повтор цикла. det ≠ 0						

Рис. 1. Структуры сборных орбит для некоторых двоичных кодов

Таблица 1. Объем выборки кодовых комбинаций для некоторых кодов

Код	Объем перестановок	Общее количество ОКО	Объем выборки ОКО СО без нулевых детерминантов	Машинное время составления КК
1	2	3	4	5
15,7,5	6435	3003	1512	150 с
15,5,7	3003	1001	616	70 с
23, 12, 7	1352078	705432	362880	900 с
18, 7, 7	31824	12376	6384	210 с

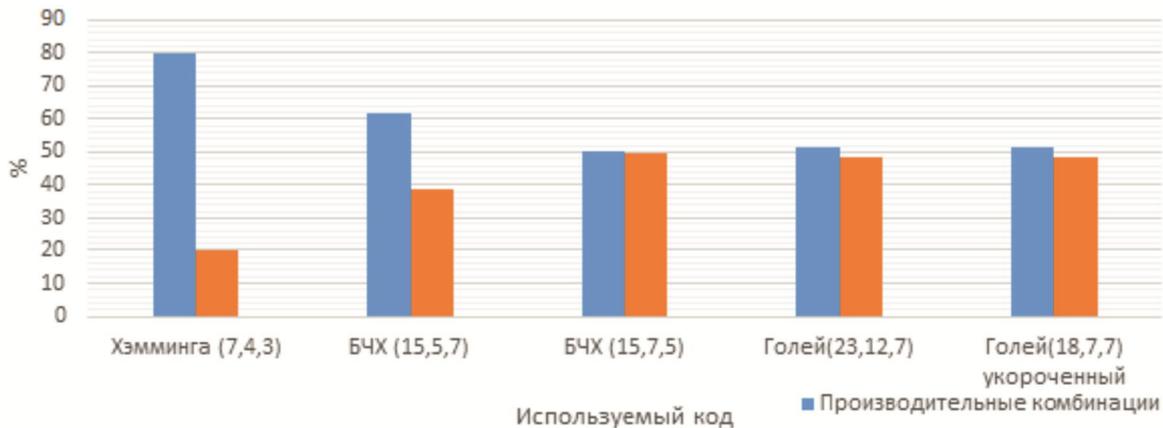


Рис. 2. Диаграмма отношения доли производительных и не производительных комбинаций

Важным свойством системы ПД является одинаковые значения проверочных матриц для любой комбинации входящих в конкретную орбиту. Это способствует сокращению объема данных, хранимых в декодере, для получения ЭК путем образования порождающих матриц для этих кодов за счет подключения к проверочной матрице соответствующей единичной матрицы слева. Проверочные части таких матриц должны храниться в специальной КК. Временные параметры перебора всех ОКО занимает мизерное время и не вызывает практических трудностей. Одновременно проведенный вычислительный эксперимент показал, что укороченные коды не дают никаких преимуществ перед основным кодом, из которого они получены. Поскольку соотношения производительных и непроизводительных перестановок не изменяют своих значений и по количественному составу находятся в относительном равновесии необходимо оценить свойства непроизводительных перестановок для построения рационального алгоритма декодирования.

#### Комбинаторика построения орбит производительных перестановок

В результате исследования впервые установлен ряд свойств орбит перестановок, которые описываются следующими ниже утверждениями и их доказательствами, при этом для демонстрации примеров и иллюстрации отдельных теоретических положений используется код БЧХ (15, 5). Декодер приемника принимает данные из канала связи и дает оценку каждому принятому символу кодовой комбинации, мягкую оценку (МО) в формате целочисленных значений. На основе этих решений формируется лексикографическая последовательность принятых символов в порядке убывания показателей МО. Итогом подобной работы всегда будут два кортежа увязанных данных, например,

где первая скобка объединяет в системе ПД номера  $k$  будущих информационных разрядов предполагаемого ЭК, а вторая скобка содержит показатели нумераторов  $(n - k)$  проверочных разрядов такого ЭК. В работах [6 – 11] было показано, что только ОКО СО единственным образом связывается с образцом проверочной матрицы ЭК, которая в свою очередь единственным образом преобразуется под уникальную последовательность номеров символов, ранжированных приемником по показателям МО. Задача заключается в наиболее простом варианте поиска образца проверочной матрицы орбиты по значению ОКО, но для этого необходимо найти по принятой произвольной последовательности соответствующее ей ОКО.

Докажем несколько утверждений, которые не рассматривались в рамках комбинаторики и абстрактной алгебры и которые позволяют сравнительно просто решить задачу рационального поиска ЭК.

**Утверждение 1. Произвольный кортеж информационных нумераторов систематического  $(n, k)$  кода при своем циклическом сдвиге порождает СО, в которой в явном виде проявляются ровно  $k$  ЛО.**

Любая СО содержит ровно  $k$  ЛО, начинающихся с нумератора равного 1. Действительно, последовательный циклический сдвиг  $k$  нумераторов в глобальной орбите должен  $k$  раз пройти отметку  $n$ -го нумератора. Как следствие нумератор 1 должен появиться также  $k$  раз. Будем считать, что ЛО формируются сдвигами кортежами, которые заканчиваются  $n$ -м нумератором, при этом некоторые орбиты могут содержать всего лишь одну комбинацию кортежа данных.

**Утверждение 2. Если ОКО СО указывает на невырожденность переставленной матрицы (или напротив), все комбинации орбиты обеспечивают получение ЭК (или напротив).**

Это следует из свойства линейной независимости

(или напротив) столбцов циклически переставленной матрицы. Как следствие из этого утверждения вытекает важное свойство не пересечения множеств производительных и непроизводительных перестановок.

**Утверждение 3. Разница между нумераторами комбинаций ОКО ЛО указывает на структуру проверочной части порождающей матрицы соответствующего ими ЭК.**

Для доказательства этого утверждения первоначально рассмотрим содержание табл. 2 на примере кода (15, 5) с возможностью создания ЭК. С одной стороны, содержание табл. 2 может быть полностью описано в карте ППН, с другой стороны, легко заметить цикличность следования интервалов в последовательности 2 1 2 4 6.

