

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал
№ 3/2021

Издается с 1999 года
Выходит четыре раза в год

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

д.т.н., чл. кор. РАН Ю.Б. ЗУБАРЕВ

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

д.т.н., проф. В.В. ВИТЯЗЕВ,
д.т.н., член-корр. РАН А.В. ДВОРКОВИЧ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

д.т.н., проф. Ар.С. Аджемов, д.т.н., проф. Б.А. Алпатов,
д.т.н., проф. В.Г. Бартенев, д.т.н. Ю.И. Борисов,
д.т.н., проф. Ю.А. Брюханов, д.т.н., проф. В.И. Джиган,
д.т.н., проф. В.В. Еремеев, д.т.н. Г.В. Зайцев,
Р.В. Зубарев, А.П. Кирпичников,
д.т.н., акад. РАН Н.А. Кузнецов,
В.Г. Мистюков, д.т.н., проф. С.Л. Мищенко,
д.т.н., проф. Ю.Н. Прохоров,
д.т.н. А.Л. Приоров, д.т.н., проф. В.Г. Санников,
д.т.н., проф. Чиров Д.С.,
к.т.н., проф. В.С. Сперанский.

Адрес редакции:

г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8
Научный центр МТУСИ
Тел.: (+7) 903-201-53-33
E-mail: rntores@mail.ru
vityazev.v.v@rsreu.ru
http://www.dspsa.ru

Издатель:

Российское научно-техническое общество
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова

Компьютерная верстка: И.А. Благодарова

Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – 82185

Подписано в печать 13.10.21 г.
Формат 60x90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная.
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 200 экз.

Заказ № 5832. Отпечатано в
ООО НПЦ «Информационные технологии»
Рязань, ул. Островского, д. 21/1
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве
Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488
от 14.01.2000 г.

УЧРЕДИТЕЛИ:

АО «Инструментальные системы»

ФГУП «НИИ радио»

ООО «Российское научно-техническое общество
радиотехники, электроники
и связи им. А.С. Попова»

В НОМЕРЕ:

Пономарева О.В., Пономарев А.В., Смирнова Н.В.

Алгоритмы параметрического быстрого
преобразования Фурье..... 3

Грачев М.В., Паршин Ю.Н.

Отношение сигнал-шум в многоканальной
приемной системе с сильным
взаимным влиянием пространственных каналов..... 11

Цимбал В.А., Потапов С.Е., Потапова И.Д.

Математическое моделирование процессов
информационного обмена дискретными сообщениями
по каналам связи на основе производящих
функций вероятности случайной величины..... 17

**Пахотин В.А., Власова К.В., Петров С.В.,
Алещенко А.Н., Симонов Р.В.**

Потенциальные возможности систем связи
с ограниченной частотной полосой каналов..... 24

Якимов В.Н., Машков А.В.

Спектральный анализ на основе периодограммного метода
обработки сегментов бинарно-квантованного сигнала
с применением весовых оконных функций..... 30

Маслаков М.Л., Терновая А.К.

Построение плотности распределения вероятностей
КАМ сигналов..... 36

Егоров В.В., Маслаков М.Л.

Оценка отношения сигнал/шум
для коротких выборок информационных сигналов..... 41

Асаф М., Пономарев О.Г.

Модификация алгоритма детектирования сигнала PUSCH
нулевого формата в системе связи 5G NR..... 44

Вершинин В.А.

Передача дискретных сообщений узкополосными
симплексными и ортогональными сигналами..... 50

Горюшкин Р.С.

Решение задачи прямого моделирования узкополосных
систем с использованием адаптивных гребенчатых
БИХ-фильтров..... 54

Дворянков Д.А., Андросов В.В., Витязев С.В.

Алгоритм автофокусировки методом оптимизации резкости
для повышения разрешающей способности
бортовой системы радиовидения..... 58

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен
в перечень ведущих рецензируемых научных изданий,
в которых по рекомендации Минобрнауки РФ,
должны быть опубликованы основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой степени доктора
и кандидата наук

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – 82185

Digital Signal Processing

Science & Technical Magazine
Issue 3, 2021 year

Is published quarterly since 1999

THE EDITOR-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor, Corresponding Member
of Russian Academy of Sciences U.N. Zubarev

DEPUTY EDITORS-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor V.V. Vityazev,
Dr. Sci (Tech), Professor
Corresponding Member of RAS A.V. Dvorkovich

EDITORIAL BOARD:

Adzhemov A.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Alpatov B.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Bartenev V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Borisov Y.I., Dr.Sci.(Tech.)
Bruchanov Y.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Djigan V.I., Dr. Sci (Tech), Professor
Eremeyev V.V., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Zaitsev G.V., Dr.Sci.(Tech.)
Zubarev R.V.,
Kirpichnikov A.P.,
Kuznetsov N.A., Dr.Sci.(Tech.), Academician
Mistyukov V.G.,
Mishenkov S.L., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Priorov A.L., Dr. Sci (Tech)
Prokhorov Y.N., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Sannikov V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Chirov D.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Speranskii V.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Editorial office address:

Aviamotornaya, 8, Moscow, Russia
Research Center of MTUCI
Phone: (+7) 903-201-53-33
E-mail: rntores@mail.ru,
vityazev.v.v@rsreu.ru
Web: <http://www.dspsa.ru>

Publisher:

Russian A.S. Popov Society for Radioengineering,
Electronics & Communications

Computer makeup:

I.A. Blagodarova

FOUNDERS: InSys

Radio Research and Development Institute

CONTENTS:

**Ponomareva O.V., Ponomarev A.V.,
Smirnova N.V.**

Algorithms for parametric fast fourier transform.....3

Grachev M.V., Parshin Yu.N.

*Signal-to-noise ratio in multichannel receiving system
with strong mutual influence between space channels*.....11

Tsimbal V.A., Potapov S.E., Potapova I.D.

*Mathematical modeling of the processes of information exchange
of discrete messages on communication channels based
on producing functions of probability of random value*17

**Pakhotin V.A., Vlasova K.V., Petrov S.V.,
Aleshchenko A.N., Simonov R.V.**

*Potential capabilities of communication systems
with limited frequency band channels*.....24

Yakimov V.N., Mashkov A.V.

*Spectral analysis based on the periodogram method
of processing a pseudo-ensemble
of binary-quantized signal segments using window functions*.....30

Maslakov M.L., Ternovaya A.K.

Estimation of the probability density function of QAM signals.....36

Egorov V.V., Maslakov M.L.

*Estimation of signal-to-noise ratio values
for short samples data signals*41

Assaf M., Ponomarev O.G.

*The PUCCH format 0 detection algorithm modification
in the fifth-generation new radio*44

Vershinin V. A.

*Using a complex envelope for parallel transmission
of binary messages by narrow-band overlapping signals*.....50

Goriushkin R.S.

*System identification of narrowband systems using adaptive
interpolated IIR filters*54

Dvoryankov D.A., Androsov V.V., Vityazev S.V.

*Autofocus algorithm for increasing the resolution of on-board
radar imaging systems by the sharpness optimization method*.....58



Subscription index: 82185 ("Rospechat")
ISSN: 1684-2634 9 771684 263005

АЛГОРИТМЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Пономарева О.В., д.т.н., профессор Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова, e-mail: ponova@mail.ru;

Пономарев А.В., к.э.н., доцент Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова, e-mail: palexizh@gmail.com;

Смирнова Н.В., к.т.н., доцент Севастопольского государственного университета, e-mail: yolkav@gmail.com

ALGORITHMS FOR PARAMETRIC FAST FOURIER TRANSFORM

Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Smirnova N.V.

Classical Fourier processing of finite information discrete signals (FID signals) is the most important method of digital analysis, modeling, optimization, improvement of control and decision making. The theoretical basis of classical Fourier processing of FID signals is the discrete Fourier transform (DFT). The practical basis of classical Fourier processing of FID signals is the Fast Fourier Transform (FFT). The practice of using classical Fourier processing of FID signals, having confirmed its effectiveness, revealed a number of negative effects inherent in this type of digital signal processing (DSP). The aliasing effect, scalloping effect, picket fence effect, significantly affect the effectiveness of analysis, modeling, optimization, improvement of management and decision making. To increase the efficiency of Fourier processing of FID signals, the authors of the paper have developed a generalization of DFT in the form of a parametric DFT (DFT-P). Since the direct application of parametric Fourier processing of FID signals (as well as the use of classical Fourier processing of FID signals) requires complex multiplications, fast procedures are required for the practical implementation of this type of FID signals. Purpose of the research is to develop algorithms for the fast parametric discrete Fourier transform (FFT-P). The work developed fast procedures for the implementation of DFT-P by time decimation. Parametric FFT-P with substitution (in place) and without substitution (no place) are proposed. The estimation of the efficiency of the FFT-P algorithms is given. The practical significance of the work is in the fact that developing algorithms for the parametric fast Fourier transform can reduce the computational costs of performing parametric discrete transformations by three or more orders of magnitude.

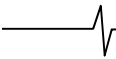
Key words: fast Fourier transform, finite signal, Fourier processing, problem, negative effects of discrete Fourier transform, basis, parametric DFT.

Ключевые слова: быстрое преобразование Фурье, финитный сигнал, Фурье-обработка, проблема, негативные эффекты дискретного преобразования Фурье, базис, варьируемый параметр.

Введение

Классическая Фурье-обработка финитных информационных дискретных сигналов (ФИД сигналов) нашла самое широкое приложение в системном анализе, управлении и обработке информации. Данный вид обработки ФИД сигналов является важнейшим методом анализа, моделирования, оптимизации, совершенствования управления и принятия решений с целью повышения эффективности функционирования сложных объектов исследования [1-9]. Теоретической основой классической Фурье-обработки ФИД сигналов является дискретное преобразование Фурье (ДФФ) [10-17]. Практической основой классической Фурье-обработки ФИД сигналов являются быстрые алгоритмы реализации ДПФ – алгоритмы быстрого преобразования Фурье (алгоритмы БПФ). Практика применения алгоритмов БПФ, с одной стороны, подтвердила результативность преобразования ДПФ, с другой стороны, выявила проявление, ряда негатив-

Классическая Фурье-обработка финитных информационных дискретных сигналов (ФИД сигналов) является важнейшим методом цифрового анализа, моделирования, оптимизации, совершенствования управления и принятия решений. Теоретическая основа классической Фурье-обработки ФИД сигналов – дискретное преобразование Фурье (ДФФ). Практическая основа классической Фурье-обработки ФИД сигналов – быстрое преобразование Фурье (БПФ). Практика применения классической Фурье-обработки ФИД сигналов, подтвердив ее эффективность, выявила и ряд негативных эффектов присущих этому виду цифровой обработки сигналов (ЦОС). Эффект наложения (aliasing effect), гребешковый эффект (scalloping effect), эффект частоты (picket fence effect), существенно влияют на результативность анализа, моделирования, оптимизации, совершенствования управления и принятия решений. Для повышения эффективности и результативности Фурье-обработки ФИД сигналов авторами данной работы разработано обобщение теоретической основы классической Фурье-обработки – ДПФ в виде параметрического преобразования ДПФ (ДФФ-П). Поскольку непосредственное применение параметрической Фурье-обработки ФИД сигналов (как и применение классической Фурье-обработки ФИД сигналов) требует выполнения N^2 комплексных умножений, то для практической реализации этого вида ФИД сигналов необходимы быстрые процедуры. Цель исследования: разработка алгоритмов быстрого параметрического дискретного преобразования Фурье (БПФ-П). В работе разработаны быстрые процедуры реализации ДПФ-П прореживанием по времени. Предложены параметрические БПФ-П с замещением (in place) и без замещения (no place). Дана оценка эффективности алгоритмов БПФ-П. Практическая значимость работы заключается в том, что разработанные алгоритмы параметрического быстрого преобразования Фурье позволяют сократить вычислительные затраты на выполнение параметрических дискретных преобразований на три и более порядков.



ных эффектов, присущих этому преобразованию [18-19]. Оказалось, что эффект наложения (*aliasing effect*), гребешковый эффект (*scalloping effect*), эффект частотола (*picket fence effect*) и эффект утечки (*leakage effect*), существенно влияют на результативность анализа и обработки информации. Для снижения влияния негативных эффектов ДПФ при Фурье-обработке ФИД сигналов было предложено их (ФИД сигналы) дополнять нулями (операция дополнения нулями – ОДН) [1-3, 20, 21]. Теоретические исследования подтвердили, что применение ОДН к ФИД сигналам (получение ФИД-ОДН сигналов), позволяет существенно снизить влияние негативных эффектов ДПФ при Фурье-обработке ФИД сигналов. Практическая же Фурье – обработка ФИД – ОДН сигналов выявила два существенных недостатка применения ОДН к ФИД сигналам: во-первых, необходимость обеспечения систем Фурье-обработки ФИД-ОДН сигналов значительным объемом дополнительной памяти, во-вторых, проведения непроизводительных вычислений с нулевыми отсчетами. В работах авторов [1, 2, 6] предложено обобщение ДПФ для обработки ФИД-ОДН сигналов в виде параметрических ДПФ (ДПФ-П). Однако, чтобы воспользоваться преимуществами, которыми обладают ДПФ-П в сравнении с ДПФ, необходимы быстрые процедуры реализации ДПФ-П, поскольку параметрические дискретные преобразования Фурье (как и дискретные преобразования Фурье) требуют выполнения N^2 комплексных умножений.

Цель исследования: разработка быстрых процедур реализации параметрического дискретного преобразования Фурье – алгоритмов быстрого параметрического дискретного преобразования Фурье с замещением и без замещения.

Параметрическое дискретное преобразование Фурье

ДПФ-П может быть представлено в алгебраической форме:

$$S_N(k, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{(k+\theta)n}, \quad k = \overline{0, N-1}; \quad (1)$$

где $x(n)$ – ФИД сигнал, $n = \overline{0, N-1}$; $W_N = \exp\left[-j \frac{2\pi}{N}(k+\theta)\right]$ – параметрическая дискретная экспоненциальная функция (ДЭФ-П), $k = \overline{0, N-1}$; $0 \leq \theta < 1$; $S_N(k, \theta)$ – коэффициенты ДПФ-П (параметрический спектр ФИД сигнала).

ДПФ-П может быть представлено в матричной форме:

$$S_{N,\theta} = \frac{1}{N} F_{N,\theta} \cdot X_N; \quad 0 \leq \theta < 1; \quad (2)$$

где $X_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$ – представление ФИД сигнала $x(n)$, $n = \overline{0, N-1}$, в виде вектора N -мерного линейного пространства; T – знак транспонирования; $S_{N,\theta} = [s(0, \theta), s(1, \theta), \dots, s(N-1, \theta)]^T$ – вектор коэффициентов разложения вектора X_N по системе параметрических ДЭФ (ДЭФ-П), задаваемой матрицей $F_{N,\theta}$:

$$F_{N,\theta} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) \end{matrix} & n \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^\theta & \dots & W_N^{\theta(N-1)} \\ 1 & W_N^{(1+\theta)} & \dots & W_N^{(1+\theta)(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{(N-1+\theta)} & \dots & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3)$$

Система параметрических ДЭФ (3) является полным, ортогональным параметрическим базисом ДПФ-П, свойства которого подробно рассмотрена в монографии [1, 2].

Обратное ДПФ-П (ОДПФ) также может быть представлено в двух формах – в алгебраической форме:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} S(k, \theta) \cdot W_N^{-(k+\theta)n}, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad 0 \leq \theta < 1; \quad (4)$$

и в матричной форме:

$$X_N = F_{N,\theta}^* S_{N,\theta}, \quad 0 \leq \theta < 1; \quad (5)$$

где $*$ – символ комплексного сопряжения матрицы $F_{N,\theta}$;

$$F_{N,\theta}^* = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) \end{matrix} & k \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ W_N^{-\theta} & W_N^{-(1+\theta)} & \dots & W_N^{-(N-1+\theta)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_N^{-(N-1)\theta} & W_N^{-(N-1)(1+\theta)} & \dots & W_N^{-(N-1)(N-1+\theta)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (6)$$

Отметим, что матрицей $F_{N,\theta}^*$ задается полный, ортогональный параметрический базис ОДПФ-П.

В силу того, что параметрические экспоненциальные базисы прямого (3) и обратного (6) ДПФ-П мультипликативны только по одной переменной, соответственно по переменной n и по переменной k , то существует только один класс алгоритмов БПФ-П и только один класс алгоритмов ОБПФ-П. Для алгоритмов БПФ-П это класс быстрых алгоритмов с *прореживанием по времени*. Для алгоритмов ОБПФ-П это класс быстрых алгоритмов с *прореживанием по частоте*. Идея алгоритмов БПФ-П и ОБПФ-П в матричной форме заключается в факторизации соответственно матриц $F_{N,\theta}$ (3) и $F_{N,\theta}^*$ (6). Напомним, что в теории матриц под факторизацией матриц понимается представление матриц в виде произведения слабозаполненных матриц (матриц, многие элементы которых нулевые). Рассмотрим алгоритм прямого параметрического быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени и без замещения (*no place*).

Алгоритм прямого параметрического быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени и без замещения (*no place*)

Пусть $N = r \cdot s$, где r – простое число. В этом случае любую k -строку матрицы $F_{N,\theta}$ можно представить в виде:

$$[a_{k,n}] = [a_{k,0}, \dots, a_{k,(r-1)}, W_N^{r(k+\theta)} \cdot a_{k,0}, \dots, W_N^{r(k+\theta)} \cdot a_{k,(r-1)}, W_N^{2r(k+\theta)} \cdot a_{k,0}, \dots, W_N^{2r(k+\theta)} \cdot a_{k,(r-1)}, \dots, W_N^{(s-1)r(k+\theta)} \cdot a_{k,0}, \dots, W_N^{(s-1)r(k+\theta)} \cdot a_{k,(r-1)}]. \quad (7)$$

Введя обозначение

$$b_k^{(1)} = [a_{k,0}, \dots, a_{k,(r-1)}], \quad (8)$$

запишем выражение (7) в более компактной форме:

$$[a_{k,n}] = [b_k^{(1)}, W_N^{r(k+\theta)} \cdot b_k^{(1)}, \dots, W_N^{(s-1)r(k+\theta)} b_k^{(1)}]. \quad (9)$$

Поскольку функция $W^{(k+\theta)n}$ периодична, можно по-

казать, что выражение (9) может быть представлено в s различных формах, соответствующих сравнению k по модулю s :

$$[a_{k,n}] = [b_k^{(1)}, W_N^{r(\theta)} \cdot b_k^{(1)}, \dots, W_N^{(s-1)r(\theta)} b_k^{(1)}], \quad ((k))_s = 0;$$

$$[a_{k,n}] = [b_k^{(1)}, W_N^{r(1+\theta)} \cdot b_k^{(1)}, \dots, W_N^{(s-1)r(1+\theta)} b_k^{(1)}], \quad ((k))_s = 1;$$

$$[a_{k,n}] = [b_k^{(1)}, W_N^{r(s-1+\theta)} \cdot b_k^{(1)}, \dots, W_N^{(s-1)r(s-1+\theta)} b_k^{(1)}], \quad ((k))_s = (s-1), \quad (10)$$

где $((k))_s$ – символ операции сравнения k по модулю s .

С учетом выражения (10) матрица $F_{N,\theta}$ может быть представлена в следующем виде:

$$F_{N,\theta} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (s-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (s-1) \\ \dots \\ (r-1)s \\ \dots \\ rs-1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} b_0^{(1)} & W_N^{r\theta} \cdot b_0^{(1)} & \dots & W_N^{(s-1)r(\theta)} \cdot b_0^{(1)} \\ b_1^{(1)} & W_N^{r(1+\theta)} \cdot b_1^{(1)} & \dots & W_N^{(s-1)r(1+\theta)} \cdot b_1^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{(s-1)}^{(1)} & W_N^{r(s-1+\theta)} \cdot b_{(s-1)}^{(1)} & \dots & W_N^{(s-1)r(s-1+\theta)} \cdot b_{(s-1)}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{(r-1)s}^{(1)} & W_N^{r\theta} \cdot b_{(r-1)s}^{(1)} & \dots & W_N^{(s-1)r(s-1+\theta)} \cdot b_{(r-1)s}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{(rs-1)}^{(1)} & W_N^{r(s-1+\theta)} \cdot b_{(rs-1)}^{(1)} & \dots & W_N^{(s-1)r(s-1+\theta)} \cdot b_{(rs-1)}^{(1)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (11)$$

Представленную таким образом матрицу ДЭФ-П можно разложить на множители:

$$F_{N,\theta} = F_l \cdot Q_l = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (s-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (s-1) \\ \dots \\ (r-1)s \\ (r-1)s+1 \\ \dots \\ rs-1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} b_0^{(1)} & & & \\ & b_1^{(1)} & & \\ & & \dots & \\ & & & b_{(s-1)}^{(1)} \\ & & & \dots \\ b_{(r-1)s}^{(1)} & & & \\ & & & b_{(r-1)s+1}^{(1)} \\ & & & \dots \\ & & & \dots \\ & & & \dots \\ & & & \dots \\ & & & b_{rs-1}^{(1)} \end{bmatrix} \times \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (s-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (s-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} I_r & W_N^{r\theta} \cdot I_r & \dots & W_N^{(s-1)r\theta} I_r \\ I_r & W_N^{r(1+\theta)} \cdot I_r & \dots & W_N^{(s-1)r(1+\theta)} I_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_r & W_N^{r(s-1+\theta)} \cdot I_r & \dots & W_N^{(s-1)r(s-1+\theta)} I_r \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (12)$$

где I_r – единичная матрица размером $r \times r$.

является необходимость оперативной памяти для хранения, как входного сигнала, так и спектра. Рассмотрим алгоритм прямого БФФ-П с прореживанием по времени и с замещением, который требует в два раза меньших затрат памяти, поскольку выходной массив формируется на месте входного массива.

Алгоритм прямого параметрического быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени и с замещением (*in place*)

Пусть задан дискретный временной сигнал $x(n)$, $n = \overline{0, N-1}$, $N = 2^r$, $r = 2, 3, \dots$. Разделим реализацию временного ряда $x(n)$ на две $N/2$ – точечные последовательности $x_1(n)$ и $x_2(n)$, которые состоят из четных и нечетных членов $x(n)$, соответственно:

$$x_1(n) = x(2n); \quad x_2(n) = x(2n+1); \quad n = \overline{0, N/2-1}. \quad (17)$$

ДПФ-П последовательности $x(n)$ (1):

$$S_N(k, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{(k+\theta)n}, \quad k = \overline{0, N-1};$$

представим в следующем виде:

$$S(k, \theta) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) \cdot W_N^{2n\theta} \cdot W_N^{2nk} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) \cdot W_N^{(2n+1)\theta} \cdot W_N^{(2n+1)k}.$$

Поскольку $W_N^2 = W_{N/2}$, то:

$$S(k, \theta) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_1(n) \cdot W_{N/2}^{n\theta} \cdot W_{N/2}^{nk} + W_N^k \cdot W_N^\theta \sum_{n=0}^{N/2-1} x_2(n) \cdot W_{N/2}^{n\theta} \cdot W_{N/2}^{nk} = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_1(n) \cdot W_{N/2}^{(k+\theta)n} + W_N^k \cdot W_N^\theta \sum_{n=0}^{N/2-1} x_2(n) \cdot W_{N/2}^{(k+\theta)n}.$$

Следовательно, преобразование (4) может быть получено из результатов двух ДПФ-П двух последовательностей $x_1(n)$ и $x_2(n)$:

$$S(k, \theta) = S_1(k, \theta) + W_N^k \cdot W_N^\theta \cdot S_2(k, \theta), \quad k = \overline{0, N/2-1},$$

где $S_1(k, \theta)$ и $S_2(k, \theta)$ – ДПФ-П последовательностей $x_1(n)$ и $x_2(n)$, соответственно.

Поскольку $W_N^{(k+N/2)} = -W_N^k$ для $k = \overline{N/2, (N-1)}$, то:

$$S(k, \theta) = S_1[(k - N/2), \theta] - W_N^{(k-N/2)} \cdot W_N^\theta \cdot S_2[(k - N/2), \theta],$$

$$k = \overline{0, N/2-1}.$$

Данная процедура может быть продолжена до получения двухточечных ДПФ-П. Граф, иллюстрирующий измерения спектра данным алгоритмом для $N = 2^3 = 8$, приведен на рис. 3.

Поскольку порядок коэффициентов ДПФ-П на выходе алгоритма является двоично-инверсным, то необходим дополнительный алгоритм для упорядочивания коэффициентов ДПФ-П в естественном порядке. Это

несколько усложняет алгоритм данного вида. Преимуществом этого вида алгоритма БФФ-П является меньшая требуемая оперативная память, по сравнению с алгоритмом БФФ-П без замещения.

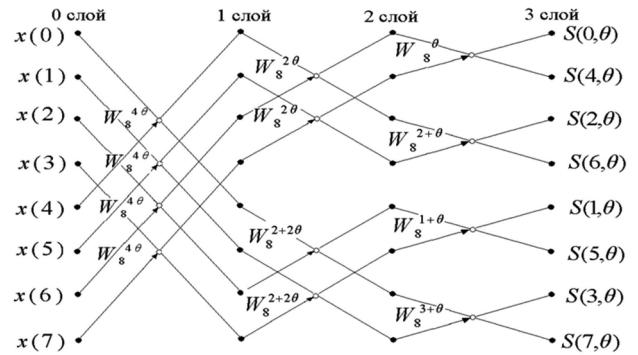


Рис. 3. Граф алгоритма прямого БФФ-П с прореживанием по времени и с замещением (естественный порядок отсчетов на входе алгоритма, двоично-инверсный порядок отсчетов на выходе алгоритма)

Эффективность алгоритма параметрического быстрого преобразования Фурье

Непосредственная реализация прямого ДПФ-П как в алгебраической (1), так и в матричной (2) формах требует выполнения N^2 комплексных умножений. Очевидно, что ДПФ-П крайне неэффективно.

Применение алгоритмов прямого БФФ-П позволяет резко сократить число комплексных операций при вычислении ДПФ-П. Из материалов, изложенных в предыдущих разделах настоящей статьи, непосредственно следует, что число комплексных умножений в алгоритмах БФФ-П равно $(N \log_2 N)/2$. Сокращение числа умножений в алгоритмах БФФ-П в сравнении с непосредственной реализацией ДПФ-П достигает значительных величин. Например, при $N = 8192$ применение алгоритма БФФ-П позволяет сократить число комплексных умножений более чем в 1200 раз.

Сокращение числа умножений в алгоритмах БФФ-П в сравнении с непосредственным вычислением ДПФ-П иллюстрируется рис. 4.

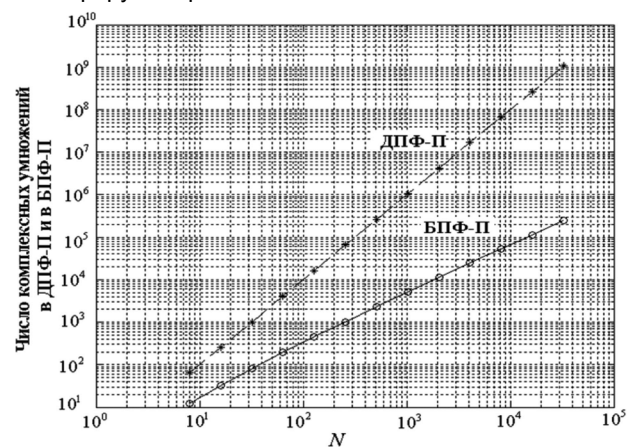


Рис. 4. Число комплексных умножений при реализации прямого ДПФ-П и реализации прямого БФФ-П

В настоящее время, в связи с развитием цифровых технологий, выполнение комплексных умножений не составляет основную долю объема вычислений при ап-

паратурной реализации алгоритма БПФ. Учитывая структуры базовой операции БПФ-П, структуры их направленных графов, аналогичное утверждение справедливо и для аппаратной реализации быстрых параметрических дискретных преобразований Фурье. При этом важным показателем эффективности при аппаратной реализации алгоритмов БПФ-П становится общий объем выполняемых действительных умножений и сложений.

Вычислительные затраты на выполнение стандартного N -точечного комплексного ДПФ-П по основанию 2 равны N^2 . Поскольку комплексное умножение требует выполнения четырех действительных умножений и двух действительных сложений, то вычислительные затраты на выполнение стандартного N -точечного комплексного ДПФ-П по основанию 2 равны $4N^2$ действительных умножений и $2N(N-1)$ действительных сложений. Поскольку каждая базовая операция БПФ-П требует одного комплексного умножения и двух комплексных сложений, то выполнение одной базовой операции БПФ-П потребует выполнения четырех действительных умножений и шести действительных сложений. Таким образом, вычислительные затраты на выполнение стандартного N -точечного комплексного БПФ-П по основанию 2 равны $2N \log_2 N$ действительных умножений и $3N \log N$ сложений.

Несложно установить, что выигрыш в числе действительных умножений и действительных сложений, выполняемых при БПФ-П по отношению к числу действительных умножений и действительных сложений ДПФ-П, определяется соотношением:

$$\gamma = \frac{\text{Сумма действительных умножений и сложений при ДПФ-П}}{\text{Сумма действительных умножений и сложений при БПФ-П}} = \frac{10N-6}{5 \log_2 N}$$

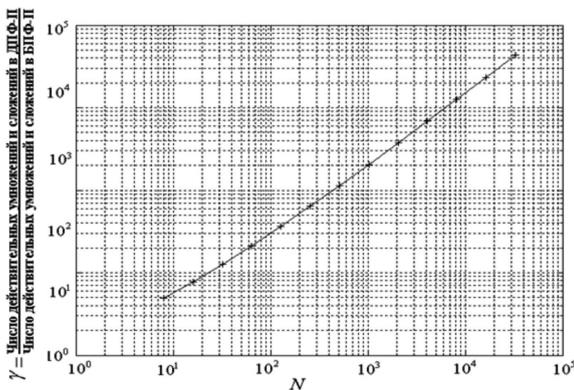


Рис. 5. Отношение числа действительных умножений и сложений при реализации ДПФ-П к числу действительных умножений и сложений при реализации БПФ-П

Например, при $N = 8192$ применение алгоритма БПФ-П позволяет сократить число действительных умножений и сложений более чем в 1250 раз.

Заключение

Классическая Фурье-обработка финитных информационных дискретных сигналов, основанная на теории дискретного преобразования Фурье как показала практика ее приложений, обладает кроме достоинств и рядом недостатков. Недостатки классической Фурье-об-

работки вытекают из свойств ее теоретической основы.

С целью повышения эффективности и результативности Фурье-обработки финитных информационных дискретных сигналов авторами статьи предложено ее обобщение – теория параметрической Фурье-обработки. Обобщение основано на смене теоретической и практической основы классической Фурье-обработки, а именно: применение теории параметрического дискретного преобразования Фурье и параметрического быстрого преобразования Фурье.

Непосредственная реализация параметрической Фурье-обработки финитных информационных дискретных сигналов (как и их классической Фурье-обработки) с некоторым числом отсчетов требует выполнения квадрата этого числа комплексных умножений. Для практической реализации параметрической Фурье-обработки финитных информационных дискретных сигналов необходимы быстрые процедуры ее реализации.

В работе разработаны алгоритмы параметрического быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени с замещением (*in place*) и без замещения (*no place*). Дана оценка эффективности алгоритмов параметрических быстрых преобразований Фурье.

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанные алгоритмы прямого и обратного параметрического быстрого преобразования Фурье позволяют сократить вычислительные затраты на выполнение параметрических преобразований на три и более порядков.

Литература

1. Пономарева О.В. Основы теории дискретных косвенных измерений параметров сигналов – Ижевск: Издательство ИжГТУ. 2016. – 172 с.
2. Пономарев А.В. Двумерная обработка сигналов в дискретных базисах Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. – Т.17. – №1. – С. 71-77.
3. Dudgeon D.E. Multidimensional Digital Signal Processing Prentice Hall, 1995. – 406 p.
4. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: В 2-х книгах. Перевод с англ. М.: Мир, 1982. – 790 с.
5. Пономарев В.А., Пономарева О.В., Пономарев А.В. Измерение временных спектров дискретных сигналов на конечных интервалах // Вестник ИжГТУ имени М.Т.Калашникова, 2016. – Т.19. – № 2. – С. 80-83.
6. Пономарева О.В. Развитие теории и разработка методов и алгоритмов цифровой обработки информационных сигналов в параметрических базисах Фурье: дис... д-ра техн. наук: 05.13.01. – Ижевск, 2016. – 357 с.
7. Пономарева О.В., Пономарев А.В. Интерполяция в пространственной области двумерных дискретных сигналов с помощью быстрых преобразований Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. – Т.17. – № 1. – С.88-94.
8. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Тенденции развития дискретных косвенных измерений параметров электрических сигналов// Метрология. 2017. – №1. – С. 20-32.
9. Пономарева О.В., Пономарев А.В. Быстрый метод горизонтальной скользящей пространственно-частотной обработки // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. – Т.17. – №2. – С. 81-87.
10. Пономарева О.В. Измерение спектров комплексных сигналов на конечных интервалах методом апериио-

дического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве, 2014. – №1(23). С. 100-107.

11. Пономарев В.А, Пономарева О.В., Пономарева Н.В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области // Современные информационные и электронные технологии, 2014. – Т.1. – №15. – С. 183-184.

12. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Иерархическое морфологическо-информационное описание систем функционального диагностирования объектов // Современные информационные и электронные технологии, 2013. – Т.1. – №14. – С.121-124.

13. Пономарева О.В. Теоретико-вероятностные характеристики случайных дискретных информационных сигналов и аксиомы их измерения // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. – Т.17. – №2. – С. 73-80.

14. Пономарева Н.В. Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике // Интеллектуальные системы в производстве. – 2018. – Т. 16. – № 1. – С. 26-32.

15. Пономарева Н. В., Пономарева О.В., Хворенков В.В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области // Интеллектуальные системы в производ-

стве. – 2018. – Т. 16. – № 1. – С. 33-40.

16. Пономарева Н.В., Пономарева В.Ю. Локализация спектральных пиков методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – № 2 (29). – С. 15-18.

17. Пономарева Н.В. Предобработка дискретных сигналов при спектральном анализе в системе компьютерной математики – MATLAB // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – № 4 (31). – С. 32-34.

18. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Обобщение дискретного преобразования Фурье для интерполяции во временной области / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1983. – Т. XXVI. – № 9. – С. 67-68.

19. Пономарева О.В., Алексеев В.А., Пономарев А.В. Быстрый алгоритм измерения спектра действительных сигналов методом апериодического дискретного преобразования Фурье // Вестник ИжГТУ им. М.Т.Калашникова. – 2014. – № 2(62). – С. 106-109.

20. Пономарева О.В. Инвариантность скользящего энергетического спектра Фурье дискретных сигналов в базисной системе параметрических экспоненциальных функций // Вестник ИжГТУ им. М.Т. Калашникова. – 2014. № 2(62). – С. 102-106.

21. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. – 1168 p.

НОВЫЕ КНИГИ

Умняшкин С.В.

Основы теории цифровой обработки сигналов: Учебное пособие. Издание пятое, исправленное и дополненное. Москва: ТЕХНОСФЕРА, 2019. – 550 с.: ил.

Учебное пособие предназначено для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров и магистров «Прикладная математика», «Информатика и вычислительная техника», и направлено на изучение теоретических основ цифровой обработки сигналов (ЦОС). Помимо базовых разделов ЦОС, связанных с цифровым представлением сигналов, анализом и синтезом цифровых фильтров, в пособии рассматриваются вопросы многоскоростной обработки сигналов, адаптивной фильтрации, дискретного спектрального анализа. Значительное внимание уделено таким специальным разделам ЦОС, как эффективное представление сигналов (сжатие данных), теория и приложения дискретных вейвлет-преобразований.

Пособие также может быть рекомендовано в качестве дополнительного учебного материала для других инженерных направлений подготовки, связанных с ЦОС (радиотехника, электроника, телекоммуникации и связь, автоматическое управление и др.). При этом базовая часть материала первых глав представляет собой основу для вводного курса (уровень бакалавриата), а в полном объеме учебное пособие ориентировано на более углубленное изучение теории ЦОС в магистратуре.

Соловьев В.В.

Проектирование функциональных блоков встраиваемых систем на FPGA – М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2020 г. – 348 м.: ил.

Рассмотрены основы проектирования функциональных блоков, которые наиболее часто встречаются во встраиваемых системах, на программируемых пользователем вентильных матрицах FPGA (field programmable gate array – FPGA). Рассмотрено проектирование на FPGA путем описания на языке Verilog и с помощью IP-ядер блоков памяти различного типа: одно-портовой, двух-портовой RAM, ROM, FIFO, LIFO, а также сдвиговых регистров в блоках встроенной памяти. Представлено несколько методик проектирования устройств управления: в виде микропрограммного автомата (МПА) по граф-схеме алгоритма (ГСА), на основе блок-схем автоматов (ASM), а также на основе блок-схем автоматов с трактом обработки данных (ASMD) и конечных автоматов с трактом обработки данных (FSMD). Приведена методика проектирования на FPGA одно-такты процессора, а также три методики проектирования много тактовых процессоров. Особое внимание уделено отладке процессора PIC и оценке

его производительности, приводятся рекомендации по увеличению производительности процессоров. Представлена общая методология проектирования цифровых фильтров, рассмотрен пример разработки цифрового фильтра в системе MATLAB, моделирования фильтра в системе ModelSim и реализация фильтра на FPGA в системе Quartus. Рассмотрены вопросы проектирования подсистем синхронизации встраиваемых систем на FPGA. Описаны принципы функционирования блоков фазовой автоподстройки частоты PLL, особенности архитектуры и функционирования блоков PLL в FPGA, а также способы конфигурирования блоков PLL в проектах на FPGA.

Для специалистов в области разработки встраиваемых систем, научных работников, аспирантов.

УДК 621.396.49

ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ-ШУМ В МНОГОКАНАЛЬНОЙ ПРИЕМНОЙ СИСТЕМЕ С СИЛЬНЫМ ВЗАИМНЫМ ВЛИЯНИЕМ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КАНАЛОВ

Грачев М.В., младший научный сотрудник кафедры РТУ Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, email: grachev.m.v@rsreu.ru;

Паршин Ю.Н., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой РТУ Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, email: parshin.y.n@rsreu.ru

SIGNAL-TO-NOISE RATIO IN MULTICHANNEL RECEIVING SYSTEM WITH STRONG MUTUAL INFLUENCE BETWEEN SPACE CHANNELS

Grachev M.V., Parshin Yu.N.

A method for analyzing a multichannel receiving system with strong mutual influence is considered. To describe and take into account the mutual influence on the characteristics of the signal at the output of the multichannel receiving system a matrix of mutual impedances is used. A method of adjusting the mutual influence amount using a scaling factor is used. A model of signal and noise in a multichannel receiving system with mutual influence is presented. Different cases of signal's weight processing in the multichannel receiving system with mutual influence without taking into account signal distortions and noise, taking into account only signal distortion, and taking into account both signal and noise distortions are considered. The analysis of the output signal-to-noise ratio on the amount of mutual influence, the number of channels of the receiving system, the size of the aperture of the antenna system is carried out. Opportunity of increasing the efficiency of signal processing in multichannel receiving systems with mutual influence is shown.

Key words: multichannel receiving system, signal processing, mutual influence, mutual impedance matrix, scaling factor, optimal weight, load impedance optimization.

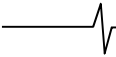
Ключевые слова: многоканальная приемная система, обработка сигналов, взаимное влияние, матрица взаимных импедансов, метод масштабирования, оптимальный весовой вектор, оптимизация нагрузочных импедансов.

