

ПЕРЕДАЧА ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ УЗКОПОЛОСНЫМИ СИМПЛЕКСНЫМИ И ОРТОГОНАЛЬНЫМИ СИГНАЛАМИ

Вершинин В.А., к.т.н., доцент, e-mail: vershinin-vladimir@yandex.ru

USING A COMPLEX ENVELOPE FOR PARALLEL TRANSMISSION OF BINARY MESSAGES BY NARROW-BAND OVERLAPPING SIGNALS

Vershinin V. A.

The article deals with the transmission of discrete messages. Two sets of simplex narrowband signals are used for transmission, and any two signals from these sets are orthogonal. Two message elements are transmitted simultaneously. One element is transmitted by simplex elementary signals of one set, and the other is transmitted by simplex elementary signals of the second set. Thus, two elementary signals belonging to different sets are transmitted simultaneously, their separation is carried out due to orthogonality. The specific costs of the frequency band, the peak factor and the noise immunity of the transmission are given. The possibility of forming the transmitted signal and processing the received signal using a complex envelope is considered. At the same time, the main part of the algorithm of formation and processing is carried out in the low-frequency region.

Key words: discrete message, simplex signals, orthogonal signals, narrow-band signals, specific costs of the frequency band, complex envelope, noise immunity.

Ключевые слова: дискретное сообщение, симплексные сигналы, ортогональные сигналы, узкополосные сигналы, удельные затраты полосы частот, комплексная огибающая, помехоустойчивость.

Введение

Под дискретным сообщением будем понимать последовательность элементов, каждый из которых может принимать определенное число значений с равной вероятностью. Элементы сообщения являются независимыми случайными величинами.

В [1] рассматривалась передача дискретных сообщений с помощью множества симплексных элементарных сигналов вида

$$v_L(t) = A(-1)^L \cos 2\pi(K+L)t/T - \\ - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} A(-1)^i \cos 2\pi(K+i)t/T.$$

Введем второе множество симплексных элементарных сигналов:

$$w_M(t) = A(-1)^M \sin 2\pi(K+M)t/T - \\ - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} A(-1)^i \sin 2\pi(K+i)t/T.$$

Сигналы определены на интервале времени $-T/2 \leq t < T/2$ и равны нулю вне этого интервала; q – число значений элемента сообщения; $L = 0, 1, \dots, q-1$; $M = 0, 1, \dots, q-1$; A – постоянный коэффициент; K – целое положительное число, определяющее положение полосы частот, занимаемой сигналом.

Передаваемый сигнал на интервале $-T/2 \leq t < T/2$ представим в виде

$$s(t) = v_L(t) + w_M(t). \quad (1)$$

Рассматривается передача дискретных сообщений. Для передачи используются два множества симплексных узкополосных сигналов, причем любые два сигнала из этих множеств ортогональны. Одновременно передаются два элемента сообщения. Один элемент передается симплексными элементарными сигналами одного множества, а другой – симплексными элементарными сигналами второго множества. Таким образом, одновременно передаются два элементарных сигнала, принадлежащие разным множествам, их разделение осуществляется благодаря ортогональности. Приведены удельные затраты полосы частот, пик-фактор и помехоустойчивость передачи. Рассмотрена возможность формирования передаваемого сигнала и обработки принимаемого сигнала с использованием комплексной огибающей. При этом основная часть алгоритма формирования и обработки осуществляется в низкочастотной области.

Для передачи используются приведенные выше два множества симплексных сигналов, причем любые два сигнала из этих множеств ортогональны. Одновременно передаются два элемента сообщения. Один элемент передается симплексными элементарными сигналами одного множества, а другой – симплексными элементарными сигналами второго множества. Таким образом, одновременно передаются два элементарных сигнала, принадлежащие разным множествам, их разделение осуществляется благодаря ортогональности. Энергия каждо-

го из этих элементарных сигналов $W_1 = \frac{A^2 T (q-1)}{2q}$, а энергия сигнала (1) $W = 2W_1$. Введем также величину $W_0 = W_1 / \log_2 q$, которая представляет собой энергию, затрачиваемую на передачу одного бита сообщения.

