

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал
№ 1/2021

Издается с 1999 года
Выходит четыре раза в год

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
д.т.н., чл. кор. РАН Ю.Б. ЗУБАРЕВ

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:
д.т.н., проф. В.В. ВИТЯЗЕВ,
д.т.н., член-корр. РАН А.В. ДВОРКОВИЧ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:
д.т.н., проф. Ар.С. Аджемов, д.т.н., проф. Б.А. Алпатов,
д.т.н., проф. В.Г. Бартенов, д.т.н. Ю.И. Борисов,
д.т.н., проф. Ю.А. Брюханов, д.т.н., проф. В.И. Джиган,
д.т.н., проф. В.В. Еремеев, д.т.н. Г.В. Зайцев,
Р.В. Зубарев, А.П. Кирпичников,
д.т.н., акад. РАН Н.А. Кузнецов,
В.Г. Мистюков, д.т.н., проф. С.Л. Мищенко,
д.т.н., проф. Ю.Н. Прохоров,
д.т.н. А.Л. Приоров, д.т.н., проф. В.Г. Санников,
д.т.н., проф. Чиров Д.С.,
к.т.н., проф. В.С. Сперанский.

Адрес редакции:
г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8
Научный центр МТУСИ
Тел.: (+7) 903-201-53-33
E-mail: rntores@mail.ru
vityazev.v.v@rsreu.ru
http://www.dspsa.ru

Издатель:
Российское научно-техническое общество
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
Компьютерная верстка: И.А. Благодарова
Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 28.04.21 г.
Формат 60x90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная.
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 200 экз.

Заказ № 2537. Отпечатано в
ООО НПЦ «Информационные технологии»
Рязань, ул. Островского, д. 21/1
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве
Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488
от 14.01.2000 г.

УЧРЕДИТЕЛИ:

АО «Инструментальные системы»
ФГУП «НИИ радио»
ООО «Российское научно-техническое общество
радиотехники, электроники
и связи им. А.С. Попова»

В НОМЕРЕ:

- Пономарева О.В., Пономарев А.В., Смирнова Н.В.**
*Определение дискретно-частотного преобразования Фурье
методом дискретного преобразования Фурье
с варьируемым параметром во временной области* 3
- Полянин М.С.**
*Регуляризация для слепого формирователя луча
с линейно ограниченной минимальной мощностью* 10
- Быховский М.А.**
*Возможности создания высокоскоростных систем связи
с высокой спектральной
и энергетической эффективностью (часть 1)* 20
- Гагиев Я.П., Адёркина А.А.**
*Разработка и анализ схемы пространственно-временного
блочного кодирования для модуляции с одной несущей* 32
- Вершинин В.А.**
*Использование комплексной огибающей
при параллельной передаче двоичных сообщений
узкополосными перекрывающимися сигналами* 39
- Котцов В.А., Котцов П.В.**
*Стеганографическое использование структуры сигнала
цифрового изображения* 44
- Кузьмин Е.В., Сорокин А.В.**
*Цифровая фильтрация результатов
ГНСС-рефлектометрии* 51
- Попов Д.И.**
*Оптимизация режекторных фильтров
по вероятностному критерию* 55
- Бартенов В.Г., Бартенов Г.В.**
*О новом представлении распределения оценки модуля
коэффициента корреляции* 59

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен
в перечень ведущих рецензируемых научных изданий,
в которых по рекомендации Минобрнауки РФ,
должны быть опубликованы основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой степени доктора
и кандидата наук

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

Digital Signal Processing

Science & Technical Magazine
Issue 1, 2021 year

Is published quarterly since 1999

THE EDITOR-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor, Corresponding Member
of Russian Academy of Sciences U.N. Zubarev

DEPUTY EDITORS-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor V.V. Vityazev,
Dr. Sci (Tech), Professor
Corresponding Member of RAS A.V. Dvorkovich

EDITORIAL BOARD:

Adzhemov A.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Alpatov B.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Bartenev V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Borisov Y.I., Dr.Sci.(Tech.)
Bruchanov Y.A., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Djigan V.I., Dr. Sci (Tech), Professor
Eremeyev V.V., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Zaitsev G.V., Dr.Sci.(Tech.)
Zubarev R.V.,
Kirpichnikov A.P.,
Kuznetsov N.A., Dr.Sci.(Tech.), Academician
Mistyukov V.G.,
Mishenkov S.L., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Priorov A.L., Dr. Sci (Tech)
Prokhorov Y.N., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Sannikov V.G., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Chirov D.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor
Speranskii V.S., Dr.Sci.(Tech.), Professor

Editorial office address:

Aviamotornaya, 8, Moscow, Russia
Research Center of MTUCI
Phone: (+7) 903-201-53-33
E-mail: rntores@mail.ru,
vityazev.v.v@rsreu.ru
Web: <http://www.dsps.ru>

Publisher:

Russian A.S. Popov Society for Radioengineering,
Electronics & Communications

Computer makeup:

I.A. Blagodarova

FOUNDERS: InSys

Radio Research and Development Institute

CONTENTS:

Ponomarev A.V., Ponomareva O.V., Smirnova N.V.

*Discrete-frequency Fourier transform determination
by the method of discrete Fourier transform with
a variable parameter in the time domain*3

Polyanin M.S.

Regularization for the blind LCMP beamformer10

Bykhovskiy M.

*Possibilities of creating high-speed communication systems
with high spectral and energy efficiency (Part 1)*20

Gagiev Y.P., Aderkina A.A.

*Space-time block coding scheme design
for the single carrier modulation*32

Vershinin V. A.

*Using a complex envelope for parallel transmission
of binary messages by narrow-band overlapping signals*39

Kotchov V.A., Kotchov P.V.

*Steganographic use of the structure of the signal
of the digital image*44

Kuzmin E.V., Sorokin A.V.

Digital filtering of GNSS reflectometry results51

Popov D.I.

Optimization of rejection filters by the probabilistic criterion55

Bartenev V.G., Bartenev G.B.

*On the new representation of the correlation coefficient
estimate distribution*59



Subscription index: 82185 ("Rospechat")
ISSN: 1684-2634 9 771684 263005

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСКРЕТНО-ЧАСТОТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ С ВАРИРУЕМЫМ ПАРАМЕТРОМ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Пономарева О.В., д.т.н., профессор Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашиникова, e-mail: ponva@mail.ru;

Пономарев А.В., к.э.н., доцент Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашиникова, e-mail: palexizh@gmail.com;

Смирнова Н.В., к.т.н., доцент Севастопольского государственного университета, e-mail: yolkanv@gmail.com.