Введение

Пространственная обработка сигналов в многоканальных приемных системах является актуальной научно-технической задачей в различных областях радиотехники. Эффективность подобных систем существенным образом зависит от прогресса в области пространственной обработки сигналов, а также антенной техники. Результаты теории оптимальной обработки сигналов [1] показывают, что эффективность обработки во многом определяется свойствами сигналов и помех, учитываемых при разработке оптимальных алгоритмов. В современных многоканальных приемных системах из-за ограничений на объем, в котором располагаются каналы приемной системы, увеличивается взаимное влияние каналов. Это связано с минимизацией размеров радиоустройств, значительным уменьшением расстояния между приемными каналами. Сильное взаимное влияние приемных каналов оказывает воздействие, как на входной сигнал, так и на действующие в системе шумы. Во многих случаях взаимное влияние каналов приемной системы ухудшает характеристики приемной системы, снижает эффективность обработки сигналов. Однако есть также варианты использования малогабаритных многоканальных приемных систем, в которых взаимное влияние может быть полезным [2].

Рассматривается метод анализа многоканальной приемной системы с сильным взаимным влиянием. Для описания и учета взаимного влияния на характеристики сигнала на выходе многоканальной приемной системы используется матрица взаимных импедансов. Используется метод регулировки величины взаимного влияния с использованием коэффициента масштабирования. Представлена модель сигнала и шумов в многоканальной приемной системе с взаимным влиянием. Рассмотрены варианты весовой обработки сигналов в многоканальной приемной системе с взаимным влиянием без учета искажений сигнала и шумов, с учетом искажения только сигнала и с учетом искажений, как сигнала, так и шумов. Проведен анализ выходного отношения сигнал-шум от величины взаимного влияния, количества каналов приемной системы, размера апертуры антенной системы. Показаны возможности повышения эффективности обработки сигналов в многоканальных приемных системах с взаимным влиянием.

В работе [3] проведен анализ искажений выходного сигнала, возникающих из-за взаимного влияния между каналами приемной системы, показано, что его учет позволяет увеличить эффективность приемной системы. В работах [4, 5] на примере характеристик обнаружения, оценки эффективности оценивания угловой координаты источника радиоизлучения многоканального радиолокатора показано, что взаимная связь приводит к изменению пространственных характеристик каналов, их рассогласованию. Также в работе [4] отмечен эффект рассогласования между антенной системой и приемным трактом, возникающим вследствие взаимного влияния каналов приемной системы. Предложено использование согласующих нагрузочных импедансов, их оптимизация



для согласования приемных каналов системы. Таким образом, учет взаимного влияния при проектировании многоканальных приемных систем, при проведении пространственной обработки сигнала позволяет повысить эффективность работы системы.

Целью данной работы является повышение эффективности обработки сигналов в многоканальных приемных системах с сильным взаимным влиянием путем рационального выбора размера апертуры и числа элементов антенной системы.

Модель многоканальной приемной системы с взаимным влиянием

Рассматриваемая в работе N -канальная приемная система состоит из антенной системы, согласующей цепи, блока малошумящих усилителей (МШУ), блока весовой обработки сигналов.

Для представления взаимного влияния в N -канальной приемной системе используется матрица взаимных импедансов \mathbf{Z}_A размерностью $N \times N$, которая для некоторых типов антенн может быть рассчитана аналитически. В работе [6] предложена модель связи между каналами приемной системы на основе изменения масштаба расстояний между элементами некоторой опорной антенной системы, для которой матрица \mathbf{Z}_A может быть рассчитана аналитически. При расчете матрицы взаимных импедансов используется масштабированный коэффициент:

$$a_M = d_{nm} / a_{mn},$$

где d_{nm} – расстояние между элементами реальной антенной системы, a_{mn} – расстояние между элементами опорной антенной системы. При этом величина $a_M = 0$ соответствует случаю отсутствия взаимной связи, а величина $a_M \gg 1$ – случаю сильной взаимной связи. Значение $a_M = 1$ соответствует величине взаимной связи как тонких вибраторов.

В качестве опорной антенной системы используется система антенн в виде тонких вибраторов. Для данной модели методом наведенных ЭДС получено аналитическое выражение для матрицы взаимных импедансов [7]:

$$\underline{Z}_A(m, n) = \frac{jW}{2\pi \sin kl} \int_0^l (\underline{\alpha}_{mn}(z) + \underline{\beta}_{mn}(z) - \underline{\gamma}_{mn}(z)) \times \frac{\sin k(l-|z|)}{\sin kl} dz, \quad m, n = 1, \dots, N,$$

$$\text{где } \underline{\alpha}_{mn}(z) = \frac{\exp(-jk\sqrt{d_{mn}^2 + (z-l)^2})}{\sqrt{d_{mn}^2 + (z-l)^2}},$$

$$\underline{\beta}(z) = \frac{\exp(-jk\sqrt{d_{mn}^2 + (z+l)^2})}{\sqrt{d_{mn}^2 + (z+l)^2}},$$

$$\underline{\gamma}(z) = 2 \cos kl \frac{\exp(-jk\sqrt{d_{mn}^2 + z^2})}{\sqrt{d_{mn}^2 + z^2}},$$

$k = 2\pi / \lambda$ – волновое число, λ – длина волны,

$\varepsilon_0 = 10^{-9} / 36\pi \frac{K^2}{H \times M^2}$ – электрическая постоянная вакуума,

$W = \frac{k}{\omega \varepsilon_0}$ – волновое сопротивление среды, $2l$ – длина вибраторов, d_{mn} , $m, n = 1, \dots, N$ – расстояния между вибраторами. В дальнейшем рассматривается линейная антенная система с координатами антенн x_n .

Источник сигнала расположен в дальней зоне и создает в окрестности антенн поле с дисперсией D_S . Пространственные характеристики источника сигнала в элементах линейной антенной системы N -канальной приемной системы задаются направляющим вектором-столбцом:

$$\mathbf{V}_{S0} = \left\{ \exp\left(-j \frac{2\pi x_n}{\lambda} \sin \varphi_S\right), n = 1, \dots, N \right\},$$

где φ_S – направление прихода сигнала относительно нормали антенной системы в угломестной плоскости тонкого вибратора. Сигнал в антеннах определяется вектором-столбцом $\mathbf{S}_0 = \mathbf{V}_{S0} A_S$, где A_S – комплексная амплитуда сигнала. Матрица пространственной корреляции сигнала в раскрытии антенной системы равна $\mathbf{R}_{S0} = D_S \mathbf{V}_{S0} \mathbf{V}_{S0}^H$, где знак H означает эрмитово сопряжение.

Для задания энергетических свойств сигнала используется входное отношение сигнал-шум $q_S = \frac{D_S}{D_N}$,

где $D_N = 4k_B T_{ISO} \Delta f \operatorname{Re} Z_A$ – дисперсия тепловых шумов в пространственных каналах без взаимного влияния, Z_A – импеданс изолированной антенны, $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ Дж/°К – постоянная Больцмана, T_{ISO} – температура окружающей среды, °К, Δf – полоса рабочих частот.

Согласующая цепь решает задачу передачи максимальной мощности сигнала из антенной системы в МШУ [8, 9]. Согласующая цепь преобразует действительную часть импеданса антенной системы к значению действительной составляющей входного импеданса МШУ при помощи трансформатора без потерь. Диагональная матрица коэффициентов трансформации всех каналов:

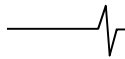
$$\mathbf{K}_{TR} = \left\{ K_{TR}(n, n) = \sqrt{\frac{R_{LNA}}{R_L(n)}}, n = 1, \dots, N \right\},$$

где R_{LNA} – входное сопротивление МШУ, R_L действительная часть согласуемого импеданса. Для компенсации мнимой части импеданса антенны используется реактивный элемент, включенный последовательно: $\mathbf{X} = \{X(n, n), n = 1, \dots, N\}$,

в данной статье применяется согласование МШУ с изолированным тонким вибратором.

Матрица взаимных импедансов антенной системы после трансформации на входе МШУ принимает следующее значение

$$\mathbf{Z}_{ATR} = \mathbf{K}_{TR}^2 (\mathbf{Z}_A + j\mathbf{X}).$$



В многоканальной приемной системе действуют внешние шумы антенны и внутренние шумы МШУ. Корреляционные матрицы суммы коррелированных в общем случае шумовых токов и напряжений на входе МШУ соответственно равны [10]:

$$\mathbf{R}_I = \mathbf{Z}_{ATR}^{-1} \mathbf{M}_V \mathbf{Z}_{ATR}^{-1H} + \mathbf{Z}_{ATR}^{-1H} \mathbf{Y}_C \mathbf{M}_V + \mathbf{M}_V \mathbf{Y}_C^H \mathbf{Z}_{ATR}^{-1} + \mathbf{M}_I,$$

$$\mathbf{R}_U = \left(\mathbf{Z}_{ATR}^{-1} + \frac{1}{R_{LNA}} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{R}_I \times \left(\mathbf{Z}_{ATR}^{-1} + \frac{1}{R_{LNA}} \mathbf{I} \right)^{-1H},$$

где $\mathbf{Y}_C = \overline{\mathbf{I}_R \mathbf{V}_R^H \mathbf{M}_V^{-1}}$, $\mathbf{M}_V = \overline{\mathbf{V}_R \mathbf{V}_R^H}$, $\mathbf{M}_I = \overline{\mathbf{I}_R \mathbf{I}_R^H}$ – диагональные матрицы шумовой проводимости, дисперсий шумовых источников напряжения \mathbf{V}_R и тока \mathbf{I}_R шумовой схемы замещения МШУ.

Преобразование сигнала и шума антенны в многоканальной приемной системе происходит в соответствии с матричным коэффициентом преобразования:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{K}_{TR} \mathbf{K}_{TR}^{-2} \mathbf{R}_{LNA} \left(\mathbf{Z}_A + j\mathbf{X} + \mathbf{K}_{TR}^{-2} \mathbf{R}_{LNA} \right)^{-1}.$$

В результате направляющий вектор сигнала, пересчитанный к входу МШУ, определяется по формуле $\mathbf{V}_S = \mathbf{Q} \mathbf{V}_{S0}$, а сигнал на входе МШУ равен $\mathbf{S} = \mathbf{V}_S \mathbf{A}_S$.

Матрица дисперсий шумового напряжения, вызванного шумами антенной системы и пересчитанного к входу МШУ, равна [10]:

$$\mathbf{R}_{TU} = 4kT_{ISO} \Delta f \mathbf{Q} \mathbf{R}_e \mathbf{Z}_A \mathbf{Q}^H.$$

Для повышения эффективности приема полезного сигнала и подавления помех сигналы с выходов МШУ поступают в блок весовой обработки, в котором происходит умножение сигналов каналов на вектор-строку комплексных весовых коэффициентов \mathbf{w} :

$$z = \mathbf{w}(\mathbf{S} + \mathbf{N}),$$

где \mathbf{N} – вектор-столбец шумовых напряжений антенн и МШУ, пересчитанные к входам МШУ. В результате формируется выходной сигнал многоканальной приемной системы, который в дальнейшем используется как статистика для принятия решений. Выбор весового вектора происходит в соответствии с одним из заданных критериев качества. В качестве критерия качества предлагается использовать отношение сигнал-шум (ОСШ), величина которого определяется следующим выражением [11]:

$$q = \frac{\mathbf{w} \mathbf{R}_S \mathbf{w}^H}{\mathbf{w} \mathbf{R}_N \mathbf{w}^H},$$

где $\mathbf{R}_N = \mathbf{R}_{TU} + \mathbf{R}_U$ – корреляционная матрица шумов антенны и МШУ, пересчитанных к входам МШУ, $\mathbf{R}_S = \mathbf{Q} \mathbf{R}_{S0} \mathbf{Q}^H$ – корреляционная матрица сигнала на входе МШУ.

В статье рассматриваются следующие варианты оптимальной обработки [11]:

1) без учета корреляции шумов и искажений сигнала,

вызванных взаимным влиянием $\mathbf{w}_1 = \frac{\mathbf{S}_0^H}{D_N}$,

2) без учета корреляции шумов, с учетом искажений

сигнала, вызванных взаимным влиянием $\mathbf{w}_2 = \frac{\mathbf{S}^H}{D_N}$,

3) с учетом корреляции шумов и искажений сигнала, вызванных взаимным влиянием $\mathbf{w}_3 = \mathbf{S}^H \mathbf{R}_N^{-1}$.

Зависимости отношения сигнал-шум от числа пространственных каналов

Проведем анализ зависимости ОСШ многоканальной приемной системы от взаимного влияния между каналами. Степень взаимного влияния определяется расстоянием между антеннами, а также типом антенн. Для регулировки степени взаимного влияния используется масштабирующий коэффициент a_M . Значение нагрузочных импедансов $Z_L = 73,07 - 42,5j$ Ом каждого пространственного канала выбрано из условия согласования одиночного изолированного тонкого полуволнового вибратора [7]. Шумовые свойства МШУ определяются набором параметров шумовой схемы замещения: шумовое сопротивление $R_n = 15$ Ом, коэффициент шума $K_{LNA} = 1,2$ дБ, входное сопротивление МШУ $R_{LNA} = 50$ Ом. Далее полагается, что шумовые источники МШУ в схеме замещения некоррелированы $Y_C = 0$.

Диагональная матрица отношений дисперсий шумовых источников напряжения и тока МШУ в каналах приемной системы:

$$\left[\mathbf{M}_I^{-1} \mathbf{M}_V \right]_{n,n} = \frac{R_n R_{LNA}^2}{(R_{LNA} (K_{LNA} - 1) - R_n)} = 5331 \text{ Ом}^2.$$

Антенная система функционирует при температуре $T_{ISO} = 300$ К. ОСШ на входе многоканальной приемной системы равно $q_S = 11,4$ дБ.

Рассмотрим влиянием числа пространственных каналов на отношение сигнал-шум при заданном размере апертуры антенной системы $D/\lambda = 1$. Полагается, что расположение антенн на апертуре линейное и эквидистантное.

На рис. 1 приведены зависимости выходного ОСШ многоканальной приемной системы от количества каналов при различном значении масштабирующего коэффициента. Весовая обработка сигнала \mathbf{w}_1 выполнена без учета искажений сигнала и шумов, вызванных взаимным влиянием каналов.

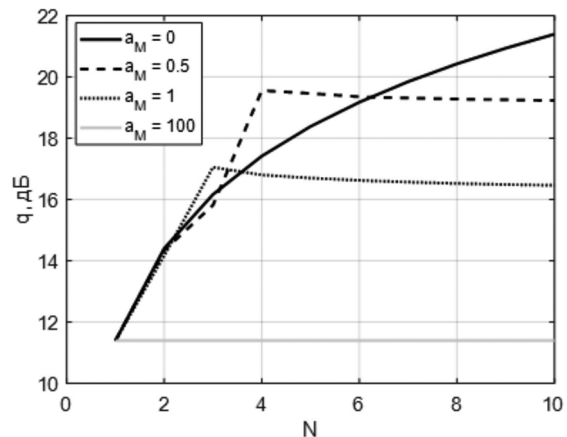
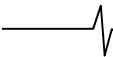


Рис. 1. Зависимость ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для весового вектора \mathbf{w}_1



При отсутствии взаимного влияния $a_M = 0$ увеличение каналов приводит к пропорциональному увеличению выходного ОСШ.

Увеличение количества каналов при фиксированной величине апертуры приводит к увеличению степени взаимного влияния между каналами. Взаимное влияние каналов приемной системы приводит к корреляции шумов антенн и уменьшению эффективности обработки сигналов. В случае сильного взаимного влияния $a_M \gg 1$ значения внедиагональных элементов матрицы Z_A стремятся к значениям ее диагональных элементов. Согласование с нагрузочными импедансами Z_L в данном случае проводится неэффективно. В результате при $a_M = 100$ выходное ОСШ практически не зависит от количества каналов и равно ОСШ на выходе одноканальной приемной системы.

На рис. 2 приведены зависимости выходного ОСШ многоканальной приемной системы от количества каналов для весового вектора w_3 при тех же значениях шумовых параметров и геометрии антенной системы.

Из зависимостей рис. 2 видно, что применение оптимального весового вектора w_3 позволяет повысить устойчивость многоканальной приемной системы к увеличению степени взаимного влияния каналов. Значение ОСШ на выходе многоканальной приемной системы при $N > 8$ и $a_M = 1$ при оптимальной весовой обработке сигнала больше на 2 дБ по сравнению со случаем весового коэффициента w_1 , не учитывающего изменение корреляции сигнала и шума. Это особенно актуально в миниатюрных приемных системах с большим количеством каналов, а также с реконфигурируемой пространственной структурой.

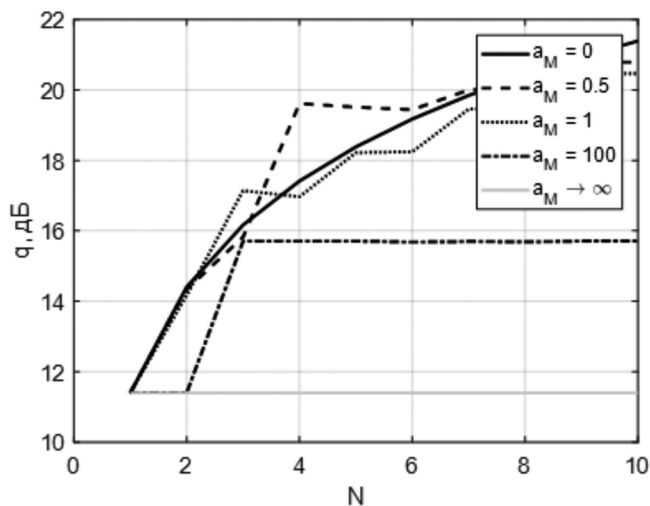


Рис. 2. Зависимость ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для весового вектора w_3

На рис. 3 показаны зависимости ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для всех перечисленных выше вариантов весовой обработки. При расчетах использовались те же значения шумовых параметров и геометрии антенной системы, $a_M = 1$.

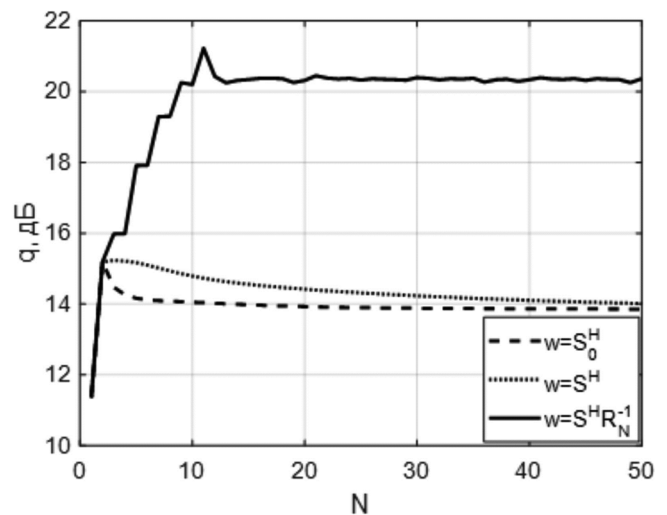


Рис. 3. Зависимость ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для различных видов весовой обработки

При малом количестве каналов $N < 4$ взаимное влияние несущественно из-за большого межэлементного расстояния, поэтому эффективность различных видов обработки одинаковая. При большом количестве каналов приемной системы учет искажений сигнала в весовом векторе w_2 позволяет повысить эффективность обработки сигнала, выходное значение ОСШ больше, чем в случае обработки без учета искажений, на 1 дБ. Однако при дальнейшем увеличении количества каналов при заданной апертуре эффективность обработки сигналов в обоих случаях совпадают и стремятся к некоторому постоянному значению. В случае учета в весовом векторе w_3 искажений шумов и сигнала значение ОСШ на выходе многоканальной приемной системы больше по сравнению с другими рассмотренными случаями на 6 дБ, однако также стремится к некоторому постоянному значению при увеличении числа каналов. Напомним, что в рассмотренных выше случаях размер апертуры антенной системы поддерживалась постоянной $D/\lambda = 1$.

Зависимость отношения сигнал-шум от размера апертуры

Рассмотрим влияние размера апертуры антенной системы на выходное отношение сигнал-шум. На рис. 4 показаны зависимости ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для различных размеров апертуры при $a_M = 1$, $q_s = 11,4$ дБ и весовом векторе w_2 . Нагрузочный импеданс согласован с импедансом изолированного тонкого вибратора $Z_L = 73,07 - 42,5j$. На рис. 5 показаны зависимости ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для случая оптимального весового вектора w_3 , учитывающего изменение корреляционных свойств сигнала, а также появление пространственной корреляции шумов за счет взаимного влияния каналов.

Рис. 4, 5 показывают, что увеличение размера апертуры приводит к уменьшению степени взаимного влияния, повышению эффективности приема сигналов. Од-

нако при большом количестве приемных каналов наблюдается рассогласование между элементами антенной системой и МШУ. Ранее было установлено [12], что зависимость диагональных элементов матрицы взаимных импедансов от межэлементного расстояния носит периодический характер, в связи с чем согласование может в некоторых случаях выполняться неточно. В соответствии с этим зависимость выходного ОСШ от числа каналов имеет колебательный характер, что особенно заметно для случая $D/\lambda = 100$.

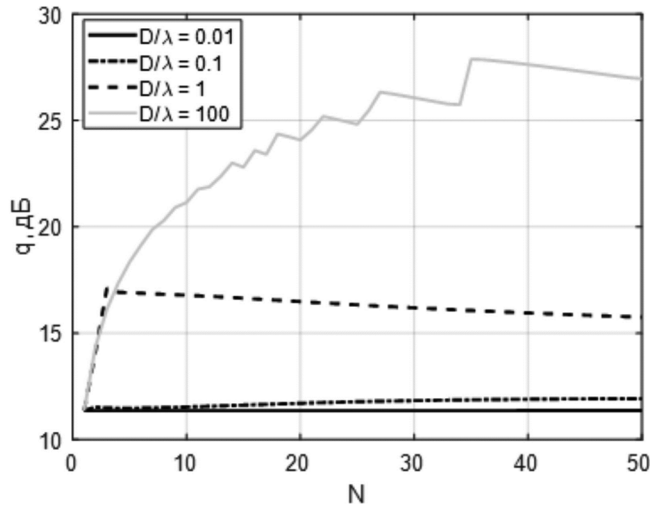


Рис. 4. Зависимость ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для весового вектора w_2

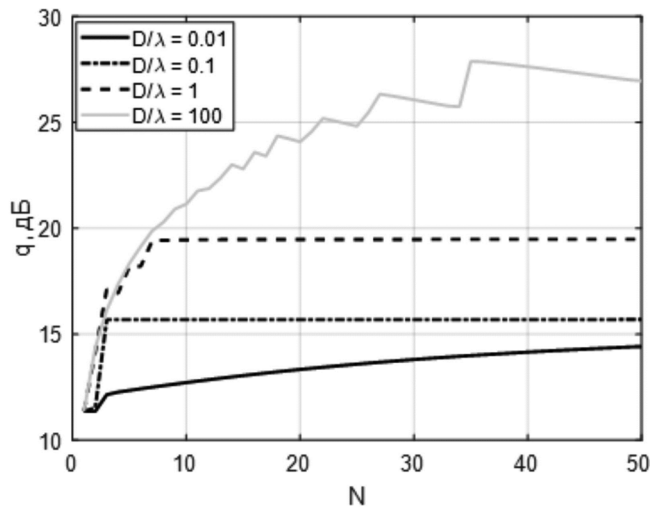


Рис. 5. Зависимость ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от числа каналов для весового вектора w_3

На рис. 6 показана зависимость ОСШ на выходе двухканальной $N = 2$ приемной системы с взаимным влиянием от размера апертуры, на которой располагаются элементы антенной системы. Увеличение степени взаимного влияния каналов приводит к уменьшению ОСШ. Установлено, что максимальная эффективность обработки сигналов наблюдается при расстоянии между элементами антенной системы $d = 0,66\lambda$.

На рис. 7 показана зависимость ОСШ на выходе многоканальной $N = 50$ приемной системы с взаимным влиянием от размера апертуры, на которой эквиди-

стантно располагаются элементы антенной системы. Для удобства сравнения зависимостей, изображенных на рис. 7 и 8, максимальное значение апертуры на графиках выбраны таким образом, чтобы межэлементное расстояние изменялось в одинаковых пределах

$$d = \frac{D}{N-1} = (0, \dots, 0,94)\lambda.$$

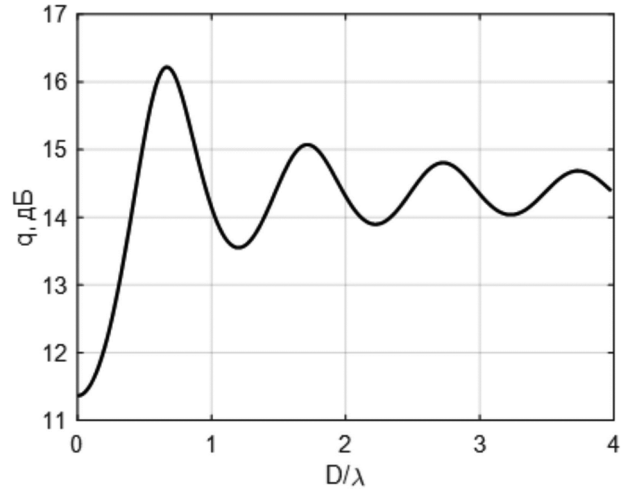


Рис. 6. Зависимость ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от размера апертуры, $N = 2$

При увеличении числа каналов приемной системы изменилась форма зависимости выходного ОСШ от размера апертуры антенной системы. Максимальная величина выходного ОСШ получена при межэлементном расстоянии $d = 0,94\lambda$.

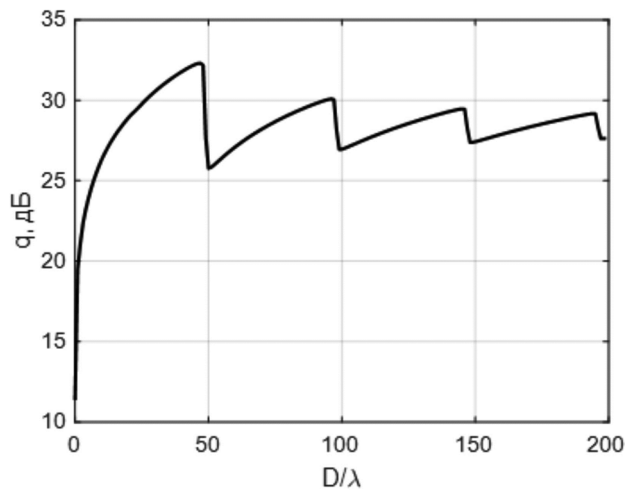
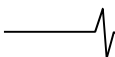


Рис. 7. Зависимость ОСШ на выходе многоканальной приемной системы от размера апертуры, $N = 50$

Заключение

Проведенный анализ показал необходимость учета взаимного влияния каналов в многоканальной приемной системе при выборе весового вектора обработки и пространственной структуры системы. В основном увеличение степени взаимного влияния каналов приводит к уменьшению значения ОСШ на выходе многоканальной приемной системы. Учет искажений сигнала и корреляции шумов, вызванных взаимным влиянием, при весовой обработке сигнала позволяет увеличить значение выходного ОСШ.



При сильном взаимном влиянии уменьшается ОСШ на выходе многоканальной приемной системы. В случае предельного увеличения степени взаимного влияния выходное значение ОСШ уменьшается до значения ОСШ в одноканальной приемной системе и не зависит от количества каналов. Уменьшение эффективности обработки связано с значительным рассогласованием между матрицей взаимных импедансов элементами антенной системы и нагрузочным импедансом Z_L изолированного тонкого вибратора. Возможность повышения эффективности обработки сигналов в многоканальной приемной системе с взаимным влиянием путем оптимизации нагрузочных импедансов установлена в работах [5, 8, 10, 12].

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (FSSN-2020-0003).

Литература

1. Сосулин Ю.Г. Оценочно-корреляционная обработка сигналов и компенсация помех / Костров В.В., Паршин Ю.Н. М.: Радиотехника, 2014. – 632 с.
2. Hannula J., Lehtovuori A., Luomaniemi R., Saarienen T.O., and Viikari V. Beneficial interaction of coupling and mismatch in a two-antenna system // Proceedings of the 3th European Conference on Antennas and Propagation. 2019, vol. EuCAP, pp. 1-4.
3. Korogodin I.V., Dneprov V.V. Impact of antenna mutual coupling on WiFi positioning and angle of arrival estimation // Proceedings of Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT). 2018, pp. 1-6.
4. Parshin Yu.N., Grachev M.V. Efficiency of the angular coordinate estimation under the action of spatially correlated interferences and mutual influence of spatial channels //

2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves, RSEMW. 2019, pp. 1-4.

5. Parshin Yu.N., Grachev M.V. Target detection using optimal load matching and interference nulling // Proceedings of the 19th Inter-national Radar Symposium. 2018. DGON, pp.1-7.

6. Паршин Ю.Н., Колесников С.В., Грачев М.В. Анализ эффективности пространственной обработки сигналов в нелинейном приемном тракте различной архитектуры методом масштабирования // 27-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо'2017). 2017. № 3. С. 722-728.

7. Марков Г.Т. Антенны. Учебник для студентов радиотехнических специальностей вузов / Марков Г.Т., Сазонов Д.М. М.: Энергия, 1975. 528 с.

8. Warnick K.F., Jensen M.A., Optimal noise matching for mutually coupled arrays // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2007, vol. 55, no. 6, pp. 1726-1731.

9. Warnick K.F., Jeffs B.D. Gain and aperture efficiency for a reflector antenna with an array feed // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2006, vol. 5, pp. 499-502.

10. Warnick K.F., Belostotski L., Russer P. Minimizing the noise penalty due to mutual coupling for a receiving array // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2009, vol. 57, no. 6, pp. 1634-1644.

11. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.

12. Грачев М.В., Паршин Ю.Н. Сравнительный анализ алгоритмов поиска оптимального значения нагрузочных импедансов многоканальных радиосистем с взаимным влиянием // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2020. № 73. С. 10-18.

У в а ж а е м ы е а в т о р ы !

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- *Текст – текстовый редактор Microsoft Word.*
- *Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.*
- *Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.*
- *Название статьи на русском и английском языках.*
- *Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).*

2) Требования к иллюстрациям:

- *Векторные (схемы, графики) - желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.*
- *Растровые (фотографии, рисунки) – М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff.*

УДК 621.396

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБМЕНА ДИСКРЕТНЫМИ СООБЩЕНИЯМИ ПО КАНАЛАМ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ ПРОИЗВОДЯЩИХ ФУНКЦИЙ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цимбал В.А., д.т.н., профессор филиала Военной академии РВСН имени Петра Великого в г. Серпухове, e-mail: tsimbalva@mail.ru;

Потапов С.Е., к.т.н., доцент Военной академии РВСН имени Петра Великого, e-mail: 41kaf_rabota@mail.ru;

Потапова И.Д., преподаватель филиала Военной академии РВСН имени Петра Великого в г. Серпухове, e-mail: 41kaf_rabota@mail.ru

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESSES OF INFORMATION EXCHANGE OF DISCRETE MESSAGES ON COMMUNICATION CHANNELS BASED ON PRODUCING FUNCTIONS OF PROBABILITY OF RANDOM VALUE

Tsimbal V.A., Potapov S.E., Potapova I.D.

The article proposes a new mathematical apparatus for modeling the processes of delivering discrete messages through communication channels with decisive feedback, based on the theory of generating probability functions of a random variable. The substantiation of the consistency of the application of this apparatus for modeling a wide range of processes of information exchange of discrete messages and confirmation of the reliability of the mathematical models obtained with its help are given.

Key words: virtual routes, information exchange, probabilistic-temporal characteristics, Markov inhomogeneous random processes that generate probability functions.

Ключевые слова: виртуальные маршруты, информационный обмен, вероятностно-временные характеристики, марковские неоднородные случайные процессы, производящие функции вероятностей.

Введение

Одной из важных задач проектирования и эксплуатации автоматизированных систем управления (АСУ) критически важными объектами является исследование вероятностно-временных характеристик (ВВХ) доведения многопакетных сообщений (МПС) по каналам связи (КС) АСУ. Отметим, что под ВВХ понимается зависимость вероятности доведения МПС от времени. Подчеркнём, что в отдельных случаях традиционный математический аппарат поглощающих конечных марковских цепей (ПКМЦ) не позволяет получить адекватные результаты моделирования вследствие необходимости одновременного учёта времён и вероятностей переходов неоднородных случайных процессов (СП) [1]. Расширить инструментарий математического моделирования подобных процессов можно с помощью теории производящих функций вероятности дискретной случайной величины следующим образом.

Обоснование формы производящих функций вероятности

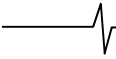
Пусть некоторый дискретный случайный процесс $\Theta(t)$ может принимать одно из конечного множества состояний $\{V_1 \dots V_m\}$. Причём изменение состояний происходит скачкообразно через интервалы времени заданной длины. Пусть заданы также вероятности $p_{ij} = P\{\Theta(t_k) = V_j | \Theta(t_{k-1}) = V_i\}$ переходов между всеми состояниями,

Предложен новый математический аппарат моделирования процессов доведения дискретных сообщений по каналам связи с решающей обратной связью, основанный на теории производящих функций вероятности случайной величины. Дано обоснование состоятельности применения этого аппарата для моделирования широкого круга процессов информационного обмена дискретными сообщениями и подтверждение достоверности получаемых с его помощью математических моделей.

которые не зависят от поведения СП до попадания в состояния, из которых осуществляется переход, а также времена $\tau_{ij} = T\{\Theta(t_k) = V_j | \Theta(t_{k-1}) = V_i\}$ переходов (шаги) между состояниями, обладающие тем же свойством. Если времена переходов не одинаковы, то есть $\exists(\tau_{ij} \neq \tau_{ik}) | i \neq l \text{ или } j \neq k$, но вероятности и времена переходов не изменяются с течением времени, то такой СП описывается неоднородной цепью Маркова [1, 2] (неоднородность выражается различной длительностью времён переходов).

В соответствии с уравнением Колмогорова [2, 3] интервальные переходы из состояния V_0 в состояние V_k , минуя промежуточные состояния V_i , могут быть осуществлены с вероятностью $P_{0k} = P\{\Theta(t) = V_k | \Theta(t_0) = V_0\} = P_{0l} \dots P_{ij} \dots P_{uk}$ за время $T_{0k} = \tau_{0l} + \dots + \tau_{ij} + \dots + \tau_{uk}$.

Если существует несколько интервальных переходов из состояния V_0 в состояние V_k за фиксированное число шагов, то вероятности этих переходов P_{0k}^r можно также определить перемножением соответствующих переходных вероятностей в соответствии с матрицей переходных вероятностей (МПВ) $\mathbf{P} = \parallel p_{ij} \parallel$, а времена таких



переходов T_{0k}^r – суммированием соответствующих шагов переходов в соответствии с матрицей шагов переходов (МШП) $\mathbf{T} = \|\tau_{ij}\|$ [4]. Таким образом, общая условная вероятность попадания процесса из состояния V_0 в состояние V_k будет определяться суммой всех интервальных вероятностей $P_{0k}^\Sigma = \sum_r P_{0k}^r$. Средневзвешенное время перехода СП из состояния V_0 в состояние V_k при этом следует определять, как сумму произведений времён интервальных переходов СП на вероятности этих переходов, нормированных к «1»,

$$\bar{T}_{0k} = \sum_r \frac{P_{0k}^r}{P_{0k}^\Sigma} T_{0k}^r. \quad (1)$$

Известная задача определения вероятности попадания СП, описываемого однородной марковской цепью, в состояние V_k за произвольное количество шагов n при известном распределении вероятностей пребывания процесса в каждом из возможных состояний в начальный момент времени t_0 $\bar{P}(t_0) = \langle P_j \{ \Theta(t_0) = V_j \} \rangle$, решается с помощью уравнения Колмогорова-Чепмена (УКЧ) [1, 2] умножением начального вектора распределения вероятностей $\bar{P}(t_0)$ на МПВ, возведённую в степень n . Откуда несложно получить условную функцию распределения вероятностей времени попадания процесса из состояния V_0 в состояние V_k $F_{0k}(t = \tau_{ij} \cdot n)$, ($n \in N$), приняв $P_0 \{ \Theta(t_0) = V_0 \} = 1$ и $P_{j \neq 0} \{ \Theta(t_0) = V_j \} = 0$ [2, 3].

Однако в исследуемом СП шаги переходов имеют различное значение длительности. Поэтому одинаковому количеству шагов переходов из состояния V_0 в состояние V_k может соответствовать различное время перехода. Для получения функции распределения вероятностей времени попадания процесса из состояния V_0 в состояние V_k $F_{0k}(t)$ в этом случае требуется для каждого интервального перехода поставить в соответствие вероятность и время этого перехода.

Упростить задачу определения $F_{0k}(t)$ исследуемого СП можно следующим образом. Формализуем функции распределения вероятностей времени выхода из каждого состояния в виде решётчатой функции [5]

$$F_i(t) = \sum_{j=0}^m p_{ij} \cdot \delta(t - \tau_{ij}), \quad (2)$$

где $\delta(\bullet)$ – единичная функция Дирака.

По определению [6] производящую функцию моментов распределения вероятностей $F(t)$ можно получить с помощью преобразования Лапласа от этой функции $G(s) = L[F(t)]$. Учитывая свойство линейности преобразования Лапласа и известное его изображение для функции $L[\delta(t - \tau_{ij})] = e^{-s\tau_{ij}}$, получим следующее изображение функции $F_i(t)$

$$G_i(s) = L[F_i(t)] = \sum_{j=0}^m p_{ij} e^{-s\tau_{ij}}. \quad (3)$$

Получить выражение (3) можно также из следующих

рассуждений. Пусть некоторая величина $\Delta\tau$ является наибольшим общим делителем всех шагов МШП исследуемого СП. Тогда выражение (3) можно записать в виде

$$F_i(t) = \sum_{j=0}^m p_{ij} \cdot \delta(t - \Delta\tau \cdot x_{ij}), \quad (4)$$

где $x_{ij} = \tau_{ij} / \Delta\tau$. Опустив величину $\Delta\tau$ (поскольку она одинакова для всех i и j), получим классическую функцию распределения вероятностей дискретной случайной величины $F(x)$, производящая функция которого получается с помощью Z -преобразования

$$G_i(z) = Z[F_i(x)] = \sum_{j=0}^m p_{ij} Z^{x_{ij}}. \quad (5)$$

Учитывая известную взаимосвязь преобразования Лапласа и Z -преобразования ($Z^{x_{ij}} \rightarrow e^{-sx_{ij}}$), из выражения (5) можно получить выражение (3), выполнив обратную замену $\tau_{ij} = x_{ij} \cdot \Delta\tau$. Последнее подтверждает непротиворечивость выражения (3) фундаментальным аспектам теории производящих функций.

Учитывая свойство функции Дирака $\delta(t - \tau_{ij}) = \delta(\tau_{ij} - t)$, а также тот факт, что для этой функции ряд

$$\sum_{j=0}^{\infty} e^{-s\tau_{ij}}$$

сходится при любом $|s| \leq 1$, то для дальнейших

рассуждений справедливо будет принять $e^{-s\tau_{ij}} = e^{s\tau_{ij}}$.