Именно это свойство позволяет минимизировать объем памяти когнитивной карты декодера за счет хранения проверочной части порождающей матрицы ЭК только базовой части для последовательности 2 1 2 4 (верхняя строка табл. 2). Все другие варианты построения подобной матрицы являются производными от этой матрицы, а ключом к преобразованию базовой матрицы ЭК в данном примере служит нумератор с индексом 6.

Таблица 2. Структура разниц нумераторов ОКО СО частных орбит кода (15, 5)

Комбинация ОКО	Разница соседних интервалов
1 3 4 6 10	2 1 2 4
1 7 9 10 12	6 2 1 2
1 5 11 13 14	4 6 2 1
1 3 7 13 15	2 4 6 2
1 2 4 8 14	1 2 4 6

Если этот нумератор содержится на первом месте, то в исходной проверочной матрице нижняя строка перемещается на верхнюю позицию и только. Если нумератор с индексом 6 находится на четвертом месте, то в цикле перемещения необходимо выполнить четыре шага. Рассмотрим это на примере кода (15, 5). Последовательность описанных преобразований показана в табл. 3.

В ходе оценки определителя конкретной перестановки с использованием пакета прикладных программ MATLAB следует учитывать, что знак + или – для определителя не играет значения, поскольку в двоичных полях учитываются только положительные величины. При этом четные значения определителя принимаются равными нулю, поскольку оценивались они в данном программном продукте в десятичной системе счисления. Известно, что в двоичной системе счисления операция сложения по *mod* 2 четного числа одинаковых элементов приводит к нулевому результату суммирования.

Таблица 3. Систематическое преобразования проверочной части порождающей матрицы ЭК в зависимости от содержания ОКО ЛО

1 3 4 6 10	1 7 9 10 12	1 5 11 13 14	1 3 7 13 15	1 2 4 8 14
2 1 2 4	6 2 1 2	4 6 2 1	2 4 6 2	1 2 4 6
1010101101	0110010111	1011110110	1101001111	0101111100
0101111100	1010101101	0110010111	1011110110	1101001111
1101001111	0101111100	1010101101	0110010111	1011110110
1011110110	1101001111	0101111100	1010101101	0110010111
0110010111	1011110110	1101001111	0101111100	1010101101

Например, для кода БЧХ (15, 5) для перестановки 6 8 9 11 15, представленной на рис. 1, применительно к переставленной матрицы  $A$  получим

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A) = 3 \Rightarrow A^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,667 & 0,333 & 0,333 & 0,667 & 0,333 \\ 0,333 & 0,333 & 0,333 & 0,667 & 0,667 \\ 0,667 & 0,333 & 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 0,333 & 0,667 & 0,333 & 0,333 & 0,667 \\ 0,333 & 0,667 & 0,333 & 0,333 & 0,333 \end{pmatrix}$$

Очевидно, что  $2 : 3 = 0,666... \approx 0,667$  и  $1 : 3 = 0,333$ . Но 2 – это ноль по *mod* 2 при сложении данных союзной матрицы, следовательно, обратная матрица для матрицы  $A$  принимает вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \times A^{-1} = E.$$

Описанная схема обработки данных производительных перестановок позволяет сократить объемы памяти КК хранения ОКО СО и соответствующих им частей проверочных матриц для порождающих матриц ЭК в систематической форме в  $k$  раз. В этой связи возникает вопрос рациональной обработки непроизводительных перестановок.

### Особенности орбит непроизводительных перестановок

Главной отличительной чертой НПН является вырожденность переставленных матриц нумераторов наиболее надежных символов принятых кодовых векторов. И если для кода Хэмминга (7, 4) число таких перестановок составляет всего 20 % от их общего числа, то для кодов (15, 5) и (15, 7) общее число непроизводительных перестановок возрастает до 50 %.

Это ставит под сомнение эффективность ПД по параметру ЭВК, поскольку процедура поиска результативной перестановки неоправданно затягивается по времени. Требуется оригинальное техническое решение для снижения уровня отрицательного эффекта в системе

оптимальных по ЭВК кодов. В других отношениях поиск ОКО различного класса не отличается от алгоритмов выявления подобных орбит в системе производительных перестановок. Примеры решения указанных задач показаны на рис. 3.

Код БЧХ (15, 7, 5)						
1	3	6	8	9	11	12
2	4	7	9	10	12	13
3	5	8	10	11	13	14
4	6	9	11	12	14	15
1	5	7	10	12	13	15
1	2	6	8	11	13	14
2	3	7	9	12	14	15
1	3	4	8	10	13	15
1	2	4	5	9	11	14
2	3	5	6	10	12	15
1	3	4	6	7	11	13
2	4	5	7	8	12	14
3	5	6	8	9	13	15
1	4	6	7	9	10	14
2	5	7	8	10	11	
Повтор цикла. $\det \neq 0$						

Рис. 3. Структура ОКО для различных непроизводительных перестановок разных кодов

Переходя от перестановок к интервальным таблицам, можно заметить, что структура различий соседних значений нумераторов ничем не отличается от описанных выше применительно к множеству производительных перестановок и показана для одного из кодов в табл. 4. Это позволяет утверждать, что в реальном декодере в целях экономии времени анализа, принятого кодового вектора целесообразно направлять данные одновременно и на вход карты ППН, и на вход карты НПН. Очевидным является свойство, которое указывает на отсутствие пересечений указанных множеств. Поэтому отклик должен быть либо на выходе карты ППН, либо на выходе карты НПН. Идентичность процедуры поиска для множества ППН и НПН указывает на целесообразность распараллеливания вычислительного процесса поиска альтернативного признака принадлежности перестановки к одному или другому множеству. В предыдущих работах эта процедура носила последовательный характер. На первом этапе оценивалась принадлежность принятой приемником перестановки к числу произвольных и при отрицательном исходе (следовательно, перестановка непроизводительная) оценивалась возможность коррекции такой перестановки за счет замены младшего разряда из группы информационных символов на старший разряд из группы нумераторов проверочных разрядов.