DISCRETE-FREQUENCY FOURIER TRANSFORM DETERMINATION BY THE METHOD OF DISCRETE FOURIER TRANSFORM WITH A VARIABLE PARAMETER IN THE TIME DOMAIN

Ponomarev A.V., Ponomareva O.V., Smirnova N.V.

In digital signal processing (DSP) discrete-time Fourier transform (DTFT) is widely used in theoretical and applied research. In this paper the new form of Fourier transform - discrete-frequency Fourier transform (DFFT) is introduced into DSP. The aim of the work is to study a discrete Fourier transform with a variable parameter in the time domain, which allows efficiently find the values of the discrete-frequency Fourier transform not only for integers, but also for rational values of the time variable. The discrete Fourier transform method with a variable parameter in the time domain allows you to effectively deal with the effect has called by the authors the picket fence effect in the time domain. The paper introduces discrete exponential functions with a variable parameter in the time domain and investigates in detail their main properties. The paper has proposed algorithms for fast discrete Fourier transform with a variable parameter in the time domain (FFT-VPTD) for both complex and real sequences. A graph of the FFT-VPTD algorithm with decimation in time and with replacement (natural order of samples at the input of the algorithm, binary-inverse order of samples at the output of the algorithm) has been developed.

Key words: digital signal processing, discrete-frequency Fourier transform, discrete-time Fourier transform, picket fence effect in the time domain, fast discrete Fourier transform with a variable parameter in the time domain.

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, дискретно-частотное преобразование Фурье, дискретно-временное преобразование Фурье, эффект частотола во временной области, быстрое дискретное преобразование Фурье с варьируемым параметром во временной области.

Введение

В теории цифровой обработки сигналов (ЦОС) при проведении теоретических и прикладных исследований широко используется дискретно-временное преобразование Фурье (ДВПФ) [1-3]. ДВПФ некоторой последовательности $x(n)$, $n = -\infty, +\infty$ определяется как ее z -преобразование на единичной окружности:

$$S_x(f) = S_x(z) \Big|_{z=\exp(j2\pi f)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot \exp(-j2\pi \cdot f \cdot n), \quad -1/2 \leq f \leq 1/2. \quad (1)$$

Таким образом, ДВПФ представляет собой непрерывное преобразование Фурье (НПФ) дискретной последовательности бесконечной длительности. Значения ДВПФ взвешенной последовательности¹ $x(n)$, $n = 0, N-1$ могут быть

В теории цифровой обработки сигналов (ЦОС) при проведении теоретических и прикладных исследований широко используется дискретно-временное преобразование Фурье (ДВПФ). В настоящей работе в теорию ЦОС введена новая форма преобразования Фурье – дискретно-частотное преобразование Фурье (ДЧПФ). Целью работы является разработка и исследование дискретного преобразования Фурье с варьируемым параметром во временной области, позволяющего эффективно и результативно находить значения дискретно-частотного преобразования Фурье не только при целых, но и при рациональных значениях временной переменной. Метод дискретного преобразования Фурье с варьируемым параметром во временной области позволяет эффективно и результативно бороться с эффектом, названным авторами эффектом частотола во временной области (picket fence effect in the time domain). Введены дискретные экспоненциальные функции с варьируемым параметром во временной области и подробно исследуются их основные свойства. Предложены алгоритмы быстрого дискретного преобразования Фурье с варьируемым параметром во временной области (БПФ-ВПВО) как для комплексных, так и действительных последовательностей. Разработан граф алгоритма БПФ-ВПВО с прореживанием по времени и с замещением (естественный порядок отсчетов на входе алгоритма, двоично-инверсный порядок отсчетов на выходе алгоритма).

вычислены методом дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [4-9].

ДПФ в алгебраической форме определяется следующим соотношением:

¹ **Взвешенная (финитная) последовательность** – последовательность бесконечной длительности, взвешенная прямоугольным финитным дискретным временным окном длительностью в N отсчетов.

$$S_N(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot W_N^{kn};$$

$$W_N = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N}\right), \quad k = \overline{0, (N-1)}, \quad (2)$$

где $S_N(k)$ – коэффициенты (бины) ДПФ (спектр).

Из соотношений (1) и (2) непосредственно следует, что бины ДПФ равны значениям ДВПФ взвешенной последовательности $x(n)$ в точках $2\pi k / N$ на единичной окружности (рис. 1):

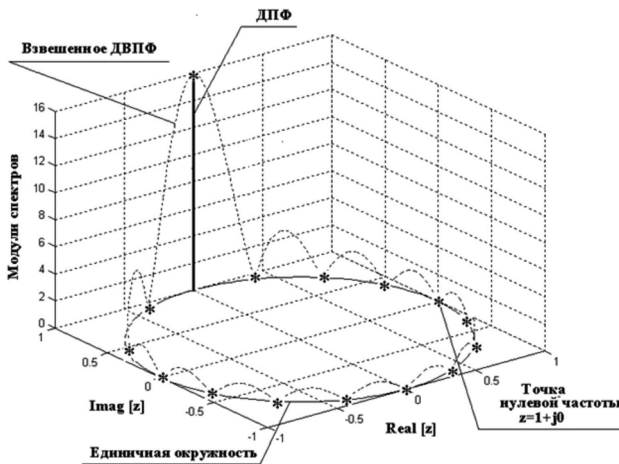
$$S(f) = S(z) \Big|_{z=\exp\left(j \frac{2\pi}{n} k\right)} =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot \exp\left(j \frac{2\pi}{n} k \cdot n\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \exp\left(j \frac{2\pi}{n} k \cdot n\right). \quad (3)$$

Обращаясь к рис.1 нетрудно видеть, что ДПФ не позволяет найти значения взвешенного ДВПФ² между отсчетами ДПФ, порождая тем самым эффект частоты (picket fence effect) в частотной области. Для борьбы с данным негативным эффектом ДПФ в работах [10-22] разработана теория параметрического ДПФ (ДПФ-П), которое в алгебраической форме задается соотношением:

$$S_N(k, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n}; \quad 0 \leq \theta < 1. \quad (4)$$

В работе [10] в практику ЦОС введена новая форма преобразования Фурье – дискретно-частотное преобразование Фурье (ДЧПФ).