Таким образом, для каждого возможного состояния, в котором может пребывать исследуемый случайный процесс, получена производящая функция распределения вероятностей времени выхода процесса из этого состояния в виде

$$G_i(s) = \sum_{j=0}^m p_{ij} e^{s\tau_{ij}}. \quad (6)$$

Расположим все слагаемые $g_{ij}(s) = p_{ij} e^{s\tau_{ij}}$ выражения (6) на соответствующих местах матрицы $G(s) = \|g_{ij}(s)\|$ для всех i . В результате получится матрица производящих функций времён переходов исследуемого СП между всеми его возможными состояниями. Подставив полученную таким образом матрицу $G(s)$ вместо МПВ в УКЧ, получим выражение для определения производящих функций вероятности времени попадания СП в каждое из возможных его состояний за n шагов. В частном случае производящую функцию вероятностей времени попадания процесса из состояния V_0 в состояние V_k : $G_{0k}(s)$, можно получить в k -м элементе вектора – решения УКЧ, приняв вероятность пребывания СП с состоянием V_0 : $P_0 \{ \Theta(t_0) = V_0 \} = 1$, а остальные начальные вероятности положить $P_{j \neq 0} \{ \Theta(t_0) = V_j \} = 0$.

Несложно убедиться, что дискретная функция распределения времени попадания процесса из состояния V_0 в состояние V_k $F_{0k}(t)$ получается в результате обратного преобразования Лапласа функции $F_{0k}(t) =$

$= L^{-1}[G_{0k}(s)]$, а все начальные моменты этого распределения (которые однозначно будут существовать) могут быть получены последовательным дифференцированием функции ($G_{0k}(s)$) при $s \rightarrow 0$ [6].

Таким образом доказывается состоятельность применения математического аппарата производящих функций вероятности для определения вероятности и времени осуществления интервальных переходов СП, описываемого неэргодической цепью Маркова. В том числе и для СП, соответствующих доведению дискретных сообщений по каналам связи АСУ с решающей обратной связью (РОС).

Моделирование процессов информационного обмена по отдельным КС

Рассмотрим простейший процесс передачи однопакетного сообщения по каналу передачи данных с РОС. Традиционно доставка однопакетного сообщения в соединении «точка-точка» моделируется ПКМЦ [8], граф состояний и переходов (ГСП) которой представлен на рис. 1. В информационном обмене участвуют звено передачи данных отправитель (ЗГД-1) и звено передачи данных получатель (ЗГД-2).

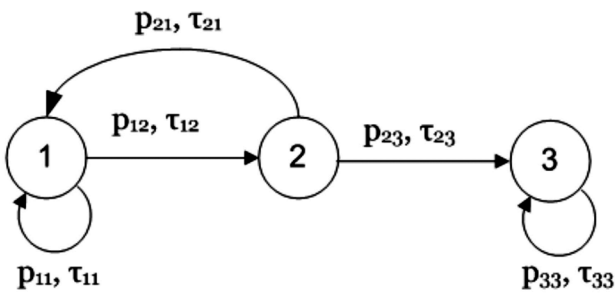


Рис. 1. ГСП доставки однопакетного сообщения по протоколу с РОС

Семантика представленного ГСП такова:

- С₁ – ЗГД-1 выдало очередной повтор пакета (пакета), но пакет на ЗГД-2 не принят;
- С₂ – ЗГД-2 приняло повтор пакета и выдал в ответ квитанцию;
- С₃ – ЗГД-1 квитанцию получило.

МГВ для этого случая будет иметь вид

$$P_{[3,3]} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 \\ p_{21} & 0 & p_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где p_{ij} – вероятность перехода из состояния C_i в состояние C_j .

Аналогичная МПВ матрица шагов-переходов будет иметь вид

$$T_{[3,3]} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & 0 \\ \tau_{21} & 0 & \tau_{23} \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где τ_{ij} – время перехода из состояния C_i в состояние C_j .

В общем случае время на передачу пакета не равно времени на передачу квитанции ($\tau_{1i} \approx \tau_{2j}$), поэтому при определении ВВХ процесса доведения потребуется сначала рассчитать среднее время выхода из каждого состояния $\bar{\tau}_i = \sum_j p_{ij} \cdot \tau_{ij}$, а затем определять значение

среднего времени перехода процесса на каждом шаге математического моделирования [1]:

$$\bar{\tau}_i^{(k)} = \sum_i p_i^{(k)} \cdot \tau_i, \tag{9}$$

где $P_{<3>}^{(k)} = [p_1^{(k)}, p_2^{(k)}, p_3^{(k)}]$ – вектор распределения вероятностей пребывания процесса в состояниях C_i на k -м шаге моделирования, определяемый из решения УКЧ.

В процессе моделирования доведения сообщения получается дискретная функция, описывающая динамику вероятности доведения пакета от времени моделирования.

Проведём моделирование процесса доведения сообщения за $k = 7$ шагов при следующих исходных данных:

- вероятность доведения пакета $P_n = 0,9$;
- вероятность доведения квитанции $P_{кв} = 0,95$;
- время доведения пакета $\tau_n = 0,5$ с;
- вероятность доведения квитанции $\tau_{кв} = 0,1$ с.

Результаты расчётов вероятности доведения пакета от времени представлены в виде графика на рис. 2, а также в табл. 1.

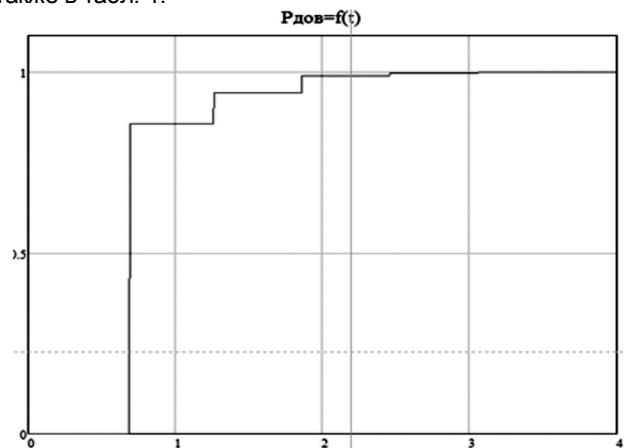


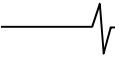
Рис. 2. ВВХ доведения пакета при разных шагах перехода

Из анализа таблицы и графика следует, что, во-первых, первая отличная от нуля вероятность доведения пакета достигается через 0,6895 с после начала сеанса передачи, тогда как из физики процесса данное время должно составлять 0,6 с ($\tau_n + \tau_{кв}$); во-вторых, в результатах расчета вероятности доведения за 7 шагов получено 6 отличных от нуля значений вероятности доведения, тогда как должно быть не меньше 10.

Данные обстоятельства обусловлены усреднением времени перехода процесса на каждом шаге, а также комплексированием вероятностей различных путей по-

Таблица 1. Результаты расчёта ВВХ по УКЧ

$P_{доп}(t)$	0,855	0,9405	0,987	0,996	0,999	0,9997
t (с)	0,6895	1,26375	1,8589	2,4572	3,0569	3,6568



дания процесса в поглощающее состояние в одну величину на каждом шаге моделирования. Причём данные методические погрешности расчёта ВВХ тем сильнее, чем больше разница $\tau_n - \tau_{кв}$.

Получить точные ВВХ процесса с различными значениями времён перехода можно с помощью метода введения фиктивных состояний, подробно изложенного в [1], когда в исходном графе состояний и переходов переходы, время которых больше минимального, дополняются цепочкой фиктивных состояний с тем, чтобы время переходов между соседними состояниями было одинаково. Однако, данный подход, приводит к многократному увеличению размера графа состояний и, соответственно МПВ.

Наиболее точный метод анализа временных характеристик неоднородной ПКМЦ с непостоянными по длительности шагами переходов предложен в работе [9]. Однако данный способ расчёта среднего времени и дисперсии времени попадания процесса в поглощающее состояние, во-первых, не позволяет получить полное распределение вероятностей времени попадания процесса в поглощающее состояние, что необходимо для анализа параллельных процессов [10]; во-вторых, не позволяет его развить на случай наличия переходов с функциями распределения времени общего вида.

Получить точные ВВХ процесса доведения сообщений и при этом не прибегать к изменению структуры графа состояний и переходов можно с помощью следующего подхода к анализу марковских процессов с дискретным детерминированным временем, сущность которого заключается в следующем [11].

Применим к МПВ \mathbf{P} и МШП \mathbf{T} размерности $n \times n$ следующее преобразование $\mathbf{G}(s) = \Theta(\mathbf{P}, \mathbf{T})$: $g_{ij}(s) = p_{ij} e^{st_{ij}}$, где s – вспомогательная переменная.

Такое преобразование назовём **производящей функцией перехода**, а получаемую при этом матрицу назовём матрицей производящих функций переходов или – **производящей матрицей** [3].

Для нахождения вероятностей попадания исследуемого процесса из начального состояния C_i в состояние C_j за конечное число шагов k введём векторы \mathbf{A} и \mathbf{B} размерности n , элементы которых определяются по правилам: $a_m = 0 | m \neq i$, $b_m = 0 | m \neq j$, $m = [1, n]$, тогда искомые вероятности будут содержаться в элементе $h = \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}^k(s) \cdot \mathbf{B}^T = g_{ij}(s)$ [11].

Следовательно, для нахождения ВВХ доведения МПС необходимо получить вероятности перехода процесса из состояния C_1 в состояние C_n . Тогда после возведения матрицы $\mathbf{G}(s)$ в степень k элемент g_{1n} матрицы $\mathbf{G}^k(s)$ будет состоять из суммы вида:

$$\begin{aligned} g_{1n}(s) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{G}^k(s) \cdot \mathbf{B}^T = \\ &= P_1 e^{st_1} + P_2 e^{st_2} + \dots + P_l e^{st_l} + \dots + P_L e^{st_L} = \\ &= \sum_{l=1}^L P_l e^{st_l} = \sum_{l=1}^L g_{1n}^{(l)}(s), \end{aligned} \quad (10)$$

где P_l – вероятность попадания из C_1 в C_n за время t_l и за число шагов процесса меньше или равное k .

Функция $g_{1n}(s)$ является производящей функцией распределения вероятностей времени доведения одного пакета по КС за ограниченное число попыток доведе-

ния в соответствии с принятым протоколом управления логическим соединением. Причём данное распределение является усечённым, так как существует отличная от нуля вероятность недоведения сообщения за указанное количество повторов. Поэтому для корректного дальнейшего использования распределения вероятностей времени доведения сообщения за конечное число повторов передачи необходимо его нормировать к единице. Для этого выражение (10) необходимо разделить на сумму вероятностей всех времён успешного доведения сообщения, то есть

$$F_{дог}(t) \Leftrightarrow g_t(s) = (g_{1n}(0))^{-1} g_{1n}(s), \quad (11)$$

где $F_{дог}(t)$ – функция распределения вероятностей времени доведения сообщения; $g_t(s)$ – производящая функция вероятности распределения времени доведения сообщения.

Нетрудно заметить, что производящая функция распределения вероятности времени доведения сообщения $g_t(s)$ является также производящей функцией моментов распределения.

Таким образом, доведение сообщения по КС АСУ за ограниченное число повторов может оказаться успешным с вероятностью $P_{дог} = g_{1n}(0)$ и неуспешным с вероятностью $P_{недог} = 1 - P_{дог}$. При этом условное распределение вероятностей времени успешного доведения сообщения $F_{дог}(t)$ определяется производящей функцией вида (11), из которого находится искомая вероятность доведения за время, не превышающее заданное

$$P(t \leq t_{зад}) = F_{дог}(t_{зад}) / P_{дог} = (1/P_{дог}) \sum P(t_l) | t_l \leq t_{зад}. \quad (12)$$

Математическое ожидание и дисперсия времени доведения сообщений определяются по выражениям (13-14):

$$m_t = \left. \frac{dg_t(s)}{ds} \right|_{s=0} = \sum_l P(t_l) \cdot t_l, \quad (13)$$

$$D_t = \left. \frac{d^2 g_{(t-m_t)}(s)}{ds^2} \right|_{s=0} = \sum_l [P(t_l) \cdot (t_l - m_t)^2]. \quad (14)$$

Следует отметить, что при определении производящей функции распределения вероятностей времени доведения сообщения за произвольное число повторов передачи степень производящей матрицы k необходимо выбирать с тем расчётом, чтобы заданное время $t_{зад} \leq \max\{t_l\}$. Это можно обеспечить, выбирая $k = \lceil t_{зад} / \min\{\tau_{ij}\} \rceil$, где $\lceil \bullet \rceil$ – оператор округления до целого в большую сторону.

Таким образом, применение операторного способа моделирования процессов доведения сообщений с различными по длительности шагами и меняющимися вероятностями переходов при повторах передачи пакета, позволяет уменьшить размерность графов состояний и переходов таких процессов и соответствующие им МПВ и МШП, а также создаёт математический базис для анализа процессов доведения МПС по виртуальным маршрутам (ВМ) в режиме пакетной коммутации.

Подтверждение достоверности математических моделей

Для исследования достоверности результатов применения метода анализа ВВХ доведения МПС с помо-

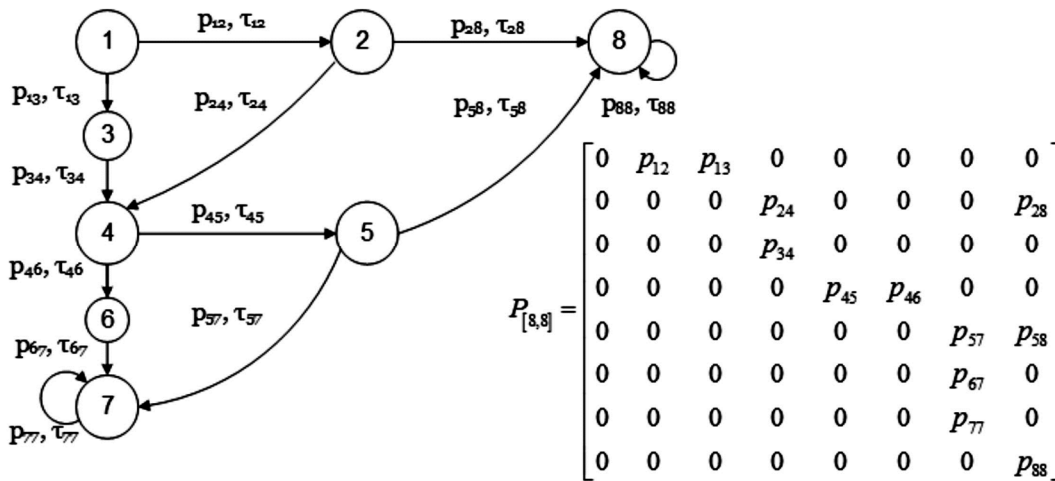


Рис. 3. ГСП и МПВ процесса доведения двухпакетного сообщения по отдельному КС с РОС

стью аппарата производящих функций вероятности времени доведения рассмотрим в аналитическом виде пример доведения двухпакетного сообщения по маршруту, состоящему из двух последовательных КС с различными скоростями передачи данных и вероятностью битовой ошибки. Примем также алгоритм доведения пакетов сообщения в соединении «точка-точка» с РОС. Тогда процесс доведения каждого пакета по одному из КС будет характеризоваться ГСП и МПВ следующего вида (рис. 3).

Однако время доведения является случайной величиной, зависящей от поведения процесса в конкретной реализации. При этом для первого КС:

– с вероятностью $P_1 = p_n \cdot p_{кв}$ время доведения будет равно $t_1 = \tau_n + \tau_{кв}$;

– с вероятностью $P_2 = p_n^2 \cdot p_{кв} \cdot q_{кв}$, время доведения будет равно $t_2 = 2(\tau_n + \tau_{кв})$;

– с вероятностью $P_3 = p_n \cdot q_n \cdot p_{кв}$, время доведения будет равно $t_3 = 2\tau_n + \tau_{кв} + \tau_m$. Для второго КС аналогично:

– с вероятностью $R_1 = r_n \cdot r_{кв}$, время доведения будет равно $\tau_1 = \theta_n + \theta_{кв}$;

– с вероятностью $R_2 = r_n^2 \cdot r_{кв} \cdot d_{кв}$, время доведения будет равно $\tau_2 = 2(\theta_n + \theta_{кв})$;

– с вероятностью $R_3 = r_n \cdot d_n \cdot r_{кв}$, время доведения будет равно $\tau_3 = 2\theta_n + \theta_{кв} + \theta_m$.

Пусть также $\tau_n < \theta_n$; $\tau_{кв} < \theta_{кв}$; $\tau_m < \theta_m$; $\tau_m > \tau_{кв}$; $\theta_m > \theta_{кв}$.

Запишем функции распределения вероятностей времени доведения пакета по КС в табличном виде:

$F^{КС1} =$	P_1	P_2	P_3	$F^{КС2} =$	R_1	R_2	R_3
	t_1	t_2	t_3		τ_1	τ_2	τ_3

При этом справедливо выражение $t_1 < \tau_1 < t_2 < \tau_2 < t_3 < \tau_3$.

Возможные варианты поведения процесса доведения двухпакетного сообщения по ВМ представлены на

$F^{25} =$	$H_1 = P_1 R_1$	$H_2 = P_2 R_1$	$H_3 = P_1 R_2 + P_2 R_2$	$H_4 = P_3 R_1 + P_3 R_2$	$H_5 = P_1 R_3 + P_2 R_3 + P_3 R_3$
	τ_1	t_2	τ_2	t_3	τ_3

графе рис. 3. При этом совместная функция распределения времени попадания процесса из состояния C_2 в состояние C_3 в табличном виде будет следующей:

$F^{23} =$	$P_1 R_1 + P_1 R_2 + P_1 R_3$	$P_2 R_2 + P_2 R_3$	$P_3 R_3$
	t_1	t_2	t_3

Совместная функция распределения времени попадания процесса из состояния C_2 в состояние C_4 в табличном виде будет следующей:

$F^{24} =$	$P_2 R_1 + P_3 R_1$	$P_3 R_2$
	τ_1	τ_2

С учётом параллельности процессов передачи обоих пакетов сообщения по разным КС маршрута совместная функция распределения времени попадания процесса из состояния C_3 в состояние C_5 в табличном виде будет следующей:

$F^{35} =$	$P_1 R_1$	$P_1 R_2$	$P_1 R_3$	$P_2 R_2$	$P_2 R_3$	$P_3 R_3$
	$\tau_1 - t_1$	$\tau_2 - t_1$	$\tau_3 - t_1$	$\tau_2 - t_2$	$\tau_3 - t_2$	$\tau_3 - t_3$

Совместная функция распределения времени попадания процесса из состояния C_4 в состояние C_5 в табличном виде будет следующей:

$F^{45} =$	$P_2 R_1$	$P_3 R_1$	$P_3 R_2$
	$t_2 - \tau_1$	$t_3 - \tau_1$	$t_3 - \tau_2$

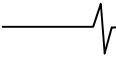
В результате композиции функций распределения вероятностей времени переходов процесса между состояниями C_2 - C_3 - C_5 общая интервальная функция распределения вероятностей времени движения процесса F^{235} будет иметь вид:

$F^{235} =$	$P_1 R_1$	$P_1 R_2 + P_2 R_2$	$P_1 R_3 + P_2 R_3 + P_3 R_3$
	τ_1	τ_2	τ_3

А в результате композиции функций распределения вероятностей времени переходов процесса между состояниями C_2 - C_4 - C_5 общая интервальная функция распределения вероятностей времени движения процесса F^{245} будет иметь вид:

$F^{245} =$	$P_2 R_1$	$P_3 R_1 + P_3 R_2$
	t_2	t_3

Таким образом, суммарная функция распределения времени попадания процесса из состояния C_2 в состояние C_5 $F^{25} = F^{235} + F^{245}$ имеет следующий вид:



Но так как обязательным условием попадания процесса в состояние C_5 является завершение обоих подпроцессов доведения пакетов по первому и второму КС маршрута, то из композиции возможных времён доведения пакетов по первому и второму КС при условии одновременного начала этих подпроцессов в интервальную функцию распределения времени попадания процесса из состояния C_2 в состояние C_5 вошли максимальные времена из каждой пары ком-

$$F^{15} = \begin{array}{c|cccccccccc} & P_1H_1 & P_1H_2 & P_1H_3 & P_1H_4 & P_1H_5 & P_2H_1 & P_2H_2 & P_2H_3 & \dots & P_3H_5 \\ \hline & t_1+\tau_1 & t_1+t_2 & t_1+\tau_2 & t_1+t_3 & t_1+\tau_3 & t_2+\tau_1 & 2t_2 & t_2+\tau_2 & \dots & t_3+\tau_3 \end{array}$$

На последнем этапе процесса передачи двухпакетного сообщения второй пакет доводится по второму КС ВМ. При этом общее распределение времени движения процесса из начального состояния C_1 в поглощающее

$$F^{16} = \begin{array}{c|cccccccccc} & P_1H_1R_1 & P_1H_1R_2 & P_1H_1R_3 & \dots & \dots & P_3H_5R_1 & P_3H_5R_2 & \dots & P_3H_5R_3 \\ \hline & t_1+2\tau_1 & t_1+\tau_1+\tau_2 & t_1+\tau_1+\tau_3 & \dots & \dots & t_3+\tau_1+\tau_3 & t_3+\tau_2+\tau_3 & \dots & t_3+2\tau_3 \end{array}$$

Проведём теперь анализ ВВХ этого же процесса (доведение МПС по ВМ) предлагаемым методом моделирования с помощью производящих функций вероятности времени переходов процесса. Для этого введём вместо МПВ и МШП процесса доведения пакета по КС производящую матрицу переходов $G_{[8,8]}$, где элементы $g_{ij} = p_{ij}e^{st_{ij}}$.

Для получения производящей функции вероятностей времени доведения пакета по КС возьмём начальный

$$\begin{array}{c|cccccccc} G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 & G_6 & G_7 & G_8 \\ \hline 0 & g_{12} & g_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

На втором шаге вектор будет иметь вид:

$$\begin{array}{c|cccccccc} G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 & G_6 & G_7 & G_8 \\ \hline 0 & 0 & 0 & g_{12}g_{24}+g_{13}g_{34} & 0 & 0 & 0 & g_{12}g_{28} \end{array}$$

На третьем шаге вектор будет иметь вид:

$$\begin{array}{c|cccccccc} G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 & G_6 & G_7 & G_8 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & g_{12}g_{24}g_{45}+g_{13}g_{34}g_{45} & g_{12}g_{24}g_{46}+g_{13}g_{34}g_{46} & 0 & g_{12}g_{28} \end{array}$$

На четвёртом шаге вектор будет иметь вид:

$$\begin{array}{c|cccccccc} G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 & G_6 & G_7 & G_8 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{12}g_{24}g_{45}g_{57}+g_{13}g_{34}g_{45}g_{57}+g_{12}g_{24}g_{46}g_{67}+g_{13}g_{34}g_{46}g_{67} & g_{12}g_{24}g_{45}g_{58}+g_{13}g_{34}g_{45}g_{58}+g_{12}g_{28} \end{array}$$

На пятом шаге и далее вектор больше не будет изменяться. Таким образом, производящая функция времени попадания процесса из состояния C_1 в состояние C_8 , содержится в 8-м элементе вектора уже после 4-го шага моделирования

$$\begin{aligned} G_{KC1} &= g_{12}g_{24}g_{45}g_{58} + g_{13}g_{34}g_{45}g_{58} + g_{12}g_{28} = \\ &= \underbrace{p_n^2 q_{K6} p_{K6}}_{P_2} \cdot e^{s(2\tau_n+2\tau_{K6})} + \\ &+ \underbrace{q_n \cdot 1 \cdot p_n p_{K6}}_{P_3} \cdot e^{s(2\tau_n+\tau_m+\tau_{K6})} + \underbrace{p_n p_{K6}}_{P_1} \cdot e^{s(\tau_n+\tau_{K6})} = \\ &= P_1 e^{st_1} + P_2 e^{st_2} + P_3 e^{st_3} \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогично для второго КС

$$G_{KC2} = R_1 e^{st_1} + R_2 e^{st_2} + R_3 e^{st_3} \quad (16)$$

Полученные производящие функции вероятности времени доведения пакетов G_{KC1} и G_{KC2} являются базисом процесса доведения МПС по ВМ, состоящему из этих КС. В частности, для определения производящей функции вероятностей времени доведения двухпакетного сообщения можно воспользоваться полученными в

позиции с соответствующими вероятностями.

Далее следует полученное распределение вероятностей времени движения процесса из состояния C_2 в состояние C_5 добавить к распределению вероятностей времени движения процесса из состояния C_1 в состояние C_2 , которое равно $F^{12} = F^{KC1}$. В результате получим композицию дискретных распределений вероятности независимых времён в виде:

состояние C_6 будет определяться, как композиция распределений вероятности независимых времён движения процесса на интервалах C_1-C_5 и C_5-C_6 , и оно будет иметь вид:

вектор распределения вероятностей пребывания процесса в возможных состояниях $\mathbf{V}_{\langle 8 \rangle} = \langle 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle$ и будем последовательно умножать его на матрицу $G_{[8,8]}$, пока получаемое выражение производящей функции вероятностей времени попадания процесса в состояние C_8 не перестанет изменяться. Таким образом, на первом шаге моделирования получается вектор производящих функций вероятности в виде:

[11] выражениями. Тогда производящая функция времени завершения процесса доведения двухпакетного сообщения по ВМ будет равна

$$G_{16}(s) = G_{KC1}(s) \times \quad (17)$$

$$\times [\pi_{\max(t)}(G_{KC1}(s) \times G_{KC2}(s))] \cdot G_{KC2}(s),$$

$$\text{где } \pi_{\max(t)}(G_{KC1}(s) \times G_{KC2}(s)) = P_1 R_1 e^{st_1} + P_1 R_2 e^{st_2} +$$

$$+ P_1 R_3 e^{st_3} + P_2 R_1 e^{st_2} + P_2 R_2 e^{st_2} +$$

$$+ P_2 R_3 e^{st_3} + P_3 R_1 e^{st_3} + P_3 R_2 e^{st_3} + P_3 R_3 e^{st_3} +$$

$$+ P_2 R_2 e^{st_2} = \underbrace{P_1 R_1 e^{st_1}}_{H_1} + \underbrace{P_2 R_1 e^{st_2}}_{H_2} + \quad (18)$$

$$+ \underbrace{(P_1 R_2 + P_2 R_2) e^{st_2}}_{H_3} + \underbrace{(P_3 R_2 + P_3 R_1) e^{st_3}}_{H_4} +$$

$$+ \underbrace{(P_1 R_3 + P_2 R_3 + P_3 R_3) e^{st_3}}_{H_5} =$$

$$= H_1 e^{st_1} + H_2 e^{st_2} + H_3 e^{st_2} + H_4 e^{st_3} + H_5 e^{st_3}.$$

В итоге

$$G_{16}(s) = \quad (20)$$

$$= \underbrace{P_1 R_1 H_1 e^{s(t_1+2\tau_1)} + P_1 R_2 H_1 e^{s(t_1+\tau_1+\tau_2)} + \dots + P_3 R_3 H_5 e^{s(t_3+2\tau_3)}}_{45 \text{ слагаемых}}$$

Применив обратное преобразование Лапласа, получим $F_{2KC}^{2n}(t) = L^{-1}[G_{16}(s)] = \sum_{i=1}^{45} P_i \delta(t - T_i)$, которая совпадает с распределением вероятностей времени доведения сообщения F^{16} , полученном в табличном виде.

Обратимся ещё раз к выражению (17) для производящей функции вероятностей времени доведения двухпакетного сообщения по ВМ из двух КС. Здесь следует отметить, что операция произведения так же, как и декартового произведения производящих функций, обладает свойством коммутативности [11], т.е. $(g_1(s) \times g_2(s)) = (g_2(s) \times g_1(s))$. Из анализа выражения (17) вытекает важное следствие: ВВХ доведения n -пакетного сообщения по 2-канальному ВМ не зависят от порядка следования различных по качеству КС, а зависят только от их распределения вероятностей времени передачи одного пакета по отдельному КС ВМ (базиса).

Заключение

Таким образом показано, что разработанный метод исследования ВВХ доведения МПС с помощью производящих функций вероятности не противоречит результатам, полученным традиционным способом, однако позволяет существенно сократить вычислительные затраты и автоматизировать процесс получения результата, что важно при анализе и синтезе сетей передачи данных АСУ.

Литература

1. Цимбал В.А. Информационный обмен в сетях передачи данных. Марковский подход: монография / В.А. Цимбал. – М.: Вузовская книга, 2014. – 144 с.
2. Казаков В.А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи. М.: Сов. радио, 1973. – 232 с.
3. Тихонов, В.И. Марковские процессы / В.И. Тихонов, М.А. Миронов. – М.: «Сов. радио», 1977. – 488 с. с ил.
4. Потапов С.Е. Автоматизированный синтез погло-

щающей конечной марковской цепи, описывающей доведение многопакетного сообщения в соединении «точка-точка» системы передачи данных и исследование его оперативности / С. Е. Потапов, В.А. Цимбал, В. Е. Тоискин, В.В. Хоптар, О.И. Сорокин, М.А. Лягин, А.А. Березной, Н.В. Крючков // Радиотехнические и телекоммуникационные системы : науч.-техн. жур. – Муром, 2016. – Вып. 4. (24). – С. 59-65. – ISSN 2221–2574.

5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с. : ил. – Парал. тит. англ. ISBN 5-8459-0497-8 (рус.).

6. Бостанджиян В.А. Пособие по статистическим распределениям. – Черноголовка. Редакционно-издательский отдел ИПХВ РАН, 2013. 1060 с.

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 2003. – 564 с.

8. Потапов С.Е. Математическая модель доставки сообщений по радиоканалу с высокой вероятностью битовых ошибок / С.Е. Потапов, А.А. Потапова, В.Е. Тоискин // Междун. конф. «Цифровая обработка сигналов и её применение» (DSPA-2019); Доклады; / Рос. науч.-техн. общ. радиотехн., электрон. и связи им. А.С. Попова. – М.: ООО «БРИС-М» – Вып. XXI-1, Т. 1. – С. 237-240.

9. Орехов С.Е. Метод анализа временных характеристик неоднородной поглощающей конечной марковской цепи с непостоянными по длительности шагами переходов / С.Е. Орехов // Теория и техника радиосвязи. 2014. – № 3. – С. 49-57.

10. Потапов С. Е. Исследование процесса передачи информации по виртуальным маршрутам в радиосети системы связи с подвижными объектами / Теория и техника радиосвязи: науч.-техн. жур. – Воронеж, АО «Концерн «Созвездие», 2019. – Вып. 3. – С. 11-23. ISSN 1995-7009.

11. Потапов С. Е. Реляционно-операторный метод математического моделирования передачи многопакетных сообщений по виртуальным маршрутам сети радиосвязи // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. 2019. – Т. 11. № 6. – С. 61-73. doi: 10.24411/2409-5419-2018-10296.

Уважаемые коллеги!

В связи с ликвидацией АО «Роспечать» подписка на журнал «Цифровая обработка сигналов» открыта в офисе РНТОРЭС им. А.С. Попова. Заявки можно подать в любое время Карпушкиной Галине Ивановне по нашему электронному адресу: vznos-rntores@mail.ru на **2021 и 2022** годы.

Стоимость одного номера **600 руб.** Годовой выпуск – **4 номера.**

Подписка оформляется по Договору или выставлением счёта на оплату для юридических и физических лиц. Готовые тиражи журнала будут доставлены в наш офис. Их можно будет получить по адресу: ул. Авиамоторная, д. 8 «Научный центр» МТУСИ (оф. № 612) или по почте на адрес, указанный при подписке, при предварительной оплате почтовых услуг на наш расчётный счёт (200,0 руб.).

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СИСТЕМ СВЯЗИ С ОГРАНИЧЕННОЙ ЧАСТОТНОЙ ПОЛОСОЙ КАНАЛОВ

Пахотин В.А., д.ф.-м.н., профессор, профессор Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта, e-mail: VPakhotin@kantiana.ru;

Власова К.В., к.ф.-м.н., доцент Балтийской государственной академии РФ, e-mail: p_ksenia@mail.ru;

Петров С.В., аспирант Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта, e-mail: VPakhotin@kantiana.ru;

Алещенко А.Н., доцент Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта;

Симонов Р.В., аспирант Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта

POTENTIAL CAPABILITIES OF COMMUNICATION SYSTEMS WITH LIMITED FREQUENCY BAND CHANNELS

Pakhotin V.A., Vlasova K.V., Petrov S.V., Aleshchenko A.N., Simonov R.V.

The problem of sealing channels in communication systems with a limited frequency band is considered. The solution of this problem is proposed on the basis of filters of maximum truthfulness, which can be filtered by channel signals from the composition of the group of them in the region of their inertomulativeness the expressions that determine the structure, impulse and frequency characteristics of filters of maximum truthfulness. Their distinctive features are discussed. The issues of restrictions on communication systems due to the ratio of uncertainty are discussed. The results of model calculations illustrating the potential to solve the problem of channel sealing problems in communication systems. The filtering results are analyzed for signals modulated by Cebyshev window features. The potential features of filtering signal constellations in a two-channel communication system with small frequency differences are analyzed.

Key words: communication systems with limited frequency band of channels, uncertainty ratio, Cebyshev's window functions, unorthogonal signals, truth-like functionality, Communication channel seal.

Ключевые слова: системы связи с ограниченной частотной полосой каналов, соотношение неопределенности, оконные функции Чебышева, неортогональные сигналы, функционал правдоподобия, уплотнение каналов.

Введение

Современные системы связи характеризуются достаточно высокой эффективностью использования выделенной полосы частот и скоростью передачи информации. Однако постоянно возрастающая потребность в передаче информационных потоков приводит к острому дефициту частотных полос и необходимости решения задачи уплотнения каналов связи. В настоящее время эта задача частично решается за счет развития методов сжатия информации, за счет использования частотно-амплитудно-фазовой модуляции, за счет разработки систем связи в новых частотных диапазонах. Однако эти возможности решения задачи уплотнения каналов связи в настоящее время практически исчерпаны. В связи с этим актуальными и востребованными являются исследования направленные на развитие новых методов уплотнения каналов связи.

Анализ функционирования существующих систем связи приводит к выводу, что основным ограничением для них является известное в радиотехнике соотношение неопределенности, связывающее (для простых сигналов) эффек-

Рассмотрена проблема уплотнения каналов в системах связи с ограниченной частотной полосой. Предложено решение этой проблемы на основе фильтров максимального правдоподобия, позволяющих проводить фильтрацию канальных сигналов из состава группового сигнала в области их неортогональности. Выведены выражения, определяющие структуру, импульсные и частотные характеристики фильтров максимального правдоподобия. Обсуждаются их отличительные особенности. Решаются вопросы ограничений в системах связи, обусловленных соотношением неопределенности. Приведены результаты модельных расчетов, иллюстрирующих потенциальные возможности решения проблемы уплотнения каналов в системах связи. Анализируются результаты фильтрации для сигналов, модулированных оконными функциями Чебышева. Анализируются потенциальные возможности фильтрации сигнальных созвездий в двухканальной системе связи с малым частотным различием каналов.

тивную ширину спектра сигнала ΔF с эффективной длительностью сигнала ΔT ($\Delta F \Delta T \leq 1$) ([1, 2, 3, 4]. Фактически соотношение неопределенности разделяет совокупность сигналов, используемых в системах связи, на две области. К первой области (области ортогональности) относятся сигналы, которые взаимодействуют на уровне боковых лепестков спектров или корреляционных функций. Ко второй области (области неортогональности) относятся сигналы, которые взаимодействуют своими основными лепестками спектров или корреляционных функций. Эф-

фективность систем связи (удельная скорость передачи

$K = \frac{C}{\Delta F}$ бит/сек/Гц, в которых используются сигналы из первой области, определяется теоремой Шеннона. Теорема Шеннона устанавливает предельную скорость передачи информации C , зависящую от ширины выделенной полосы частот ΔF и отношения энергии сигнала к энергии шума E_c / E_u [9].

$$C = \Delta F \log_2 \left(1 + \frac{E_c}{E_u} \right). \quad (1)$$

Если $E_c / E_u = 1$, тогда скорость передачи информации по Шеннону определяется лишь выделенной полосой частот ΔF , равной в этом случае ширине основного лепестка спектра передаваемого символа (сигнала). При использовании П-образных фильтров для ограничения спектра сигнала, длительность сигнала увеличивается на величину переходного процесса. Это увеличение длительности сигнала приводит к межсимвольной интерференции и учитывается защитными интервалами. В этом случае реальная скорость передачи информации R_1 отличается от предельной скорости C . При этом значение ΔF остается прежним и эффективность использования полосы частот уменьшается. В современных системах связи для ограничения сигнала во времени и исключения боковых лепестков в спектре сигнала используют модуляцию сигнала оконными функциями [8, 9]. В этом случае длительность символа не меняется и скорость передачи символов определяется теоремой Шеннона. Однако эффективная ширина основного лепестка спектра сигнала ΔF увеличивается и эффективность использования полосы частот уменьшается. Это учитывается введением частотных защитных интервалов. В работах [8, 9] рассматриваются возможности увеличения эффективности использования выделенной частотной полосы за счет оптимизации структуры оконной функции или за счет разработки различных методов компенсации межсимвольной интерференции. Однако ограничение эффективности систем связи и скорости передачи информации, связанные с соотношением неопределенности при этом остаются.

Основной целью настоящей работы является обоснование возможности использования в системах связи неортогональных сигналов, относящихся ко второй области (к области, в которой соотношение неопределенности не выполняется) и оценка потенциально достижимой эффективности и потенциально возможной скорости передачи информации в такого рода системах связи. Исследования в этом направлении проводятся в БФУ имени И. Канта [6, 7] и в работах В.И. Слюсар [5].

Основные положения теории

Анализ функционирования существующих систем связи показывает, что основным блоком, ограничивающим их эффективность и скорость передачи данных, является блок фильтрации канальных сигналов из группового сигнала. Возможности фильтрации, используемых в современных системах связи фильтров, в том числе и согласованных с сигналом, ограничены соотношением неопределенности. Неортогональные сигналы, которые характеризуются частичным совмещением во времени (с частично

совпадающими корреляционными функциями) или частично совмещенными по частоте спектрами не могут быть отфильтрованы существующими фильтрами. Однако метод максимального правдоподобия [2, 3] позволяет определить структуру новых фильтров. Они представлены в [6, 7] как фильтры максимального правдоподобия. Их основой являются уравнения правдоподобия. Уравнения правдоподобия содержат информацию о корреляционных взаимосвязях сигналов, содержащихся в групповом сигнале. Их решение при известных частотах сигналов ω_m ($m = 1 \div M$) (определяет структуру фильтров максимального правдоподобия, которые содержат в себе составляющие, исключая воздействие сопутствующих сигналов на выделенный сигнал. Вследствие этого фильтры максимального правдоподобия могут использоваться для фильтрации канальных сигналов из группового сигнала в условиях их неортогональности.

Рассмотрим вопросы формирования фильтров максимального правдоподобия более подробно. Запишем принятую реализацию $\hat{Y}(t)$ в виде суммы радиоимпульсов и аддитивного шума $\hat{U}_u(t)$.

$$\hat{Y}(t) = \sum_{m=1}^M \hat{U}_m \exp(i\omega_m t) + \hat{U}_u(t) \quad (2)$$

где \hat{U}_m – комплексная амплитуда m -сигнала, ω_m – круговая частота m -сигнала, $\hat{U}_u(t)$ – аддитивный шум, квадратные компоненты которого имеют нормальное распределение с дисперсией σ^2 и средним нулевым значением.