Таблица 4. Структура разниц нумераторов ОКО частных орбит перестановки 1 4 6 8 9

Комбинация ОКО	Разница соседних интервалов
1 4 6 8 9	3 2 2 1
1 8 11 13 15	7 3 2 2
1 2 9 12 14	1 7 3 2
1 3 4 11 14	2 1 7 3
1 3 5 6 13	2 2 1 7

Описанный алгоритм удобен при использовании кода (7, 4), когда число производительных перестановок составляет 80 % от общего числа возможных перестановок. Для кодов БЧХ (15, 5) и (15, 7) эта пропорция изменяется в сторону увеличения числа непроизводительных перестановок и по этой причине становится невыгодной из-за соотношения ППН к НПН, как 50 % к 50 %. При этом вероятность удачной замены символов остается относительно низкой, поскольку новая перестановка после заметны символов может вновь оказаться из множества НПН.

По этой причине предлагается использовать более совершенный алгоритм когнитивного регулятора, когда в системе замены НПН появляются сведения о непродуктивных заменах. В этом случае табл. 3 преобразуется в табл. 4.

### Принцип работы когнитивного регулятора

Суть работы когнитивного регулятора в согласовании данных между когнитивными картами ППН и НПН заключается в более полном информационном обеспечении процедуры поиска ППН. Например, при использовании параллельной работы когнитивных карт регулятор обобщает результат такого поиска и принимает рациональное решение в процедуре поиска ЭК. Фрагмент не обработанной лексикографической карты НПН представлен в табл. 5. Не упорядоченная карта в данном случае представлена для выявления групповых закономерностей свойств частных ОКО в системе ОКО СО. Это не рационально с практической точки зрения. Для организации процедуры рационального поиска данных в карте НПН глобальные и частные ОКО должны быть классифицированы лексикографически, что вытекает из семантических моделей традиционных поисковых систем.

Становятся ясны закономерности абстрактной алгебры применительно к множеству НПН, рассматриваемого совместно за закономерностями построения проверочной матрицы избыточного кода. При этом запрещенные нумераторы однозначно не являются продуктивными при попытке перевода перестановки из множества НПН в систему ППН.

Выявлены предпосылки к закономерности, при которой ни один из символов из состава проверочной матрицы не приводит перевод перестановки обозначенной термином ВСЕ в систему ППН. Теоретического объяснения, обоснования этот факт на данном этапе исследований не найден. Однозначно потребуется специальная программа, которая позволит убедиться в закономерности этого явления или напротив в определенной исключительности.

Предварительно установлено, что такая замена обеспечивает положительный результат только при использовании двух битовой или трех битовой рекомбинации между информационными и проверочными разрядами. Для этого требуется дальнейшее изучение закономерностей интервальных зависимостей для оценки запрещенных нумераторов по шкале ОКО СО. Кроме того, заметно, что для отдельных замен запрещенными являются три нумератора и в одном случае таких запретов два.

Таблица 5. Структура нумераторов ОКО локальных орбит

Комбинация ОКО	Разница соседних интервалов	Запрещенные нумераторы
1 2 3 4 6	1 1 1 2	8 9 12
2 12 13 14 15	10 1 1 1	3 4 7
1 3 13 14 15	2 10 1 1	<b>ВСЕ</b>
1 2 4 14 15	1 2 10 1	6 7 10
1 2 3 5 15	1 1 2 10	7 8 11
1 2 3 4 9	1 1 1 5	6 8 12
1 8 9 10 11	7 1 1 1	4 13 15
1 6 13 14 15	5 7 1 1	3 5 9
1 2 7 14 15	1 5 7 1	4 6 10
1 2 3 8 15	1 1 5 7	<b>ВСЕ</b>
1 3 6 7 11	2 3 1 4	9 10
1 6 8 11 12	5 2 3 1	14 15
1 5 10 12 15	4 5 2 3	<b>ВСЕ</b>
1 2 6 11 13	1 4 5 2	4 5
1 4 5 9 14	3 1 4 5	7 8
1 4 6 8 9	3 2 2 1	2 3 12
1 8 11 13 15	7 3 2 2	4 9 10
1 2 9 12 14	1 7 3 2	<b>ВСЕ</b>
1 3 4 11 14	2 1 7 3	7 12 13
1 3 5 12 13	2 2 1 7	5 6 15

Анализ табл. 4 показывает, что запрещенное число значений нумераторов для разных ОКО из состава НПН различно, но все они имеют термин **ВСЕ**. Этот факт в теории кодирования вскрыт впервые и пока не нашел своего теоретического объяснения. Заметно, что запрещенные замены в системе НПН носят в зависимости от ОКО системный характер, который может быть использован для организации вычислительного процесса в случае критических значений по объему памяти когнитивных карт.

Вскрытые в ходе исследования закономерности перестановок в системе ПД позволяет упростить известные подходы к декодированию данных. В новых условиях декодер после выделения  $k$  надежных символов вычисляет интервальную разницу и формирует ОКО, которое одновременно направляет на входы когнитивной карты ПНП и НПН. Поскольку множества реализаций этих карт не пересекаются, то ответ может быть получен только на выходе одной из указанных карт. Если отвечает карта ПНП, то выявляется соответствующая проверочная матрица с учетом циклических сдвигов основной матрицы. В противном случае, корректируется последний столбец перестановки в группе информационных разрядов с учетом запрещенных нумераторов. Процесс продолжается в соответствии с классическим алгоритмом выявления вектора ошибок в системе ПД.

### Заключение

С точки зрения абстрактной алгебры в работе показаны ранее неизвестные свойства циклических перестановок замкнутого множества натуральных чисел, состоящего из  $n$  элементов, в котором при выделении произвольных  $k < n$  элементов однозначно образуются  $k$

независимых орбит, начинающихся на наименьшее из выбранных  $n$  элементов.

Синтез указанного свойства с закономерностями построения групповых двоичных систематических кодов показывает, что при формировании орбит все множество возможных перестановок нумераторов кодовых векторов разбивается на два непересекающихся множества. Каждое из этих множеств в отдельности отражает свойство вырожденности (или напротив) порождающих переставленных матриц, что означает невозможность (или возможность) формирования ЭК.