Взвешенное ДВПФ сигнала $x(n)$ обозначено пунктирной линией, а значения ДПФ сигнала обозначены звездочками *; $z = \exp(-2\pi / N)$

Рис. 1. Взвешенное ДВПФ и ДПФ сигнала $x(n) = \exp(j \cdot 2\pi / N) \cdot k \cdot n$; $n = \overline{0, N-1}$, $N = 16$, $k = 4$

Если задан дискретный спектр $S(k)$ на бесконечном интервале $k = \overline{-\infty, +\infty}$, то его ДЧПФ задается следующим соотношением:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(k) \cdot \exp(+j2\pi \cdot k \cdot t); \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (5)$$

Соотношением (5) определяется непрерывный вре-

менной спектр $x(t)$, соответствующий дискретной последовательности $S(k)$, $k = \overline{-\infty, +\infty}$. С учетом высказанных ранее положений, можно сделать вывод о том, что исходный дискретный сигнал $x(n)$, $n = \overline{0, N-1}$, получаемый в результате обратного ДПФ (ОДПФ), равен значениям непрерывного временного спектра, задаваемого ДЧПФ взвешенной последовательности $S_N(k)$, $k = \overline{0, N-1}$:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S_N(k) \cdot \exp(+j2\pi \cdot k \cdot t) =$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} S_N(k) \cdot \exp(+j2\pi \cdot k \cdot t); \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (6)$$

ОДПФ в алгебраической форме определяется следующим соотношением:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} S_N(k) W_N^{-kn}; \quad n = \overline{0, (N-1)}. \quad (7)$$

Согласно соотношениям (6) и (7) исходный дискретный сигнал $x(n)$ является только одним из возможных дискретных временных спектров, который определен при целых значениях временной переменной $n = \overline{0, N-1}$. Таким образом, ОДПФ дискретного спектра $S(k)$ не дает ответа на вопрос: «каковы значения временного спектра, определяемого ДЧПФ последовательности $x(n)$, $n = \overline{0, N-1}$ между значениями переменной $n = \overline{0, N-1}$ » [10]. Это порождает эффект, названный в работе [10] эффектом частоты во временной области (picket fence effect in the time domain).

В ЦОС для определения значений временного спектра, задаваемого ДЧПФ взвешенной последовательности $S_N(k)$, $k = \overline{0, N-1}$ ³, в промежутках между значениями $x(n)$, $n = \overline{0, N-1}$ применяется искусственное увеличение интервала определения $S_N(k)$ за счет добавления нулевых отсчетов в частотной области [21]. Назовем данную операцию операцией дополнения нулями в частотной области (ОДНЧ). ОДНЧ позволяет уменьшить влияние эффекта частоты во временной области [10].

Однако ОДНЧ имеет следующие существенные недостатки:

- существенное расширения оперативной памяти для хранения нулевых значений спектра;
- проведение непроизводительных вычислений с нулевыми значениями спектра;
- фиксированность шага дискретизации по времени при измерении временного спектра.

Целью работы является разработка и исследование дискретного преобразования Фурье с варьируемым параметром во временной области, позволяющего эффективно и результативно находить значения дискретно-частотного преобразования Фурье не только при целых, но и при рациональных значениях временной переменной. А также разработка алгоритмов быстрого дискрет-

² В дальнейшем, если это не вызывает недоразумений, для обозначения взвешенного ДВПФ будем использовать термин ДВПФ.

³ См. сноску 1 и 2.

ного преобразования Фурье с варьируемым параметром во временной области.

Обратное дискретное преобразование Фурье в матричной форме

ОДПФ в матричной форме задается следующим выражением:

$$\mathbf{X}_N = \mathbf{F}_{N \times N}^* \cdot \mathbf{S}_N, \quad (8)$$

где $*$ – знак комплексного сопряжения; $\mathbf{X}_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$ – представление дискретного сигнала $x(n)$, $n = 0, N-1$, в виде вектора N -мерного линейного пространства; T – знак транспонирования;

$$\mathbf{F}_{N \times N}^* = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^{-1} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad (9)$$

$\mathbf{S}_N = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$ – вектор коэффициентов

разложения вектора \mathbf{X}_N по системе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ), которая задается матрицей $\mathbf{F}_{N \times N}$ » [10]:

$$\mathbf{F}_{N \times N} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^1 & \dots & W_N^{(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix}. \quad (10)$$

Дополним \mathbf{S}_N – вектор коэффициентов разложения \mathbf{X}_N по системе дискретных ДЭФ $N \cdot (r-1)$ нулевыми отсчетами следующим образом:

$$\mathbf{S}_{N \cdot r} = [s(0), \dots, s(N/2-1), \underbrace{0, \dots, 0}_{N(r-1)}, s(N/2), \dots, s(N-1)]^T.$$

Выполнение ОДПФ спектра $\mathbf{S}_{N \cdot r}$ (8) приводит к усечению средних столбцов матрицы $\mathbf{F}_{N \cdot r}^*$ и превращению ее из квадратной матрицы в прямоугольную матрицу:

$$\mathbf{H}_{N \cdot r \times N}^* = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & N/2-1 & N/2 & \dots & N-1 & k \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ N \cdot r-1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^{-1/r} & \dots & W_N^{-(N/2-1)/r} & W_N^{-(N/2+N \cdot (r-1))/r} & \dots & W_N^{-(N-1+N \cdot (r-1))/r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{-(N \cdot r-1)/r} & \dots & W_N^{-(N \cdot r-1)(N/2-1)/r} & W_N^{-(N/2+N \cdot (r-1))(N \cdot r-1)/r} & \dots & W_N^{-(N-1+N \cdot (r-1))(N \cdot r-1)/r} \end{bmatrix} \end{matrix}. \quad (11)$$

Обозначим множество номеров строк матрицы $\mathbf{H}_{N \cdot r \times N}^*$ через $B: B = \{0, 1, 2, \dots, (N \cdot r-1)\}$. Применим к множеству B отношение сравнимости по модулю r . В силу того, что это отношение является отношением эквивалентности, т.е. обладает свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности, оно разбивает множество B на r классов вычетов по модулю r :

$$B_0 = \{0, r, \dots, r(N-1)\};$$

.....

$$B_{r-1} = \{r-1, r+(r-1), \dots, r(N-1)+(r-1)\};$$

$$B_i \neq \emptyset; \quad B_i \cap B_j = \emptyset; \quad \bigcup_{i=0}^{r-1} B_i = B. \quad (12)$$

Используя полученное разбиение представим матрицу $\mathbf{H}_{N \cdot r \times N}^*$ в виде r квадратных матриц, размерность каждой из которых $N \times N$, номера строк являются классами вычетов по модулю r , а элементы соответствующих строк равны элементам матрицы $\mathbf{H}_{N \cdot r \times N}^*$ [10]:

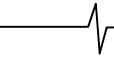
$$\mathbf{D}_{N \times N, \xi_m}^* = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & N/2-1 & N/2 & \dots & N-1 & k \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ N-1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^{-\xi_m} & \dots & W_N^{-\xi_m(N/2-1)} & W_N^{-\xi_m(N/2)} \cdot c_0 & \dots & W_N^{-\xi_m(N-1)} \cdot c_0 \\ 1 & W_N^{-(1+\xi_m)} & \dots & W_N^{-(1+\xi_m)(N/2-1)} & W_N^{-(1+\xi_m)(N/2)} \cdot c_1 & \dots & W_N^{-(1+\xi_m)(N-1)} \cdot c_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{-(N-1+\xi_m)} & \dots & W_N^{-(N-1+\xi_m)(N/2-1)} & W_N^{-(N-1+\xi_m)(N/2)} \cdot c_{(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1+\xi_m)(N-1)} \cdot c_{(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (13)$$

где $\xi_m = m/r$, $m = \overline{0, (r-1)}$; $c_i = W_N^{-(i+\xi_m) \cdot N \cdot (r-1)}$; $k, n, i = \overline{0, (N-1)}$.