На основании (2) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta \left(\hat{U}_1, \dots, \hat{U}_M, \omega_1, \dots, \omega_M \right) = \int_0^T \left| \hat{Y}(t) - \sum_{m=1}^M \hat{U}_m \exp(i\omega_m t) \right|^2 dt. \quad (3)$$

Функционал правдоподобия представляет собой поверхность в пространстве оцениваемых (штрихованных) параметров. Минимум поверхности определяет оптимальные оцениваемые параметры. Дифференцируя (3) по амплитудам и приравнявая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия. Запишем их в векторном виде.

$$\hat{\beta} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) = \hat{R} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) \bar{U} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right), \quad (4)$$

$$\beta_m \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) = \int_0^T \hat{Y}(t) \exp(-i\omega_m t) dt,$$

где $\hat{R}_{m,k} = \exp \left(i \left(\omega_k - \omega_m \right) \right)$ – элементы корреляционной

матрицы, $\bar{U} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right)$ – вектор комплексных амплитуд с

составляющими $\hat{U}_m \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right)$.

Решая векторное уравнение (4), получим следующее.

$$\bar{U} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) = \hat{R}^{-1} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) \hat{\beta} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right), \quad (5)$$

где $\hat{R}^{-1}(\omega_1, \dots, \omega_M)$ – матрица, обратная корреляционной матрице.

Корреляционная матрица содержит все корреляционные взаимосвязи между радиоимпульсами, содержащимися в групповом сигнале. Обратная корреляционная матрица содержит составляющие, исключая влияние сопутствующих сигналов на выделенный сигнал. Однако при условии $\omega_k = \omega_m$ ($k = 1 \div M, m = 1 \div M$) детерминант корреляционной матрицы обращается в нулевое значение. В этом случае решение для m -сигнала

$\hat{U}_m(\omega_1, \dots, \omega_M)$ является поверхностью в многомерном пространстве оцениваемых частот с сингулярными максимумами, определяемыми условиями $\omega_k = \omega_m$. В работе [10] анализируется эта поверхность и приводится вывод о непригодности использования уравнений правдоподобия для оценки параметров сигнала. Однако в системах связи частоты сигналов $\omega_1, \dots, \omega_M$, содержащихся в групповом сигнале, известны. Следовательно, детерминант корреляционной матрицы, в принципе, отличен от нуля и уравнения правдоподобия можно использовать для оценки комплексных амплитуд, т.е. для фильтрации неортогональных сигналов. Тем не менее, наличие сингулярных максимумов

в решении уравнений правдоподобия $\hat{U}_m(\omega_1, \dots, \omega_M)$ приводит к смещению оценок амплитуд в сторону их завышения и ограничивает область решений условием близости частот к точкам сингулярных максимумов. Ширина сингулярного максимума зависит от отношения сигнал/шум.

Если в выражении (5) ввести вектор \bar{X} с компонентами $X_m = \exp(-i\omega_m t)$, тогда можно получить выражение для импульсной характеристики линейного m -фильтра максимального правдоподобия:

$$\hat{H}_m(\omega_1, \dots, \omega_M) = \sum_{k=1}^M \hat{R}_{m,k}^{-1} \hat{X}_k. \quad (6)$$

Преобразование Фурье от импульсной характеристики (6) определяет частотную характеристику m -фильтра максимального правдоподобия:

$$\hat{G}_m(\omega, \omega_1, \dots, \omega_M) = \sum_{k=1}^M \hat{R}_{m,k}^{-1} \int_0^T \exp\left(i(\omega - \omega_k)t\right) dt. \quad (7)$$

Импульсная характеристика m -фильтра максимального правдоподобия (6), а также его частотная характеристика (7) зависят от частот сигналов $\omega_1, \dots, \omega_M$, содержащихся в групповом сигнале. Если сигналы ортогональны, тогда корреляционная матрица и ее обратная матрица будут единичными диагональными матрицами. В этом случае импульсная характеристика (6) преобразуется в импульсную характеристику, согласованного с радиоимпульсом, фильтра (Фурье фильтра) а его частотная характеристика (7) в соответствующую частотную характеристику Фурье фильтра.

$$\hat{H}_m(\omega_m) = \hat{R}_{m,m}^{-1} \exp(-i\omega_m t) = \frac{1}{T} \exp(-i\omega_m t).$$

$$\hat{G}_m(\omega, \omega_m) = \frac{1}{T} \int_0^T \exp\left(i(\omega - \omega_k)t\right) dt. \quad (8)$$

На рис. 1 показаны амплитудно-частотные характеристики трех фильтров максимального правдоподобия, которые отфильтровывают три радиоимпульса (с несущими частотами 60, 65, 70 кГц) из группового сигнала, содержащего пять радиоимпульсов (с несущими частотами 55, 60, 65, 70, 75 кГц).

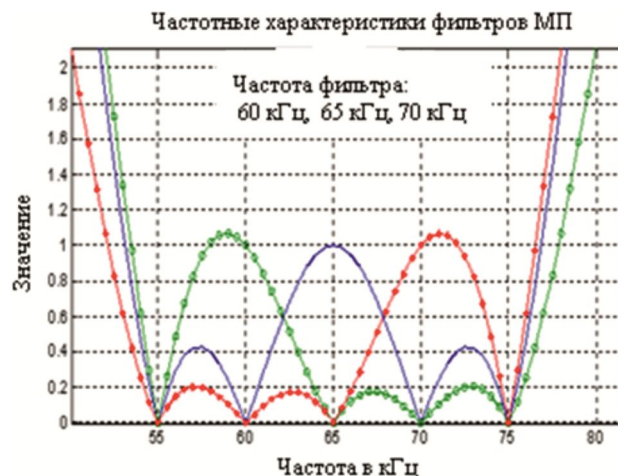


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики трех фильтров максимального правдоподобия для фильтрации сигналов на фоне четырех сопутствующих сигналов

Соседние радиоимпульсы неортогональны. Различие частот равно 5 кГц вместо 10 кГц при ортогональности. Структура амплитудно-частотной характеристики отдельного фильтра подобна структуре согласованного с радиоимпульсом фильтра. Однако она отличается тем, что коэффициент передачи фильтра на своей частоте равен единице, а на сопутствующих частотах равен нулю. Кроме того, за пределами частотного диапазона группового сигнала коэффициенты передачи фильтров больше единицы. Это указывает на низкую помехоустойчивость фильтров. Отличия структуры амплитудно-частотных характеристик фильтров максимального правдоподобия от известных фильтров позволяют сделать вывод, что они являются новым классом фильтров, предназначенных для фильтрации канальных сигналов из группового в области неортогональности канальных сигналов.

Результаты модельных исследований

Рассмотрим потенциальные возможности фильтров максимального правдоподобия в области неортогональности с помощью модельных расчетов. При моделировании принято следующее. Групповой сигнал содержит два радиоимпульса с известными несущими частотами. Амплитуды радиоимпульсов равны 1 и 0,5. Начальные фазы радиоимпульсов равны 30 и 110 градусов. Частота первого радиоимпульса равна 2 кГц, частота второго радиоимпульса меняется линейно в пределах 1,85÷2,35 кГц с шагом 2 Гц. Длительность радиоимпульсов 10 мс. Следова-

тельно, область неортогональности радиоимпульсов по частоте будет при разности частот менее 100 Гц при значении частоты второго радиоимпульса, находящейся в интервале $1,9 \div 2,1$ кГц. Пусть вначале в канале распространения радиоимпульсов нет ограничения по частоте (спектры канальных сигналов не ограничены). Результаты фильтрации фильтрами максимального правдоподобия и фильтрами Фурье представлены на рис. 2.

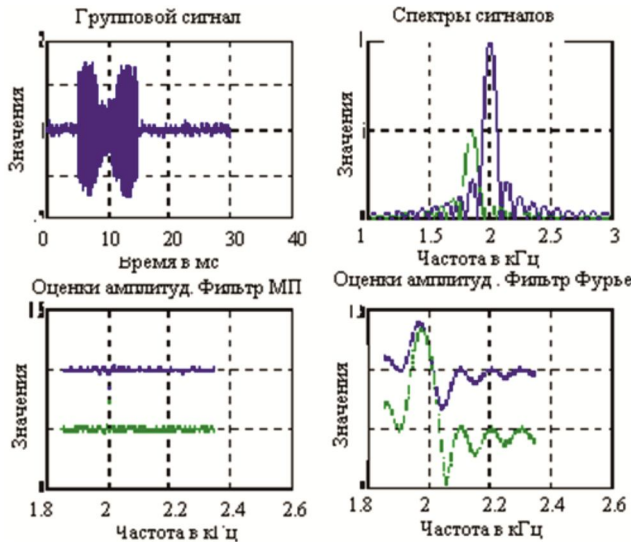


Рис. 2. Результат фильтрации принятой реализации, содержащей два радиоимпульса, фильтрами максимального правдоподобия и фильтрами Фурье

На рисунке сверху, слева показан вид группового сигнала, содержащий два радиоимпульса. На рисунке сверху справа показаны спектры радиоимпульсов при частотном разнесении 0,2 кГц. На рисунке справа внизу показан результат фильтрации фильтрами Фурье при изменении частоты второго радиоимпульса от 1,85 до 2,35 кГц. Отмечается влияние боковых лепестков и главного лепестка спектра радиоимпульса на оценку амплитуд радиоимпульсов. Для современных систем связи оценки амплитуд неудовлетворительные. На рисунке слева внизу показан результат фильтрации фильтрами максимального правдоподобия. За исключением одной точки оценки амплитуд вполне удовлетворительные. Фильтры максимального правдоподобия обеспечивают удовлетворительную работу системы связи в указанных условиях с разнесением несущих частот радиоимпульсов от 4 Гц и выше вместо частотного разнесения 100 Гц, согласно ограничению соотношения неопределенности. Данный результат иллюстрирует возможность создания систем связи с неортогональными радиоимпульсами с частотным различием несущих частот меньшим, чем требует соотношение неопределенности в ≤ 25 раз. Возникает возможность создания дополнительных каналов связи. В результате эффективность системы связи за счет дополнительных каналов связи и скорость передачи информации существенно возрастают.

Рассмотрим результаты фильтрации радиоимпульсов, модулированных оконной функцией Чебышева. Длительность канальных сигналов при этом не меняется. Однако ширина спектра сигналов увеличивается практически вдвое, а боковые лепестки подавляются на -45 дБ.

На рис. 3 показаны результаты модельных расчетов для этого случая.

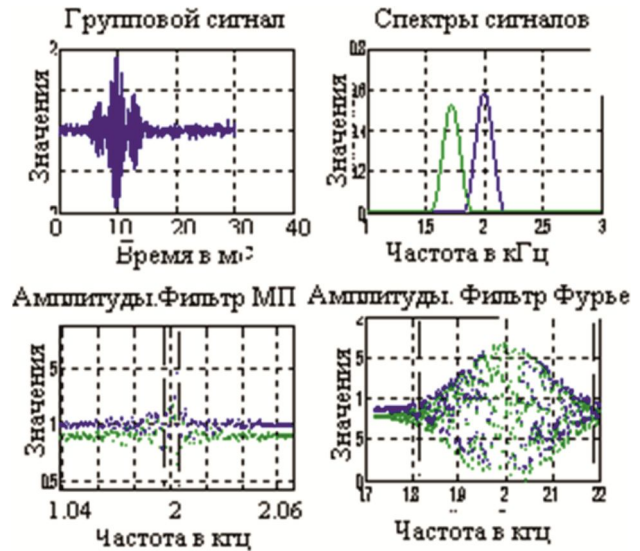


Рис. 3. Результаты фильтрации радиоимпульсов, модулированных оконной функцией Чебышева, фильтрами максимального правдоподобия и фильтрами Фурье

На рисунке слева сверху показан вид группового сигнала, содержащего два, модулированных оконной функцией Чебышева, радиоимпульса. На рисунке сверху справа показаны спектры канальных сигналов. Они ограничены по частоте, однако их ширина увеличена по сравнению со спектрами на рис. 2 почти в 2 раза. На рисунке внизу справа показан результат фильтрации фильтрами Фурье при изменении несущей частоты второго канального сигнала от 1,75 до 2,2 кГц. Влияние боковых лепестков практически отсутствует однако оценка амплитуд двух сигналов неудовлетворительная в диапазоне частот от 1,85 до 2,2 кГц (диапазон отмечен вертикальными линиями). На рисунке внизу слева показан результат фильтрации фильтрами максимального правдоподобия. Оценки амплитуд вполне удовлетворительные за исключением узкой частотной полосы шириной 10 Гц. В этой полосе оценки амплитуд имеют дополнительные погрешности, обусловленные сингулярным максимумом. Сравнивая выделенные частотные полосы можно сделать вывод о возможности создания систем связи с частотным разнесением сигналов с ограниченным спектром на величину от 10 Гц и более. Предельное разнесение, меньше в 35 раз частотного разнесения, определяемого соотношением неопределенности (350 Гц). Эффективность таких систем связи, а также скорость передачи информации, за счет возможности создания дополнительных каналов связи, существенно увеличатся.

На рис. 4 показаны оценки амплитуд и фаз, полученные при фильтрации фильтрами максимального правдоподобия сигнального созвездия в двух частотных каналах с несущими частотами 2 и 2,01 кГц. Сигнальное созвездие в каждом канале состоит из последовательности четырех радиоимпульсов, модулированных оконной функцией Чебышева. Спектр символов ограничен по частоте значением 0,19 кГц. Боковые лепестки ограничены уровнем -45 дБ. Значения амплитуд и фаз сигнального созвездия представлены в таблице.

$F_1 = 2 \text{ кГц}$	U_{1m}	1	0,9	0,8	1,2
	φ_{1m} град.	5	95	185	275
$F_2 = 2,01 \text{ кГц}$	U_{2m}	1,2	0,8	0,9	1
	φ_{2m} град.	-10	80	170	260

Сигнальное созвездие. Два частотных канала

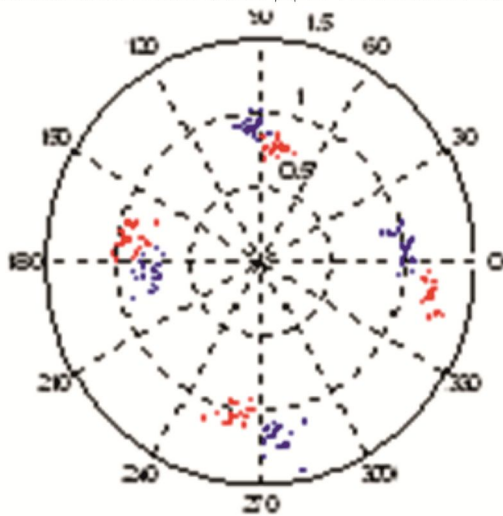


Рис. 4. Оценки параметров четырех символов сигнального созвездия в двух частотных каналах

При отношении сигнал/шум 20 дБ скорость передачи каждого символа в канале по Шеннону равна 0,1 килобит / сек. При ограничении ширины спектральной линии символа значением 0,19 кГц за счет оконной модуляции, скорость передачи символа сохраняется. Однако эффективность использования частотного диапазона системы связи уменьшается. Эффективность использования частотной полосы определяется как отношение скорости передачи символов к реальной полосе частот $K = \frac{C}{\Delta F}$.

Согласно выражению Шеннона эффективность использования частотной полосы в данном случае равна 1 бит/сек/Гц. При ограничении ширины спектральной линии с помощью оконной функции эффективность использования частотной полосы будет равна 0,52 бит/сек/Гц. При использовании фильтров максимального правдоподобия на частотном интервале двух каналов можно создать дополнительно 19 каналов. В каждом канале скорость передачи символа равна предельной скорости Шеннона в связи с тем, что длительность символа не меняется. Однако за счет увеличения количества каналов общая скорость передачи информации увеличивается в 19 раз. Эффективность использования частотной полосы при этом также увеличивается в 19 раз.

На рис. 5 показаны погрешности оценок амплитуд и фаз канальных сигналов в зависимости от разности несущих частот. Из рисунка следует, что погрешности вполне удовлетворительные вплоть до разности частот 10 Гц. Экспоненциальное возрастание этих погрешностей связано с влиянием сингулярных максимумов (отношение сигнал/шум = 20 дБ). Сплошной линией показано изменение модуля коэффициента корреляции между сигналами.

Таким образом, модельные расчеты подтверждают возможность использования фильтров максимального

правдоподобия в системах связи с ограниченной полосой частот в области неортогональности сигналов. При модуляции радиоимпульсов оконной функцией Чебышева скорость передачи символов может быть увеличена (в потенциале в 19 раз) по сравнению с предельной скоростью Шеннона. Эффективность такого рода систем связи оказывается также увеличенной (в потенциале в 19 раз) по сравнению с реальной эффективностью систем связи с ограниченной полосой частот. Рис. 4 и рис. 5 иллюстрируют возможность фильтрации фильтрами максимального правдоподобия в области неортогональности канальных сигналов не только простых, но и сигналов с амплитудно-фазовой модуляцией. Скорость передачи информации при этом определяется выражением Найквиста:

$$C = \Delta F \log_2(m), \quad (9)$$

где m – количество независимых состояний сигнала с амплитудно-фазовой модуляцией.

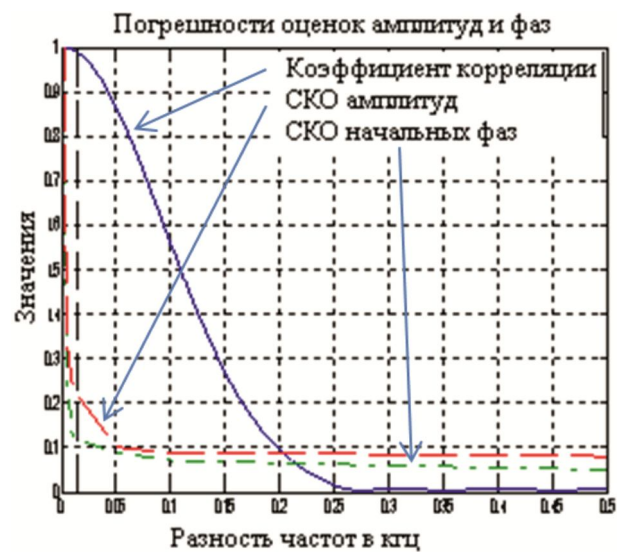


Рис. 5. Погрешности (СКО) оценок амплитуд и начальных фаз канальных сигналов в зависимости от разности частот в каналах связи

Ограничением скорости передачи информации и эффективности использования частотной полосы является ширина сингулярного максимума, которая зависит от отношения сигнал/шум.

Заключение

1. В работе представлены новые возможности в решении задачи уплотнения выделенной частотной полосы. Они основаны на использовании в системах связи фильтров максимального правдоподобия, которые могут отфильтровывать неортогональные по частоте канальные сигналы. Эффективность фильтрации сигналов фильтрами максимального правдоподобия весьма высокая и обеспечивает, за счет уплотнения каналов связи, возможность увеличения скорости передачи информации по сравнению со скоростью Шеннона в потенциале в 19 раз при отношении сигнал/шум 20 дБ.

2. Определена структура фильтров максимального правдоподобия, выведены выражения, определяющие импульсную и частотную характеристики этих фильтров. Установлено, что фильтры максимального правдоподобия

бия, в отличие от остальных фильтров, содержат информацию о взаимно-корреляционных связях между канальными сигналами, входящими в состав группового сигнала, и исключают влияние сопутствующих сигналов на выделенный сигнал. Они могут эффективно работать в области неортогональности канальных сигналов.

3. Показано, что метод максимального правдоподобия в приложении к системам связи практически полностью исключает ограничения, связанные с соотношением неопределенности. Естественным ограничением является ширина сингулярных максимумов на поверхности функциональных зависимостей, определяющих решения уравнений правдоподобия. Она зависит от отношения сигнал/шум.

Литература

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов по специальности «Радиотехника». – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1988. – 448 с.
2. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. пособие для вузов. – М.: Радиотехника, 2003, – 400 с.
3. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. «Сов. Радио» 1974, – 360 с.
4. Радиотехнические системы: Учеб. пособие для вузов по специальности «Радиотехника» / Ю.П. Гришин, В.П. Ипатов, Ю.М. Казаринов и др.; под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1990. – 496 с.
5. Слюсар В.И., Смоляр В.Т. Частотное уплотнение каналов связи на основе сверхрэлеевского разрешения сигналов. Радиотехника. Изв. Вузов. 2003. № 7. – С. 30-39.
6. Пахотин В.А., Анискевич В.М. Частотное уплотнение каналов связи на основе неортогональных сигналов. Цифровая обработка сигналов и ее применение: сборник докладов 16-й Международной конференции и выставки. – Москва, 2014. – Вып. XVI. – С. 296-300.
7. Пахотин В.А., Строков В.И., Алещенко А.Н. Неортогональные сигналы в системах связи с частотным разделением каналов. «Радиолокация. Навигация. Связь»: сборник докладов 20-й международной научно-технической конференции. М.: Воронеж, НПФ «Сакво-ее», 2014. –354 с.
8. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. М.: Техносфера, 2014. – 112 с. ISBN 978-5-94836-378-8
9. Макаров С.Б., Цикин И.А. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания. – М.: Радио и связь, 1988. – 304 с.: ISBN 5-256-00067-5.
10. Симонов Р.В., Пахотин А.В. Петров С.В., Молостова С.В. Разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия. В сб. «Радиоэлектронные устройств и системы для инфокоммуникационных технологий, REDS-2021», Москва, 2021. – С. 41-45.

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом 250 экз.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в базу данных Web of Science – Russian Science Citation Index (287-я позиция)

Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

- № 3 октябрь 2021 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».
- № 4 сентябрь 2021 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».
- № 1 март 2022 г. Тематический выпуск: «ЦОС в инфокоммуникационных системах».
- № 2 июль 2022 г. Тематический выпуск по материалам 24-й Международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

- 4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.
- 2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.
- 1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора

д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ ПЕРИОДОГРАММНОГО МЕТОДА ОБРАБОТКИ СЕГМЕНТОВ БИНАРНО-КВАНТОВАННОГО СИГНАЛА С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЕСОВЫХ ОКОННЫХ ФУНКЦИЙ

Якимов В.Н., д.т.н., профессор Самарского государственного технического университета, e-mail: yvnr@hotmail.com;

Машиков А.В., аспирант Самарского государственного технического университета, e-mail: mavstu@list.ru

SPECTRAL ANALYSIS BASED ON THE PERIODOGRAM METHOD OF PROCESSING A PSEUDO-ENSEMBLE OF BINARY-QUANTIZED SIGNAL SEGMENTS USING WINDOW FUNCTIONS

Yakimov V.N., Mashkov A.V.

The article discusses the development of mathematical and algorithmic support for the spectral analysis of signals based on the calculation and averaging of periodogram estimates of the power spectral density (PSD). A special feature of this development is that the formation of a pseudo-ensemble of segments to be processed is carried out using binary-sign stochastic quantization of the analyzed signal. The use of this type of quantization made it possible to carry out analytical calculation of integral operations in the transition from the analog form of modified periodograms to their calculation in discrete form. As a result, the calculation of the PSD estimate has been reduced to processing discrete values of functions, which are determined only by the type of window functions used. The main operations of such processing are addition and subtraction operations. The need to perform multiplication operations is practically eliminated, which increases the efficiency of spectral analysis. The results of the numerical experiment showed that the developed approach allows performing spectral analysis at a sufficiently low signal-to-noise ratio.

Key words: power spectral density, periodogram, window function, binary stochastic quantization.

Ключевые слова: спектральная плотность мощности, периодограмма, оконная функция, бинарное стохастическое квантование.

Введение

Спектральный анализ сигналов представляет практический интерес во многих областях современной науки и техники. Исследование частотного состава сигналов позволяет контролировать текущее состояние различных по своему назначению технических систем и технологического оборудования в режиме их штатного функционирования. При этом анализируемые сигналы, как правило, являются сложными по своему частотному составу. Это выражается в том, что они представляют собой совокупность гармонических составляющих и шумовых помех. Последние могут быть, как собственными шумами, сопровождающими технологические процессы, так и внешними по отношению к ним шумами различного физического происхождения, носящими случайный характер. Спектральный анализ таких сигналов предполагает оценивание спектральной плотности мощности (СПМ), которая дает представление о его средней мощности, приходящееся на единичный частотный интервал [1, 2].

С развитием средств вычислительной техники оценивание СПМ преимущественно осуществляется в цифровом виде. При этом широкое применение получил периодограммный метод вычисления оценок СПМ на основе выполнения алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ). Периодограммный метод предполагает

Рассмотрена разработка математического и алгоритмического обеспечения для спектрального анализа сигналов на основе вычисления и усреднения периодограммных оценок спектральной плотности мощности (СПМ). Особенностью данной разработки является формирование псевдоансамбля подлежащих обработке сегментов с применением бинарно-знакового стохастического квантования реализации анализируемого сигнала. Использование данного вида квантования позволило осуществить аналитическое вычисление интегральных операций при переходе от аналоговой формы модифицированных периодограмм к их вычислению в дискретном виде. Вследствие этого вычисление оценки СПМ свелось к обработке дискретных значений функций, вид которых определяется только видом применяемых оконных функций. Основными операциями такой обработки являются операции сложения и вычитания. Практически исключена необходимость выполнения операций умножения, что повышает оперативность проведения спектрального анализа. Результаты численного эксперимента показали, что разработанный подход позволяет осуществлять спектральный анализ при достаточно низком отношении сигнал/шум.

ет вычисление оценки СПМ по одной реализации сигнала при условии, что он обладает свойствами стационарности и эргодичности. В общем случае такая оценка СПМ будет давать статистически неустойчивые результаты спектрального анализа. Это приводит к тому, что периодограммные оценки СПМ для сильно зашумленных сигналов будут иметь значительные флуктуации относительно истинных значений частотных составляющих. Следствием этого может стать потеря в оценке спектра слабых гармонических составляющих при низком отношении сигнал/шум. Кроме того, ввиду анализа

реализации сигнала конечной длительности, имеет место эффект «утечки» энергии в боковые лепестки. Такой эффект приводит к наложению и искажению спектральных линий в оценке СПМ, и слабые спектральные компоненты могут маскироваться боковыми лепестками более сильных спектральных компонент [1, 2].

С целью улучшения оценки СПМ используют метод усредненных модифицированных периодограмм. Согласно этому методу реализация сигнала на интервале времени его анализа представляется в виде псевдоансамбля сегментов. Тогда оценка СПМ вычисляется усреднением периодограммных оценок, которые вычисляются для каждого сегмента псевдоансамбля. Для увеличения числа сегментов при ограниченной длительности наблюдаемой реализации сигнала допускается их частичное перекрытие. При этом чтобы ослабить утечку в боковые лепестки используют оконные функции для сглаживания сегментов [1, 2]. Нетрудно видеть, что такой подход к оцениванию СПМ представляет собой достаточно сложный вычислительный процесс. При этом особенностью этого процесса является то, что основными операциями вычислительных процедур являются операций умножения. Поэтому алгоритмы, реализующие метод усредненных модифицированных периодограмм в цифровом виде, даже при использовании БПФ могут потребовать существенных временных затрат. Отсюда следует, что разработка эффективных цифровых алгоритмов для вычисления оценок СПМ на основе метода усредненных модифицированных периодограмм остается актуальной задачей.

Предлагаемый подход к вычислению периодограммной оценки СПМ

Одним из путей повышения вычислительной производительности цифровых алгоритмов является снижение разрядности обрабатываемых отсчетов анализируемого сигнала. Исходя из этого, в предельном случае для представления сигналов в цифровой форме используют грубое бинарное квантования [3, 4]. В [5, 6] показано, что в процессе решения задач статистической обработки сигналов получить эффективные решения позволяет применение бинарно-знакового стохастического квантования. Особенностью процедуры такого квантования является ее рандомизация за счет использования в качестве пороговой функции вспомогательного случайного сигнала $\xi(t)$. При этом вспомогательный сигнал $\xi(t)$ должен иметь равномерное распределение и принимать значения в пределах от $-\xi_{\max}$ до $+\xi_{\max}$, где значение величины ξ_{\max} определяется исходя из динамического диапазоном изменения квантуемой реализации сигнала.

При спектральном анализе практический интерес представляют частотные составляющие сигнала. Поэтому в процессе его осуществления обработке подвергается центрированная реализация сигнала $x(t)$, имеющая нулевое среднее значение. Результат бинарно-

знакового стохастического квантования такой реализации будет равен:

$$z(t) = +1, \text{ если } x(t) \geq \xi(t);$$

$$z(t) = -1, \text{ если } x(t) < \xi(t).$$
(1)

На основе данного вида квантования и прямого преобразования Фурье в [7] разработан алгоритм для оценки СПМ с использованием временных весовых функций. При этом его разработка осуществлена в результате перехода к оценке корреляционной функции, вследствие чего требуется осуществлять две независимых процедуры бинарно-знакового стохастического квантования сигнала при подготовке исходных данных. В [8] на основе метода усреднения преобразования Фурье псевдоансамбля сегментов разработан алгоритм для цифрового гармонического анализа. Однако при этом не рассмотрен вопрос применения оконных функций при обработке сегментов результата бинарно-знакового стохастического квантования. С учетом этих работ рассмотрим разработку математического и алгоритмического обеспечения для оценивания СПМ на основе метода усредненных модифицированных периодограмм, когда для преобразования в цифровой код используется бинарно-знаковое стохастическое квантование.

Согласно методу усредненных модифицированных периодограмм в процессе оценки СПМ обработке подвергается совокупность сегментов анализируемого сигнала. В общем случае эти сегменты могут перекрываться, образуя так называемый псевдоансамбль. В соответствии с этим рассмотрим псевдоансамбль, который сформирован из сегментов результата бинарно-знакового стохастического квантования. Для иллюстрации такого псевдоансамбля за основу возьмем рисунок, приведенный в [8] (см. рис. 1).

Представленный на рис. 1 псевдоансамбль состоит из M сегментов длительностью T каждый. Смещение этих сегментов друг относительно друга равно T_0 . Если за начальное время анализа принять $t_0 = 0$, то для m -го сегмента будем иметь:

$$z(m, t) = z(t), \text{ где } (m-1)T_0 \leq t \leq (m-1)T_0 + T$$

и $1 \leq m \leq M$.

(2)

Периодограммная оценка для m -го сегмента будет иметь вид:

$$\hat{S}_{XX}(m, f_k, T) = \frac{\xi_{\max}^2}{TW} |\hat{S}_{ZZ}(m, f_k, T)|^2,$$
(3)

$$\hat{S}_{ZZ}(m, f_k, T) = \int_0^T z(t + (m-1)T_0)w(t) \exp(-j2\pi f_k t) dt,$$
(4)

где $f_k = kf_0$ и $f_0 = T^{-1}$.

В (4) $w(t)$ оконная функция, а W средняя мощность оконной функции.

Усредненная модифицированная периодограммная оценка СПМ будет равна:

$$\hat{S}_{XX}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{S}_{XX}(m, f_k, T),$$
(5)

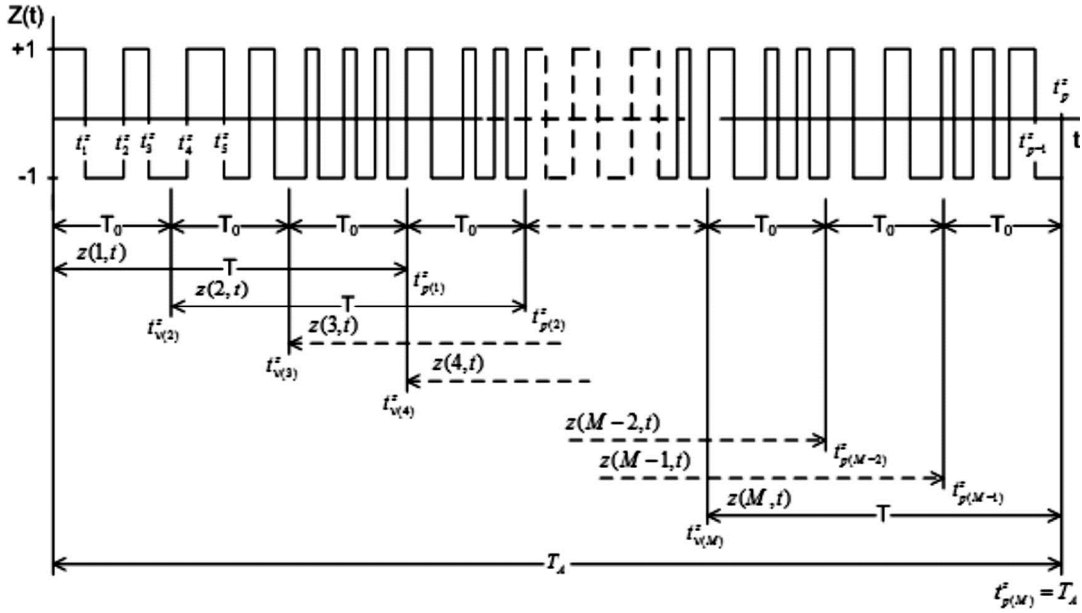


Рис. 1. Сегментирование результата бинарно-знакового стохастического квантования $z(t)$

Запишем (4) в следующем виде:

$$\hat{S}_{ZZ}(m, f_k, T) = \hat{a}_{k,m} - j\hat{b}_{k,m}, \quad (6)$$

$$\text{где } \hat{a}_{k,m} = \int_0^T z(t + (m-1)T_0) w(t) \cos 2\pi f_k t dt, \quad (7)$$

$$\hat{b}_{k,m} = \int_0^T z(t + (m-1)T_0) w(t) \sin 2\pi f_k t dt. \quad (8)$$

Тогда

$$\hat{S}_{XX}(m, f_k, T) = \frac{\xi^2}{TW} (\hat{a}_{k,m}^2 + \hat{b}_{k,m}^2), \quad (9)$$

Аналогичным образом, как это было сделано в [7], введем в рассмотрение функции:

$$g_a(f, t) = w(t) \cos 2\pi f t, \quad (10)$$

$$g_b(f, t) = w(t) \sin 2\pi f t. \quad (11)$$

С учетом функций (10) и (11) получаем:

$$\hat{a}_{k,m} = \int_0^T z(t + (m-1)T_0) g_a(f_k, t) dt, \quad (12)$$

$$\hat{b}_{k,m} = \int_0^T z(t + (m-1)T_0) g_b(f_k, t) dt. \quad (13)$$

Длительности сегментов псевдоансамбля равны $T = LT_0$. Можно считать, что каждый такой сегмент состоит из L непересекающихся сегментов длительностью T_0 . Отметим, что для сегментов псевдоансамбля на рис. 1 $L = 3$. Тогда для (12) и (13) получаем:

$$\hat{a}_{k,m} = \sum_{l=1}^L \int_{(l-1)T_0}^{lT_0} z(t + (m-1)T_0) g_a(f_k, t) dt, \quad (14)$$

$$\hat{b}_{k,m} = \sum_{l=1}^L \int_{(l-1)T_0}^{lT_0} z(t + (m-1)T_0) g_b(f_k, t) dt. \quad (15)$$

На интервале времени анализа T_A будем иметь $N = M + L - 1$ неперекрывающихся сегментов длитель-

ностью T_0 . С учетом того, что $t_0 = 0$, границам этих сегментов, образующих m -ый сегмент псевдоансамбля, будут соответствовать моменты времени:

$$t_{l+m-1} = lT_0 + (m-1)T_0 = (l+m-1)T_0, \quad (16)$$

где $1 \leq m \leq M$ и $1 \leq l \leq L$.

С учетом (16) для (14) и (15) будем иметь:

$$\hat{a}_{k,m} = \sum_{l=1}^L \int_{t_{l+m-2}}^{t_{l+m-1}} z(t) g_a(f_k, t - (m-1)T_0) dt, \quad (17)$$

$$\hat{b}_{k,m} = \sum_{l=1}^L \int_{t_{l+m-2}}^{t_{l+m-1}} z(t) g_b(f_k, t - (m-1)T_0) dt. \quad (18)$$

Если принять, что $n = (l+m-1)$, то (16) определяет множество отсчетов времени для сегментов длительностью T_0 :

$$\{t_0 = 0; t_n = nT_0; 1 \leq n \leq N\}, \text{ где } t_N = T_A. \quad (19)$$

Тогда (17) и (18) примут вид:

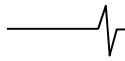
$$\hat{a}_{k,m} = \sum_{n=m}^{m+L-1} \hat{\alpha}_{k,n}, \quad (20)$$

$$\hat{b}_{k,m} = \sum_{n=m}^{m+L-1} \hat{\beta}_{k,n}, \quad (21)$$

$$\text{где } \hat{\alpha}_{k,n} = \int_{t_{n-1}}^{t_n} z(t) g_a(f_k, t - t_m) dt, \quad (22)$$

$$\hat{\beta}_{k,n} = \int_{t_{n-1}}^{t_n} z(t) g_b(f_k, t - t_m) dt. \quad (23)$$

Как следует из (22) и (23), задача свелась к вычислению оценок $\hat{\alpha}_{k,n}$ и $\hat{\beta}_{k,n}$, которые должны суммироваться согласно (20) и (21). Отметим, что оценки $\hat{\alpha}_{k,n}$ и $\hat{\beta}_{k,n}$ вычисляются на неперекрывающихся сегментах длительностью T_0 .



Рассмотрим вычисление оценок $\hat{\alpha}_{k,n}$ и $\hat{\beta}_{k,n}$. Для этого, как и в [7, 8] используем разработанную в [9] дискретно-событийную модель для представления результата бинарно-знакового стохастического квантования в дискретном виде. Она основана на том факте, что он может быть равен только «-1» или «+1», и смена этих значений во времени происходит последовательно. Согласно этой модели для результата бинарно-знакового стохастического квантования достаточно знать только одно значение $z(t_0)$, соответствующее начальному моменту времени квантования $t_0 = t_0^Z = 0$, и множество отсчетов времени $\{t_i^Z : 1 \leq i \leq (I-1)\}$, в которые на интервале времени анализа $T_A = t_I = NT_0$ происходит смена его значений. Следовательно, для n -ого сегмента достаточно знать значение $z(t_{n-1})$ и отсчеты времени t_i^Z на интервале $t_{n-1} \leq t \leq t_n$. В соответствии с этим для границ интервала $t_{n-1} \leq t \leq t_n$ введем обозначения $t_{v(n)}^Z$ и $t_{v(n)+r(n)+1}^Z$, где индексы $v(n)$ и $r(n)$ являются целыми числами. Такие обозначения этих индексов показывает их зависимость от номера сегмента. Тогда для n -го сегмента будем иметь множество отсчетов времени:

$$\{t_{v(n)+1}^Z, t_{v(n)+2}^Z, \dots, t_{v(n)+j}^Z, \dots, t_{v(n)+r(n)}^Z\} \in [t_{n-1}, t_n]. \quad (24)$$

Так как значения $z(t)$ равны «-1» или «+1». Поэтому интегралы в (22) и (23) с учетом (24) можно представить в виде суммы интегралов:

$$\hat{\alpha}_{k,n} = z(t_{n-1}) \sum_{j=0}^{r(n)} (-1)^j \int_{t_{v(n)+j}^Z}^{t_{v(n)+j+1}^Z} g_a(f_k, t - t_m) dt, \quad (25)$$

$$\hat{\beta}_{k,n} = z(t_{n-1}) \sum_{j=0}^{r(n)} (-1)^j \int_{t_{v(n)+j}^Z}^{t_{v(n)+j+1}^Z} g_b(f_k, t - t_m) dt. \quad (26)$$

Из (10) и (11) следует, что для непрерывной и интегрируемой по переменной времени оконной функцией $w(t)$ функции $g_a(f, t)$ и $g_b(f, t)$ также будут непрерывными и интегрируемыми по этой переменной. Поэтому существуют такие функции $G_a(f, t)$ и $G_b(f, t)$, для которых выполняется условия дифференцируемости [10]:

$$dG_a(t, f) = g_a(t, f) dt, \quad (27)$$

$$dG_b(t, f) = g_b(t, f) dt. \quad (28)$$

Исходя из (27) и (28), интегралы в (25) и (26) вычисляются аналитически:

$$\hat{\alpha}_{k,n} = z(t_{n-1}) \left(A_{k,n} - 2 \sum_{j=1}^{r(n)} (-1)^j G_a(f_k, t_{v(n)+j}^Z - t_m) \right), \quad (29)$$

$$\hat{\beta}_{k,n} = z(t_{n-1}) \left(B_{k,n} - 2 \sum_{j=1}^{r(n)} (-1)^j G_b(f_k, t_{v(n)+j}^Z - t_m) \right), \quad (30)$$

$$A_{k,n} = G_a(f_k, t_{v(n)}^Z - t_m) + (-1)^{r(n)} G_a(f_k, t_{v(n)+r(n)+1}^Z - t_m), \quad (31)$$

$$B_{k,n} = G_b(f_k, t_{v(n)}^Z - t_m) + (-1)^{r(n)} G_b(f_k, t_{v(n)+r(n)+1}^Z - t_m). \quad (32)$$

Введем обозначение $\Delta t_{v(n),j} = t_{v(n)+j}^Z - t_m$. Тогда:

$$\hat{\alpha}_{k,n} = z(t_{n-1}) \left(A_{k,n} - 2 \sum_{j=1}^{r(n)} (-1)^j G_a(f_k, \Delta t_{v(n),j}) \right), \quad (33)$$

$$\hat{\beta}_{k,n} = z(t_{n-1}) \left(B_{k,n} - 2 \sum_{j=1}^{r(n)} (-1)^j G_b(f_k, \Delta t_{v(n),j}) \right), \quad (34)$$

$$A_{k,n} = G_a(f_k, \Delta t_0) + (-1)^{r(n)} G_a(f_k, \Delta t_{v(n),r(n)+1}), \quad (35)$$

$$B_{k,n} = G_b(f_k, \Delta t_0) + (-1)^{r(n)} G_b(f_k, \Delta t_{v(n),r(n)+1}), \quad (36)$$

Соотношения (9), (20), (21) и (33)-(36) определяют вычислительные процедуры и последовательность их выполнения в процессе получения периодограммной оценки СПМ для m -го сегмента. Согласно (5) вычисляется усредненная модифицированная периодограммная оценка СПМ. Основу этих соотношений составляют операции сложения и вычитания значений функций $G_a(t, f)$ и $G_b(t, f)$ для дискретных частот $f_k = kf_0$ и $\Delta t_{v(n),j}$.