Показана возможность быстрой коррекции вырожденных матриц за счет заранее вычисленных альтернативных решений в перестановках. За счет свойства непересекающихся множеств орбит показана возможность распараллеливания процесса идентификации конкретной перестановки относительно принадлежности тому или другому множеству. Процесс поиска решения для двух множеств может решаться одновременно.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-10100.*

### Литература

1. Гладких А.А., Овинников А.А., Тамразян Г.М. Математическая модель когнитивного перестановочного декодера / Цифровая обработка сигналов. 2019. № 1. С. 14-19.
2. Питерсон У., Уэлден Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: «Мир», 1976. 594 с.
3. Гладких А.А., Климов Р.В., Чилихин Н.Ю. Методы Эффективного декодирования избыточных кодов и их современные приложения. Ульяновск: УлГТУ, 2016. 258 с.
4. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. Пер. с англ. ред. Афанасьева В.Б. М.: Техносфера. 2005. 320 с.
5. Склад Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Вильямс. 2003. 1104 с.
6. Гладких А.А., Наместников С.М., Пчелин Н.А. Эффективное перестановочное декодирование двоичных блоковых избыточных кодов / Автоматизация процессов управления. 1 (47), 2017, С. 67-74.
7. Свойства циклических структур в системе перестановочного декодирования избыточных кодов / Бабанов Н.Ю., Гладких А.А., Наместников С.М., Шахтанов С.В. Автоматизация процессов управления. 2020. № 2 (60). С. 82-89.
8. Гладких А.А., Наместников С.М., Новоселов А.В., Толикина М.Ю., Аль-Месри А.С.А. Оценка эффективности защиты данных от ошибок на базе байесовского вывода в системе итеративных преобразований. Автоматизация процессов управления. 2022. № 4 (70). С. 120-130.
9. Новоселов А.В., Шахтанов С.В., Аль-Месри А.С.А., Толикина М.Ю. Оценка критериев эффективности защиты данных от ошибок на базе перестановочного декодирования. Автоматизация процессов управления. 2022. № 3 (69). С. 27-34.
10. Gladkikh A.A., Ganin D.V., Pchelin N.A., Shakhchanov S.V., Ocherovsky A.V. Coding methods and permutation decoding in the systems for network processing of data. International Journal of Control and Automation. 2020, vol. 13, no 1, pp. 93-100.
11. Оценка статистических характеристик перестановочного декодера методом его программной реализации / А.Л.Х. Аттаби, А.А. Брынза, Д.В. Ганин, А.А. Ничунаев, А.В. Новоселов. Автоматизация процессов управления. 2023. № 2 (72). С. 91-98.

УДК 621.391

## ВВЕДЕНИЕ В ПРОЕКТИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ В СРЕДЕ SIMINTECH

*Витязев В.В., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой телекоммуникаций и основ радиотехники ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина», e-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru*

*Волченков В.А., к.т.н., доцент кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина», e-mail: volchenkov.v.a@tor.rsreu.ru*

*Овинников А.А., к.т.н., доцент кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина», e-mail: ovinnikov.a.a@tor.rsreu.ru*

*Лихобабин Е.А., к.т.н., ведущий разработчик ООО «Лаборатория Сфера», e-mail: info@labsphera.ru*

## INTRODUCTION TO THE DESIGN AND ANALYSIS OF DIGITAL FILTERS IN THE SIMINTECH ENVIRONMENT

*Vityazev V.V., Volchenkov V.A., Ovinnikov A.A., Likhobabin E.A.*

*A description of a digital filter design and analysis application developed for the SimInTech simulation environment is provided. The principles of developing digital filters in the presented application are discussed. The possibilities of the proposed product are described.*

**Key words:** digital signal processing, digital filtering, digital filters, FIR filters, IIR filters, SimInTech.

**Ключевые слова:** цифровая обработка сигналов, цифровая фильтрация, цифровые фильтры, КИХ-фильтры, БИХ-фильтры, SimInTech.

### Введение

Разработка и внедрение отечественного программного обеспечения для проведения инженерных и научных работ всегда являлось важной задачей. В стремительно меняющихся условиях в настоящее время импортозамещение в области специализированного ПО для решения задач в области радиотехники, связи, обработки изображений и т.д. становится ещё более актуальным, чем когда бы то ни было.

В статье приводится описание приложения для проектирования и анализа цифровых фильтров, разработанного для среды моделирования SimInTech компании ООО «ЗВ Сервис». Приложение для проектирования фильтров создано в ООО «Лаборатория сфера» (г. Рязань) [1] при участии сотрудников кафедры Телекоммуникаций и основ радиотехники Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина.

### Описание приложения для проектирования и анализа цифровых фильтров в среде SimInTech

Приложение «Проектирование и анализ цифровых фильтров» находится во вкладке «Инструменты» среды SimInTech, которую можно скачать с официального сайта <https://simintech.ru/> [2].

Данное приложение позволяет проектировать фильтры как с конечной импульсной характеристикой (КИХ), так и с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ), строить все необходимые характеристики: амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), фазо-частотную характеристику (ФЧХ), график группового времени задержки (ГВЗ), график фазовой задержки (ФЗ), импульс-

*Приводится описание приложения для проектирования и анализа цифровых фильтров, разработанного для среды моделирования SimInTech. Рассматриваются принципы разработки цифровых фильтров в приложении. Описываются возможности предлагаемого продукта.*

ную характеристику (ИХ), переходную характеристику, карту нулей и полюсов.

Главное окно приложения по проектированию и анализу цифровых фильтров можно условно разделить на четыре части (рис. 1). Вверху расположена панель управления, на которой находятся следующие кнопки (табл. 1).

Справа расположена **панель настройки параметров для расчёта фильтра**, на которой дополнительно размещается кнопка «Расчёт», позволяющая спроектировать фильтр по заданным параметрам; кнопка «Коэффициенты», служащая для быстрого вызова окна с коэффициентами фильтра; кнопка «Функция фильтрации» для формирования кода использования рассчитанного фильтра на внутреннем языке среды SimInTech. В левой части под панелью управления находится область, на которой располагаются **графики**, отражающие характеристики рассчитанного фильтра в меньшем масштабе, количество которых можно менять с помощью кнопки на панели управления. Левая нижняя часть окна представляет собой панель отображения теоретической спецификации и коэффициентов фильтра.