Будут рассматриваться два варианта формирования сигнала (1). В первом варианте $q = 2$, число значений элемента сообщения равно 2, при этом

$$v_0(t) = \frac{A}{2} [\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T], \quad v_1(t) = -v_0(t);$$

$$w_0(t) = \frac{A}{2} [\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T]; \quad w_1(t) = -w_0(t).$$

Во втором варианте $q = 4$, число значений элемента сообщения равно 4, при этом

$$v_0(t) = \frac{A}{4} [3 \cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T - \cos 2\pi(K+2)t/T + \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$v_1(t) = \frac{A}{4} [-\cos 2\pi Kt/T - 3 \cos 2\pi(K+1)t/T - \cos 2\pi(K+2)t/T + \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$v_2(t) = \frac{A}{4} [-\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T + 3 \cos 2\pi(K+2)t/T + \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$v_3(t) = \frac{A}{4} [-\cos 2\pi Kt/T + \cos 2\pi(K+1)t/T - \cos 2\pi(K+2)t/T - 3 \cos 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_0(t) = \frac{A}{4} [3 \sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T - \sin 2\pi(K+2)t/T + \sin 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_1(t) = \frac{A}{4} [-\sin 2\pi Kt/T - 3 \sin 2\pi(K+1)t/T - \sin 2\pi(K+2)t/T + \sin 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_2(t) = \frac{A}{4} [-\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T + 3 \sin 2\pi(K+2)t/T + \sin 2\pi(K+3)t/T];$$

$$w_3(t) = \frac{A}{4} [-\sin 2\pi Kt/T + \sin 2\pi(K+1)t/T - \sin 2\pi(K+2)t/T - 3 \sin 2\pi(K+3)t/T].$$

Целью данной работы является исследование эффективности указанных выше вариантов формирования сигнала (1).

Полоса частот, занимаемая сигналом

Сигнал $s(t)$, определяемый (1), в общем случае является случайным сигналом. Определим полосу частот F , занимаемую сигналом, исходя из спектральной плотности мощности этого сигнала $S(f)$, где f – частота. При этом будем считать, что в полосе частот F должно быть сосредоточено 99 % мощности сигнала

$$P = \int_0^{\infty} S(f) df. \quad \text{Тогда}$$

$$F = f_2 - f_1, \quad (2)$$

где f_1 и f_2 – нижняя и верхняя граничные частоты определяются из выражений: $\int_0^{f_1} S(f) df = 0,005P$;

$$\int_{f_2}^{\infty} S(f) df = 0,005P.$$

Спектральная плотность мощности может быть определена как [1]:

$$S(f) = S_v(f) + S_w(f), \quad (3)$$

где

$$S_v(f) = \frac{W_1}{q-1} \sum_{L=0}^{q-1} (-1)^L \left(\frac{\sin \pi(fT - K - L)}{\pi(fT - K - L)} + \frac{\sin \pi(fT + K + L)}{\pi(fT + K + L)} \right) - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} (-1)^i \left(\frac{\sin \pi(fT - K - i)}{\pi(fT - K - i)} + \frac{\sin \pi(fT + K + i)}{\pi(fT + K + i)} \right)^2;$$

$$S_w(f) = \frac{W_1}{q-1} \sum_{M=0}^{q-1} (-1)^L \left(\frac{\sin \pi(fT - K - M)}{\pi(fT - K - M)} - \frac{\sin \pi(fT + K + M)}{\pi(fT + K + M)} \right) - \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} (-1)^i \left(\frac{\sin \pi(fT - K - i)}{\pi(fT - K - i)} - \frac{\sin \pi(fT + K + i)}{\pi(fT + K + i)} \right)^2.$$

Здесь $S_v(f)$ и $S_w(f)$ – спектральные плотности мощности составляющих сигнала $s(t)$.

На рис. 1 и 2 показаны зависимости S/W от fT , полученные с использованием (3), для $K = 40$ при $q = 2$ и $q = 4$ соответственно.

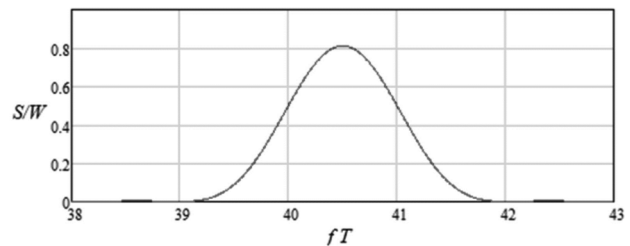


Рис. 1. Нормированная спектральная плотность мощности при $q = 2$, $K = 40$

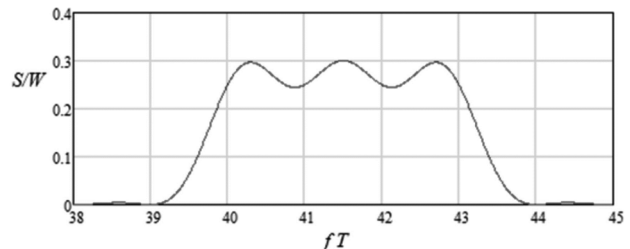


Рис. 2. Нормированная спектральная плотность мощности при $q = 4$, $K = 40$

Для сигнала (1) на основании (2) и (3) при $q = 2$ и $q = 4$ получено значение занимаемой полосы частот соответственно $F \approx 2,36/T$ и $F \approx 4,36/T$. Заметим, что полоса частот, определяемая согласно (2), практически не зависит от K . Удельные затраты полосы, определяемые как F/R , где $R = 2 \log_2 q/T$ – скорость передачи элементов сообщения (бит/с), равны соответственно 1,18 и 1,09.