Результаты численных экспериментов

Соотношения (5), (9), (20), (21) и (33)-(36) стали основой разработки цифрового алгоритма, который был реализован в виде специализированного программного модуля. Экспериментальные исследования этого модуля проводились на основе имитационного моделирования процедуры бинарно-знакового стохастического квантования. При этом центрированная реализация сложного сигнала представляла собой модель следующего вида:

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k^H \cos(2\pi f_k^H t + \varphi_k) + e(t). \quad (37)$$

В (37) приняты следующие обозначения:

- 1) A_k^H – нормированные амплитуды, значения которых задавались от нуля до единицы;
- 2) $f_k^H = f_k / 2F_{\max}$ – частоты гармонических составляющих, значения которые задавались от нуля до 0,5 и интерпретировались как нормированные относительно верхней граничной частоты F_{\max} диапазона оценивания СПМ.
- 3) φ_k – начальные фазы, значения которых задавались с использованием генератора равномерно распределенных величин из интервала $-\pi \leq \varphi_k \leq \pi$.

В качестве аддитивного шума $e(t)$ добавлялся белый шум, который генерировался с нулевым средним значением и дисперсией σ_e^2 .

В частности рассмотрим результат оценки СПМ, полученный для модели $x(t)$, которая содержала двенадцать гармонических составляющих, значения параметров которых приведены в табл. 1. При этом дисперсия шума $e(t)$ была равна единице. Применение оконных функций определяется видом анализируемого сигнала и задачей,

решаемой в ходе осуществления спектрального анализа [11-14]. Для примера на рис. 2 представлены нормированные оценки СПМ (normalized PSD estimates), вычисленные для этой модели с применением треугольного (Бартлетта) окна по одной, пяти, десяти и пятнадцати сегментам. Перекрывание сегментов составляло половину их длины.

Треугольное (Бартлетта) окно имеет вид:

$$w(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T}, & |t| \leq T; \\ 0, & |t| > T. \end{cases}$$

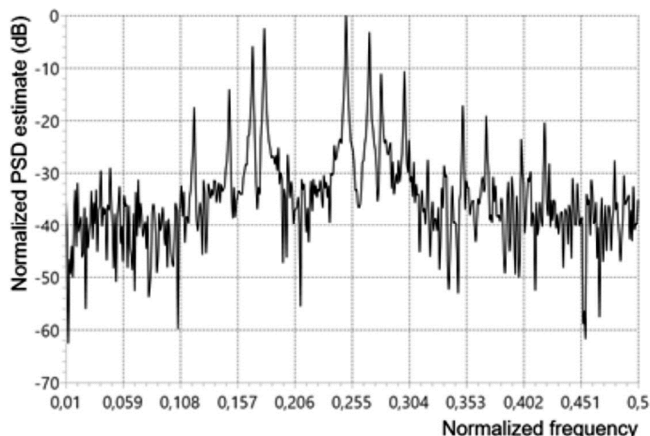
Функции $G_a(t, f)$ и $G_b(t, f)$ для треугольного (Бартлетта) окна равны:

$$G_a(f, t) = \left(1 - \frac{t}{T}\right) \frac{\sin 2\pi ft}{2\pi f} - \frac{1}{T} \frac{\cos 2\pi ft}{(2\pi f)^2}.$$

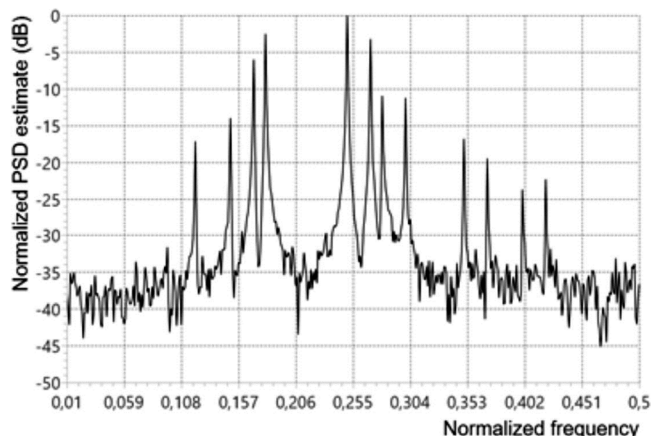
$$G_b(f, t) = -\left(1 - \frac{t}{T}\right) \frac{\cos 2\pi ft}{2\pi f} - \frac{1}{T} \frac{\sin 2\pi ft}{(2\pi f)^2}.$$

Значения параметров модели реализации $x(t)$

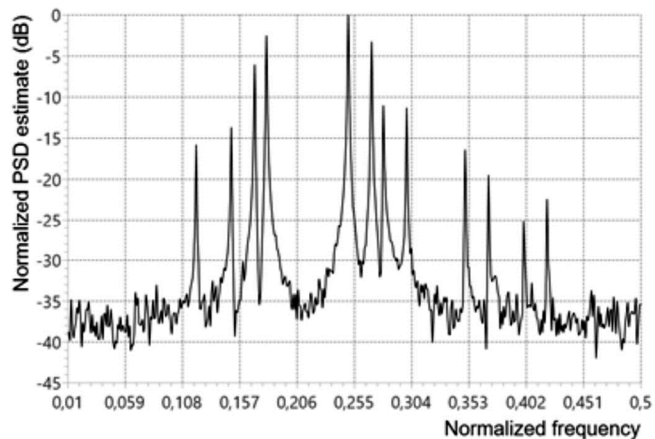
k	A_k^H	f_k^H	A_k^2 / A_{\max}^2 , дБ
1	0,15	0,12	-16,48
2	0,2	0,15	-13,98
3	0,5	0,17	-6,02
4	0,75	0,18	-2,50
5	1,0	0,25	0,00
6	0,7	0,27	-3,10



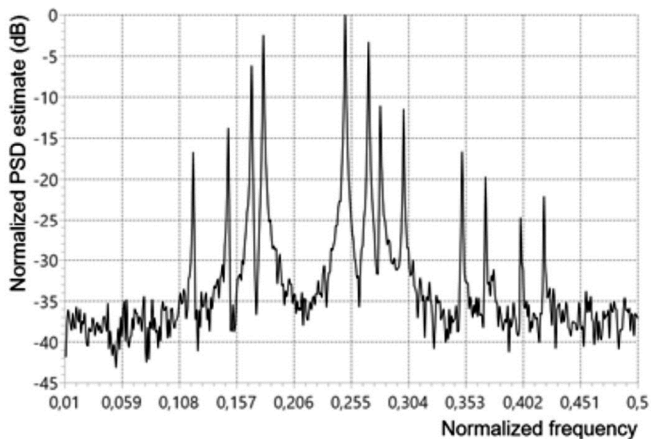
а) один сегмент



б) пять сегментов



в) десять сегментов



г) пятнадцать сегментов

Рис. 2. Нормированная оценка СПМ: треугольное (Бартлетта) окно

7	0,3	0,28	-10,46
8	0,25	0,3	-12,04
9	0,15	0,35	-16,48
10	0,1	0,37	-20,00
11	0,05	0,40	-26,02
12	0,07	0,42	-23,10

На графике оценки СПМ, вычисленной по одному сегменту, идентификация гармонических составляющих с малыми амплитудами затруднена. Наблюдается зашумление слабых гармонических составляющих. С увеличением числа обрабатываемых сегментов влияние аддитивного шума на оценку СПМ снижается и отчетливо прослеживается тенденция к её улучшению. Уже на графике оценки СПМ, вычисленной по пяти сегментам, имеется устойчивая идентификация гармонических составляющих, и их положение в спектре соответствует исходным значениям. Ложных спектральных линий нет. Результаты моделирования хорошо согласуются со значениями параметров гармонических составляющих, представленных в таблице.

Заключение

Разработано математическое обеспечение и соответствующее ему алгоритмическое обеспечение для оценки СПМ на основе метода усредненных модифицированных периодограмм. При этом формирование псевдоансамбля подлежащих обработке сегментов осуществляется с применением бинарно-знакового стохастического квантова-

ния реализации анализируемого сигнала. Использование данного вида квантования позволило осуществить аналитическое вычисление интегральных операций при переходе от аналоговой формы модифицированных периодограмм к их вычислению в дискретном виде. Результатом такого интегрирования стали функции $G_a(t, f)$ и $G_b(t, f)$, и вычисление оценки СПМ свелось к дискретной обработке этих функций, основными операциями которой являются операции сложения и вычитания. При этом практически исключено выполнение операций умножения, что повышает вычислительную эффективность спектрального анализа. Отметим, что функции $G_a(t, f)$ и $G_b(t, f)$ являются аналитическими, и их вид определяется только видом применяемых оконных функций. Поэтому набор таких функций может быть сформирован аналитически в зависимости от требований, предъявляемых к спектральному анализу. Разработанное математическое и алгоритмическое обеспечение может найти применение при разработке прикладного программного обеспечения многофункциональных систем для статистического анализа сложных сигналов [15, 16].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-08-00228-а).

Литература

1. Oppenheim A.V. Discrete-time signal processing: Third edition / A.V. Oppenheim, R.W. Schaffer – Pearson Higher Education, 2010. – 1108 p.
2. Marple, Jr.S.L. Digital spectral analysis with applications: Second edition / Jr.S.L. Marple – Dover Publications Inc, 2019. – 432 p.
3. Papadopoulos H.C. Sequential signal encoding from noisy measurements using quantizers with dynamic bias control / H.C. Papadopoulos, G.W. Wornell, A.V. Oppenheim // IEEE Transactions on information theory. – 2001. – Vol. 47, No. 3. Pp.978-1002. DOI: 10.1109/18.915654
4. Билинский И.Я. Стохастическая цифровая обработка непрерывных сигналов / И.Я. Билинский, А.К. Микельсон. – Рига: Зинатне, 1983. – 292 с.
5. Мирский Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с.
6. Max J. Methodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques. Vol. 1: Principes generaux et methodes classiques / J. Max – Paris: Masson, 1996. –354 p.
7. Якимов В.Н. Алгоритм вычисления оценки спектральной плотности мощности на основе обработки знаковых сигналов с использованием временных весовых функций / В.Н. Якимов, А.В. Машков // Цифровая обработка сигналов. – 2016. – № 4. – С. 3-8. http://www.dsps.ru/articles/year2016/jour16_4/art16_4_1.pdf
8. Якимов, В.Н., Машков А.В., Горбачев О.В. Цифровой гармонический анализ на основе метода усреднения Фурье-преобразования псевдоансамбля сегментов знакового сигнала / В.Н. Якимов, А.В. Машков, О.В. Горбачев // Цифровая обработка сигналов. – 2016. № 2. – С. 31-34. http://www.dsps.ru/articles/year2016/jour16_2/art16_2_6.pdf
9. Якимов В.Н. Цифровой комплексный статистический анализ на основе знакового представления случайных процессов / В.Н. Якимов // Известия Самарского научного центра РАН. – 2016. – Т. 18, – № 4(7). – С. 1346-1353. http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2016/2016_4_1346_1353.pdf
10. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. 8-изд. / Г.М. Фихтенгольц – М.: Физматлит, 2003. – 680 с.
11. Harris F.J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform / F.J. Harris // Proceedings of the IEEE. – 1978. – Vol. 66, No. 1. Pp. 51-83. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837.
12. Prabhu K.M.M. Window functions and their applications in signal processing / K.M.M. Prabhu – CRC Press, Taylor and Francis Group, 2014. – 382 p.
13. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. – М.: Техносфера, – 2014. – 112 с.
14. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. Изд. 2-е. / В.П. Дворкович, А.В. Дворкович – М.: Техносфера, 2016. – 208 с.
15. Якимов, В.Н., Горбачев О.В. Программно-аппаратное обеспечение системы оценки амплитудного спектра многокомпонентных процессов / В.Н. Якимов, О.В. Горбачев // Приборы и техника эксперимента. – 2013. – № 5. – С. 49-55. https://www.elibrary.ru/download/elibrary_20158298_46768166.pdf
16. Yakimov V.N., Zaberzhinskij B.E., Mashkov A.V. Bukanova Yu.V. Multi-threaded Approach to Software High-speed Algorithms for Spectral Analysis of Multi-component Signals // Proceedings of IEEE XXI International Conference on Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP). 2019. Pp. 698-701.

ПОСТРОЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ КАМ СИГНАЛОВ

Маслаков М.Л., к.т.н., ведущий научный сотрудник, АО «Российский институт мощного радиостроения»,
e-mail: maslakovml@gmail.com;

Терновая А.К., студентка ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича», e-mail: ternovaya_00@bk.ru

ESTIMATION OF THE PROBABILITY DENSITY FUNCTION OF QAM SIGNALS

Maslakov M.L., Ternovaya A.K.

The article considers the problem of analyzing signals with quadrature amplitude modulation (QAM). The goal of the work is estimation of probability distribution density of the complex in-phase and quadrature components of QAM signal. The histogram method and the maximum likelihood method are used to get this estimation. The results of numerical simulation are presented.

Key words: probability density function, In-phase and Quadrature components, quadrature amplitude modulation, histogram method, maximum likelihood method, signal-to-noise ratio, noise dispersion.

Ключевые слова: плотность распределения вероятностей, комплексная огибающая, квадратурная амплитудная модуляция, гистограммный метод, метода максимума правдоподобия, отношение сигнал/шум, дисперсия шума.

Введение

Статистический анализ сигнальных созвездий манипулированных сигналов, принятых на фоне аддитивного шума, является одной из важнейших задач при обработке сигналов и принятии решения о переданном символе. Так, например, для сигналов с фазовой манипуляцией (ФМ), различных порядков (BPSK, QPSK и т.д.) применяются круговые (или полярные) распределения [1, 2]. На основе их анализа и обработки отсчетов сигнала получают, в частности, оценки отношения сигнал/шум (ОСШ) [3, 4] и вероятности ошибки [3]. Для получения этих оценок достаточно рассмотреть фазы принимаемых символов (или разности фаз для случая дифференциальной ФМ [5]) и ограничиться соответствующей одномерной плотностью распределения [3].

Однако в случае сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (КАМ, или QAM) необходимо рассмотреть синфазную и квадратурную составляющие комплексной огибающей \dot{U}_k каждого принимаемого символа [5, 6], т.е.

$$\dot{U}_k = I_k + iQ_k, \quad (1)$$

где I_k , Q_k – соответственно, синфазная и квадратурная составляющие, k – номер символа.

Отметим, что для ФМ сигналов, вообще говоря, также рассматривают коэффициенты комплексной огибающей \dot{U}_k , однако ограничиваются лишь $\varphi_k = \arg(\dot{U}_k)$.

Целью данной работы является построение плотности распределения вероятностей комплексной огибающей КАМ сигнала.

Описание модели

Пусть $s(t)$ – передаваемый сигнал с КАМ, который можно записать в следующем виде

Рассматривается задача анализа сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (КАМ). Целью работы является построение плотности распределения вероятностей коэффициентов комплексной огибающей КАМ сигнала. Для построения плотности применяются гистограммный метод и метод максимума правдоподобия. Показаны результаты численного моделирования.

$$s(t) = \sum_{k=1}^K A_k \cos(\omega t + \varphi_k) p(t - (k-1)T_{sym}), \quad (2)$$

где K – количество передаваемых символов, A_k – амплитуда передаваемого сигнала, $\omega = 2\pi f$ – несущая частота, φ_k – фазы передаваемых символов, T_{sym} – длительность символа, $p(t)$ – импульсная функция вида

$$p(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0; T_{sym}] \\ 0, & t \notin [0; T_{sym}] \end{cases} \quad (3)$$

Преобразование Гильберта сигнала (2) есть

$$\hat{s}(t) = \sum_{k=1}^K A_k \sin(\omega t + \varphi_k) p(t - (k-1)T_{sym}). \quad (4)$$

Тогда аналитический сигнал, соответствующий k -му передаваемому символу можно записать в форме

$$\dot{u}(t) = s(t) + i\hat{s}(t) = A_k \cos(\omega t + \varphi_k) + iA_k \sin(\omega t + \varphi_k) = A_k e^{i\varphi_k} e^{i\omega t}, \quad (5)$$

где множитель $A_k e^{i\varphi_k}$ – есть комплексная огибающая k -го сегмента сигнала $s(t)$, соответствующего k -му символу.

Соответствующие комплексные коэффициенты в форме (1) полностью характеризуют «информационную» составляющую КАМ сигнала и могут быть записаны в виде

$$\dot{U}_k = I_k + iQ_k = A_k e^{i\varphi_k}, \quad (6)$$

где $I_k = A_k \cos \varphi_k$, $Q_k = A_k \sin \varphi_k$.

Таким образом, КАМ сигнал кроме формы (2) часто представляют в виде модели [5]

$$s(t) = \sum_{k=1}^K (I_k \cos(\omega t) - Q_k \sin(\omega t)) p(t - (k-1)T_{sym}). \quad (7)$$

Принятый из канала с АБГШ сигнал запишем в форме $\tilde{s}(t) = s(t) + \xi(t)$, (8)

где $\xi(t)$ – АБГШ.

В результате при анализе сигнала для каждого k -го символа вместо (6) получают оценки синфазно-квадратурных составляющих в форме

$$\dot{U}_{\xi,k} = (I_k + \xi_{I,k}) + i(Q_k + \xi_{Q,k}), \quad (9)$$

где $\xi_{I,k}$ и $\xi_{Q,k}$ – соответствующие синфазно-квадратурные составляющие аддитивного шума $\xi(t)$.

Таким образом, при моделировании выборки синфазно-квадратурных составляющих принимаемого КАМ сигнала можно рассмотреть модель вида

$$\dot{U}_{\xi} = \dot{U} + G(\sigma^2) \cdot e^{iR}, \quad (10)$$

где \dot{U} – комплексный вектор отсчетов синфазно-квадратурных составляющих передаваемого сигнала, $G(\sigma^2)$ – вектор гауссовских чисел с дисперсией σ^2 и нулевым математическим ожиданием, R – вектор случайных чисел с равномерным законом распределения в диапазоне $[0; 2\pi]$

Отметим, что умножение векторов $G(\sigma^2)$ и e^{iR} в выражении (10) предполагается поэлементным.

В качестве примера на рис. 1 приведены сигнальные

созвездия наблюдаемых КАМ сигналов, полученные при реализации модели (10).

Здесь на рис. 1 красным показаны истинные (допустимые) значения вектора \dot{U} , синим – зашумленная выборка \dot{U}_{ξ} .

Построение плотности вероятности гистограммным методом

Простейшим методом непараметрической оценки плотности распределения вероятностей является гистограммный метод оценивания [7]. Суть метода сводится к оценке вероятностей попадания значений анализируемой выборки в заданные области.

В рассматриваемом случае анализа комплексной выборки \dot{U}_{ξ} необходимо осуществить разбиение на области с шагом, определяемым следующим образом

$$h = \frac{\max([I_{\xi}, Q_{\xi}]) - \min([I_{\xi}, Q_{\xi}])}{N-1}, \quad (11)$$

где I_{ξ} и Q_{ξ} – здесь и далее – вещественная и мнимая части вектора \dot{U}_{ξ} , N – количество областей (или ячеек).

Как известно, число ячеек, а точнее их размер, влияет на состоятельность получаемой оценки плотности распределения вероятностей и в тоже время зависит от объема имеющейся выборки.

На рис. 2-4 приведены примеры плотностей комплексных огибающих \dot{U}_{ξ} сигнала КАМ-4, полученные методом гистограмм, для различного объема выборки.

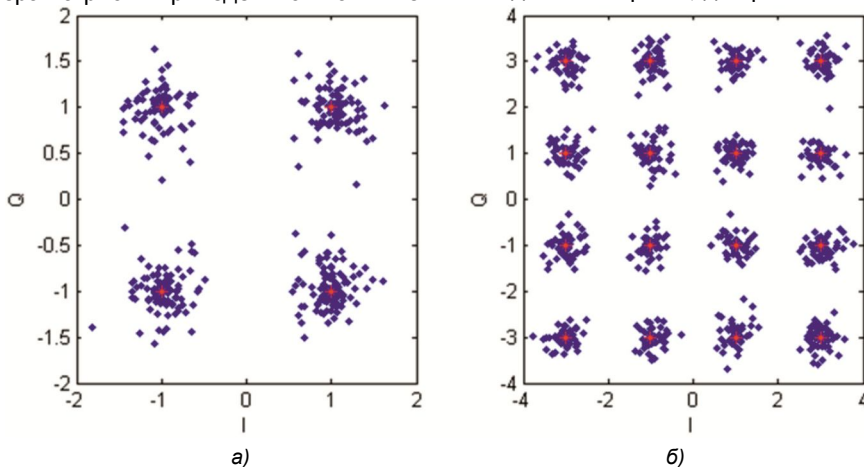


Рис. 1. Примеры сигнальных созвездий наблюдаемых КАМ сигналов: КАМ-4 (а), КАМ-16 (б)

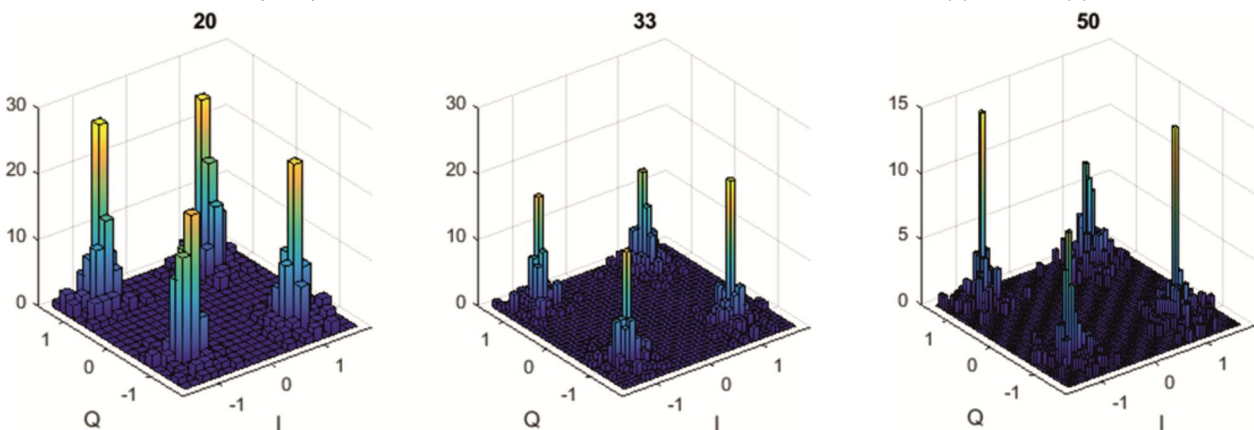


Рис. 2. Гистограммы коэффициентов комплексной огибающей при объеме выборки $K = 500$ при $N = 20$, $N = 33$ и $N = 50$

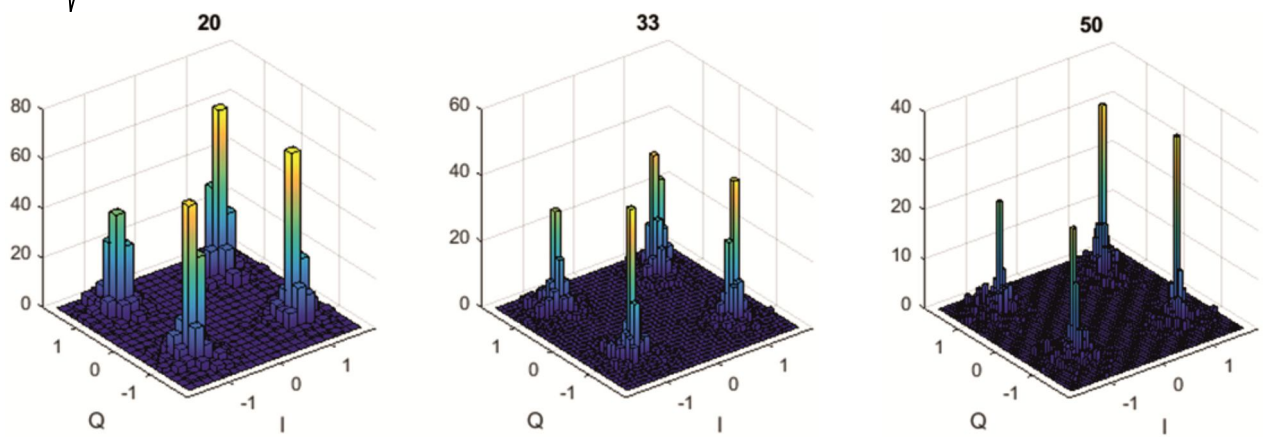


Рис. 3. Гистограммы коэффициентов комплексной огибающей при объеме выборки $K = 1000$ при $N = 20$, $N = 33$ и $N = 50$

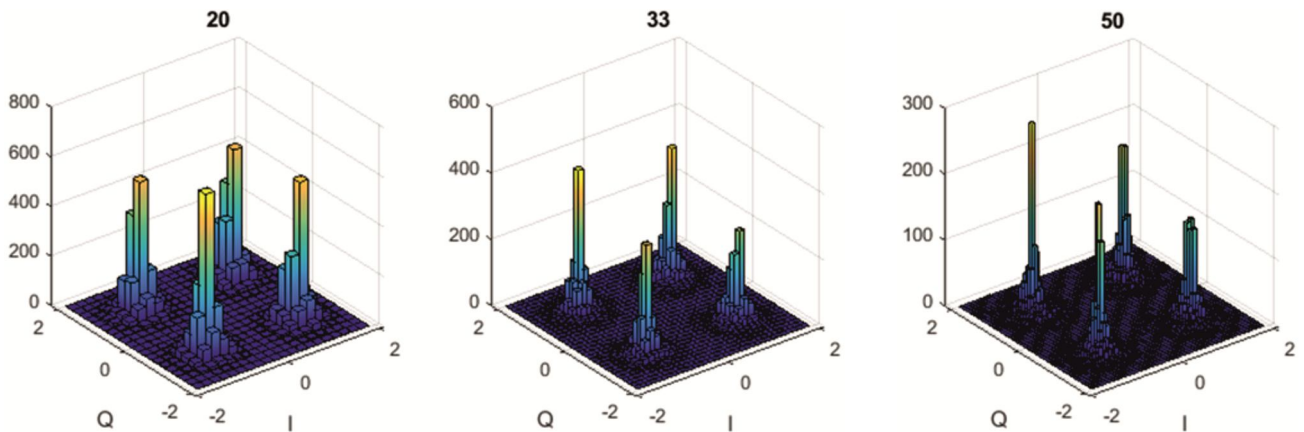


Рис. 4. Гистограммы коэффициентов комплексной огибающей при объеме выборки $K = 10000$ при $N = 20$, $N = 33$ и $N = 50$

Из приведенных на рис. 2 гистограмм, очевидно, что объема выборки $K = 500$ недостаточно для получения состоятельной оценки. При этом значение N логичнее выбирать следующим образом [8]

$$N = \sqrt{K}, \quad (12)$$

Как видно из рис. 3, 4 для анализа сигналов КАМ-4 требуется объем выборки $K > 1000$. Однако для случая более высокой позиционности модуляции, например, КАМ-16 потребуется увеличения объема выборки на порядок, что далеко не всегда может быть допустимо на практике.

Таким образом, несмотря на простоту реализации, гистограммный метод требует достаточно большого объема анализируемой выборки. Применение неравномерного адаптивного шага для размера ячеек (см., например, [9]) – более «мелкого» в области разрешенных состояний – потенциально позволит несколько уменьшить требования к объему выборки. Однако вычислительная сложность в этом случае увеличится. Поэтому при анализе относительно небольших выборок отсчетов векторов комплексной огибающей КАМ сигналов целесообразнее применение других методов, например, метод максимума правдоподобия.

Построение плотности вероятности методом максимума правдоподобия

Метод максимума правдоподобия позволяет построить плотность распределения путем оценки параметра

(или параметров) модели плотности распределения известного вида. Функцию правдоподобия, как правило, записывают через логарифм, т.е.

$$L(\alpha) = \sum_{k=1}^K \ln(W(\alpha, x_k)), \quad (13)$$

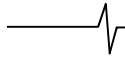
где $W(\alpha, x_k)$ – плотности распределения известного вида, x_k – элементы анализируемой выборки, α – оцениваемый параметр.

Как известно [8], двумерная нормальная плотность распределения в общем случае определяется выражением

$$W(x, y, \sigma_x, \sigma_y, m_x, m_y, \rho) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right)\right), \quad (14)$$

где σ_x, σ_y – средне-квадратичные отклонения (СКО) случайных величин x и y , соответственно, m_x, m_y – математические ожидания случайных величины x и y , ρ – коэффициент корреляции.

Полагая некоррелированность случайных величин x



и y , т.е. при значении $\rho = 0$, от (14) приходим к выражению

$$W(x, y, \sigma_x, \sigma_y, m_x, m_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\left(\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}\right)\right) \quad (15)$$

С учетом модели (10) положим значения СКО, а значит и дисперсий, равными, т.е.

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2. \quad (16)$$

Математические ожидания синфазно-квадратурных составляющих обозначим, соответственно, m_I и m_Q .

Их значения для каждого варианта передаваемого сигнала известны и приведены в таблице.

Значения математических ожиданий вариантов символов КАМ сигналов и обозначения соответствующих плотностей

КАМ-4		КАМ-16		Обозначение
m_I	m_Q	m_I	m_Q	
1	1	1	1	$W_0(I, Q, \sigma^2)$
-1	1	-1	1	$W_1(I, Q, \sigma^2)$
-1	-1	-1	-1	$W_2(I, Q, \sigma^2)$
1	-1	1	-1	$W_3(I, Q, \sigma^2)$
		3	3	$W_4(I, Q, \sigma^2)$
		1	3	$W_5(I, Q, \sigma^2)$
		-1	3	$W_6(I, Q, \sigma^2)$
		-3	3	$W_7(I, Q, \sigma^2)$
		-3	1	$W_8(I, Q, \sigma^2)$
		-3	-1	$W_9(I, Q, \sigma^2)$
		-3	-3	$W_{10}(I, Q, \sigma^2)$
		-1	-3	$W_{11}(I, Q, \sigma^2)$
		1	-3	$W_{12}(I, Q, \sigma^2)$
		3	-3	$W_{13}(I, Q, \sigma^2)$
		3	-1	$W_{14}(I, Q, \sigma^2)$
		3	1	$W_{15}(I, Q, \sigma^2)$

С учетом принятых обозначений, соответствующие выражения для плотностей коэффициентов комплексных огибающих сигналов КАМ-4 и КАМ-16 можно записать в виде следующих выражений

$$W_{КАМ4}(\dot{U}_\xi, \sigma^2) = W_{КАМ4}(I, Q, \sigma^2) = \frac{1}{4} \sum_{m=0}^3 W_m(\dot{U}_\xi, \sigma^2) = \frac{1}{4} \sum_{m=0}^3 W_m(I, Q, \sigma^2) \quad (17)$$

и

$$W_{КАМ16}(\dot{U}_\xi, \sigma^2) = W_{КАМ16}(I, Q, \sigma^2) = \frac{1}{16} \sum_{m=0}^{15} W_m(\dot{U}_\xi, \sigma^2) = \frac{1}{16} \sum_{m=0}^{15} W_m(I, Q, \sigma^2). \quad (18)$$

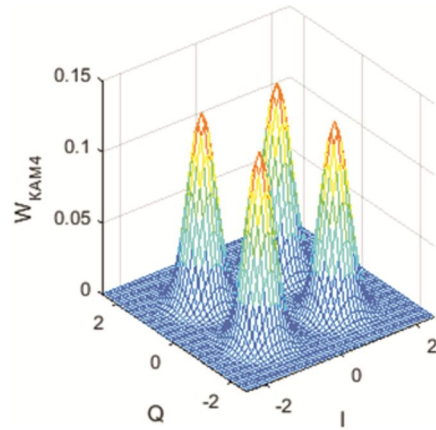
Подставив (17) или (18) в функционал правдоподобия (13) придем к соответствующим выражениям для оценки дисперсии методом максимального правдоподобия

$$\hat{\sigma}^2 = \arg(\max L(\sigma^2)), \quad (19)$$

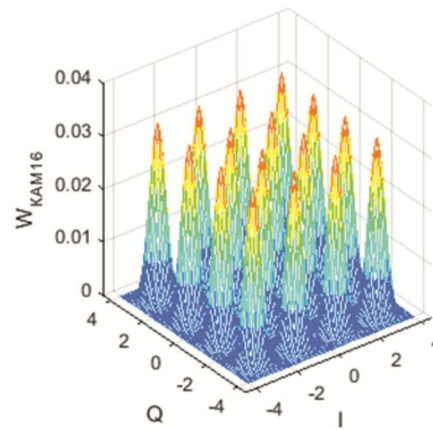
$$\text{где } L(\sigma^2) = \sum_{k=1}^K \ln(W_{КАМ4}(\dot{U}_{\xi,k}, \sigma^2)) \quad (20)$$

$$\text{или } L(\sigma^2) = \sum_{k=1}^K \ln(W_{КАМ16}(\dot{U}_{\xi,k}, \sigma^2)). \quad (21)$$

На рис. 5 приведены примеры плотностей распределения вероятностей комплексных огибающих КАМ сигналов полученные путем оценки дисперсий моделей плотностей (17), (18) методом максимума правдоподобия.



а)



б)

Рис. 5. Плотности распределения вероятностей комплексных огибающих КАМ сигналов: КАМ-4 (а), КАМ-16 (б)

Объем выборки при оценке дисперсии для построения данных плотностей составлял $K = 100$. При этом СКО ошибки оценки дисперсии модели (17) или (18) составляет величину порядка 10^{-2} .

Заключение

В работе получена плотность распределения вероятностей коэффициентов комплексной огибающей КАМ сигнала. Показано, что в случае применения гистограммного метода требуется значительный объем выборки, что недопустимо при анализе сигналов принимаемых из каналов с быстро меняющимися характеристиками.

Поэтому авторами рассмотрено применение метода максимума правдоподобия. Выведено аналитическое выражение функции плотности распределения вероятностей комплексной огибающей для случая сигналов с КАМ-4 и КАМ-16.

Полученные результаты могут найти применение в задачах оценки ОСШ информационных сигналов с КАМ модуляцией.

Литература

1. Mardia K.V., Jupp P.E. Directional Statistics. John Wiley & Sons, Inc, 2000.
2. Jammalamadaka S.R., SenGupta A. Topics in Circular Statistics. – Singapore: World Scientific Publishing Co., 2001.
3. Смаль М.С. Бестестовые способы оценивания состояния коротковолнового радиоканала в адаптивных радиолиниях. Дис. на соиск. канд. техн. наук. – Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 2018.
4. Патюков В.Г., Патюков Е.В., Силантьев А.А. Оцен-

ка отношения сигнал/шум на основе фазовых флуктуаций сигнала // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. – 2013. – № 4. – С. 1.

5. Xiong F. Digital Modulation Techniques, Second Edition. – Boston: Artech House, Inc, 2006.
6. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Советское радио, 1966.
7. Сирота А.А. Методы и алгоритмы анализа данных и их моделирование в MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016.
8. Иглин С.П. Теория вероятностей и математическая статистика на базе MATLAB. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2006.
9. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. – М. Наука, 1979.

НОВЫЕ КНИГИ

Приходько А.И.

Теория сигналов электрической связи. В 3-х томах. Том 1. – Детерминированные сигналы / Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2021 г. 364 с.: ил.

Приведены основные сведения о системах электрической связи. Рассмотрены основные модели и характеристики детерминированных сигналов и вопросы спектрального и корреляционно-спектрального анализа периодических и непериодических сигналов. Представлены принципы аналого-цифрового преобразования непрерывных сигналов. Рассмотрены методы описания и комплексного представления узкополосных сигналов.

Рекомендовано УМО РАЕ по классическому университетскому и техническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 11.03.01 – «Радиотехника»

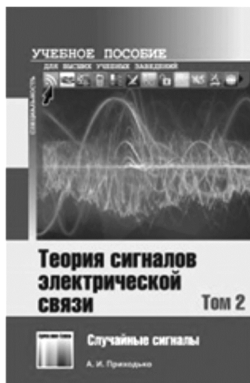


Приходько А.И.

Теория сигналов электрической связи. В 3-х томах. Том 2. Случайные сигналы / Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2021 г. 288 с.: ил.

Приведены общие сведения о случайных сигналах. Рассмотрены основные классы и модели случайных сигналов. Обсуждены вопросы представления случайных сигналов. Рассмотрены методы описания узкополосных случайных сигналов.

Рекомендовано УМО РАЕ по классическому университетскому и техническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 11.03.01 – «Радиотехника».



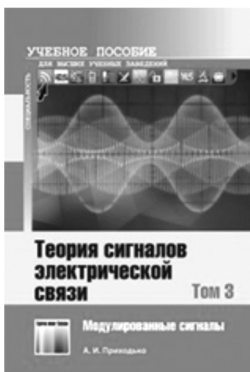
Приходько А.И.

Теория сигналов электрической связи. В 3-х томах. Том 3. – Модулированные сигналы / Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2021 г. 472 с.: ил.