Окно настроек (рис. 2), открывающееся при нажатии на соответствующую кнопку, позволяет влиять на следующие параметры отображения графиков характеристик фильтра: отображение сетки, отображение заголовков графиков, отображение подписей для осей координат, возможность редактировать количество отображаемых графиков на главном экране, а также в окне настроек можно изменять минимальный уровень для отобра-

Таблица 1. Кнопки панели управления

Пиктограмма	Название кнопки
	Загрузить файл конфигурации параметров (для продолжения работы с уже рассчитанным фильтром)
	Сохранить файл конфигурации параметров (для работы с рассчитанным фильтром в дальнейшем)
	Отобразить окно с коэффициентами
	Окно настроек приложения
	Быстрая справка

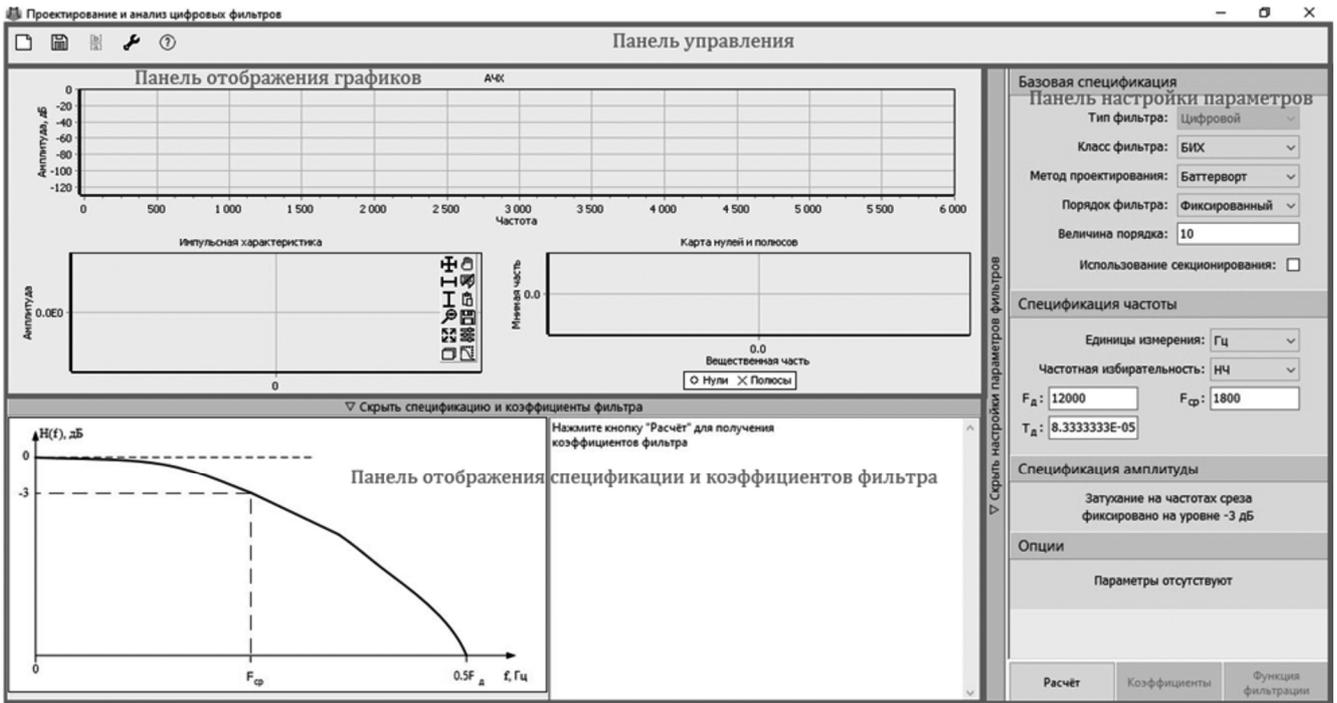


Рис. 1. Общий вид главного окна приложения

жения АЧХ. Кнопка «**Принять**» сохраняет выставленные настройки, а кнопка «**Отменить**» восстанавливает предыдущие настройки.

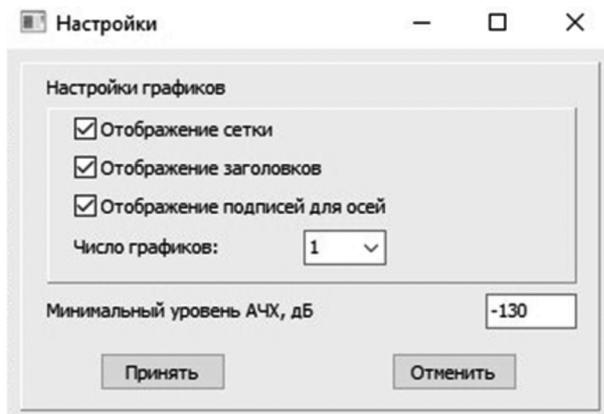


Рис. 2. Окно настроек приложения

Непосредственно область настройки параметров фильтра содержит следующие поля с элементами управления: базовая спецификация, спецификация частоты, спецификация амплитуды и опции.

Поле «**Базовая спецификация**» (рис. 3) позволяет

выбрать класс проектируемого цифрового фильтра «БИХ» или «КИХ» и метод проектирования в зависимости от выбранного класса фильтра. Для БИХ-фильтров доступны следующие методы проектирования: Баттерворта, Чебышёва (тип 1), Чебышёва (тип 2) и эллиптический. Методы для КИХ-фильтров: равноволновый (алгоритм Паркса – Мак-Клееллана) и оконные.

Также имеется форма ввода «**Величина порядка**», в которую можно ввести фиксированное значение порядка рассчитываемого фильтра или выбрать параметр «**Минимальный**», что позволит рассчитать фильтр с минимальным порядком, исходя из заданных требований. Для БИХ-фильтров также имеется возможность использовать секционирование для перехода от прямой формы реализации к каскадной (последовательной) (рис. 4).

Поле «**Спецификация частоты**» позволяет настраивать единицы измерения частоты, частотную избирательность, а также задать для фильтра требуемые граничные частоты и частоту дискретизации (при этом автоматически рассчитывается период дискретизации) (рис. 5).