Несложно установить, что $c_i = C = W_N^{-N \cdot (r-1) \cdot \xi_m}$ для $\forall i \in \overline{0, N-1}$.

Каждая из матриц, $\mathbf{D}_{N \times N, \xi}$, $\xi_m = m/(r-1)$,

$m = \overline{0, (r-1)}$ представляет собой базис преобразования Фурье, применение которого позволяет находить временные спектры ДЧПФ, смещенные относительно исходного сигнала $\mathbf{X}_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$ на шаг ξ .



$$\mathbf{X}_{N, \xi_m} = \mathbf{D}_{N \times N, \xi_m}^* \cdot \mathbf{S}_N. \quad (14)$$

Отметим относительно преобразования (14) два важных момента. Во-первых, шаг $1/r$ переменной ξ_m в (13) связан исключительно с характером введения ОДНЧ. Следовательно, дискретная переменная ξ_m в преобразовании (14) может меняться непрерывно в интервале $[0, 1)$ (обозначим непрерывную переменную через ξ , $0 \leq \xi < 1$). Во-вторых, поворот вторых половин отсчетов всех функций каждого базиса Фурье на коэффициент C связан не со структурой конкретных базисов, определяемых матрицами $\mathbf{D}_{N, \xi}^*$ (13), а со структурой действительных сигналов в комплексном базисе Фурье⁴.

Исходя из этих положений, представим соотношение (14) в следующем виде:

$$\mathbf{X}_{N, \xi} = \mathbf{F}_{N \times N, \xi} \cdot \mathbf{P}_{N \times N, \xi} \cdot \mathbf{S}_N; \quad \text{где: } \mathbf{F}_{N \times N, \xi} = \quad (15)$$

$$= \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & N/2-1 & N/2 & \dots & N-1 \end{matrix} & \begin{matrix} k \\ n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ N-1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^{-\xi} & \dots & W_N^{-\xi(N/2-1)} & W_N^{-\xi(N/2)} & \dots & W_N^{-\xi(N-1)} \\ 1 & W_N^{-(1+\xi)} & \dots & W_N^{-(1+\xi)(N/2-1)} & W_N^{-(1+\xi)(N/2)} & \dots & W_N^{-(1+\xi)(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_N^{-(N-1+\xi)} & \dots & W_N^{-(N-1+\xi)(N/2-1)} & W_N^{-(N-1+\xi)(N/2)} & \dots & W_N^{-(N-1+\xi)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix};$$

$$\mathbf{P}_{N \times N, \xi} = \quad (16)$$

$$= \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & N/2-1 & N/2 & \dots & N-1 \end{matrix} & \begin{matrix} k \\ n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ \dots \\ N/2-1 \\ N/2 \\ \dots \\ N-1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & W_N^{-N \cdot \xi} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & W_N^{-N \cdot \xi} \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Дискретные функции (строки матрицы $\mathbf{F}_{N \times N, \xi}$):

$$def_{VPTD}(k, n, \xi) = W_N^{-k(n+\xi)} = \exp\left[+j \frac{2\pi}{N} k(n+\xi)\right];$$

$k, n = \overline{0, (N-1)}$, $0 \leq \xi < 1$ назовем **дискретными экспоненциальными функциями с варьируемым параметром во временной области** (ДЭФ-ВПВО, $def_{VPTD}(k, n, \xi)$).

Основные свойства ДЭФ-ВПВО

1. ДЭФ-ВПВО, не являются функциями двух равноправных переменных k и n , в связи с чем матрица $\mathbf{F}_{N \times N, \xi}^*$ не является симметричной.

2. ДЭФ-ВПВО периодические по переменной n и параметрически периодические по переменной k с периодом N :

$$def_{VPTD}(k, (n \pm pN), \xi) = def_{VPTD}(k, n, \xi),$$

$$def_{VPTD}((k \pm pN), n, \xi) = def_{VPTD}(k, n, \xi) W_N^{\pm \xi \cdot N \cdot p};$$

3. Система ДЭФ-ВПВО не является мультипликативной по переменной n :

$$def_{VPTD}(k, n, \xi) \cdot def_{VPTD}(k, m, \xi) \neq def_{VPTD}(k, (n+m), \xi), \quad n, m = \overline{0, N-1}; \quad n \neq m;$$

и является мультипликативной по переменной k :

$$def_{VPTD}(k, n, \xi) \cdot def_{VPTD}(l, n, \xi) = def_{VPTD}((k+l), n, \xi), \quad k, l = \overline{0, N-1}; \quad k \neq l;$$

4. Среднее значение ДЭФ-ВПВО по переменной n равно нулю при $k \neq 0$;

$$\sum_{n=0}^{N-1} def_{VPTD}(k, n, \xi) = \exp\left(j \frac{2\pi}{N} \xi \cdot k\right) \cdot \frac{1 - \exp(j2\pi k)}{1 - \exp\left(j \frac{2\pi}{N} k\right)},$$

а по переменной k не равно нулю:

$$\sum_{k=0}^{N-1} def_{VPTD}(k, n, \xi) = \frac{1 - \exp(j2\pi k(n+\xi))}{1 - \exp(j \frac{2\pi}{N} (n+\xi))}.$$

5. Система ДЭФ-ВПВО ортогональна по обоим переменным:

$$\sum_{k=0}^{N-1} W_N^{-(n+\xi)k} \left[W_N^{-(m+\xi)k} \right]^* = \frac{1 - W_N^{-(n-m)N}}{1 - W_N^{-(n-m)}} = \begin{cases} N, & n = m; \\ 0, & n \neq m; \end{cases}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} W_N^{-(n+\xi)k} \left[W_N^{-(n+\xi)l} \right]^* = \frac{1 - W_N^{-(l-k)N}}{1 - W_N^{-(l-k)}} = \begin{cases} N, & l = k; \\ 0, & l \neq k; \end{cases}$$

6. Система ДЭФ-ВПВО является полной системой в пространстве \mathbf{I}_2^N ⁵, так как число линейно независимых функций равно размерности множества дискретных сигналов.