Даны основные характеристики, методы формирования и обработки сигналов с аналоговой модуляцией. Рассмотрены вопросы оптимального приема дискретных сигналов в непрерывных каналах связи. Рассмотрены статистические характеристики дискретных случайных последовательностей. Проведен анализ основных характеристик и методов оптимального приема сигналов с импульсно-кодовой модуляцией. Рассмотрены основные характеристики, методы формирования, обработки и оценки помехоустойчивости приема сигналов с двоичной и М-ичной дискретной модуляцией.

Рекомендовано УМО РАЕ по классическому университетскому и техническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучаю-

щихся по направлениям подготовки: 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 11.03.01 – «Радиотехника».



УДК 621.391.8

ОЦЕНКА ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ШУМ ДЛЯ КОРОТКИХ ВЫБОРОК ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

Егоров В.В., д.т.н., с.н.с., главный научный сотрудник, АО «Российский институт мощного радиостроения»; заведующий кафедрой ФГАОУ ВО ГУАП;

Маслаков М.Л., к.т.н., ведущий научный сотрудник, АО «Российский институт мощного радиостроения», e-mail: maslakovml@gmail.com

ESTIMATION OF SIGNAL-TO-NOISE RATIO VALUES FOR SHORT SAMPLES DATA SIGNALS

Egorov V.V., Maslakov M.L.

The article proposes method of estimation the signal-to-noise ratio using data signals of short duration. This problem is reduced to solving the inverse problem or the problem of inverse modeling, moreover the noise component dispersion value is estimated. From this estimate, signal-to-noise ratios and bit error rates can be determined. The results of numerical simulation are presented.

Key words: estimation, signal-to-noise ratio, noise dispersion, bit error rate.

Ключевые слова: оценка, отношение сигнал/шум, дисперсия шума, вероятность ошибки на бит.

Введение

Одной из главных задач обеспечения функционирования адаптивной системы радиосвязи является оценка показателей качества или характеристик радиоприемника, таких как вероятность ошибки на бит (ВОБ) и отношение сигнал/шум (ОСШ). В иностранной литературе, соответственно, bit error rate (BER) и signal-to-noise ration (SNR).

Для получения указанных оценок существуют методы, использующие тестовые (пилот) сигналы [1-3], а также бестестовые или слепые методы оценок [2, 4-7]. Вторая группа методов использует аппарат статистического анализа с учетом знания модели сигналов и их параметров.

Однако, как не парадоксально, в случаях, когда значение ОСШ достаточно велико большинство известных способов (и тестовых и слепых) не позволяют получить достаточно точную оценку при небольшом объеме анализируемых данных. Так, например, при значении ВОБ на выходе демодулятора порядка 10^{-3} для оценки его значения тестовым способом (экспериментальным) потребуется выборка порядка $10^4 \div 10^5$, что связано с существенными временными затратами. Кроме того, полученная таким образом оценка может стать не актуальной гораздо раньше, в силу изменчивости канала связи.

В тоже время своевременная оценка необходима при функционировании адаптивной системы связи для принятия решения, например, об увеличении скорости передачи данных путем перехода к модуляции более высокой позиционности.

Проблема такого рода возникает в каналах с быстроменяющимися условиями распространения, а также при функционировании адаптивной системы передачи

Предложен метод оценки отношения сигнал/шум на основе информационных сигналов малой длительности. Данная задача сведена к решению обратной задачи или задачи обратного моделирования, при этом оценивается величина дисперсии шумовой составляющей. На основе этой оценки могут быть получены оценки отношения сигнал/шум и вероятности ошибки на бит. Показаны результаты численного моделирования.

данных в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки, и, в частности, актуальна для систем связи декаметрового диапазона [1].

Таким образом, для наиболее эффективного функционирования системы связи, в частности для обеспечения максимальной информационной скорости передачи данных, важно не только получить достаточно точную оценку, но и получить ее своевременно. Последнее предполагает, что для этого будет использован сегмент сигнала относительно небольшой длительности.

В данной работе авторами был разработан метод для оценки ОСШ для выборки сигнала малой длительности.

Предлагаемый метод оценки

Пусть s – вектор отсчетов принятого сигнала, при демодуляции которого не обнаружено ни одной битовой ошибки, представляющий собой сумму

$$s = \bar{s} + \xi, \quad (1)$$

где \bar{s} – точные значения сигнала, ξ – аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ).

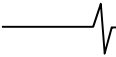
Полагаем, что сигнал \bar{s} соответствует передаче N символов.

Дисперсию данной шумовой реализации ξ обозначим как σ_{ξ}^2 , при этом она неизвестна.

Как известно [8] ОСШ определяется выражением

$$h^2 = \frac{W}{2\sigma_{\xi}^2}, \quad (2)$$

где W – мощность элементарного или единичного символа.



Таким образом, фактически целью данной работы является оценка дисперсии шумовой составляющей, которую обозначим $\hat{\sigma}_{\xi}^2$.

Допустим, что используется когерентная фазовая модуляция (ФМ, в иностранной литературе PSK). Как известно [9] ВОБ для сигналов с двухпозиционной ФМ (BPSK) при оптимальном когерентном приеме определяется выражением

$$P_0(h^2) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{h^2}\right), \quad (3)$$

где $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-y^2) dy$ – функция ошибки.

В данной работе авторами предлагается способ получения оценки $\hat{\sigma}_{\xi}^2$ как решение обратной задачи, методом обратного моделирования с использованием «контролируемого» шума.

Пусть $\eta_{m,l}$ – некоторая l -я реализация белого шума с заданной дисперсией $\sigma_{\eta,m}^2$. Для каждого значения $\sigma_{\eta,m}^2, m=1..M$ получим L вариантов реализаций вида $u_{m,l} = s + \eta_{m,l} = (\bar{s} + \xi) + \eta_{m,l}$, $m=1..M, l=1..L$.

Т.е. всего $M \cdot L$ вариантов выборок сигнала \bar{s} , принятого из канала АБГШ в условиях «контролируемого» шума η .

Очевидно, что значение ОСШ сигнала $u_{m,l}$ уменьшилось, а, следовательно, ВОБ на выходе демодулятора увеличилась. При этом для каждого известного значения $\sigma_{\eta,m}^2$ имеется L выборок. Тогда получим M оценок ВОБ следующим образом

$$\hat{P}(m) = \frac{1}{LN} \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N \bar{b}(n) \oplus b_{m,l}(n), \quad (5)$$

где $\bar{b} = \{\bar{b}(n), n=1..N\}$ – последовательность информационных бит, $b_{m,l} = \{b_{m,l}(n), n=1..N\}$ – вектор демодулированных бит сообщения, соответствующий сигналу $u_{m,l}$, \oplus – знак сложения по модулю 2.

Отметим, что последовательность бит \bar{b} может представлять собой как тестовые биты, так и информационные, полученные при демодуляции сигнала s .

При этом ОСШ сигнала $u_{m,l}$ есть

$$h_m^2 = \frac{W}{2\sigma_{\xi\eta,m}^2} = \frac{W}{2(\sigma_{\xi}^2 + \sigma_{\eta,m}^2)}. \quad (6)$$

В результате получим зависимость $\hat{P}(m) \equiv \hat{P}(h_m^2)$.

Сопоставив соответствующие зависимости (3) и (6) однозначно получим

$$h_m^2 = h^2|_{P_0=P(m)}. \quad (7)$$

В результате получим M уравнений вида

$$\frac{W}{2(\sigma_{\xi}^2 + \sigma_{\eta,m}^2)} = h^2|_{P=P(m)} \equiv \frac{W}{2\hat{\sigma}_{\xi\eta,m}^2}, \quad (8)$$

где $\hat{\sigma}_{\xi\eta,m}^2$ – оценка, полученная из (7).

При этом дисперсия σ_{ξ}^2 в (8) является единственной неизвестной. Очевидно, что

$$\hat{\sigma}_{\xi,m}^2 = \hat{\sigma}_{\xi\eta,m}^2 - \sigma_{\eta,m}^2. \quad (9)$$

Тогда, соответствующую оценку дисперсии шумовой составляющей ξ из (1) получим из выражения

$$\hat{\sigma}_{\xi}^2 = \operatorname{mean}(\hat{\sigma}_{\xi,m}^2) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\sigma}_{\xi,m}^2. \quad (10)$$

Подставив значение $\hat{\sigma}_{\xi}^2$ в (2), получим соответствующую оценку ОСШ на длительности сегмента сигнала соответствующего N символам (битам).

Реализация метода в реальных условиях и численный эксперимент

Выражение для ВОБ или модель (3) соответствует ВОБ для BPSK сигналов при оптимальном когерентном приеме в условиях АБГШ. Однако практическая реализация демодуляторов не является оптимальной, что приводит к несколько худшим значениям ВОБ для заданного ОСШ. В частности, это связано со следующим:

1) на практике часто имеет место не белый (окрашенный) шум, а также возможно наличие, например, импульсных помех;

2) не всегда удается обеспечить когерентность, например, в фазе принимаемых сигналов присутствуют «набеги», связанные с неидеальностью фазо-частотных характеристик фильтров;

3) на длительности символа укладывается не целое число периодов, что осложняет получение оценки.

Таким образом, более эффективным представляется оценка зависимости ВОБ для заданной модуляции для конкретной реализации демодулятора, с учетом возможной предварительной обработки сигнала, в частности при использовании выравнивающих фильтров (эквалайзеров), устранения скачков фазы и т.п.

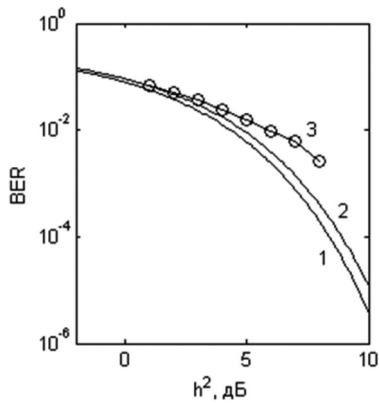
Естественно, что получить подобную зависимость можно для сигналов с любой позиционностью модуляции. Таким образом, потребуется своего рода «настройка» данного метода. Обозначим такую зависимость ВОБ $P_1(h^2)$.

На рисунке приведены зависимости ВОБ полученные из выражения (3) и экспериментально для одночастотного сигнала BPSK.

Отметим, что ключевым в рассматриваемой работе было следующее: имеется довольно маленькая выборка в условиях достаточно большого ОСШ. В текущих условиях ошибок обнаружено не было ввиду недостаточности объема экспериментальных данных, поэтому получить оценку о текущем значении вероятности ошибки на бит затруднительно.

Здесь же приведен пример зависимости оценки $\hat{P}(g_m^2)$, где g_m^2 соответствует значениям ОСШ в предположении, что $\sigma_{\xi}^2 = 0$, т.е.

$$g_m^2 = \frac{W}{2\sigma_{\eta,m}^2}. \quad (10)$$



Зависимости ВОБ от ОСШ: теоретическая $P_0(h^2)$ (кривая 1), экспериментальная $P_1(h^2)$ (кривая 2), оценка $\hat{P}(g_m^2)$ (кривая 3)

Отметим, что данная зависимость (кривая 3) получена путем добавления различных реализаций «контролируемого» шума с задаваемой дисперсией $\sigma_{\eta,m}^2$ к сигналу s , в котором содержится аддитивная шумовая составляющая (см. (1)) с дисперсией $\sigma_{\xi}^2 \neq 0$. Однако, так как ее значение неизвестно, на данном этапе мы временно положим ее равной 0. В результате полученная зависимость 3 получилась «хуже» представленных модельных кривых 1 и 2.

Представленная на рисунке зависимость $\hat{P}(g_m^2)$ была получена при истинном значении ОСШ $h^2 = 10$ дБ, что соответствует дисперсии $\sigma_{\xi}^2 = 0,277$. Передаваемый сигнал соответствовал $N = 50$ битам сообщения.

Для сравнения оценки $\hat{\sigma}_{\xi}^2$ будем получать для модели (3) и для экспериментальной зависимости $P_1(h^2)$, которые, соответственно, обозначим $\hat{\sigma}_{\xi,0}^2$ и $\hat{\sigma}_{\xi,1}^2$.

Погрешность получаемой оценки $\hat{\sigma}_{\xi}^2$ будем оценивать следующим образом

$$\sigma_{0,1}^2 = \frac{1}{K} \left\| \hat{\sigma}_{\xi,0,1}^2 - \sigma_{\xi}^2 \right\|, \tag{11}$$

где K – число проводимых испытаний.

Результаты численного моделирования предложенного метода оценки $\hat{\sigma}_{\xi}^2$ для различных значений N и L приведены в таблице.

Результаты численного моделирования

N	L	σ_0^2	σ_1^2
100	100	0,1	0,0372
	250	0,0998	0,0369
	500	0,0991	0,0365
50	100	0,1191	0,0562
	250	0,1150	0,0529
	500	0,1143	0,0513
30	100	0,14	0,076
	250	0,1384	0,0749
	500	0,1372	0,0741

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что более определяющим является длительность анализируемого сегмента сигнала, а не количество ана-

лизируемых экспериментальных реализаций L . Таким образом, важно найти компромисс между оперативностью получаемой оценки и ее точности.

Заключение

Предложенный в работе метод позволяет оперативно производить оценку дисперсии шумовой составляющей, на основе которой могут быть получены текущие оценки ОСШ и ВОБ. При этом оценка осуществляется на относительно короткой длительности информационного сигнала в условиях, когда значение ОСШ достаточно велико, соответственно, ВОБ мала, что затрудняет использование классических методов в виду недостаточного объема имеющихся анализируемых символов.

Получив оценку рассматриваемым в работе способом, появляется возможность, например, принять решение об увеличении позиционности модуляции, либо о применении помехоустойчивого кодирования с меньшей избыточностью, и как следствие повысить информационную скорость.

Осуществление более частой оценки позволяет максимально оперативно менять параметры адаптивной радиолинии для достижения максимальных показателей эффективности, в частности информационной скорости передачи данных.

Литература

1. Березовский В.А., Дулькейт И.В., Савицкий О.К. Современная декаметровая радиосвязь: Оборудование, системы и комплексы. – М.: Радиотехника, 2011.
2. Смаль М.С. Бестестовые способы оценивания состояния коротковолнового радиоканала в адаптивных радиолиниях. Дис. на соиск. канд. техн. наук. – Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 2018.
3. MIL-STD-188-190. Methods for communications systems measurements. United States Department of Defense Interface Standard, 1990.
4. Патюков В.Г., Патюков Е.В., Силантьев А.А. Оценка отношения сигнал/шум на основе фазовых флуктуаций сигнала // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013. № 4. С. 1.
5. Beaulieu N.C., Toms A.S., Pauluzzi D.R. Comparison of four SNR estimators for QPSK modulations // IEEE Commun. Lett. 2000, vol. 4, no. 2, pp. 43-45.
6. Rice M.A. Wicker S.B. Sequential Scheme for Adaptive Error Control over Slowly Varying Channels // IEEE Trans. Commun. 1994, pp. 1533-1643.
7. Cui T., Tellambura C. Power Delay Profile and Noise Variance Estimation for OFDM // IEEE Commun. Lett. – 2006, vol. 10, no. 1, pp. 25-27.
8. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966.
9. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений М.: Советское радио, 1970.

МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА ДЕТЕКТИРОВАНИЯ СИГНАЛА PUCCH НУЛЕВОГО ФОРМАТА В СИСТЕМЕ СВЯЗИ 5G NR

Асаф М., аспирант кафедры радиофизики Томского государственного университета, e-mail: md.moh1600@gmail.com;

Пономарев О.Г., к. ф.-м. н., доцент кафедры радиофизики Томского государственного университета, e-mail: ponomarev@phys.tsu.ru

THE PUCCH FORMAT 0 DETECTION ALGORITHM MODIFICATION IN THE FIFTH-GENERATION NEW RADIO

Assaf M., Ponomarev O.G.

In this article the authors introduce an overview of the 5G NR physical uplink control channel (PUCCH) format 0 by describing its structure in both transmitter and receiver, the appropriate scenario for this format and its performance under several situations. In format 0, gNode does not have information about transmitting ACK/NACK bits unlike the other formats, so the performance is very sensitive to the threshold that determines the existence of control signal or not, and the threshold should be chosen very carefully to avoid false decoding and to maintain DTX to ACK probability at below 1%. New method of choosing this threshold is proposed in this article. Through link-level simulations, the obtained results show good agreement with the minimum requirements recommended by the 3rd generation partnership project (3GPP) standards.

Key words: 5G-NR, PUCCH, UCI, phase rotation, threshold.

Ключевые слова: 5G-NR, PUCCH, UCI, фазовый сдвиг, уровень порога.

Введение

С 2016 года консорциумом 3GPP (от англ. 3rd Generation Partnership Project) активно ведутся работы по созданию стандартов мобильной радиосвязи пятого поколения 5G NR (от англ. 5 Generation New Radio) [1, 2]. Разработка новых стандартов направлена на существенное, по сравнению с предыдущим поколением мобильной радиосвязи LTE, расширение функциональности, охватывающее такие новые сценарии использования сотовой связи, как eMBB (от англ. enhanced Mobile BroadBand), URLLC (от англ. Ultra-Reliable Low-Latency Communications), mMTC (от англ. massive Machine-Type Communications) [3]. Все это приводит к необходимости в реализации высокой адаптивности (гибкости) алгоритмов формирования и обработки сигналов, предназначенных для передачи как непосредственно данных абонентов, так и управляющей информации.

Как и в LTE управляющая информация в 5G NR передается как в нисходящем, так и в восходящем каналах связи. В восходящем канале управляющие сообщения UCI (от англ. Uplink Control Information) могут передаваться как по выделенному каналу PUCCH (от англ. Physical Uplink Control Channel), так и замешиваться с данными абонента и передаваться по PUSCH (от англ. Physical Uplink Shared Channel) [4]. Алгоритмы генерации сигналов PUCCH характеризуются высокой гибкостью. В стандартах 3GPP предусмотрено 5 возможных форматов (с номерами от 0 до 4), которые могут быть использованы для передачи UCI сообщений. Выбор того или иного формата определяется качеством связи

Приведено краткое описание алгоритмов формирования и детектирования сигналов PUCCH нулевого формата, условий использования этого формата для передачи управляющей информации. Особое внимание в работе уделяется процедуре выбора порогового значения, используемого для обнаружения сигнала нулевого формата в принятом радиокадре. Проведенный анализ результатов численного эксперимента по обнаружению и детектированию сигналов PUCCH формата 0 позволил предложить новый алгоритм выбора порогового значения, исключая зависимость значения порога от отношения сигнал/шум. Сопоставление результатов численного моделирования с требованиями стандарта 3GPP на вероятность неверного обнаружения сигнала полностью подтвердило эффективность предлагаемого алгоритма.

и длиной передаваемого сообщения. В [5] приведено описание принципов формирования сигналов PUCCH различных форматов. В [6, 7] основное внимание уделено описанию процедуры детектирования сигналов PUCCH формата 0. Особое внимание, уделяемое процедурам обработки нулевого формата PUCCH, вызвано тем, что сигналы, передающие сообщения этого формата являются наиболее короткими, а информация, содержащаяся в управляющем сообщении, требует передачи наиболее часто.

В настоящей работе приведено краткое описание алгоритмов формирования и детектирования сигналов PUCCH нулевого формата, условий использования этого формата для передачи управляющей информации. Особое внимание в работе уделяется процедуре выбора порогового значения, используемого для обнаружения сигнала нулевого формата в принятом радиокадре. Проведенный анализ результатов численного эксперимента по обнаружению и детектированию сигналов PUCCH формата 0 позволил предложить новый алго-

ритм выбора порогового значения, исключая зависимость значения порога от отношения сигнал/шум.

Алгоритмы формирования и детектирования сигнала PUCCH нулевого формата

В восходящем канале системы связи 5G NR управляющие сообщения UCI могут передаваться в одном из пяти различных форматов, нумеруемых с 0 до 4. Можно выделить две группы форматов: группа коротких PUCCH сигналов, занимающих не более двух OFDM-символов, и группа длинных сигналов, длина которых может варьироваться от 2 до 14 OFDM-символов. Основные характеристики сигналов PUCCH различных форматов приведены в табл. 1.

Возможность использования пяти различных форматов для передачи управляющей информации обеспечивает высокую гибкость системы передачи PUCCH. Как видно из табл. 1, форматы 0 и 1 используются для передачи коротких сообщений, состоящих из одного или двух бит. Для передачи большего объема информации используются форматы 2-4. По типу форматы можно разделить на две группы: короткие, использующие 1-2 OFDM-символа, и длинные, использующие от 4 до 14 символов. Использование короткого или длинного варианта сигнала PUCCH обуславливается условиями распространения радиоволн в восходящем радиоканале. Сигналы коротких форматов используются при высоком качестве связи и обеспечивают передачу сообщений с минимальной избыточностью. В случае, когда радиосигнал в канале связи подвержен глубоким замираниям, вызванными движением корреспондента в условиях многолучевости, предпочтительнее оказываются длинные форматы сигналов. Использование при передаче длинных форматов позволяет сопроводить их необходимым количеством DMRS (от англ. Demodulation

Reference Signal), что, в свою очередь, обеспечивает возможность надежной коррекции искажений, вносимых в сигнал в радиоканале.

Сигналы нулевого формата используются для передачи квиттирующих битов сообщений HARQ-ACK (от англ. Hybrid Automated Repeat Request Acknowledgement) и/или бита SR (Scheduling Request), обозначающего запрос абонента на выделение ресурсов для передачи данных. Короткий тип сигнала, минимальное количество используемых им ресурс-блоков, отсутствие модуляции и, как следствие, отсутствие сопровождающего DMRS делают этот формат наиболее экономным с точки зрения использования частотно-временных ресурсов радиоканала и наиболее удобным для реализации сценария URLLC.

Основные этапы генерации и приема PUCCH нулевого формата отображены на упрощенной блок-схеме рис. 1.

Генерация сигнала основана на фазовом сдвиге одной и той же базовой комплекснозначной последовательности. Величина фазового сдвига определяется содержанием передаваемого сообщения. Значения базовой последовательности заданы в стандарте таблично [8]. В соответствии с [8] последовательность комплексных отсчетов сигнала PUCCH нулевого формата определяется следующим выражением:

$$X_m(n) = e^{i\alpha n} \bar{r}(n), \tag{1}$$

где $n = 0, 1, \dots, N_{SC}^{RB} - 1$, $\bar{r}(n)$ – базовая комплекснозначная последовательность, задаваемая в стандарте таблично, N_{SC}^{RB} – количество поднесущих в ресурс-блоке. Величина фазового сдвига α определяется выражением:

$$\alpha = \frac{2\pi \text{mod}(m + m_{int} + n_{cs}, N_{CS}^{RB})}{N_{CS}^{RB}}, \tag{2}$$

Табл. 1. Характеристики сигналов PUCCH различных форматов

Номер формата	Короткий/длинный	Количество OFDM символов	Длина сообщения (бит)	Количество ресурс-блоков	Тип модуляции
0	короткий	1-2	1 или 2	1	без модуляции
1	длинный	4-14	1 или 2	1	BPSK/QPSK
2	короткий	1-2	больше 2	1-16	QPSK
3	длинный	4-14	больше 2	1-16	$\pi/2$ -BPSK/QPSK
4	длинный	4-14	больше 2	1	$\pi/2$ -BPSK/QPSK

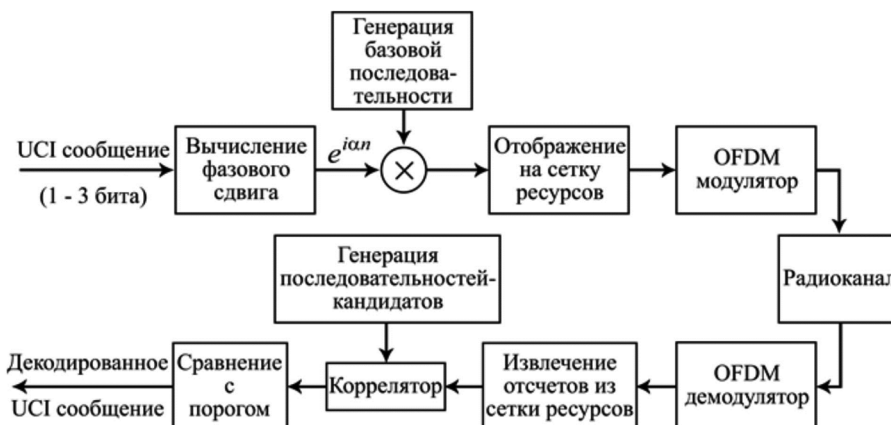


Рис. 1. Упрощенная блок-схема алгоритмов генерации и детектирования сигнала PUCCH нулевого формата

Табл. 2. Значения m для различных сообщений UCI

Тип сообщения	Биты сообщения UCI							
	(0,0,0)	(0,0,1)	(0,1,0)	(0,1,1)	(1,0,0)	(1,0,1)	(1,1,0)	(1,1,1)
SR,1-бит HARQ	0	6	3	9				
SR,2-бит HARQ	0	3	6	9	1	4	7	10

где значения m определены в табл. 2 для всех управляющих сообщений, m_{int} – начальное смещение фазы, n_{cs} – дополнительное смещение, определяемое номером OFDM символа в слоте.

Значения фазового сдвига, как видно из выражения (2) определяются не только значениями и количеством бит сообщения UCI. Величина сдвига также зависит от начального значения m_{int} и номера OFDM-символа в слоте радиокadra. Эти зависимости обеспечивают возможность передачи UCI-сообщений разных абонентов в одном радиокadre.

После генерации комплексных значений сигнала PUCCH эти значения размещаются по ресурс-элементам частотно-временной сетки радиокadra. На заключительном этапе формирования сигнала отсчеты сетки подвергаются обратному дискретному преобразованию Фурье в OFDM-модуляторе, которое переводит отсчеты, разнесенные по частоте, в последовательность отсчетов отстоящих друг от друга по времени.

Обработка сигнала на приемной стороне осуществляется в обратном порядке [6]. Прежде всего, принятый сигнал подвергается прямому дискретному преобразованию Фурье в OFDM-демодуляторе, что позволяет восстановить частотно-временную сетку ресурсов. Комплексные значения сигнала PUCCH извлекаются из заданных мест сетки, в результате чего формируется последовательность комплексных отсчетов. Полученная последовательность сворачивается со всеми возможными последовательностями-кандидатами в соответствии с выражением:

$$C_m = \frac{1}{N_r} \sum_{r=0}^{N_r-1} \left| \frac{1}{N_{SC}^{RB}} \sum_{k=0}^{N_{SC}^{RB}-1} R_r(k) X_m^*(k) \right|, \quad (3)$$

где N_r – количество приемных антенн, $R_r(k)$ – принятая PUCCH последовательность, а символ * означает комплексное сопряжение.

Превышение значением $C_m^{\text{max}} = \max(C_m)$ априорно выбранного порогового значения индицирует наличие в принятой последовательности отсчетов сигнала PUCCH нулевого формата. В этом случае номер максимального значения C_m полностью определяет содержание UCI-сообщения. Вариант, когда значение C_m^{max} оказывается ниже порогового значения, идентифицируется как случай отсутствия сигнала PUCCH нулевого формата.

Следует подчеркнуть, что при детектировании сигнала PUCCH нулевого формата на приемной стороне не известно, был ли передан этот сигнал абонентом. Кроме того, отсутствие сопровождающих этот сигнал каких-либо референсных сигналов (DMRS) не позволяет приемнику оценить ни уровень шума, ни степень искажений, вносимых в сигнал радиоканалом. Неверный выбор порогового значения в таких условиях может

приводить к одному из двух вариантов. Первый из них – вариант «ложной тревоги», когда PUCCH нулевого формата в принятом сигнале отсутствует, но значение порога слишком низкое и величина C_m^{max} превышает значение порога. Второй вариант – вариант «пропуска цели», когда величина порога слишком высока и величина C_m^{max} оказывается ниже порогового значения даже при наличии в принятом сигнале последовательности PUCCH отсчетов. В [9] задаются жесткие ограничения на вероятности обоих вариантов. Так, вероятность «ложной тревоги» должна быть всегда ниже 1% (эта вероятность в стандарте [9] определена как «DTX to ACK probability»). Вероятность «пропуска цели» также задается в стандарте на низком уровне (эту вероятность в стандарте называют «ACK missed detection probability»). Она не должна превышать 1% при отношении сигнал/шум равном 9,3 дБ. Жесткость требований, накладываемых на вероятности неверного обнаружения PUCCH нулевого формата в принятом сигнале, вполне понятна. И случай «ложной тревоги», и случай «пропуска цели» приводит к неверному детектированию квитирующих прием блока данных битов UCI-сообщения и интерпретируется базовой станцией или как ложный запрос на повторную передачу блока данных абоненту, или наоборот, как ложное подтверждение успешного приема данных. Таким образом, обоснованный выбор значения порога при приеме PUCCH нулевого формата является критически важным для эффективного функционирования системы связи в целом.

Детектирование сигнала PUCCH нулевого формата

Для разработки алгоритма выбора порогового значения для детектирования сигнала PUCCH нулевого формата было проведено несколько численных экспериментов. В этих экспериментах многократно производилась генерация и детектирование радиокadra сигнала в восходящем канале связи 5G NR. После генерации сигнал пропускался через модель радиоканала при различных уровнях аддитивных шумов. Параметры генерируемого сигнала приведены в табл. 3.

В первом эксперименте исследовалась зависимость величины максимального значения сигнала на выходе коррелятора от отношения сигнал/шум для случая, когда сообщение UCI не передается. Для моделирования многолучевости в данной работе использовалась хорошо известная TDL (от англ. Tapped-delay line) модель [9] многолучевого канала распространения радиоволн, представляющая радиоканал в виде линии задержки с отводами. Результаты эксперимента представлены на рис. 2. Значения параметров TDL-модели радиоканала указаны числами в легенде на графике. Первое число означает максимальное доплеровское смещение частоты радиосигнала в канале связи в Герцах. Второе – ширину спектра задержек сигнала в нс. На графике представлена зависимость среднего по 10000 реализациям

сигнала значения величины C_m^{\max} от отношения сигнал/шум.

Из рис. 2 видно, что значение C_m^{\max} не зависит от параметров модели многолучевого радиоканала. Для всех трех наборов параметров средние значения C_m^{\max} одинаковы. С другой стороны, среднее значение C_m^{\max} сильно зависит от отношения сигнал/шум. Это вполне объяснимо, т.к. при отсутствии последовательности отсчетов PUSCH в принимаемом сигнале амплитуда выбросов сигнала на выходе коррелятора полностью определяется дисперсией шума в канале связи.

Во втором численном эксперименте, результаты которого представлены на рис. 3, PUSCH нулевого формата также отсутствовал в моделируемом сигнале. Ис-

следовалась зависимость вероятности «ложной тревоги» (DTX to ACK probability) от отношения сигнал/шум в радиоканале TDL 300-100 при фиксированном значении порога. Для каждой точки на графике вероятность «ложной тревоги» рассчитывалась как процент реализаций сигнала, для которых величина C_m^{\max} превысила уровень порога. Количество реализаций составляло 100000. Значения порога приведены в легенде на графике.

Из рис. 3 видно, что требуемая стандартом 3GPP величина вероятности «ложной тревоги» в 1% достигается при разных уровнях порога для различных значений отношения сигнал/шум. Это делает невозможным использование фиксированного значения порога для произвольных условий связи. С другой стороны, отсут-

Табл. 3. Параметры генерируемого в численных экспериментах сигнала

Название параметра	Значение	Примечание
Channel bandwidth	5 MHz	Ширина полосы частот радиоканала
SCS	15 KHz	Разнесение поднесущих
FFT window	512	Длина дискретного преобразования Фурье
UCI size	1 Bit	Длина передаваемого сообщения UCI
Number of PRBs	1	Количество ресурс-блоков для передачи
No. of Tx antennas	1	Количество передающих антенн
No. of Rx antennas	2	Количество приемных антенн
Initial cyclic shift	0	Величина начального сдвига m_{int}

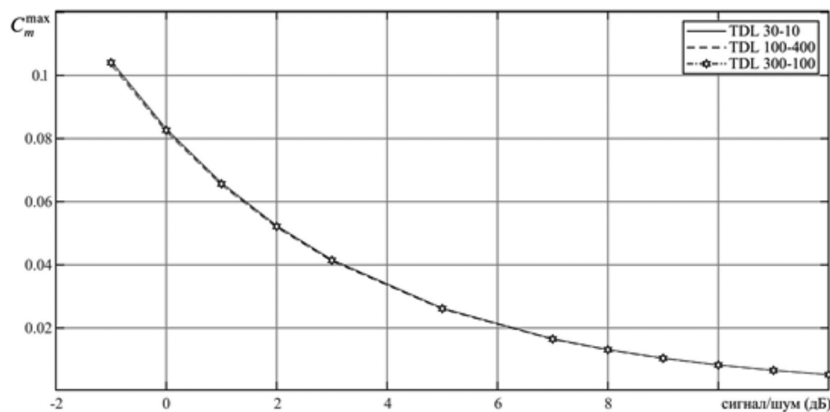


Рис. 2. Зависимость среднего значения C_m^{\max} от отношения сигнал/шум

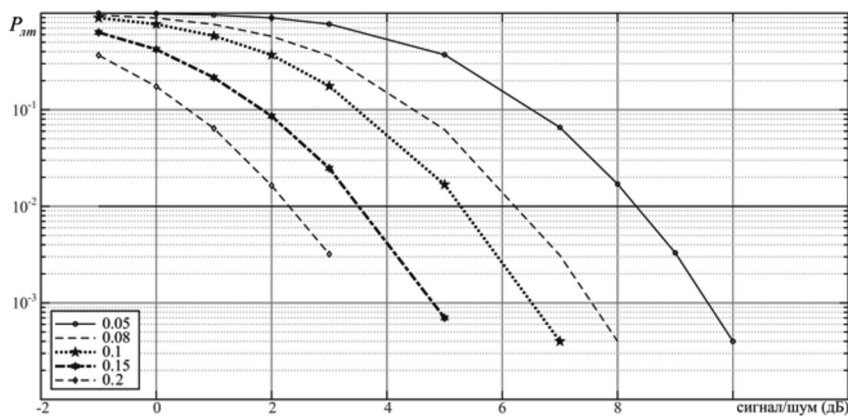


Рис. 3. Зависимость вероятности «ложной тревоги» от отношения сигнал/шум при различных уровнях порога

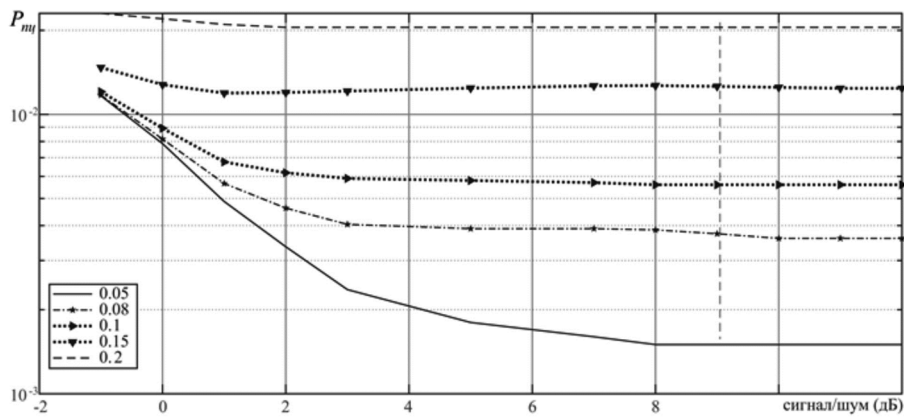


Рис. 4. Зависимость вероятности «пропуска цели» от отношения сигнал/шум при различных уровнях порога

ствии референсных сигналов (DMRS), сопровождающих PUCCH нулевого формата, не позволяют оценивать уровень шумов в принятом сигнале и производить на этой основе коррекцию порогового значения.

В третьем эксперименте исследовалась зависимость вероятности «пропуска цели» (ACK missed detection probability) от отношения сигнал/шум при различных уровнях порога. В этом эксперименте PUCCH нулевого формата в генерируемом сигнале присутствовал. Для каждой точки на графике вероятность «пропуска цели» рассчитывалась как процент реализаций сигнала, для которых величина C_m^{\max} не превысила уровень порога. Количество реализаций составляло 100000. Значения порога приведены в легенде на графике.

Результаты этого эксперимента показывают, что требуемое стандартом 3GPP значение вероятности «пропуска цели» в 1% при отношении сигнал/шум равном 9,3 дБ достигается при достаточно низком пороговом значении меньшем 0,15.

Анализ результатов проведенных численных экспериментов позволил разработать оригинальную процедуру выбора порогового значения для детектирования PUCCH нулевого формата. Предлагаемая процедура базируется на следующих простых соображениях. В том случае, когда сигнал PUCCH отсутствует в принятом радиокадре, значения амплитуды сигнала C_m на выходе коррелятора определяются разбросом значений базовой последовательности $\bar{r}(n)$ в выражении (1), дисперсией шума, присутствующего в принятом сигнале, разбросом значений модуляционных символов, передаваемых в радиокадре вместо отсчетов последовательности PUCCH нулевого формата. С высокой вероятностью все значения C_m имеют один порядок величины

так, что величина отношения $\Gamma_m = \frac{C_m^{\max}}{C_m}$ слабо отлича-

ется от 1 для всех значений m при произвольном отношении сигнал/шум. В том же случае, когда сигнал PUCCH присутствует в принятом радиокадре, величина C_m^{\max} определяется всей энергией сигнала PUCCH нулевого формата. В этом случае величина Γ_m достигает больших значений. Таким образом, если задавать пороговое значение при приеме PUCCH не для величины C_m^{\max} , а для величины Γ_m , то вероятность «ложной

тревоги» практически не будет зависеть от отношения сигнал/шум, а для удовлетворения требованиям стандарта 3GPP к вероятности «пропуска цели» необходимо просто подобрать приемлемое значение порога.

Предлагаемый алгоритм детектирования сигнала PUCCH нулевого формата в принятом радиокадре выглядит следующим образом.

Задается значение порога M .

Производится расчет значений C_m в соответствии с выражением (3).

Определяется $C_m^{\max} = \max(C_m)$.

Для каждого m определяется отношение

$$\Gamma_m = \frac{C_m^{\max}}{C_m}$$

Если $\Gamma_m < M$ для всех m , то сигнал PUCCH отсутствует в принятом радиокадре. В противном случае номер m , соответствующий значению C_m^{\max} определяет содержание принятого UCI-сообщения в соответствии с табл. 2.

Для апробации предлагаемого алгоритма было проведено два численных эксперимента. В первом из них сигнал PUCCH нулевого формата не передавался. Вероятность «ложной тревоги» в каждой точке на графике рассчитывалась по 100000 реализациям принятого сигнала для различных значений порога $M = 2, 3, 4, 5, 6$ и различных отношений сигнал/шум. Результаты эксперимента представлены на рис. 5.

Из рис. 5 видно, что требуемое значение вероятности «ложной тревоги» достигается при $M = 4$ и не зависит от отношения сигнал/шум.

Во втором эксперименте сигнал PUCCH присутствовал в принимаемых радиокадрах. Результаты эксперимента представлены на рис. 6. Для каждой точки на графике вероятность «пропуска цели» рассчитывалась по 100000 реализациям для различных значений порога M .

Из рис. 6 видно, что требуемое значение вероятности «пропуска цели» в 1% при отношении сигнал/шум равном 9,3 дБ достигается при всех значениях порога $M \geq 2$.