С помощью выпадающего списка «**Единицы измерения**» можно задать требуемую единицу измерения частоты: нормированная, Гц, кГц, МГц, ГГц.

**Базовая спецификация**

Тип фильтра: Цифровой

Класс фильтра: БИХ

Метод проектирования: Эллиптический

Порядок фильтра: Баттерворт

Величина порядка: Чебышёв (тип 1)

Использование секционирования:

а) БИХ

**Базовая спецификация**

Тип фильтра: Цифровой

Класс фильтра: КИХ

Метод проектирования: Равноволновый

Порядок фильтра: Равноволновый

Величина порядка: Оконный

Использование секционирования:

б) КИХ фильтров

Рис. 3. Методы проектирования

Выпадающий список «**Частотная избирательность**» позволяет выбрать необходимый тип частотной избирательности фильтра: низкочастотный (НЧ), высокочастотный (ВЧ), полосовой (ПФ), режекторный (РФ).

В зависимости от типа частотной избирательности фильтра, а также единицы измерения частоты, меняется количество форм ввода граничных частот среза и меняется доступность формы ввода частоты дискретизации фильтра (рис. 5, в).

**Базовая спецификация**

Тип фильтра: Цифровой

Класс фильтра: БИХ

Метод проектирования: Баттерворт

Порядок фильтра: Фиксированный

Величина порядка: 10

Использование секционирования:

Рис. 4. Поле определения порядка фильтра

**Спецификация частоты**

Единицы измерения: Гц

Частотная избирательность: норм.

Ф<sub>д</sub>:

Ф<sub>сп</sub>:

Т<sub>д</sub>:

а) единицы измерения

**Спецификация частоты**

Единицы измерения: Гц

Частотная избирательность: НЧ

Ф<sub>д</sub>:

Ф<sub>сп</sub>:

Т<sub>д</sub>:

б) частотная избирательность

**Спецификация частоты**

Единицы измерения: Гц

Частотная избирательность: НЧ

Ф<sub>д</sub>:

Ф<sub>сп</sub>:

Т<sub>д</sub>:

в) поля ввода частоты

Рис. 5. Поле спецификации частоты

Поле «**Спецификация амплитуды**» (рис. 6) содержит формы ввода уровней подавления или же ввода весовых коэффициентов частот среза. Доступность тех или иных форм ввода так же, как и для спецификации частоты, определяется типом и методом проектирования фильтра, параметром частотной избирательности и единицей измерения частоты. В данном поле могут существовать следующие формы ввода параметров  $A_{проп}$  – уровень неравномерности АЧХ в полосе пропускания,  $A_{подавл}$  – уровень подавления в зоне непрозрачности,  $W_{проп}$  – относительное значение весовой функции, отвечающей за допустимую неравномерность АЧХ в полосе пропускания,  $W_{подавл}$  – относительное значение весовой функции, отвечающей за допустимый уровень подавления АЧХ в зоне непрозрачности.

**Базовая спецификация**

Тип фильтра: Цифровой

Класс фильтра: БИХ

Метод проектирования: Эллиптический

Порядок фильтра: Фиксированный

Величина порядка:

Использование секционирования:

**Спецификация частоты**

Единицы измерения: Гц

Частотная избирательность: НЧ

Ф<sub>д</sub>:

Ф<sub>проп</sub>:

Т<sub>д</sub>:

**Спецификация амплитуды**

$A_{проп}$ :

$A_{подавл}$ :

Рис. 6. Доступность полей в поле спецификации амплитуды

В поле «**Опции**» (рис. 7) в зависимости от комбинации описанных выше параметров появляются дополнительные формы настройки расчёта фильтра. При выборе равноволнового метода проектирования КИХ-фильтра в поле «Опции» станет доступен параметр «Коеф. плотности» (коэффициент плотности).

Коэффициент плотности определяет плотность частотной сетки, по которой оптимизация метода проектирования оценивает функцию отклика фильтра. При увеличении этого значения создается фильтр, который более точно приближается к идеальному фильтру с равными частотами, но увеличивает время, необходимое для проектирования фильтра. В данной версии приложения это значение неизменяемое и равно 16.

При выборе оконного метода проектирования КИХ-фильтра в поле «**Опции**» станет доступен параметр «**Оконные функции**» (рис. 8), в котором можно выбрать желаемую оконную функцию: Прямоугольная, Треугольная, Хэмминга, Хеннинга (Ханна), Блэкмана, Чебышёва, Кайзера.

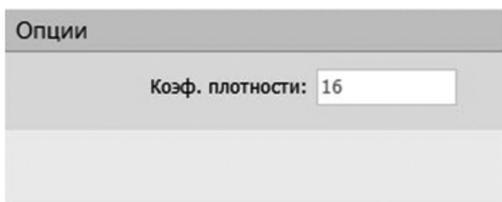


Рис. 7. Коэффициент плотности в поле «Опции»

Также для оконного метода проектирования в данном поле появляется галочка активации «**Нормировки**» (рис. 8), сам процесс которой представляет собой масштабирование АЧХ фильтра так, чтобы центр первой полосы пропускания имел единичную амплитуду после оконной обработки.

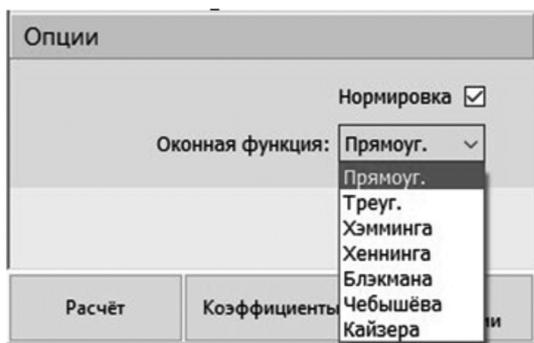
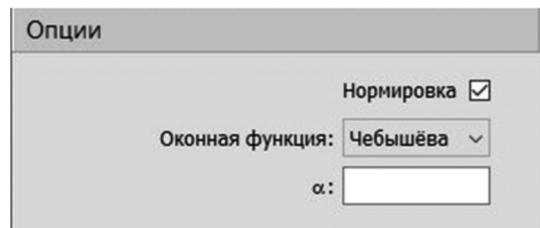