Разложение по базисной системе ДЭФ-ВПВО определим, как **дискретное преобразование Фурье с варьируемым параметром во временной области** (ДПФ-ВПВО).

Матричная форма ДПФ-ВПВО:

$$\mathbf{X}_{N, \xi} = \mathbf{F}_{N \times N, \xi} \cdot \mathbf{S}_{N, \xi}, \quad 0 \leq \xi < 1; \quad (17)$$

где: $\mathbf{S}_{N, \xi} = \mathbf{P}_{N \times N, \xi} \cdot \mathbf{S}_N$.

Алгебраическая форма ДПФ-ВПВО:

$$x(n, \xi) = \sum_{k=0}^{N-1} S_{N, \xi}(k) \cdot W_N^{-k(n+\xi)}; \quad n = \overline{0, N-1}, \quad (18)$$

где: $S_{N, \xi}(k) = S_N(k)$, $\overline{k = 0, N/2-1}$;

$$S_{N, \xi}(k) = S_N(k) \cdot \exp(j2\pi \xi k), \quad \overline{k = N/2, N-1}.$$

Существует обратное ДПФ-ВПВО (ОДПФ-ВПВО) в алгебраической и матричной формах.

⁴ Спектр действительного сигнала имеет комплексно сопряженную структуру, действительная часть которого четная функция, а мнимая часть – нечетная функция.

⁵ Пространство \mathbf{I}_2^N – является подпространством комплексного гильбертова пространства \mathbf{I}_2 .

$x_i[x(n, \xi)]$	n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x_1[(n, 0)]$	$\text{Re}[x_1(n, 0)]$	1,1515	0,5557	0,3370	1,3795	-0,4898	-0,0672	-1,9245	-0,3428
	$\text{Im}[x_1(n, 0)]$	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000
$x_1[(n, 1/3)]$	$\text{Re}[x_1(n, 1/3)]$	1,1234	0,1802	0,9282	0,7801	-0,4430	-0,5237	-1,9216	0,4758
	$\text{Im}[x_1(n, 1/3)]$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$x_2[(n, 0)]$	$\text{Re}[x_2(n, 0)]$	1,2032	0,6676	1,7374	-0,4740	1,6772	-1,2801	-0,9427	0,2707
	$\text{Im}[x_2(n, 0)]$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$x_2[(n, 1/3)]$	$\text{Re}[x_2(n, 1/3)]$	0,8685	1,2650	1,2650	0,1005	1,2086	-1,8102	-0,4255	0,7516
	$\text{Im}[x_2(n, 1/3)]$	0,0000		0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$x_3[(n, 1/3)]$	$\text{Re}[x_3(n, 1/3)]$	1,1234	0,1802	0,9282	0,7801	-0,4430	-0,5237	-1,9216	0,4758
	$\text{Im}[x_3(n, 1/3)]$	0,8685	1,2650	1,2650	0,1005	1,2086	-1,8102	-0,4255	0,7516

Рассмотрим алгоритм БПФ-ВПВО, который позволяет, используя вышеуказанную избыточность, находить одновременно два временных спектра двух различных дискретных действительных сигналов при одном значении временного параметра ξ .

Алгоритм БПФ-ВПВО двух действительных временных последовательностей

1. Пусть заданы дискретные действительные сигналы $x_1[(n, 0)]$ и $x_2[(n, 0)]$ (табл. 1) и их спектры $S_{1,N,\xi}(k)$ и $S_{2,N,\xi}(k)$.

2. Проводим умножение второй половины спектра $S_{1,N,\xi}(k)$ на $\exp(j2\pi\xi)$.

3. Проводим умножение второй половины спектра $S_{2,N,\xi}(k)$ на $\exp(j2\pi\xi)$.

4. Формируем комплексную последовательность последовательность из двух последовательностей, полученных на втором и третьем этапах.

5. Проводим БПФ-ВПВО последовательности $S_{3,N,\xi}(k)$.

В результате выполнения предложенного алгоритма БПФ-ВПВО получаем последовательность $x_3[(n, 1/3)]$ (табл.), действительная часть которой равна временному спектру $x_1(n, 1/3)$, а мнимая часть равна временному спектру $x_2(n, 1/3)$.

Заключение

В заключении отметим важные положения непосредственно вытекающие из работы, а также основные результаты, полученные в ней.

Широкое применение в теории ЦОС дискретно-временного преобразование Фурье во многом объясняется той ролью, которое оно играет в теоретических и прикладных исследованиях Фурье-обработки информации. Введение в статью в теорию ЦОС новой формы преобразования Фурье – дискретно-частотного преобразования Фурье имеет как теоретическое, так и прикладное значение для Фурье-обработки дискретных сигналов во временной области. Это преобразование позволило предложить новую эффективную методологию ослабления влияния эффекта частотного во вре-

менной области (*picket fence effect in the time domain*) на результативность и эффективность Фурье-обработки.

Введение в статью в теорию ЦОС нового вида дискретных экспоненциальных функций – дискретных экспоненциальных функций с варьируемым параметром во временной области позволило подойти к вопросу к Фурье-обработки временных спектров с новой нестандартной позиции.

Проведенные в работе исследования основных свойств дискретных экспоненциальных функций с варьируемым параметром во временной области, выявили мультипликативность этого базиса. Это позволило предположить существование алгоритмов быстрого дискретного преобразования Фурье с варьируемым параметром во временной области (БПФ-ВПВО). В работе разработан граф алгоритма БПФ-ВПВО с прореживанием по времени и с замещением (*in place*) с естественным порядком отсчетов на входе алгоритма и двоично-инверсным порядком отсчетов на выходе алгоритма.

Предложенные алгоритмы БПФ-ВПВО для комплексных и действительных последовательностей могут быть эффективно применены при решении задач интерполяции дискретных сигналов во временной области. Приведен граф алгоритма БПФ-ВПВО с прореживанием по времени и с замещением (*in place*) с естественным порядком отсчетов на входе алгоритма и двоично-инверсным порядком отсчетов на выходе алгоритма.

Литература

- Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. – 1168 p.
- Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: Перевод с англ.– М.: Мир. 1978. – 839 с.
- Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Перевод с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
- Cooley, J. and Tukey, J. An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, Math. Comput., vol. 19, no. 90, Apr. 1965, pp. 297-301. DOI: 10.2307/20-03354.
- Favorskaya M., Savchina E., Popov A. Adaptive visible image watermarking based on Hadamard transform. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, vol. 450, no. 5, MIST Aerospace, pp. 052003.1-

052003.6. doi:10.1088/1757-899X/450/5/052003

6. Bakulin M.G., Vityazev V.V., Shumov A.P., Kreyndelin V. B. Effective signal detection for the spatial multiplexing mimo systems. *Telecommunications and Radio Engineering*, 2018. vol. 77, no. 13, pp. 1141-1158. doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v77.i13.30.