Таким образом, проведенные численные эксперименты полностью подтвердили работоспособность предлагаемой модификации процедуры детектирования сигнала PUCCH нулевого формата. Значение порога

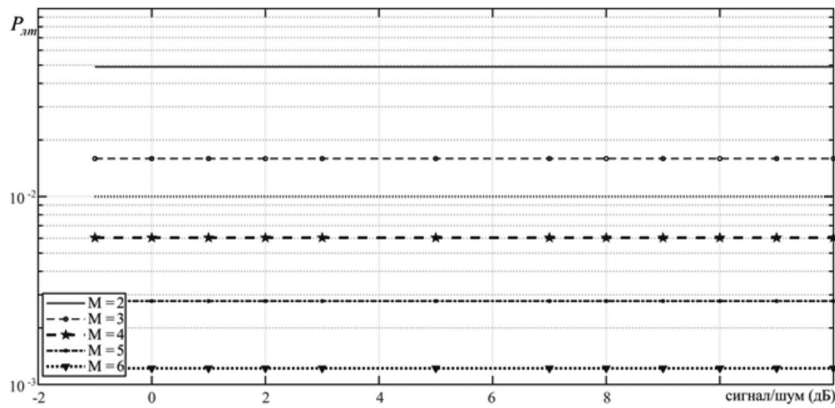


Рис. 5. Вероятность «ложной тревоги» в зависимости от отношения сигнал/шум для различных значений порога M

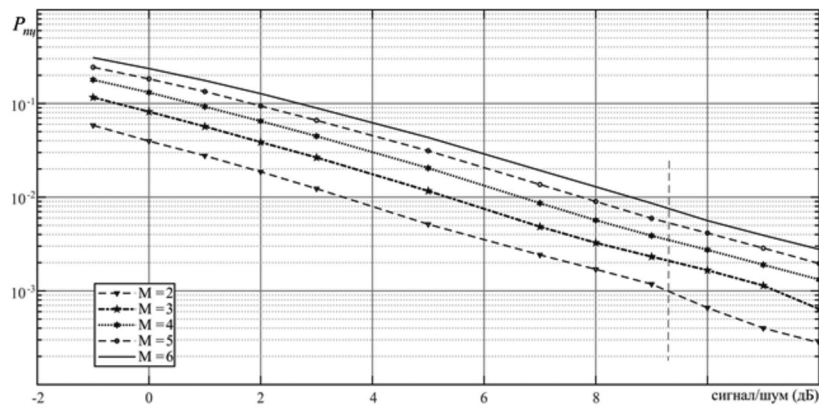


Рис. 6. Вероятность «пропуска цели» в зависимости от отношения сигнал/шум для различных значений порога M

$M = 4$ удовлетворяет всем требованиям, накладываемым в стандарте [7] на значения вероятностей «ложной тревоги» и «пропуска цели» при обнаружении сигнала PUCCH.

Заключение

В работе рассматриваются алгоритмы генерации и приема одного из типов управляющих сообщений в восходящем канале мобильной связи 5G NR. Рассматриваемый, т.н., нулевой формат управляющих сообщений является наиболее экономным, с точки зрения использования частотно-временных ресурсов радиосистемы. С другой стороны, сообщения этого формата не сопровождаются какими-либо опорными сигналами, позволяющими приемной системе оценить и исправить искажения, полученные сигналом при его прохождении по каналу связи. Как показали проведенные численные эксперименты, невозможность на приемной стороне оценки степени искажений и, прежде всего, отношения сигнал/шум приводит к сложностям при решении задачи обнаружения управляющего сообщения в принятом сигнале.

Анализ результатов проведенных численных экспериментов позволил предложить оригинальную модификацию процедуры детектирования управляющего сообщения нулевого формата. Численные эксперименты полностью подтвердили работоспособность предложенного метода.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по Соглашению с Минобрнауки России

от «26» ноября 2019 г. № 075-11-2019-031 (проект «Разработка программно-аппаратного комплекса для формирования тестовых сигналов стандарта 5G NR»).

Литература

1. Osseiran A., Monserrat J.F., Marsch P., 5G Mobile and Wireless Communications Technology, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2016. 438 p.
2. Assaf M., Ponomarev O.G. «Sample Clock Offset Compensation in the Fifth-Generation New Radio Downlink». Journal of Physics: Conference Series, vol. 1889, no. 2, 2021. P. 022091.
3. Chen S., Zhao J., The requirements, challenges, and technologies for 5G of terrestrial mobile communication. IEEE communications magazine, vol. 52, no. 5, May 2014, pp. 36-43.
4. Dahlman E., Parkvall S., Skold J. 5G NR: The next generation wireless access technology. Academic Press, 2018. 466 p.
5. Kundu L., Xiong G., Cho J., Physical uplink control channel design for 5g new radio, in 2018 IEEE 5G World Forum (5GWF), Jul. 2018, pp. 233-238
6. Kim, Young-Hoon, et al. Performance Comparison of DTX Detection Schemes for 5G NR PUCCH. 2020 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), 2020.
7. Du Y., He W., Long H., An improved semi-blind detection algorithm for nr pucch, in 2019 IEEE 5th International Conference on Computer and Communications (ICCC), Dec. 2019, pp. 66-71.
8. ETSI TS 138 211 V15.2.0 (2018-07). Technical specification. 5G; NR; Physical channels and modulation (3GPP TS 38.211 version 15.2.0 Release 15).
9. ETSI TS 38.104. 5G; NR; Base Station (BS) radio transmission and reception (3GPP, TS 38.104 version 16.4.0 Release 16).

ПЕРЕДАЧА ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ УЗКОПОЛОСНЫМИ СИМПЛЕКСНЫМИ И ОРТОГОНАЛЬНЫМИ СИГНАЛАМИ

Вершинин В.А., к.т.н., доцент, e-mail: vershinin-vladimir@yandex.ru

TRANSMISSION OF DISCRETE MESSAGES BY NARROW-BAND SIMPLEX AND ORTHOGONAL SIGNALS

Vershinin V. A.

The article deals with the transmission of discrete messages. Two sets of simplex narrowband signals are used for transmission, and any two signals from these sets are orthogonal. Two message elements are transmitted simultaneously. One element is transmitted by simplex elementary signals of one set, and the other is transmitted by simplex elementary signals of the second set. Thus, two elementary signals belonging to different sets are transmitted simultaneously, their separation is carried out due to orthogonality. The specific costs of the frequency band, the peak factor and the noise immunity of the transmission are given. The possibility of forming the transmitted signal and processing the received signal using a complex envelope is considered. At the same time, the main part of the algorithm of formation and processing is carried out in the low-frequency region.

Key words: discrete message, simplex signals, orthogonal signals, narrow-band signals, specific costs of the frequency band, complex envelope, noise immunity.

Ключевые слова: дискретное сообщение, симплексные сигналы, ортогональные сигналы, узкополосные сигналы, удельные затраты полосы частот, комплексная огибающая, помехоустойчивость.

Введение

Под дискретным сообщением будем понимать последовательность элементов, каждый из которых может принимать определенное число значений с равной вероятностью. Элементы сообщения являются независимыми случайными величинами.

В [1] рассматривалась передача дискретных сообщений с помощью множества симплексных элементарных сигналов вида

$$v_L(t) = A(-1)^L \cos 2\pi(K + L)t/T - \\ - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} A(-1)^i \cos 2\pi(K + i)t/T.$$

Введем второе множество симплексных элементарных сигналов:

$$w_M(t) = A(-1)^M \sin 2\pi(K + M)t/T - \\ - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} A(-1)^i \sin 2\pi(K + i)t/T.$$

Сигналы определены на интервале времени $-T/2 \leq t < T/2$ и равны нулю вне этого интервала; q – число значений элемента сообщения; $L = 0, 1, \dots, q-1$; $M = 0, 1, \dots, q-1$; A – постоянный коэффициент; K – целое положительное число, определяющее положение полосы частот, занимаемой сигналом.

Передаваемый сигнал на интервале $-T/2 \leq t < T/2$ представим в виде

$$s(t) = v_L(t) + w_M(t). \quad (1)$$

Рассматривается передача дискретных сообщений. Для передачи используются два множества симплексных узкополосных сигналов, причем любые два сигнала из этих множеств ортогональны. Одновременно передаются два элемента сообщения. Один элемент передается симплексными элементарными сигналами одного множества, а другой – симплексными элементарными сигналами второго множества. Таким образом, одновременно передаются два элементарных сигнала, принадлежащие разным множествам, их разделение осуществляется благодаря ортогональности. Приведены удельные затраты полосы частот, пик-фактор и помехоустойчивость передачи. Рассмотрена возможность формирования передаваемого сигнала и обработки принимаемого сигнала с использованием комплексной огибающей. При этом основная часть алгоритма формирования и обработки осуществляется в низкочастотной области.

Для передачи используются приведенные выше два множества симплексных сигналов, причем любые два сигнала из этих множеств ортогональны. Одновременно передаются два элемента сообщения. Один элемент передается симплексными элементарными сигналами одного множества, а другой – симплексными элементарными сигналами второго множества. Таким образом, одновременно передаются два элементарных сигнала, принадлежащие разным множествам, их разделение осуществляется благодаря ортогональности. Энергия каждо-

го из этих элементарных сигналов $W_1 = \frac{A^2 T (q-1)}{2q}$, а энергия сигнала (1) $W = 2W_1$. Введем также величину $W_0 = W_1 / \log_2 q$, которая представляет собой энергию, затрачиваемую на передачу одного бита сообщения.

Будут рассматриваться два варианта формирования сигнала (1). В первом варианте $q = 2$, число значений элемента сообщения равно 2, при этом

$$v_0(t) = \frac{A}{2} [\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T], \quad v_1(t) = -v_0(t);$$

$$w_0(t) = \frac{A}{2} [\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T]; \quad w_1(t) = -w_0(t).$$

Во втором варианте $q = 4$, число значений элемента сообщения равно 4, при этом

$$v_0(t) = \frac{A}{4} [3 \cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T - \cos 2\pi(K+2)t/T + \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$v_1(t) = \frac{A}{4} [-\cos 2\pi Kt/T - 3 \cos 2\pi(K+1)t/T - \cos 2\pi(K+2)t/T + \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$v_2(t) = \frac{A}{4} [-\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T + 3 \cos 2\pi(K+2)t/T + \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$v_3(t) = \frac{A}{4} [-\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T - \cos 2\pi(K+2)t/T - 3 \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_0(t) = \frac{A}{4} [3 \sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T - \sin 2\pi(K+2)t/T + \sin 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_1(t) = \frac{A}{4} [-\sin 2\pi Kt/T - 3 \sin 2\pi(K+1)t/T - \sin 2\pi(K+2)t/T + \sin 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_2(t) = \frac{A}{4} [-\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T + 3 \sin 2\pi(K+2)t/T + \sin 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_3(t) = \frac{A}{4} [-\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T - \sin 2\pi(K+2)t/T - 3 \sin 2\pi(K+3)t/T].$$

Целью данной работы является исследование эффективности указанных выше вариантов формирования сигнала (1).

Полоса частот, занимаемая сигналом

Сигнал $s(t)$, определяемый (1), в общем случае является случайным сигналом. Определим полосу частот F , занимаемую сигналом, исходя из спектральной плотности мощности этого сигнала $S(f)$, где f – частота. При этом будем считать, что в полосе частот F должно быть сосредоточено 99 % мощности сигнала

$$P = \int_0^\infty S(f)df. \text{ Тогда}$$

$$F = f_2 - f_1, \tag{2}$$

где f_1 и f_2 – нижняя и верхняя граничные частоты определяются из выражений: $\int_0^{f_1} S(f)df = 0,005P$;

$$\int_{f_2}^\infty S(f)df = 0,005P.$$

Спектральная плотность мощности может быть определена как [1]:

$$S(f) = S_v(f) + S_w(f), \tag{3}$$

где

$$S_v(f) = \frac{W_1}{q-1} \sum_{L=0}^{q-1} \left[(-1)^L \left(\frac{\sin \pi(fT - K - L)}{\pi(fT - K - L)} + \frac{\sin \pi(fT + K + L)}{\pi(fT + K + L)} \right) - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} (-1)^i \left(\frac{\sin \pi(fT - K - i)}{\pi(fT - K - i)} + \frac{\sin \pi(fT + K + i)}{\pi(fT + K + i)} \right) \right]^2;$$

$$S_w(f) = \frac{W_1}{q-1} \sum_{M=0}^{q-1} \left[(-1)^L \left(\frac{\sin \pi(fT - K - M)}{\pi(fT - K - M)} - \frac{\sin \pi(fT + K + M)}{\pi(fT + K + M)} \right) - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} (-1)^i \left(\frac{\sin \pi(fT - K - i)}{\pi(fT - K - i)} - \frac{\sin \pi(fT + K + i)}{\pi(fT + K + i)} \right) \right]^2.$$

Здесь $S_v(f)$ и $S_w(f)$ – спектральные плотности мощности составляющих сигнала $s(t)$.

На рис. 1 и 2 показаны зависимости S/W от fT , полученные с использованием (3), для $K = 40$ при $q = 2$ и $q = 4$ соответственно.

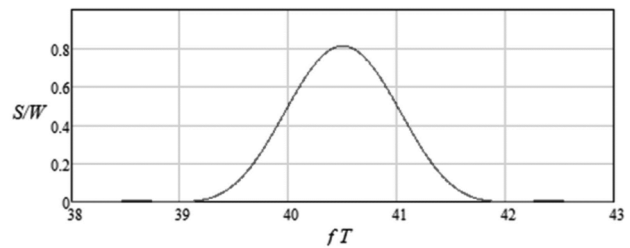


Рис. 1. Нормированная спектральная плотность мощности при $q = 2, K = 40$

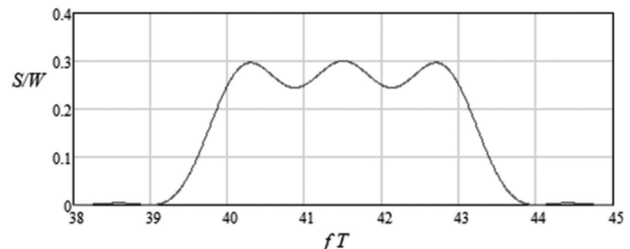


Рис. 2. Нормированная спектральная плотность мощности при $q = 4, K = 40$

Для сигнала (1) на основании (2) и (3) при $q = 2$ и $q = 4$ получено значение занимаемой полосы частот соответственно $F \approx 2,36/T$ и $F \approx 4,36/T$. Заметим, что полоса частот, определяемая согласно (2), практически не зависит от K . Удельные затраты полосы, определяемые как F/R , где $R = 2 \log_2 q/T$ – скорость передачи элементов сообщения (бит/с), равны соответственно 1,18 и 1,09.

Определим пик-фактор сигнала (1) как отношение максимального значения сигнала к \sqrt{P} . Максимальное значение сигнала, при $q = 2$ и $q = 4$ равно $\sqrt{2}A$ и $2,28A$ соответственно, тогда можно получить пик-фактор сигнала $s(t)$ равным 2 и 2,63 соответственно.

Помехоустойчивость

Будем полагать, что на сигнал $s(t)$, определяемый (1), в линии связи действует аддитивная помеха $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью мощности N в диапазоне частот, который включает полосу частот, занимаемую сигналом $s(t)$. Тогда на входе демодулятора на интервале $-T/2 \leq t < T/2$ имеет место сигнал

$$z(t) = s(t) + n(t). \quad (4)$$

Демодулятор осуществляет обработку этого сигнала, в результате которой должно быть принято решение, какой из q элементарных сигналов $v_0(t), v_1(t), \dots, v_{q-1}(t)$ или $w_0(t), w_1(t), \dots, w_{q-1}(t)$ был передан. Фактически в результате обработки в демодуляторе определяется номер переданного элементарного сигнала, который будем обозначать $L' = 0, 1, \dots, q-1$ и $M' = 0, 1, \dots, q-1$. Оптимальный алгоритм обработки сигнала, обеспечивающий минимальную вероятность ошибки демодуляции при использовании элементарных сигналов с одинаковой энергией, имеет вид [1]:

$$L' = \text{Arg max}_i \left\{ \left(\frac{1}{T} \right) \int_{-T/2}^{T/2} z(t) v_i(t) dt \right\};$$

$$M' = \text{Arg max}_i \left\{ \left(\frac{1}{T} \right) \int_{-T/2}^{T/2} z(t) w_i(t) dt \right\}.$$

При этом вероятность ошибки при приеме элементарного сигнала

$$p_1 = 1 - (1/\sqrt{2\pi}) \times \int_{-\infty}^{\infty} [F(x)]^{q-1} \exp \left[- \left(x - \sqrt{2h_1^2 q / (q-1)} \right)^2 / 2 \right] dx,$$

$$p_1 = 1 - (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} [F(x)]^{q-1} \exp \left[- \left(x - \sqrt{2h_1^2 q / (q-1)} \right)^2 / 2 \right] dx,$$

$$\text{где } F(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2) dy; \quad h_1^2 = W_1/N =$$

$$= (\log_2 q) W_0/N = (\log_2 q) h_0^2; \quad h_0^2 = W_0/N.$$

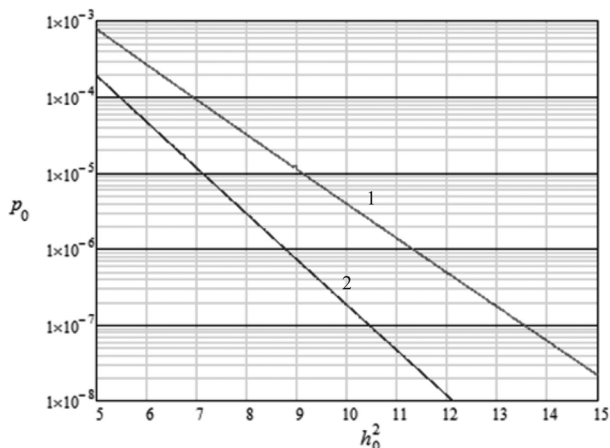


Рис. 3. Вероятность ошибки

Обозначим p_0 – вероятность ошибки в элементе примитивного двоичного кода, соответствующего элементу дискретного сообщения. Тогда можно записать, что $1 - p_1 = (1 - p_0)^{\log_2 q}$, откуда $p_0 = 1 - (1 - p_1)^{1/\log_2 q}$. Параметр p_0 позволяет сравнивать различные способы передачи дискретных сообщений. На рис. 3 показаны зависимости p_0 от h_0^2 при $q=2$ (линия 1) и $q=4$ (линия 2).

Формирование сигнала на основе комплексной огибающей

Формирование передаваемого сигнала можно осуществить непосредственно по формуле (1). Однако при больших значениях K целесообразно исходить из комплексной огибающей этого сигнала:

$$\dot{s}(t) = s_a(t) e^{-j2\pi Kt/T}, \quad (5)$$

где $s_a(t) = s(t) + j\hat{s}(t)$ – аналитический сигнал, соответствующий сигналу $s(t)$; $\hat{s}(t)$ – преобразование Гилберта сигнала $s(t)$. Здесь и далее j – мнимая единица.

С учетом (1) и (5)

$$\dot{s}(t) = \dot{v}_L(t) + \dot{w}_M(t),$$

где $\dot{v}_L(t)$ и $\dot{w}_M(t)$ – комплексные огибающие $v_L(t)$ и $w_M(t)$ соответственно. При $q=4$

$$\dot{v}_0(t) = \frac{A}{4} [3 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{v}_1(t) = \frac{A}{4} [-1 - 3e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{v}_2(t) = \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} + 3e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{v}_3(t) = \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} - 3e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_0(t) = -j \frac{A}{4} [3 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_1(t) = -j \frac{A}{4} [-1 - 3e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_2(t) = -j \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} + 3e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_3(t) = -j \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} - 3e^{j2\pi 3t/T}].$$

Имея в виду (5), можно получить, что

$$s(t) = \text{Re}[\dot{s}(t) e^{j2\pi Kt/T}] = \text{Re}[\dot{s}(t)] \cos 2\pi Kt/T - \text{Im}[\dot{s}(t)] \sin 2\pi Kt/T.$$

Из последнего выражения следует, что передаваемый сигнал может быть сформирован с помощью квадратурного модулятора, на входы которого поступают действительная и мнимая составляющая комплексной огибающей.

Обработка на основе комплексной огибающей

Рассмотрим обработку сигнала (4) путем перехода к комплексной огибающей этого сигнала:

$$\dot{z}(t) = \dot{s}(t) + \dot{n}(t),$$

где $\dot{n}(t)$ – комплексная огибающая, соответствующая помехе $n(t)$.

Демодулятор обрабатывает этот сигнала по алгоритму:

$$L' = \text{Arg max}_i \left\{ \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{z}(t) \dot{v}_i(t) dt \right] \right\};$$

$$M' = \text{Arg max}_i \left\{ \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t) w_i(t) dt \right] \right\}.$$

Для такой обработки необходимо получить комплексную огибающую $\dot{z}(t)$. Комплексную огибающую можно определить с помощью преобразования Гилберта. На практике ее определяют несколько иначе с использованием квадратурного демодулятора. Для этого предварительно формируется сигнал

$$z_c(t) = z(t)e^{-j2\pi Kt/T} - \\ = z(t) \cos(2\pi Kt/T) - z(t) j \sin(2\pi Kt/T).$$

Действительная и мнимая части этого сигнала $\text{Re}[z_c(t)]$ и $\text{Im}[z_c(t)]$ поступают на входы фильтров нижних частот (ФНЧ). На выходах фильтров будем иметь $\text{Re}[\dot{z}(t)]$ и $\text{Im}[\dot{z}(t)]$ соответственно.

Заключение

Использование элементарных сигналов при $q = 4$ (удельные затраты полосы частот 1,09, пик-фактор 2,63) по сравнению с $q = 2$ (удельные затраты полосы час-

тот 1,18, пик-фактор 2) позволяет получить значительно лучшую помехоустойчивость, но увеличивается пик-фактор. Дальнейшее увеличение q нецелесообразно из-за увеличения удельных затрат полосы частот.

В [2] рассматривалась передача двоичных сообщений частично перекрывающимися сигналами при $q = 2$. При этом удельные затраты полосы равны 0,59, но ухудшается помехоустойчивость по сравнению с обоими вариантами, рассматриваемыми в данной статье.

Сравним изложенные в статье варианты передачи дискретного сообщения с известным способом передачи, который принято называть модуляцией с минимальным сдвигом (удельные затраты полосы 1,18, пик-фактор $\sqrt{2}$). Вероятность ошибки при оптимальном приеме такая же как в рассматриваемом варианте при $q = 2$. Вариант при $q = 4$ позволяет получить значительно лучшую помехоустойчивость, чем при модуляции с минимальным сдвигом, но увеличивается пик-фактор.

Литература

1. Вершинин В.А. Передача двоичных сообщений симплексными сигналами. Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013. № 11. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/nov13/5/text.pdf>
2. Вершинин В.А. Использование алгоритма Витерби при передаче перекрывающимися элементарными сигналами. Цифровая обработка сигналов. 2020. № 4.

НОВЫЕ КНИГИ

Корячко В.П., Перепелкин Д.А.

Программно-конфигурируемые сети / Учебник для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2020 г. 288 с.: ил.

Рекомендован федеральным учебно-методическим объединением в системе высшего образования по укрупненной группе специальностей и направлений подготовки 09.00.00 – «Информатика и вычислительная техника» в качестве учебника для студентов, обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлению подготовки бакалавров и магистрантов 09.00.00 – «Информатика и вычислительная техника».

Рассмотрены теоретические и практические основы построения, проектирования и поддержки компьютерных сетей нового поколения – программно-конфигурируемых сетей (ПКС). Особое внимание уделено различным перспективным решениям динамического реконфигурирования ПКС, вопросам разработки инструментальных средств и программ.

ных приложений, обеспечивающих высокую скорость и гибкость перепрограммирования сетевой инфраструктуры.

Фокин Г.А.

Технологии программно-конфигурируемого радио / Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2019 г. 316 с.: ил.

Изложены теоретические и практические сведения, необходимые для получения навыков модельно-ориентированного проектирования (МОП) систем радиосвязи на основе программно-конфигурируемого радио (ПКР). Аппаратный инструментальный предполагает использование плат USRP Ettus Research и RTL-SDR. Программный инструментальный включает специальное программное обеспечение Matlab/Simulink. Представленные в пособии примеры и задачи позволяют развить компетенции программной реализации алгоритмов и методик передачи, приема и обработки сигналов в современных и перспективных системах радиосвязи, а также овладеть способностями оценки показателей функционирования реализованных алгоритмов средствами эмуляции и эксперимента. Разработанные модели Matlab/Simulink, использованные в пособии, доступны на сайте издательства www.techbook.ru.

Для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 11.04.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» (магистратура), 11.04.01 – «Радиотехника» (магистратура). Будет полезно аспирантам и специалистам, занятым вопросами научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности в области современной радиоэлектроники.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРЯМОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УЗКОПОЛОСНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АДАПТИВНЫХ ГРЕБЕНЧАТЫХ БИХ-ФИЛЬТРОВ

Горишкин Р.С., н.с. кафедры ТОР РГПУ, e-mail: gorushkin.r.s@tor.rsreu.ru

SYSTEM IDENTIFICATION OF NARROWBAND SYSTEMS USING ADAPTIVE INTERPOLATED IIR FILTERS

Goriushkin R.S.

Digital adaptive filtering has found application in many areas of digital signal processing: in communication systems, radar, audio and video data processing. Identifying an unknown system is a typical task. In this paper, we investigate the application of digital adaptive interpolated filters with infinite impulse response to solve this problem for narrowband systems.

Key words: adaptive filtering, identifying an unknown system, interpolated filter, narrowband systems.

Ключевые слова: адаптивная фильтрация, прямое моделирование, гребенчатый фильтр, БИХ-фильтры, узкополосная система.

Введение

Адаптивные фильтры (АФ) являются цифровыми фильтрами с саморегулирующимися характеристиками. Основной их особенностью является возможность автоматической подстройки коэффициентов в соответствии с алгоритмом адаптации и набором входных данных [1]. Одним из сценариев применения адаптивных цифровых фильтров является идентификация неизвестной системы или задача прямого моделирования. Примеры использования прямого моделирования можно найти в различных областях: моделировании многоручевых телекоммуникационных каналов [2], систем управления [3], сейсмических исследованиях [4] и др.

Стандартная структура для решения задачи прямого моделирования представлена на рис. 1. Входной сигнал $x(n)$ подаётся как на вход неизвестной системы, так и на вход адаптивного фильтра. Как правило, входной сигнал является широкополосным для более точной настройки адаптивного фильтра во всей полосе частот неизвестной системы.

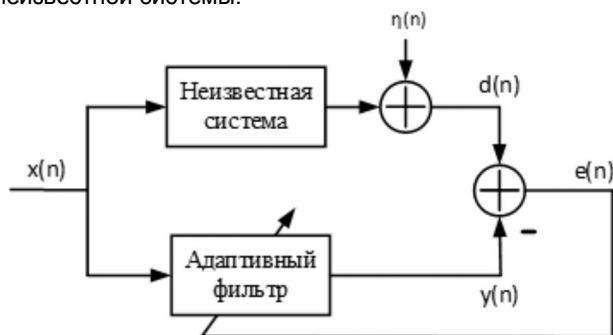


Рис. 1. Решение задачи прямого моделирования (идентификации) неизвестной системы с использованием адаптивного фильтра

Адаптивный фильтр может относиться как к классу фильтров с конечной импульсной характеристикой

Цифровая адаптивная фильтрация нашла применение во многих областях цифровой обработки сигналов: в системах связи, радиолокации, обработке аудио- и видеоданных. Типичной задачей является прямое моделирование неизвестной системы. В данной работе исследуется применение цифровых адаптивных гребенчатых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой для решения задачи прямого моделирования узкополосных систем.

(КИХ), так и с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ). В общем случае адаптивные БИХ фильтры являются лучшим выбором для задач прямого моделирования в сравнении с КИХ. Это связано с тем, что для реализации модели одной и той же неизвестной системы БИХ-фильтр требует меньшего порядка и, как следствие, имеет меньшую вычислительную сложность на реализацию алгоритма адаптации. Данное преимущество обусловлено тем, что в структуре БИХ-фильтра настраиваются как нули, так и полюсы, в отличие от КИХ-фильтров, где присутствуют исключительно нули [5].

Недостатком применения БИХ-фильтров является необходимость контроля устойчивости фильтра, путём мониторинга полюсов после каждой итерации обновления коэффициентов. Также существует проблема локальных минимумов целевой функции, что также требуется учитывать при реализации алгоритма адаптивного БИХ-фильтра. Ещё одной проблемой является относительно невысокая скорость и точность сходимости алгоритмов адаптации в случае моделирования узкополосных систем.

Данная работа посвящена решению последней из перечисленных проблем. Для реализации узкополосных фильтров с фиксированными коэффициентами с целью обеспечения высокой прямоугловности амплитудно-частотной характеристики может быть использован гребенчатый фильтр. Данный подход позволяет реализовать системы с высоким коэффициентом прямоугловности [6] с относительно небольшим порядком.

В работе [7] показано, что применение таких систем позволяет эффективно выделить узкополосные сигналы на фоне широкополосных помех.

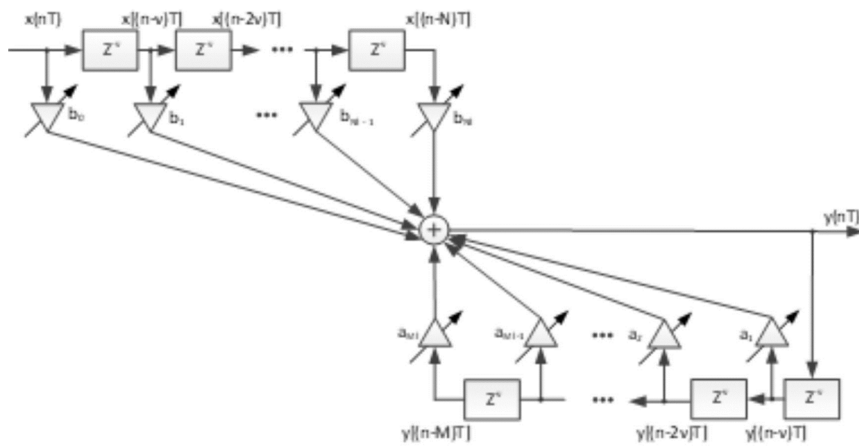


Рис. 2. Структура АЦГФ с бесконечной импульсной характеристикой

Цифровые адаптивные гребенчатые БИХ-фильтры

Пусть выходной сигнал стандартного адаптивного БИХ-фильтра описывается выражением:

$$y(n) = \sum_{i=1}^N \hat{a}_i y(n-i) + \sum_{j=0}^M \hat{b}_j x(n-j), \tag{1}$$

где $[\hat{b}_i]$ и $[\hat{a}_i]$ – адаптируемые коэффициенты усиления и обратной связи соответственно, N – количество нулей, а M – полюсов адаптивного фильтра.

При переходе к структуре адаптивного гребенчатого фильтра (АЦГФ) с бесконечной импульсной характеристикой выражение (1) примет вид:

$$y(n) = \sum_{r=0}^N \hat{b}_r x[(n-vr)] - \sum_{k=1}^M \hat{a}_k y[(n-vk)], \tag{2}$$

где \hat{b}_r , \hat{a}_k – адаптируемые коэффициенты усиления и обратной связи соответственно адаптивного базового фильтра с бесконечной импульсной характеристикой.

Для перехода от базового фильтра к гребенчатому необходимо заменить элементы задержки z^{-1} на буферы размером z^{-v} . Объём требуемой для реализации фильтра памяти при этом увеличится в v раз, а количество адаптируемых коэффициентов не изменится [5]. На рис. 2 представлена структура АЦГФ с бесконечной импульсной характеристикой.

В процессе адаптации к форме амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) динамической системы подстраивается только одна из полос АЧХ цифрового гребенчатого фильтра. Остальные полосы являются ее копиями, число которых зависит от коэффициента v , и их влияние должно быть устранено. Для подавления сигнала в боковых полосах фильтра необходим дополнительный сглаживающий фильтр (СФ), помещаемый в цепь моделируемой и моделирующей систем [6]. В качестве сглаживающего может быть использован фильтр невысокого порядка КИХ или БИХ-типа. СФ может иметь как фиксированные коэффициенты, так и настраиваемые. В работе [7] представлен вариант совместного использования адаптивного гребенчатого фильтра с адаптивным СФ, структура которого была предложена в [11].

С учётом этого стандартная структура для решения задачи прямого моделирования, представленная на рис. 1, может быть преобразована к следующему виду.

В данной работе был использован СФ с фиксированными коэффициентами.

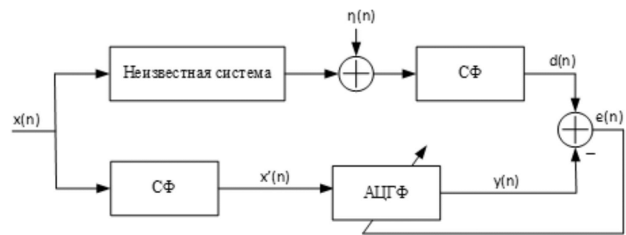


Рис. 3. Решение задачи прямого моделирования (идентификации) неизвестной системы с использованием адаптивного гребенчатого фильтра

Алгоритмы адаптации

Задачей адаптивной системы является подстройка своих параметров до тех пор, пока не будет достигнут определённый заранее критерий приближения [8]. Как правило, коэффициенты адаптивного фильтра настраиваются исходя из минимизации целевой функции.

Для обновления коэффициентов адаптивного фильтра в данной работе были использованы метод минимальной среднеквадратичной ошибки – *LMS* (Least Mean Squares) и рекурсивный метод наименьших квадратов – *RLS* (Recursive Least Squares). Приведём краткое описание методов.

Для удобства перепишем выражение (1) в виде:

$$y(n) = \hat{\theta}^T X(n), \tag{3}$$

где $\hat{\theta}$ и $X(n)$ – векторы совокупности адаптируемых коэффициентов и совокупности входных и выходных данных соответственно. $\hat{\theta}$ и $X(n)$ могут быть записаны как:

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_N, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_M]^T; \tag{4}$$

$$X(n) = [y(n-1), \dots, y(n-N), x(n), \dots, x(n-M)]^T. \tag{5}$$

Целевой функцией алгоритма *LMS* является:

$$\xi(n) = e^2(n) = [d(n) - y(n)]^2. \tag{6}$$

Здесь $e(n)$ представляет собой разность между выходом $y(n)$ адаптивного устройства и эталонным сигналом $d(n)$ с выхода неизвестной системы.

Алгоритм обновления вектора коэффициентов, используемый в работе, имеет вид, предложенный в работе [9]:

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) + \mu \{d(n) - y(n)\} X(n), \tag{7}$$

где μ – константа, определяющая скорость сходимости.

Целевая функция минимизации для алгоритма *RLS* имеет вид:

$$\xi(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} e^2(i) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [d(i) - \theta^T(n)X(i)]^2, \quad (8)$$

где коэффициент λ используется для снижения влияния предыдущих отсчётов на выходной результат, он выбирается из условия $0 \ll \lambda < 1$.

Алгоритм обновления коэффициентов для данного метода описывается выражением [10]:

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) - S_D(n)\varphi(n)e(n), \quad (9)$$

где $\varphi(n) = \frac{\partial e(n)}{\partial \theta(n)}$, а матрица S_D вычисляется в соответствии с выражением

$$S_D(n) = \frac{1}{\lambda} \left[S_D(n-1) - \frac{S_D(n-1)\varphi(n)\varphi^T(n)S_D(n-1)}{\lambda + \varphi^T(n)S_D(n-1)\varphi(n)} \right]. \quad (10)$$

Алгоритмы обновления коэффициентов в структуре гребенчатого фильтра используются в исходном виде, количество настраиваемых коэффициентов фильтра остаётся прежним, изменения касаются только вектора в выражении (5) вследствие изменения величин задержек в структуре фильтра:

$$X(n) = [y(n-v) \dots y(n-vN) x(n) \dots x(n-vM)]^T. \quad (11)$$

Экспериментальные исследования

Задачей адаптивного фильтра является уменьшение среднеквадратичной ошибки (СКО), возникающей при нахождении разности между обучающим сигналом $d(n)$ и выходным сигналом адаптивного фильтра $y(n)$. Минимизация целевой функции характеризует приближение выходного сигнала к желаемому. Следовательно, СКО показывает насколько точно была настроена адаптируемая модель к модели неизвестной системы.

Для экспериментальных исследований в качестве неизвестной системы был использован узкополосный низкочастотный БИХ-фильтр, порядка $M=9$, граница полосы пропускания имеет значение $f_{c1} = 50$ Гц, частота границы полосы непропускания $f_{c2} = 75$ Гц, частота дискретизации $f_d = 1$ кГц. Неравномерность в полосе пропускания со значением $A_{pass} = 0,01$ дБ, подавление в области непрозрачности $A_{stop} = 80$ дБ.

В качестве адаптируемой системы для реализации схемы, представленной на рис. 1, использовался БИХ-фильтр порядка $M=10$. Для схемы, представленной на рис. 3, адаптируемым являлся цифровой гребенчатый фильтр аналогичного порядка с коэффициентом $v=4$. В качестве сглаживающего фильтра был использован эллиптический низкочастотный БИХ-фильтр 8 порядка с фиксированными коэффициентами.

Входной сигнал $x(n)$ представляет собой дискретный белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием. Шум измерений $\eta(n)$ является аддитивным белым гауссовым белым шумом, некоррелированным с входным сигналом. В первом эксперименте мощность шума измерений была приравнена к нулю, чтобы избежать его влияние на сходимости алгоритмов. Однако в реальных системах полностью исключить его влияние невозможно, поэтому во второй серии экспериментов он был учтён.

На рис. 4 показаны кривые сходимости алгоритма адаптации LMS .

Как можно заметить, кривые сходимости двухступенчатой схемы, обозначенные как LMS_{mod} , сходятся к уровням, которые расположены значительно ниже уровней сходимости для всех кривых стандартного алгоритма (LMS), что означает более точное повторение характеристик идентифицируемой модели. Скорость и точность сходимости также определяется параметром μ , который был задан значениями 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} . Количество отсчётов для эксперимента было задано в количестве $n = 100\,000$ отсчётов, каждая из характеристик была усреднена по 500 независимым ансамблям входных данных.

Для экспериментов, в которых учитывается шум измерений, коэффициент μ был зафиксирован и равен 0,01, а мощность шума измерений стала переменной величиной. Отношение мощности шума измерений к мощности входного сигнала изменялось в пределах -20 дБ до -40 дБ.

Для экспериментов, в которых учитывается шум измерений, коэффициент μ был зафиксирован и равен 0,01, а мощность шума измерений стала переменной величиной. Отношение мощности шума измерений к мощности входного сигнала изменялось в пределах -20 дБ до -40 дБ.

На рис. 5 приведены кривые обучения для данного случая.

Группа кривых, расположенная в верхней части графика относится к результатам моделирования для стандартной схемы идентификации. Кривые данной группы имеют обозначения LMS . В свою очередь, группа кривых сходимости, обозначенных LMS_{mod} относится к модифицированной двухступенчатой структуре. На рис. 5 можно заметить, что кривые LMS_{mod} , как и в первом эксперименте, сходятся к уровням, расположенным значительно ниже, чем уровни кривых стандартной схемы. Следовательно, в эксперименте, учитывающем шум, преимущество в точности сходимости также осталось за двухступенчатой структурой.

Далее была проведена серия моделирований для алгоритма RLS . Следующие коэффициенты λ были выбраны для экспериментов: 0,9999, 0,99999, 0,999999. На рис. 6 представлены кривые сходимости в отсутствие шума измерений.