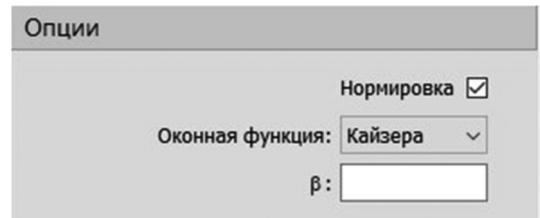
Рис. 8. Оконные функции и нормировка в поле «Опции»

Для оконной функции Чебышёва (рис. 9, а) в поле «**Опции**» становится доступна форма ввода коэффициента  $\alpha$  – величина в дБ боковых лепестков АЧХ ниже главного лепестка, а для оконной функции Кайзера (рис. 9, б) – форма ввода коэффициента  $\beta$  – уровень затухания боковых лепестков. Более высокое значение расширяет основной лепесток и уменьшает амплитуду бокового лепестка.

Часть панели с отображением графиков занимает спецификация рассчитываемого фильтра, меняющаяся в зависимости от изменения параметров, описанных выше (рис. 10).



а) окна Чебышёва



б) окна Кайзера

Рис. 9. Дополнительные опции

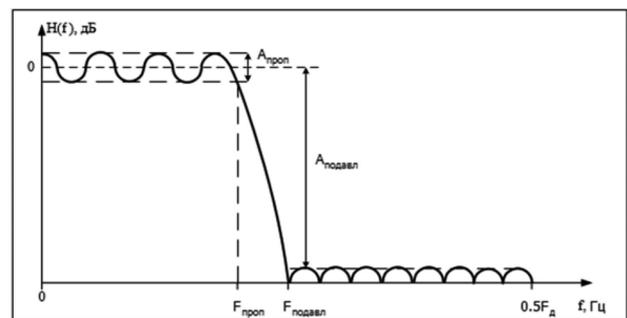


Рис. 10. Поле отображения спецификаций фильтра

Внизу области настройки параметров фильтра расположена кнопка «**Расчёт**», нажатие на которую спроектирует фильтр на основании заданных параметров и разблокирует возможность использовать доступные кнопки, находящиеся на панели инструментов. После чего на графики в левой части можно вывести характеристики получившегося фильтра для анализа.

После выполнения расчёта цифрового фильтра, в частности, станет доступен элемент панели управления, позволяющий отобразить коэффициенты фильтра (рис. 11).

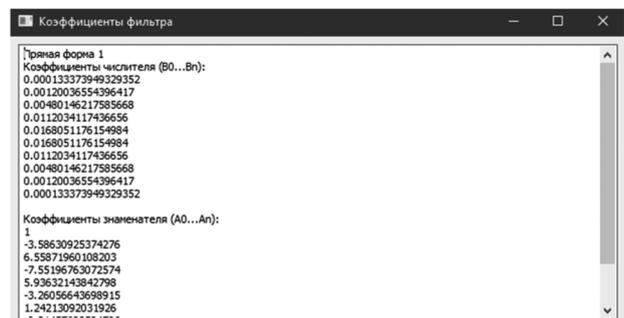


Рис. 11. Форма отображения коэффициентов фильтра

В рамках работы с данным окном по нажатию на правую кнопку мыши можно увидеть выпадающее меню с доступными возможностями (рис. 12).

После выполнения расчёта фильтра с заданными параметрами, в левой части окна выводится график АЧХ. Также можно самостоятельно задать нужно количество отображающихся графиков, наилучшим вариан-

том будет отображение трех графиков одновременно: АЧХ, импульсная характеристика и карта нулей и полюсов.

С помощью левой кнопки мыши можно выделить часть графика для масштабирования и установить маркер (рис. 12). С помощью нажатия на среднюю кнопку мыши (СКМ, колесико мыши) можно перемещать сформированный график, а с помощью прокручивания СКМ можно менять масштаб графика по горизонтальной, вертикальной или обеим осям, в зависимости от выставленного параметра.

Для каждого графика существует панель с набором кнопок управления. В набор входят кнопки, представленные в табл. 2.

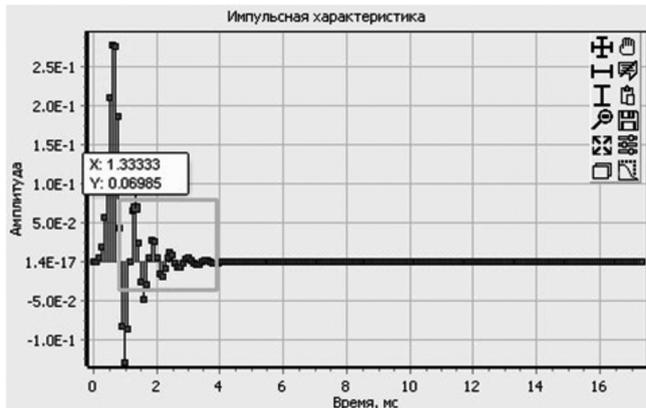


Рис. 12. Установленный маркер и область масштабирования

Нажатие на правую кнопку мыши по графику вызывает выпадающее меню с различными параметрами (рис. 13). В частности, «Отменить шаг увеличения» позволяет вернуться к предыдущему уровню масштабирования графика. «Режим увеличения» содержит ряд настроек, позволяющих выбрать направление масштабирования: по вертикали и горизонтали, по вертикали, по

горизонтали, а также выставить настройку «Сохранять соотношение сторон при масштабировании», которая сохраняет пропорции области выделения при масштабировании. Пункт «Сбросить масштабирование» сбрасывает масштаб выбранного графика к исходному. Все установленные на графике маркеры можно удалить с помощью пункта «Удалить все маркеры».

Подменю «Тип характеристик» позволяет изменить отображаемую характеристику для выбранного графика: частотные характеристики (АЧХ+ФЧХ, АЧХ, ФЧХ, групповая задержка, фазовая задержка), временные характеристики (импульсная характеристика, переходная характеристика), карта нулей и полюсов.

Пункт «Сохранить изображение как...» позволяет сохранить отображенную характеристику фильтра в качестве графического файла, а «Скопировать в буфер обмена» – скопировать изображение в буфер обмена для дальнейшей работы.