7. Kulikovskikh I., Prokhorov S. Psychological perspectives on implicit regularization: a model of retrieval-induced forgetting (rif). *Journal of Physics: Conference Series*. 2018, pp. 012079. doi:10.1088/1742-6596/1096/1/012079.

8. Khanyan G.S. Sampling theorem in frequency domain for the finite spectrum. *Proceedings of 2018 IEEE East-West Design and Test Symposium, EWDTs 2018*. 2018, pp. 8524822. doi:10.1109/EWDTs.2018.8524822

9. Ponomarev A.V. Systems Analysis of Discrete Two-Dimensional Signal Processing in Fourier Basis. In: *Advances in Signal Processing. Theories, Algorithms, and System Control-7*. Favorskaya M.N., Jain L.C. (eds). Springer, Cham. Vol. 184, pp. 87-96. doi.org/10/1007/978-3-030-40312-6_7.

10. Пономарева О.В. Развитие теории и разработка методов и алгоритмов цифровой обработки информационных сигналов в параметрических базисах Фурье: дис...д-ра техн. наук: 05.13.01. – Ижевск, 2016. – 357 с.

11. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Smirnova N.V. Sliding Spatial Frequency Processing of Discrete Signals. In: *Advances in Signal Processing. Theories, Algorithms, and System Control-8*. Favorskaya M.N., Jain L.C. (eds). Springer, Cham. Vol. 184. Pp. 97–110. doi.org/10/1007/978-3-030-40312-6_8

12. Prozorov D., Trubin I. Detection of a signal in the simo system with spatial correlation of noise. *2018 Proceedings of 7th Mediterranean Conference on Embedded Computing, MECO 2018 – Including ECYPS 2018*, 2018, pp. 1-5. doi:10.1109/MECO.2018.8405965

13. Пономарев А.В. Основы теории двумерной цифровой обработки сигналов в базисах Фурье с варьируемыми параметрами. *Цифровая обработка сигналов*,

2019, № 2, с. 12-20.

14. Пономарева Н.В. Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике. *Интеллектуальные системы в производстве*, 2018, Т. 16. № 1. с. 26-33. doi: 10.22213/24-10-9304-2018-1-26-33

15. Ponomareva O., Ponomarev A., Ponomareva N. Window-Presum parametric discrete Fourier Transform // *Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDS'2018)*. 2018.P. 8524732.

16. Пономарева О.В., Пономарев А.В. Интерполяция в пространственной области двумерных дискретных сигналов с помощью быстрых преобразований Фурье // *Интеллектуальные системы в производстве*. 2019. Т. 17. № 1. С. 88-94.

17. Пономарева О.В., Пономарев А.В. Быстрый метод горизонтальной скользящей пространственно-частотной обработки // *Интеллектуальные системы в производстве*. 2019. Т. 17. № 2. С. 81-87.

18. Пономарев В.А., Пономарева О.В., Пономарев А.В. Измерение временных спектров дискретных сигналов на конечных интервалах // *Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова*. 2016. Т. 19. № 2. С. 80-83.

19. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Тенденции развития дискретных косвенных измерений параметров электрических сигналов // *Метрология*. 2017. № 1. С. 20-32.

20. Пономарева О.В. Вероятностные свойства спектральных оценок, полученных методом параметрического дискретного преобразования Фурье // *Интеллектуальные системы в производстве*. 2010. № 2 (16). С. 36-42.

21. Bernard Gold, Charles M. Rader. *Digital Processing of Signals*, Published by McGraw-Hill Companies (first published 1983). – 368 p.

22. Пономарева О.В., Алексеев В.А., Пономарев А.В. Быстрый алгоритм измерения спектра действительных сигналов методом апериодического дискретного преобразования Фурье // *Вестник Ижевского государственного технического университета*. 2014. № 2. С. 106-109.

Уважаемые коллеги!

Для тех, кто не успел оформить подписку на первое полугодие 2021 года через АО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: г. Москва, ул. Авиамоторная, дом 8, Научный Центр МТУСИ, ком. 612. Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, метро «Авиамоторная», или оформить Заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: www.dsps.ru.

Справки по телефону: (+7 903) 201-53-33 (Самсонов Геннадий Андреевич).

E-mail: rntores@mail.ru

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ДЛЯ СЛЕПОГО ФОРМИРОВАТЕЛЯ ЛУЧА С ЛИНЕЙНО ОГРАНИЧЕННОЙ МИНИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТЬЮ

Полянин М.С., аспирант, начальник группы АО «ИСС», e-mail: polyaninm@mail.ru.

REGULARIZATION FOR THE BLIND LCMP BEAMFORMER

Polyanin M.S.

In practice, the input data for a non-recursive adaptive algorithm is usually ill-conditioned or singular sample covariance matrix (SCM) that leads to an incorrect solution. Calculating the value of the regularization coefficient (RC) of the sample matrix is one of the key issues for ensuring reliable operation of the optimal beamformer of adaptive phased array in the equipment. The article discusses the existing methods for estimating the optimal value of the RC, suitable for a blind beamformer, which have different efficiency and complexity of hardware implementation. The results of modeling a narrow-band LCMP beamformer using linear shrinkage algorithms are presented.

Key words: space-time adaptive processing (STAP), regularization procedure, LCMP beamformer, adaptive phased antenna array.

Ключевые слова: пространственно-временная адаптивная обработка (STAP), регуляризация, LCMP формирователь луча, адаптивная фазированная антенная решетка (АФАР).

Введение

ФЛ с линейно ограниченной минимальной мощностью (LCMP) является оптимальным «слепым» бимформером, который максимизирует отношение сигнал/(помеха+шум) выходного сигнала (ОСПШ_{вых}) при условии известных обратной ковариационной матрицы (КМ) входного сигнала и матрицы ограничения направления прихода целевых сигналов. Вычислительная сложность и время расчета напрямую связаны с количеством каналов адаптивного фильтра p и количеством временных выборок K . Параметр p задает энергетические характеристики, пространственное разрешение и степень свободы адаптивного алгоритма в сигнальном пространстве. Параметр K можно варьировать, получая разную ошибку оценки КМ. В реальных условиях ФЛ работает с оценкой КМ при ограниченной выборке сигнала, несоответствиях углов прихода целевых сигналов и геометрии апертуры с неидеальной калибровкой. В результате деградирует коэффициент усиления результирующей диаграммы направленности ФЛ и, как следствие, отношение ОСПШ_{вых} катастрофически уменьшается.

Существуют различные методы оценки КМ, повышающие надежность работы оптимального ФЛ:

1. Диагональное дополнение ([1], [2], [3], [4], [5]).
2. Вероятностная оценка ([6], [7], [8]).
3. Минимаксная оценка ([9], [10], [11], [12]).
4. Структурированная оценка ([13], [14]).
5. Гибридная оценка ([15], [16], [17], [18]).