Определим пик-фактор сигнала (1) как отношение максимального значения сигнала к \sqrt{P} . Максимальное значение сигнала, при $q = 2$ и $q = 4$ равно $\sqrt{2}A$ и $2,28A$ соответственно, тогда можно получить пик-фактор сигнала $s(t)$ равным 2 и 2,63 соответственно.

Помехоустойчивость

Будем полагать, что на сигнал $s(t)$, определяемый (1), в линии связи воздействует аддитивная помеха $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью мощности N в диапазоне частот, который включает полосу частот, занимаемую сигналом $s(t)$. Тогда на входе демодулятора на интервале $-T/2 \leq t < T/2$ имеет место сигнал

$$z(t) = s(t) + n(t). \quad (4)$$

Демодулятор осуществляет обработку этого сигнала, в результате которой должно быть принято решение, какой из q элементарных сигналов $v_0(t), v_1(t), \dots, v_{q-1}(t)$ или $w_0(t), w_1(t), \dots, w_{q-1}(t)$ был передан. Фактически в результате обработки в демодуляторе определяется номер переданного элементарного сигнала, который будем обозначать $L' = 0, 1, \dots, q-1$ и $M' = 0, 1, \dots, q-1$. Оптимальный алгоритм обработки сигнала, обеспечивающий минимальную вероятность ошибки демодуляции при использовании элементарных сигналов с одинаковой энергией, имеет вид [1]:

$$L' = \text{Arg max}_i \left\{ \left(1/T\right) \int_{-T/2}^{T/2} z(t)v_i(t)dt \right\};$$

$$M' = \text{Arg max}_i \left\{ \left(1/T\right) \int_{-T/2}^{T/2} z(t)w_i(t)dt \right\}.$$

При этом вероятность ошибки при приеме элементарного сигнала

$$p_1 = 1 - (1/\sqrt{2\pi}) \times \int_{-\infty}^{\infty} [F(x)]^{q-1} \exp\left[-\left(x - \sqrt{2h_1^2 q / (q-1)}\right)^2 / 2\right] dx,$$

$$p_1 = 1 - (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} [F(x)]^{q-1} \exp\left[-\left(x - \sqrt{2h_1^2 q / (q-1)}\right)^2 / 2\right] dx,$$

где $F(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2) dy; \quad h_1^2 = W_1/N =$

$$= (\log_2 q)W_0/N = (\log_2 q)h_0^2; \quad h_0^2 = W_0/N.$$

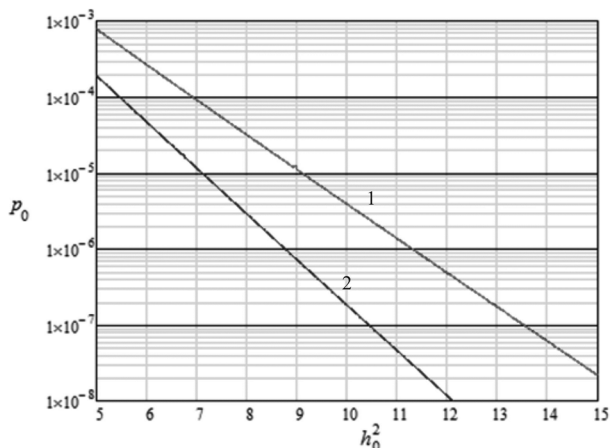


Рис. 3. Вероятность ошибки

Обозначим p_0 – вероятность ошибки в элементе примитивного двоичного кода, соответствующего элементу дискретного сообщения. Тогда можно записать, что $1 - p_1 = (1 - p_0)^{\log_2 q}$, откуда $p_0 = 1 - (1 - p_1)^{1/\log_2 q}$. Параметр p_0 позволяет сравнивать различные способы передачи дискретных сообщений. На рис. 3 показаны зависимости p_0 от h_0^2 при $q = 2$ (линия 1) и $q = 4$ (линия 2).

Формирование сигнала на основе комплексной огибающей

Формирование передаваемого сигнала можно осуществить непосредственно по формуле (1). Однако при больших значениях K целесообразно исходить из комплексной огибающей этого сигнала:

$$\dot{s}(t) = s_a(t)e^{-j2\pi Kt/T}, \quad (5)$$

где $s_a(t) = s(t) + j\hat{s}(t)$ – аналитический сигнал, соответствующий сигналу $s(t)$; $\hat{s}(t)$ – преобразование Гилберта сигнала $s(t)$. Здесь и далее j – мнимая единица.