Пункт «Параметры» (рис. 14) позволяет изменить некоторые параметры выбранного графика.

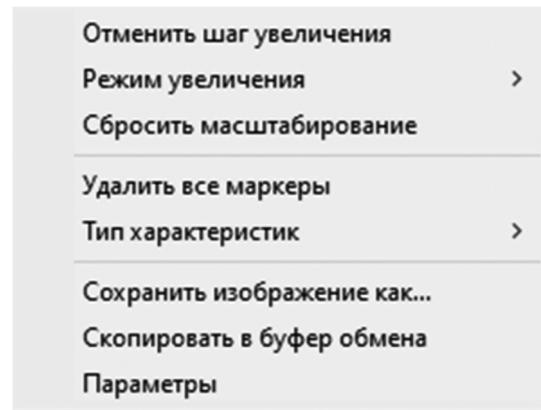
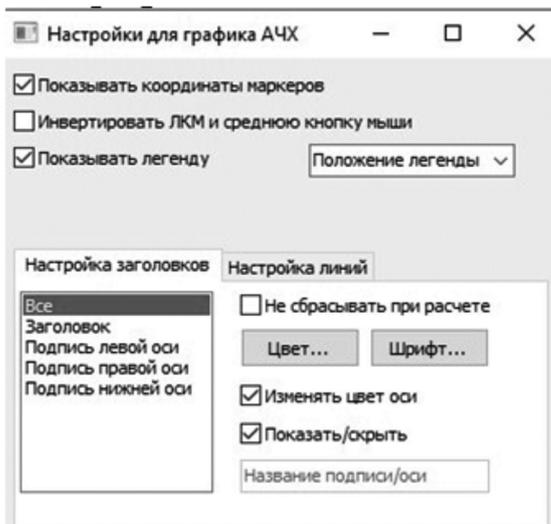


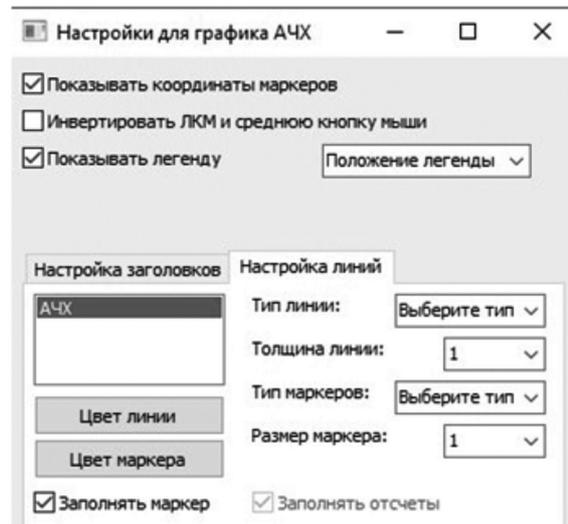
Рис. 13. Всплывающее меню для графиков

Таблица 2. Кнопки управления графиками

Пиктограмма	Название кнопки
	Масштабирование области
	Горизонтальное масштабирование
	Вертикальное масштабирование
	Отмена шага масштабирования
	Сброс масштабирования
	Развернуть график на всю рабочую область
	Смещение графика по координатным осям
	Удалить все маркеры
	Копирование изображения в буфер обмена
	Сохранить график как графический файл
	Параметры графика
	Отображать спецификацию на графике



а) заголовков



б) линий

Рис. 14. Меню «Параметры» для отдельного графика с настройкой

## Заключение

В статье приведено краткое описание принципов работы в приложении для проектирования цифровых фильтров в среде SimInTech. Более подробное описание, содержащее теорию и практические задания с примерами выполнения, приведено в выпущенном в августе 2023 г. учебном пособии «Цифровая обработка сигналов» [3]. Данное учебное пособие предназначено для подготовки бакалавров по направлениям 11.03.01 «Радиотехника» и 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», инженеров по специальности 12.05.01 «Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения» и магистров по направлению 09.04.04 «Программная инженерия».

В учебном пособии изложены общие принципы цифровой обработки сигналов. Основное внимание уделено проектированию цифровых фильтров в классе КИХ- и БИХ-цепей в среде SimInTech. Приводятся теоретические сведения, касающиеся характеристик фильтров, и подробные примеры их проектирования. Описывается анализ их характеристик и выбор методов построения

фильтров для дальнейшей реализации. Рассматриваются инструменты моделирования прохождения сигналов через цифровые фильтры в среде SimInTech.

В учебном пособии присутствуют примеры практических заданий и выводы к ним, а также задания и контрольные вопросы, которые должны закрепить у обучающихся связь теории с практикой.

Возможности приложения будут расширяться. На следующем этапе планируется добавление в приложения функционала по редактированию характеристик фильтров с помощью изменения положения нулей и полюсов на карте нулей и полюсов, а также добавление возможности синтеза аналоговых фильтров.

## Литература

1. Официальный сайт ООО «Лаборатория Сфера»: [сайт]. URL: <https://labsphera.ru/>.
2. Среда динамического моделирования SimInTech: [сайт]. URL: <https://simintech.ru/>.
3. Цифровая обработка сигналов. Учебное пособие для вузов / В.В. Витязев, В.А. Волченков, А.А. Овинников и др. М.: Горячая линия-Телеком, 2023. 188 с.: ил.

## НОВЫЕ КНИГИ

**Основы статистической теории радиотехнических систем: Учебное пособие под ред. А.В. Коренного. М.: Изд-во Радиотехника, 2021 г. 240 с.: ил.**

Приведены необходимые сведения из теории вероятностей, случайных процессов и математической статистики, и на их основе рассмотрены статистические методы анализа линейных и нелинейных систем. На базе теории фильтрации изложены современные методы синтеза радиоэлектронных систем различного назначения, основы теории информации и методы статистического моделирования. Методика применения теоретических результатов к решению практических задач проиллюстрирована содержательными примерами.

Предназначено для слушателей и курсантов военных вузов, а также студентов вузов, обучающихся по специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы». Может быть аспирантам и преподавателям вузов, занимающихся вопросами синтеза и анализа радиотехнических устройств и систем.