В статье рассматривается одна из широко применяемых и эффективных методик для уменьшения влияния негативных факторов – введение в выборочную матрицу или выборочную корреляционную матрицу (ВКМ) КР

Входными данными для нерекурсивного адаптивного алгоритма настройки АФАР обычно выступает плохо обусловленная или сингулярная выборочная ковариационная матрица (ВКМ), которая приводит к некорректному решению. Расчет коэффициента регуляризации (КР) является одним из ключевых вопросов для обеспечения надежной работы оптимального бимформера – формирователя луча АФАР. В статье рассмотрены существующие методики оценки оптимального значения КР, подходящие для слепого формирователя луча (ФЛ), имеющие разную эффективность работы и сложность аппаратной реализации. Приведены результаты моделирования узкополосного ФЛ с линейно ограниченной минимальной мощностью (LCMP) с применением алгоритмов линейной усадки.

[19]. Расчет значения КР является нетривиальным из-за его зависимости от сигнально-помеховой обстановки. Одни методы привязывают КР к уровню шума ([20]), другие к квадратичному ограничению значения весовых коэффициентов (ВК) [19]. В [21] предлагается вычислять КР на основе собственных значений ВКМ.

В [22] для вычисления КР используется отношение BRR (beam-to-reference ratio), которое вычисляется через мощности сигнала опорного канала и сигнала луча. Таким образом, чтобы вычислить КР нужно оценить выходной сигнал адаптивного фильтра, а это увеличивает время вычисления весовых коэффициентов. К тому же байесовский подход для финальной оценки ВК делает алгоритм арифметически сложным для работы системы связи в режиме реального времени. В [23] рассмотрен алгоритм определения КР по критерию минимума функции ошибки модуля информационных символов (constant modulus, CM). Здесь исключается одновременная работа нескольких абонентов в луче и необходимо априорное знание значения модуля.

В работах [24], [25], [26], [27] представлены алгоритмы поиска оптимального значения КР методом гребневой регрессии (аналогичной идеи Тихонова) и методом регрессии на основе эмпирической оценки Байеса. Вычисление КР может быть произведено посредством оценки мощности целевого сигнала или используя оцен-

ку максимального правдоподобия сигнала [24]. Все решения основаны на априорном знании целевого сигнала или его статистических характеристиках и оценке посредством минимизации функции КР. Таким образом, в случае слепой работы бимформера применение данного класса алгоритмов представляется сложным.

Различные методы отличаются по арифметической сложности и использованию итерационных процедур, что влияет на скорость реакции при изменении окружающей среды. Нужно отметить, что разнообразие алгоритмов предназначено в основном для ФЛ Кэйпона (Caron beamformer), и такие методы (например [5]) не имеют смысла для LCMP.

Таким образом, большинство предложенных методов имеют зависимость от различных допущений и ограничений на конкретные ситуативные модели, а также в расчете на достаточно большую выборку и не могут быть использованы в «слепом» ФЛ.

Формирователь луча с LCMP

Рассмотрению подлежит адаптивная ФАР, содержащая p антенных элементов для приема множества источников сигнала с разными пространственными координатами. \mathbf{R}_{xx} – КМ входного сигнального вектора \mathbf{x} , которая предполагается положительно определенной и определяется следующим образом:

$$\mathbf{R}_{xx} = \sum_{i=1}^M \sigma_i^2 \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^* + \mathbf{R}_{IN}, \quad (1)$$

где σ_i^2 – мощность i -го целевого сигнала, \mathbf{v}_i – вектор направления прихода i -го целевого сигнала, \mathbf{R}_{IN} – ковариационная матрица помехи + шум, M – количество узкополосных целевых сигналов.

Сигнал на выходе бимформера определяется как

$$y(t) = \mathbf{W}^H \left[\sum_{i=1}^M \mathbf{X}_{Si}(t) + \sum_{i=1}^{M_I} \mathbf{X}_{Ii}(t) + \mathbf{x}_n(t) \right], \quad (2)$$

где \mathbf{W} – весовой вектор, $(\cdot)^H$ – оператор Эрмитова сопряжения, $\mathbf{X}_{Si}(t)$ – матрица целевых сигналов, $\mathbf{X}_{Ii}(t)$ – матрица сигналов помех, $\mathbf{x}_n(t)$ – матрица, определяющая внутренний шум системы.

ФЛ LCMP эффективен для работы с априорным знанием направления прихода целевых сигналов и отсутствием информации о характере и структуре целевых сигналов [19] (например для адаптивной ФАР космического аппарата). Весовые коэффициенты LCMP алгоритма вычисляются в соответствии с выражением

$$\mathbf{W}_{LCMP}^H = \mathbf{g}^H \left[\mathbf{C}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C} \right]^{-1} \mathbf{C}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1}, \quad (3)$$

где $\mathbf{g}^H = \mathbf{W}^H \mathbf{C} \mathbf{g}^H = \mathbf{W}^H \mathbf{C}$ задает линейные ограничения для формирования главного луча через вектор амплитуд \mathbf{g} и фаз \mathbf{C} .

\mathbf{W}_{LCMP}^H вычисляется, минимизируя мощность выходного сигнала адаптивной ФАР, т.е. $P_{\min} = \mathbf{W}_{LCMP}^H \times \mathbf{R}_{xx} \mathbf{W}_{LCMP}$, при условии отсутствия искажений в суммарном целевом сигнале в соответствии с линейными ограничениями.

В реальных условиях ограничены вычислительные ресурсы бортовой аппаратуры (БА), геометрия апертуры и амплитудно-фазовая калибровка не идеальны. Задача состоит в том, чтобы максимизировать выходной ОСПШ_{вых} в неблагоприятных условиях:

$$\text{ОСПШ}_{\text{вых}} = \mathbf{W}^H \mathbf{R}_s \mathbf{W} (\mathbf{W}^H (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_n) \mathbf{W})^{-1}. \quad (4)$$

На практике истинное значение КМ неизвестно. Вместо этого используется неструктурированная оценка в виде ВКМ:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^H(k), \quad (5)$$

где K – количество выборок.

Регуляризация

Использование регуляризации в алгоритмах на основе прямых методов оценки ВК имеет ключевое значение [1], [19], [28]. Регуляризация, как математическая операция, необходима для решения обратной задачи нахождения наилучшей оценки обратной ВКМ

$$\mathbf{R} \mathbf{A}(\mathbf{p}) = \hat{\mathbf{R}} \quad (6)$$

через преобразование в прямую задачу:

$$\mathbf{R}^{-1} = \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{p}), \quad (7)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{p})$ – оператор искажения, преобразующий \mathbf{R} в $\hat{\mathbf{R}}$.