Стоит отметить, что не представлена кривая сходимости для случая стандартного RLS -алгоритма с коэффициентом $\lambda = 0,9999$, это связано с тем, что при заданных параметрах неизвестной и адаптивной систем адаптивный БИХ-фильтр становится неустойчивым. Кривые сходимости для стандартной схемы были обозначены как RLS , для модифицированной двухступенчатой – RLS_{mod} .

Далее коэффициент λ был зафиксирован в значении 0,99999, а мощность шума измерений являлась переменной величиной, изменяемой аналогично эксперименту с алгоритмом LMS .

Для всех случаев, как с учётом, так и без учёта шума измерений, двухступенчатая схема, состоящая из гребенчатого адаптивного и сглаживающего БИХ-фильтров, позволила получить более точную настройку адаптивной системы.

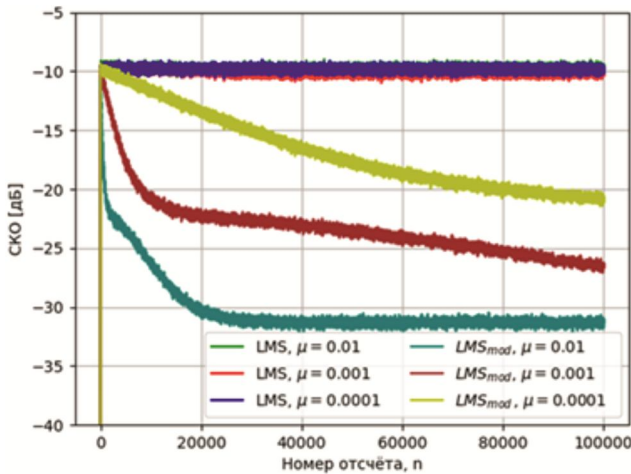


Рис. 4. Зависимость СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации LMS (без шума измерений)

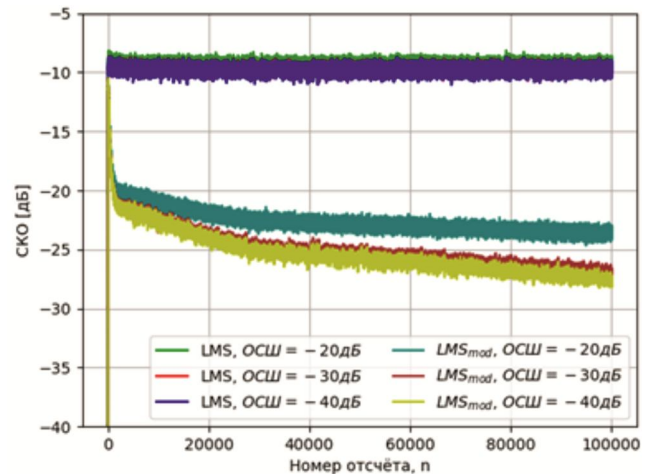


Рис. 5. Зависимость СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации LMS (с учётом шума измерений)

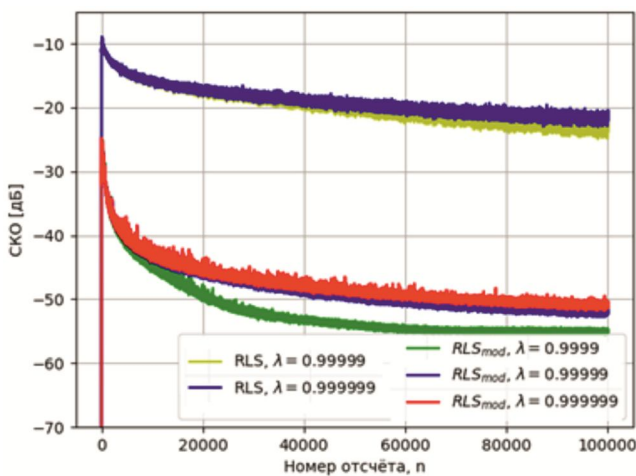


Рис. 6. Зависимости СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации RLS (без шума измерений)

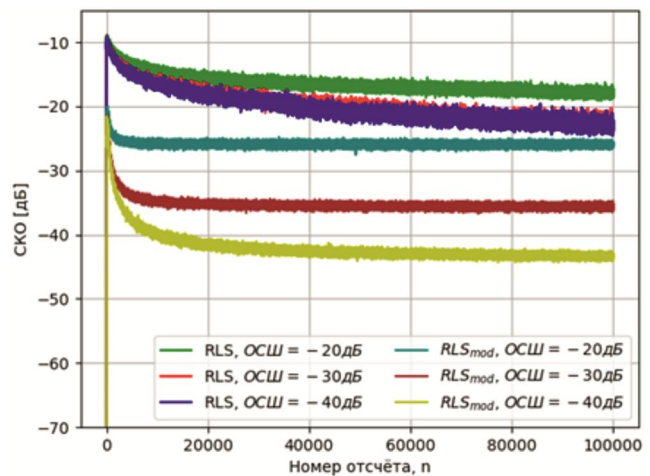


Рис. 7. Зависимость СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации RLS (с учётом шума измерений)

Заключение

В работе было показано, что использование структуры, состоящей из адаптивного гребенчатого и сглаживающего фильтров, даёт существенное преимущество перед классическими структурами при прямом моделировании узкополосных фильтров. При незначительном увеличении вычислительных затрат, требуемых для реализации сглаживающего фильтра и некотором увеличении памяти данных (в v раз), удаётся добиться значительно более точной сходимости и увеличить скорость сходимости алгоритмов адаптации. Дополнительным преимуществом является повышение устойчивости фильтра при некоторых параметрах алгоритмов адаптации.

Двухступенчатая схема даёт возможность построения устойчивых адаптивных фильтров на базе классических алгоритмов с улучшением точности идентификации неизвестной системы. В данной работе использовались алгоритмы LMS и RLS без каких-либо специальных модификаций, вносимые изменения в структуру адаптивного БИХ-фильтра также минимальны.

Литература

1. Oshana R. DSP Software Development Techniques for Embedded and Real-Time Systems. Elsevier, 2006. 608 pp.
2. Proakis J.G., Digital Communication, 4th edn., McGraw Hill, New York, 2001

3. Widrow B., S.D. Stearns, Adaptive Signal Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1985
4. Wood L.C., Treitel S., Seismic signal processing. Proc. IEEE 63, 1975, pp. 649-661
5. Shynk G J. J., Adaptive IIR filtering, IEEE ASSP Magazine, pp. 4-21, Apr. 1989.
6. Витязев В.В. Многоскоростная обработка сигналов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2017. – 336 с.: ил.
7. Горюшкин Р.С., Витязев В.В., Анализ применения адаптивных гребенчатых БИХ-фильтров в задаче выделения узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума // Цифровая обработка сигналов, 2021, № 2. С. 42-47.
8. M. Shafaati, M. Ahmadi and H. Mojallali, «Identification of IIR systems using harmony search algorithm», The 2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation, 2011, pp. 1148-1153
9. Feintuch P.L. An Adaptive Recursive LMS Filter // Proceedings IEEE, Vol. 64, No. 11, November 1976. pp. 1622-1624
10. Diniz P. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation. Springer, 2020. 495 pp.
11. S. Koshita, Y. Kumamoto, M. Abe, M. Kawamata, Adaptive IIR Band-Pass/Band-Stop Filtering Using High-Order Transfer Function and Frequency Transformation, Interdisciplinary Information Sciences, 2013, Vol. 19, No. 2, 2013, pp. 163-172.

АЛГОРИТМ АВТОФОКУСИРОВКИ МЕТОДОМ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЗКОСТИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ БОРТОВОЙ СИСТЕМЫ РАДИОВИДЕНИЯ

Дворянков Д.А., аспирант Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: dvoryankov.d.a@mail.ru;

Андросов В.В., главный конструктор АО «Государственный Рязанский приборный завод»;

Витязев С.В., к.т.н., доцент Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: Vityazev.s.v@for.rsreu.ru

AUTOFOCUS ALGORITHM FOR INCREASING THE RESOLUTION OF ON-BOARD RADAR IMAGING SYSTEMS BY THE SHARPNESS OPTIMIZATION METHOD

Dvoryankov D.A., Androsov V.V., Vityazev S.V.

The paper discusses the effectiveness of sharpness optimization method using the sum of various pixel intensity degrees as the sharpness metric of radar image. It is shown that the sharpness optimization radar image autofocusing method gives a better efficiency result compared to traditional image focusing algorithms. Using the methods of the golden-section search and Fibonacci numbers allows to reduce the autofocusing time of radar image by more than 5 times in relation to the direct search method. Recommendations on the choice of determine intensity image pixels degree parameter β are given. In particular, it was found that according to the criterion «quality/recovery time», the best metric is $[I(x,y)]^2$ ($\beta = 2$).

Key words: autofocus, radar image, sharpness optimization, resolution, phase errors, image pixels.

Ключевые слова: автофокусировка, радиолокационное изображение, оптимизация резкости, разрешающая способность, фазовые ошибки, пиксели изображения.

Введение

При формировании радиолокационных изображений (РЛИ) методом синтеза антенны часто сталкиваются с проблемой наличия фазовых ошибок, обусловленных недостаточной информацией о параметрах движения носителя бортовой радиолокационной станции (БРЛС). Это приводит к искажению изображения. Восстановление корректного изображения по сигналу, содержащему такого рода искажения, с учетом имеющейся информации о типе картографируемой поверхности называется автофокусировкой [1]. Широко используемым методом автофокусировки является метод PGA (автофокусировка по градиенту фазы). С его помощью можно добиться довольно точной аппроксимации фазовых ошибок [2]. Однако, метод PGA не всегда дает удовлетворительное решение проблемы автофокусировки. Альтернативный класс методов автофокусировки использует подходы на основе оптимизации РЛИ по некоторому критерию резкости изображения. В этих методах компенсация фазовых ошибок производится в процессе оптимизации заданной метрики резкости, оцениваемой по расфокусированному изображению. При этом к задаче оптимизации резкости могут применяться известные оптимизационные подходы, такие как метод градиентного спуска [3], итерационный метод покоординатного спуска [4], метод эллипсоидов и др. Методы, использу-

Проводится исследование эффективности автофокусировки методом оптимизации резкости при использовании в качестве метрики резкости суммы различных степеней интенсивности пикселей радиолокационного изображения (РЛИ). Показано, что автофокусировка РЛИ методом оптимизации резкости даёт положительный результат в тех случаях, когда традиционные алгоритмы восстановления изображения не работают достаточно эффективно. Установлено, что использование метода золотого сечения и метода чисел Фибоначчи позволяет многократно (более чем в 5 раз) уменьшить время автофокусировки РЛИ по отношению к прямому перебору, при соизмеримой точности восстановления. Даются рекомендации по выбору параметра β , определяющего степень интенсивности пикселей изображения. В частности установлено, что по критерию «качество/время восстановления» наилучшей является метрика $[I(x,y)]^2$ ($\beta = 2$).

ющие метрики резкости считаются более надёжными, чем методы PGA.

В данной работе проводится исследование эффективности автофокусировки методом оптимизации резкости при использовании в качестве метрики резкости суммы различных степеней интенсивности пикселей РЛИ.

Постановка задачи

Формирование РЛИ на завершающем этапе обработки сводится к выполнению обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ), обеспечивающего разрешение по азимуту [6]:

$$g(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} u(l, y) e^{j\left(\frac{2\pi}{M}\right)xl}, \quad (1)$$

где $u(l, y)$ – входные данные после разделения на ка-

налы дальности и компенсации перемещения элементов изображения между каналами дальности за период синтезирования апертуры; $g(x, y)$ – комплексное значение пикселя изображения с координатами (x, y) ; индексы l и y представляют собой номера периодов зондирования и каналов дальности соответственно; M – количество отсчётов азимута, каждый из которых содержит N дискретных каналов дальности.

В случае наличия фазовых искажений сигнала формулу (1) можно представить в следующем виде:

$$\tilde{g}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} u(l, y) e^{j\left(\frac{2\pi}{M}xl + \theta_e(l)\right)}, \quad (2)$$

где $\theta_e(l)$ – фазовая ошибка, не зависящая от канала дальности.

Для восстановления изображения необходимо оценить внесённую фазовую составляющую $\theta_e(l)$. Один из основных способов решения этой задачи – максимизация метрики резкости РЛИ [5]. Часто применяемой метрикой резкости является квадрат интенсивности, определяемый формулой:

$$C = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (|\hat{g}(x, y)|^2)^2, \quad (3)$$

где $|\hat{g}(x, y)|^2 = \hat{g}(x, y)\hat{g}^*(x, y)$ – интенсивность пикселей изображения. Так как формируемое изображение зависит от фазовой ошибки $\theta_e(l)$, то резкость изображения следует выразить через оценку этой ошибки, а максимизацию метрики резкости проводить в соответствии со следующим выражением [6]:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} C(\theta). \quad (4)$$

Для решения задачи максимизации резкости (4) могут быть применены различные оптимизационные подходы. Простейшим из них является метод полного перебора. Также помимо метрики квадрата интенсивности существует множество других метрик, каждая из которых может быть оптимальной для конкретного случая. Обоснованность применения той или иной метрики сильно зависит от наблюдаемой сцены (какие объекты преобладают и как они расположены). Рассмотрим случаи, когда метрика резкости является интенсивностью в какой-либо степени ($C = I^\beta$). Когда изображение содержит очень яркие точечные объекты, вторая производная интенсивности возрастает с ростом самой интенсивности, следовательно, в таких случаях большие значения степени β подходят лучшим образом. Если же сцена не содержит таких ярких точечных объектов (поля, леса), вторая производная убывает с ростом интенсивности, следовательно, следует использовать значения β близкие к единице или меньше неё [3].

В рамках рассматриваемого исследования сформулируем задачу автофокусировки методом оптимизации резкости, как поиск такого алгоритма оценки корректирующей фазовой компоненты $\hat{\theta}$ (4), который характеризуется минимальным временем реализации при максимальном качестве восстановления РЛИ при использовании в качестве метрики резкости суммы квадратов интенсивности пикселей изображения [3].

Методы решения поставленной задачи

Метод перебора

В качестве исходного изображения было смоделировано простейшее изображение размером 200x100 пикселей с яркими полосами типа «крест» (рис. 1).

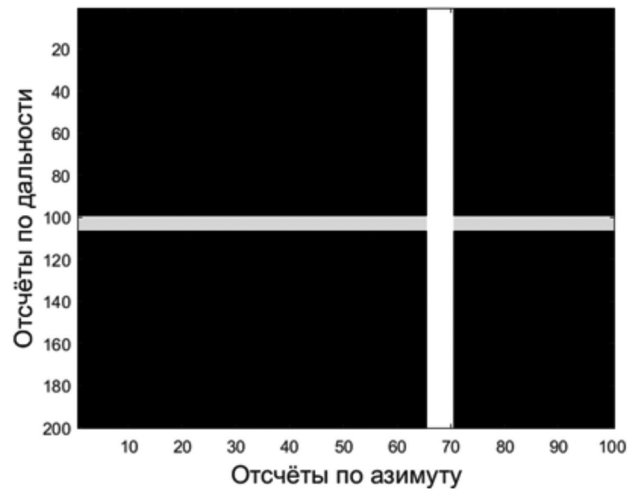


Рис. 1. Исходное сфокусированное изображение

В качестве модели вносимой фазовой ошибки была использована квадратичная фазовая ошибка. Расфокусированное изображение принимает вид, представленный на рис. 2. Обработка изображения проходит независимо для каждого канала дальности [6]. Таким образом, для каждого канала дальности мы подбираем фазовую составляющую, обеспечивающую максимальную метрику резкости для всего изображения. В результате получим восстановленное изображение (рис. 3)

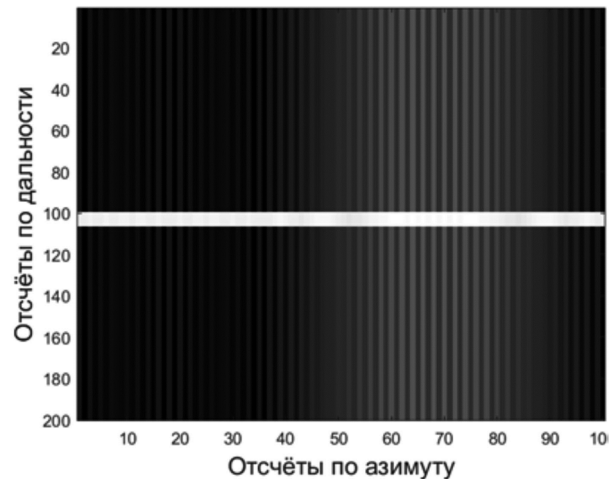
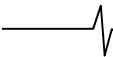


Рис. 2. Расфокусированное изображение

При данных условиях за 2 итерации удалось достигнуть 93 %-го восстановления резкости исходного изображения при шаге перебора $\pi/64$. При этом программа на ПЭВМ выполнялась около 3 минут. Здесь и далее точность восстановления рассчитывается как отношение значений метрик исходного и восстановленного изображений.

При использовании реальных данных, регистрируемых радиолокационной станцией миллиметрового диапазона длин волн, такого результата достигнуть не получилось в силу того, что для больших размерностей изображения перебор занимает очень много времени.



Из этого следует, что необходимо рассмотреть возможность применения других, более быстрых, методов поиска максимума. Также следует подробнее изучить вопрос выбора метрики в зависимости от типа исследуемой местности.

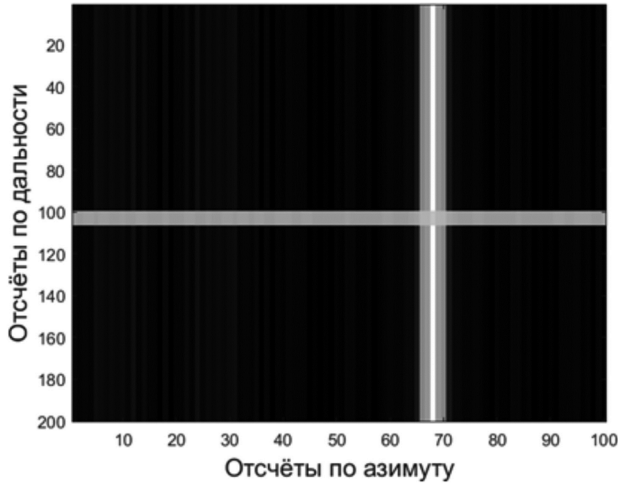


Рис. 3. Сфокусированное изображение

Метод золотого сечения

Отметим, что для более эффективного поиска минимума по сравнению с методом перебора лучше использовать методы последовательного поиска, в которых для вычисления очередной точки используется информация, полученная на более ранней стадии расчетов. К таким методам относится метод половинного деления или дихотомии. В этом методе на каждой итерации получаем отрезок, содержащий точку минимума (локализирующий отрезок), так, что длина каждого следующего отрезка меньше длины предыдущего. Выгода рассмотренного подхода очевидна – в отличие от пассивного поиска (полного перебора), в методе дихотомии не требуется вычислять значения функции в точках, принадлежащих отбрасываемым на каждом шаге полуинтервалам. Использование такого метода позволило сэкономить на количестве обращений к вычислению функции. Однако в методе дихотомии имеется особенность, позволяющая строить более эффективные алгоритмы. На каждой итерации приходится вычислять значение функции в двух новых точках. Если удастся построить алгоритм так, чтобы каждый раз одна из этих точек совпадала с одной из аналогичных точек с предыдущей итерации, то это бы позволило на каждой итерации вычислять значение функции лишь в одной новой точке и, тем самым, обращаться к вычислению функции еще меньше. Оказывается, это можно сделать с помощью деления отрезка в пропорциях золотого сечения [7].

Рассмотрим симметричные точки $\chi_1 < \chi_2$. В дальнейшем мы получим либо отрезок $[\chi_1, b]$, либо отрезок $[a, \chi_2]$. При этом χ_1 является одной из точек деления отрезка $[a, \chi_2]$, а точка χ_2 – одна из точек деления отрезка $[\chi_1, b]$. Поясним этот метод при $a = 0, b = 1$. Положим $\chi_2 = \tau > 0,5, \chi_1 = 1 - \tau$. Пусть отброшен отрезок $[\chi_2, b]$, тогда $\tau/1 = (1 - \tau)/\tau$, т.е. отношение большего отрезка ко всему равно отношению меньшего к

большому. Отсюда получаем $\tau = (\sqrt{5}-1)/2 \approx 0,61803$. Число τ называется отношением золотого сечения. При этом отношение отрезков в процессе счета не изменятся.

Для отрезка $[a, b]$ получаем $\chi_1 = a + (3 - \sqrt{5})/2 * (b - a); \chi_2 = a + (\sqrt{5} - 1)/2 * (b - a)$. Легко проверить, что $\chi_1 = a + b - \chi_2; \chi_2 = a + b - \chi_1$. Аналогичные соотношения сохраняются и для последующих отрезков [8].

Проверим этот метод для нашего тестового изображения 200x100. В результате выполнения программы за 3 итерации метрика изображения восстановилась на 88 %, причём время выполнения оказалось в шесть раз меньшим по сравнению с полным перебором (29 секунд).

Метод чисел Фибоначчи

Метод аналогичен методу золотого сечения. Отличие состоит в том, что коэффициент сжатия интервала неопределенности меняется от итерации к итерации согласно последовательности Фибоначчи. Последовательность чисел определяется следующим образом [9]:

$$F_0 = F_1 = 1, F_{k+1} = F_k + F_{k-1}, k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Пробные точки λ_k и μ_k вычисляются по формулам (10).

$$\lambda_k = \alpha_k + \frac{F_{n-k-1}}{F_{n-k+1}}(b_k - a_k), \quad (6)$$

$$\mu_k = \alpha_k + \frac{F_{n-k}}{F_{n-k+1}}(b_k - a_k).$$

При этом число итераций выбирается до начала вычислений и обусловлено требуемой точностью

$$\varepsilon = \frac{b_1 - a_1}{F_n}.$$

Алгоритм нахождения максимума

Шаг 0. Задать $\varepsilon, a > 0, [a_1, b_1], k = 1$. Вычислить λ_1, μ_1 по формулам (2), $f(\lambda_k), f(\mu_k)$.

Шаг 1. Если $f(\lambda_k) \leq f(\mu_k)$, то перейти на шаг 2, иначе на шаг 3.

Шаг 2. Положим $a_{k+1} = \lambda_k, b_{k+1} = b_k, \lambda_{k+1} = \mu_k$,

$$\mu_{k+1} = \alpha_{k+1} + \frac{F_{n-k-1}}{F_{n-k}}(b_{k+1} - a_{k+1}).$$

Если $k = n - 2$, то перейти на шаг 5, иначе вычислить $f(\mu_{k+1})$, перейти на шаг 4.

Шаг 3. Положим $a_{k+1} = a_k, b_{k+1} = \mu_k, \mu_{k+1} = \lambda_k$,

$$\lambda_{k+1} = \alpha_{k+1} + \frac{F_{n-k-2}}{F_{n-k}}(b_{k+1} - a_{k+1}).$$

Если $k = n - 2$, то перейти на шаг 5, иначе вычислить $f(\mu_{k+1})$, перейти на шаг 4.

Шаг 4. $k = k + 1$ перейти на шаг 1.

Шаг 5. Положим $\lambda_n = \lambda_{n-1}, \mu_n = \lambda_{n-1}$, вычислить $f(\lambda_n)$ и $f(\mu_n)$. Если $f(\lambda_n) \leq f(\mu_n)$, то $a_n = \lambda_n, b_n = b_{n-1}$, иначе

$$a_n = a_{n-1}, b_n = \lambda_n. \text{ Оптимальное решение } x = \frac{a_n + b_n}{2}.$$

В отличие от методов дихотомии и золотого сечения в методе Фибоначчи не нужно на каждом шаге проверять критерий остановки. Количество шагов здесь задается заранее, исходя из выражения $F_{n+2} \geq (b - a)/\varepsilon$. От-

метим также, что метод Фибоначчи является оптимальным, в том смысле, что позволяет найти решение с заданной точностью при наименьшем количестве обращений к вычислению функции. Это может быть важно, когда вычисление функции связано с дорогостоящими физическими опытами, либо сама функция имеет сложный вид, что делает ее вычисление трудоёмким [7].

Проверим метод чисел Фибоначчи для того же тестового изображения 200x100. В результате выполнения программы за 3 итерации метрика изображения восстановилась на 90 %, причём время выполнения оказалось чуть большим по сравнению с методом золотого сечения (33 секунды).

Обработка реального сигнала

Рассмотрим эффективность работы вышеописанных алгоритмов с фрагментом реального радиолокационного изображения (рис. 4). Было проведено тестирование работоспособности метода перебора применительно к фрагменту сигнала размером 50x300.

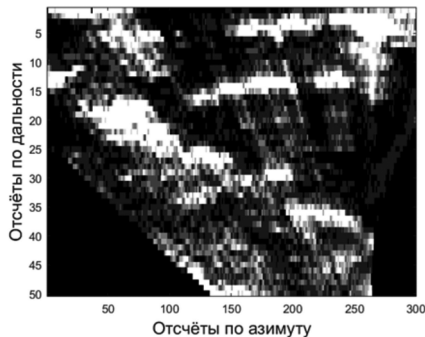


Рис. 4. Исходный фрагмент радиолокационного изображения

В результате внесенной расфокусировки фрагмент изображения принимает вид, представленный на рис. 5.

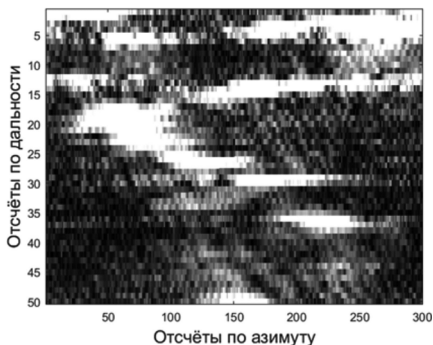


Рис. 5. Расфокусированное радиолокационное изображение

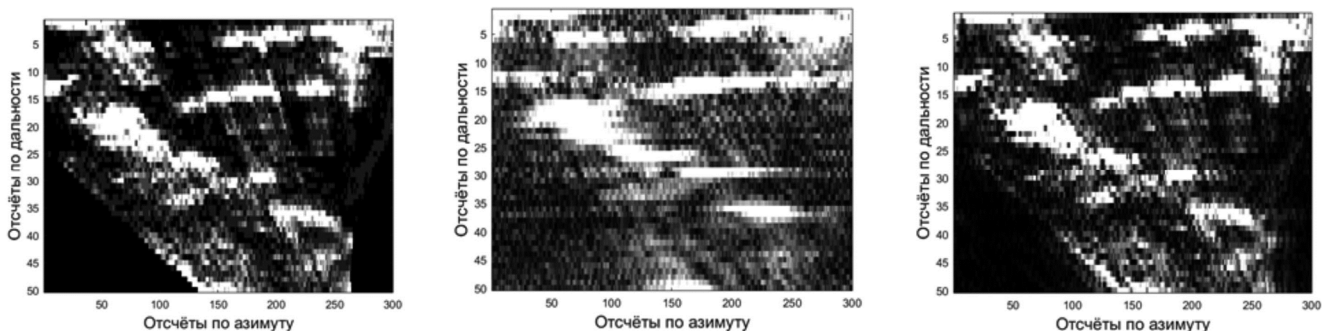


Рис. 7. Результат обработки радиолокационного изображения методом золотого сечения

В итоге при шаге перебора $\pi/64$ за 5 итераций метрика восстановилась на 98,9835 %, причём время выполнения программы на ПЭВМ составило 13 минут. Результат восстановления самого изображения представлен на рис. 6.

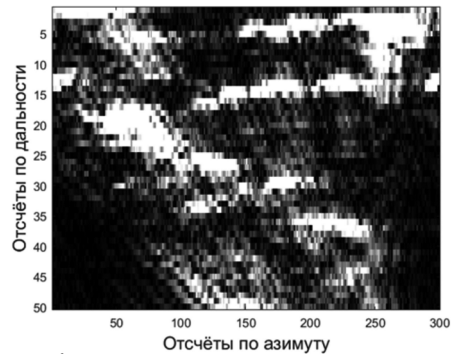


Рис. 6. Сфокусированное радиолокационное изображение методом перебора

Проведём аналогичный эксперимент для методов золотого сечения и чисел Фибоначчи. Для метода золотого сечения за 3 итерации метрика изображения восстановилась на 97,3095 %. При этом само изображение визуально восстановилось также значительно лучше. Ниже на рис. 7 представлены слева направо: исходное, искажённое и восстановленное изображения.

Время выполнения программы составило 66 секунд, что в несколько раз быстрее времени выполнения алгоритма полного перебора.

Рассмотрим результат обработки реального сигнала изображения методом чисел Фибоначчи. Для данного метода за 6 итераций метрика изображения восстановилась на 99,4081 %. При этом само изображение визуально восстановилось примерно так же, как и при методе золотого сечения. На рис. 8 представлены слева направо: исходное, искажённое и восстановленное изображения.

Время выполнения программы составило 144 секунды, что немного больше, чем аналогичная величина для метода золотого сечения.

Имеет смысл подбирать оптимальную точность вычислений ε в обоих методах (в данном эксперименте она была принята $\frac{\pi}{512}$), такую чтобы обеспечить максимальную точность восстановления.

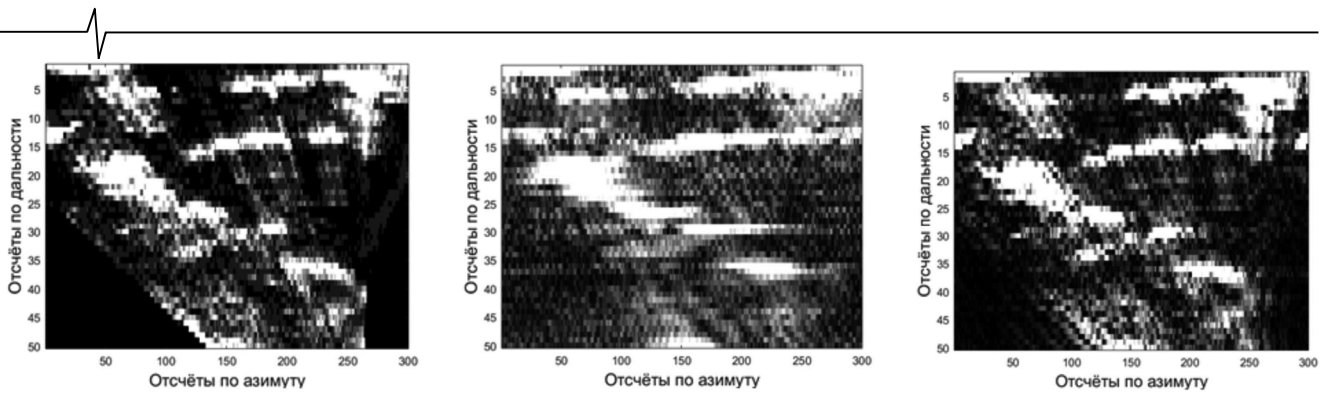


Рис. 8. Результат обработки радиолокационного изображения методом чисел Фибоначчи

Сравнение разных метрик резкости

Представим метрику резкости изображения как функцию интенсивности.

$$\Gamma[I(x, y)] = [I(x, y)]^\beta \quad (7)$$

При этом в зависимости от типа исследуемой поверхности рационально использовать метрику с каким-то определённым значением степени β . Важно отметить, что для значений $\beta < 1$ метрику необходимо не максимизировать, а минимизировать (либо максимизировать величину, ей отрицательную) [3]. Значения степени β , которые были использованы в эксперименте: 4, 3, 2, 1,5, 0,5. Эксперименты проводились с использованием метода золотого сечения для реального радиолокационного сигнала размера 50x300.

Как видно из табл. 1, значение параметра β сильно влияет на точность восстановления резкости изображения. Из полученных данных можно сделать вывод, что

для радиолокационных изображений исследуемого типа с точки зрения соотношения качество восстановления – время выполнения программы оптимальной является метрика $[I(x, y)]^2$, в этом случае наблюдается высокая точность восстановления при относительно небольших временных затратах. Если же важно получить максимальную точность восстановления, то рационально использовать метрику $[I(x, y)]^{1,5}$. В таблице указано количество итераций, при котором наблюдается значение метрики резкости, максимально приближенное к значению для исходного изображения. Стоит отметить, что по мере увеличения метрики наступает момент, когда она достигает максимально близкого к исходному значению, при этом с каждой итерацией продолжая расти. Поэтому важно вовремя остановить работу алгоритма, причём из табл. 1 видно, что при разных метриках наблюдается различная скорость увеличения метрики от итерации к итерации, что объясняет разброс количества итераций, необходимого для восстановления изображения.

Таблица 1. Сравнение разных метрик резкости

	$\beta = 4$	$\beta = 3$	$\beta = 2$	$\beta = 1,5$	$\beta = 0,5$
Метрика сфокусированного изображения	1,1490e+21	2,6053e+16	7,1540e+11	4,3259e+09	373535
Метрика искажённого изображения	2,2443e+20	8,0828e+15	3,7506e+11	3,0743e+09	513970
Метрика восстановленного изображения	8,4079e+20	2,4065e+16	7,1039e+11	4,3245e+09	396050
Степень восстановления метрики, %	73,18	92,37	99,30	99,97	94,32
Количество итераций восстановления	2	3	6	8	10
Время выполнения программы, с	98,70	147,07	216,66	395,13	395,93
Исходное изображение	$\beta = 4$	$\beta = 3$	$\beta = 2$	$\beta = 1,5$	$\beta = 0,5$

Таблица 2. Сравнение влияния фазовых ошибок

Вид метрики	Степень фазовой ошибки	Результат восстановления метрики, %	Количество итераций восстановления	Время работы программы, сек	Значение параметра k
$\beta = 2$	2	98,9	2	35	0,01
$\beta = 2$	3	78	2	33	0,01
$\beta = 2$	1,5	75	2	37	0,1
$\beta = 3$	2	82	2	44	0,01
$\beta = 3$	2	41	2	44	0,01
$\beta = 3$	2	42	2	44	0,1
$\beta = 1.5$	2	93	3	65	0,01
$\beta = 1.5$	2	98	2	43	0,01
$\beta = 1.5$	2	99	2	43	0,1

Особый интерес также представляет метрика $\beta = 0,5$. При её применении метрика возрастает крайне медленно, поэтому в рамках эксперимента работа программы была ограничена 10-ю итерациями. Если повысить это предельное значение, то точность восстановления увеличится, но это займёт большее время, чем для аналогичной метрики $\beta = 1,5$.

Исходя из вышесказанного, можно сделать предположение о том, что метрика $\beta = 0,5$ весьма полезна, но для данного исследуемого изображения не подходит в силу медленности восстановления.

Сравнение влияния разных видов фазовых ошибок на точность восстановления

Было проведено сравнение влияния разных фазовых ошибок и различных метрик на степень восстановления изображения (табл. 2). Ранее использовалась квадратичная фазовая ошибка с параметром $k = 0,01$. В таблице рассматриваются результаты восстановления для фазовой ошибки второй степени, третьей степени и степени 1,5.

Таким образом, можно убедиться в том, что наиболее точно программа восстановления работает для случая квадратичной фазовой ошибки, то есть когда моделью искажений является ЛЧМ.

Заключение

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Автофокусировка радиолокационных изображений методом оптимизации резкости даёт положительный результат в тех случаях, когда традиционные алгоритмы восстановления изображения не работают достаточно эффективно.

2. Использование метода золотого сечения и метода чисел Фибоначчи позволяет многократно (более чем в 5 раз) уменьшить время автофокусировки радиолокационного изображения по отношению к прямому перебору, при соизмеримой точности восстановления.

3. Тип метрики резкости изображения (степень β) в

значительной степени влияет на точность восстановления резкости. Даются рекомендации по выбору параметра β . В частности установлено, что по критерию «качество/время восстановления» наилучшей является метрика $[I(x,y)]^2$.

Статья подготовлена при поддержке НИИ «Фотон», Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина.

Литература

1. R.L. Morrison, M.N. Do, D.C. Munson, SAR image autofocus by sharpness optimization: a theoretical study, IEEE Trans. Image Process, vol. 16 (9) (2007), pp. 2309-2321.
2. C.V. Jakowatz, Jr., D.E. Wahl, P.H. Eichel, D.C. Ghiglia, and P.A. Thompson, Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar: A Signal Processing Approach., Kluwer Academic Publishers, Boston, 1996.
3. J.R. Fienup and J. J. Miller, «Aberration correction by maximizing generalized sharpness metrics», J. Opt. Soc. Amer. A, vol. 20, no. 4, pp. 609-620, April 2003.
4. L. Xi, L. Guosui, and J. Ni, «Autofocusing of ISAR images based on entropy minimization», IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 35, no. 4, pp. 1240-1252, October 1999.
5. Schulz, T.J.: «Optimal sharpness function for SAR autofocus», IEEE Signal Process. Lett., 2007, 14, (1), pp. 27-30.
6. Gao, Yang; Yu, Weidong; Liu, Yabo; Wang, Robert: «Autofocus algorithm for SAR imagery based on sharpness optimization», Electronics Letters, 2014, 50, (11), pp. 830-832.
7. Аббасов М.Э. Методы оптимизации: Учеб. пособие / Аббасов М. Э. СПб.: Издательство «ВВМ», 2014. 64 с.
8. Аверинцев М.Б., Корниенко Н.А. Одномерная оптимизация: Конспект лекций. М.: МГУПС (МИИТ), 2016. 41 с.
9. Методы одномерной оптимизации: методические указания и задания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Методы оптимизации» / сост. Т.М. Попова. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2011. 26 с.



**Всероссийская конференция
«СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ» (СТОС-2021)**

27 октября – 29 октября 2021 г. Москва

*All-Russian conference
«MODERN TECHNOLOGIES OF SIGNAL PROCESSING» (STOS-2021)*



Уважаемые коллеги!

ПРИГЛАШАЕМ ВАС ПРИНЯТЬ УЧАСТИЕ В РАБОТЕ КОНФЕРЕНЦИИ

ОРГАНИЗАТОРЫ:

- Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
- Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
- Министерство образования и науки Российской Федерации
- Московский технический университет связи и информатики

ПРИ УЧАСТИИ:

- Федеральное агентство по промышленности РФ
- ОАО «Концерн радиостроения «Вега»
- ОАО «Концерн «Созвездие»
- ФГУП «НИИР»
- Владимирский государственный университет
- Московский авиационный институт
- Балтийский федеральный университет им. И. Канта
- Военная академия РВСН им. Петра Великого
- Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
- Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина
- Московский энергетический институт
- Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. А.М. Бонч-Бруевича
- Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
- Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
- Тульский государственный университет
- Ульяновский государственный технический университет
- Ярославский государственный университет

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Председатель: академик РАН Гуляев Юрий Васильевич; **Заместитель Председателя:** академик РАН Фёдоров И.Б.

Члены комитета: академик РАН Бугаев А.С., член-корр. РАН Зубарев Ю.Б., академик РАН Каляев И.А.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ:

Председатель: член-корреспондент РАН Черепенин Владимир Алексеевич

Заместитель Председателя: д.т.н., проф. Витязев Владимир Викторович

Сопредседатели: д.т.н., проф. Аджемов А.С., д.т.н., проф. Цимбал В.А.

Члены Оргкомитета:

доц. Алёшин В.С., проф. Акиншин Н.С., проф. Брюханов Ю.А., проф. Васильев К.К., проф. Калошин В.А., проф. Мамон Ю.И., проф. Митрофанов Д.Г., проф. Пахотин В.А., проф. Постников И.И., доц. Самсонов Г.А., проф. Сперанский В.С., проф. Степанов С.Н., проф. Чиров Д.С., проф. Ямпурин Н.П.