С учетом (1) и (5)

$$\dot{s}(t) = \dot{v}_L(t) + \dot{w}_M(t),$$

где $\dot{v}_L(t)$ и $\dot{w}_M(t)$ – комплексные огибающие $v_L(t)$ и $w_M(t)$ соответственно. При $q = 4$

$$\dot{v}_0(t) = \frac{A}{4} [3 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{v}_1(t) = \frac{A}{4} [-1 - 3e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{v}_2(t) = \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} + 3e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{v}_3(t) = \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} - 3e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_0(t) = -j \frac{A}{4} [3 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_1(t) = -j \frac{A}{4} [-1 - 3e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_2(t) = -j \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} + 3e^{j2\pi 2t/T} + e^{j2\pi 3t/T}];$$

$$\dot{w}_3(t) = -j \frac{A}{4} [-1 + e^{j2\pi t/T} - e^{j2\pi 2t/T} - 3e^{j2\pi 3t/T}].$$

Имея в виду (5), можно получить, что

$$s(t) = \text{Re}[\dot{s}(t)e^{j2\pi Kt/T}] = \text{Re}[\dot{s}(t)]\cos 2\pi Kt/T - \text{Im}[\dot{s}(t)]\sin 2\pi Kt/T.$$

Из последнего выражения следует, что передаваемый сигнал может быть сформирован с помощью квадратурного модулятора, на входы которого поступают действительная и мнимая составляющая комплексной огибающей.

Обработка на основе комплексной огибающей

Рассмотрим обработку сигнала (4) путем перехода к комплексной огибающей этого сигнала:

$$\dot{z}(t) = \dot{s}(t) + \dot{n}(t),$$

где $\dot{n}(t)$ – комплексная огибающая, соответствующая помехе $n(t)$.

Демодулятор обрабатывает этот сигнала по алгоритму:

$$L' = \text{Arg max}_i \left\{ \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{z}(t) \dot{v}_i(t) dt \right] \right\};$$

$$M' = \text{Arg max}_i \left\{ \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} z(t) w_i(t) dt \right] \right\}.$$

Для такой обработки необходимо получить комплексную огибающую $\dot{z}(t)$. Комплексную огибающую можно определить с помощью преобразования Гилберта. На практике ее определяют несколько иначе с использованием квадратурного демодулятора. Для этого предварительно формируется сигнал

$$\begin{aligned} z_c(t) &= z(t)e^{-j2\pi Kt/T} - \\ &= z(t) \cos(2\pi Kt/T) - z(t)j \sin(2\pi Kt/T). \end{aligned}$$

Действительная и мнимая части этого сигнала $\text{Re}[z_c(t)]$ и $\text{Im}[z_c(t)]$ поступают на входы фильтров нижних частот (ФНЧ). На выходах фильтров будем иметь $\text{Re}[\dot{z}(t)]$ и $\text{Im}[\dot{z}(t)]$ соответственно.

Заключение

Использование элементарных сигналов при $q = 4$ (удельные затраты полосы частот 1,09, пик-фактор 2,63) по сравнению с $q = 2$ (удельные затраты полосы час-

тот 1,18, пик-фактор 2) позволяет получить значительно лучшую помехоустойчивость, но увеличивается пик-фактор. Дальнейшее увеличение q нецелесообразно из-за увеличения удельных затрат полосы частот.

В [2] рассматривалась передача двоичных сообщений частично перекрывающимися сигналами при $q = 2$. При этом удельные затраты полосы равны 0,59, но ухудшается помехоустойчивость по сравнению с обоими вариантами, рассматриваемыми в данной статье.

Сравним изложенные в статье варианты передачи дискретного сообщения с известным способом передачи, который принято называть модуляцией с минимальным сдвигом (удельные затраты полосы 1,18, пик-фактор $\sqrt{2}$). Вероятность ошибки при оптимальном приеме такая же как в рассматриваемом варианте при $q = 2$. Вариант при $q = 4$ позволяет получить значительно лучшую помехоустойчивость, чем при модуляции с минимальным сдвигом, но увеличивается пик-фактор.

Литература

1. Вершинин В.А. Передача двоичных сообщений симплексными сигналами. Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013. № 11. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/nov13/5/text.pdf>
2. Вершинин В.А. Использование алгоритма Витерби при передаче перекрывающимися элементарными сигналами. Цифровая обработка сигналов. 2020. № 4.