Дискретная задача наименьших квадратов определяется как:

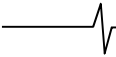
$$\min \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R} \mathbf{A}(\mathbf{p})^2, \quad \hat{\mathbf{R}} \in A^{K \times p}, \quad K \geq p, \quad (8)$$

где $\hat{\mathbf{R}}$ – плохо обусловленная ВКМ.

В настоящее время для линейных обратных задач применяются и развиваются линейные и нелинейные методы регуляризации [29]. Рассмотрению подлежат только линейные методы. Для таких задач были предложены различные прямые и итерационные методы численной регуляризации [30]. Прямые методы регуляризации: через усеченное SVD, метод Тихонова, неквадратическая регуляризация, статистическая, параметрическая.

Все методы заменяют некорректно поставленную задачу близкой корректной задачей, которая гораздо меньше чувствительна к возмущениям. Многие из методов аппроксимируют решение дискретной задачи регуляризации Тихонова. Процедура выбора КР приводит к существенному увеличению вычислительной нагрузки на аппаратуру и носит в той или иной степени итерационный характер.

В случае малой выборки, когда $p \geq K$, ВКМ не имеет обратной матрицы. При $p \approx K$ ВКМ обращается, но плохо обусловлена и в процессе обращения оценка будет крайне недостоверной. Для бортовых ФЛ с количеством входов десятки и больше обеспечить приемлемое соотношение p/K в режиме реального времени зачастую не возможно. Интерес представляет ситуация с априорно неизвестной структурой ВКМ с оценкой далекой от истинной. Можно асимптотически приблизиться к оценке хорошо обусловленной ВКМ [3]. Один из способов получить хорошо обусловленную структурированную



ную оценку – это добавить искусственные данные с условием, что все дисперсии одинаковы, а все ковариации равны нулю.

$$\lambda \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \lambda & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & \lambda \end{pmatrix}. \quad (9)$$

$\lambda \mathbf{I}$ – диагональная матрица с уровнем диагональных элементов λ , \mathbf{I} – единичная матрица.

Таким образом, оценка ВКМ (5) определяется следующим способом:

$$\mathbf{R}_{xx,r} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^H(k) + \lambda \mathbf{I}. \quad (10)$$

Используя оптимальным образом рассчитанный КР, достигается лучшее ОСПШ_{вых} и контроль над главным и боковыми лепестками. Как показано в [19], КР зависит от мощности шума и мощности помех. Таким образом отношение мощностей введённого КР и внутреннего шума (ОКРШ) будет определяться как:

$$ОКРШ = \frac{\lambda}{\sigma_n^2}. \quad (11)$$

Чтобы исключить эффект обнуления целевого сигнала должно выполняться условие:

$$ОКРШ \geq ОСШ + 10 \text{ dB}, \quad (12)$$

где ОСШ – отношение сигнал/шум целевого сигнала.

С другой стороны, чтобы получить удовлетворительное подавление помех, необходимо выполнять условие:

$$ОСШ - ОКРШ \geq 10 \text{ dB}. \quad (13)$$

Однако напрямую эти неравенства могут противоречить друг другу и несут эмпирический характер. В реальной обстановке априорное знание мощностей целевых сигналов и помех в слепом ФЛ исключено, поэтому необходимо на каждом проходе работы адаптивного алгоритма вычислять новое значение КР.

Метод регуляризации часто формально определяется как метод инверсии, зависящий от одного действительного параметра $\lambda \geq 0$, который дает семейство приближенных решений $\hat{\mathbf{R}}(\lambda)$ со следующими двумя свойствами: во-первых, для достаточно больших λ регуляризованное решение $\hat{\mathbf{R}}(\lambda)$ устойчиво на грани возмущений или шумов в данных (в отличие от обобщенного решения), и, во-вторых, когда λ стремится к нулю, восстанавливается нерегуляризованное обобщенное решение.

Прямые методы регуляризации

Методы регуляризации на основе TSVD

Метод TSVD (truncated singular value decomposition) применяется для подавления шумовой составляющей и сохранения информации о сигналах, тем самым улучшая обусловленность ВКМ. Это достигается исключением компонентов решения, дающих наименьшие собственные значения (СЗ), полученные применением SVD (singular value decomposition). Алгоритмы использующие

TSVD известны под разными названиями: алгоритмы собственного разложения или собственного пространства [31], [32], алгоритм главных компонент, проекционный алгоритм [33] и др.

TSVD решение задачи определяется следующим образом:

SVD ВКМ $\hat{\mathbf{R}}$:

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma} \mathbf{U}^T. \quad (14)$$

Получение инверсной усеченной матрицы $\hat{\mathbf{R}}_m^{-1}$:

$$\hat{\mathbf{R}}_m^{-1} = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}_m^{-1} \mathbf{U}^T, \quad \mathbf{\Sigma}_m^{-1} = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_m^{-1}, 0, \dots, 0), \quad (15)$$

где m – размерность матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ после усечения с m не нулевыми СЗ, $\mathbf{\Sigma}, \mathbf{\Sigma}_m^{-1}$ – обратные диагональные матрица СЗ до и после усечения соответственно, \mathbf{V} и \mathbf{U} – левая и правая сингулярные матрицы.

Для данного метода следует разделить два случая [34]. Первый, когда ранг ВКМ определяется однозначно, и пороговое СЗ определяет коэффициент фильтрации в пространстве СЗ:

$$\mathbf{f}_i = \begin{cases} 1 & \text{for } \sigma_i \geq \sigma_m; \\ 0 & \text{for } \sigma_i < \sigma_m; \end{cases} \quad (16)$$

σ – вектор матрицы СЗ $\mathbf{\Sigma}$.

Решение переписывается как:

$$\hat{\mathbf{R}}_m^{-1} = \sum_{i=1}^l \mathbf{f}_i^{(m)} \frac{\mathbf{u}_i^* \mathbf{v}_i}{\sigma_i}, \quad (17)$$

где \mathbf{u}_i и \mathbf{v}_i столбцы матриц \mathbf{U} и \mathbf{V} соответственно.

Индекс усечения m и является параметром регуляризации. Он определяет насколько точно $\hat{\mathbf{R}}_m$ аппроксимирует \mathbf{R} и чувствительно к величине ошибки $\hat{\mathbf{R}}$. В результате решение, хотя и устойчиво к шуму, не включает компоненты сигналов с низким ОСШ (как в исходном обобщенном решении).

Второй случай, когда ранг ВКМ не определяется вследствие низкого ОСПШ, 0 дБ или меньше. В этом случае предлагаются более сложные методы, определяющие оптимальное значение m и в дальнейшем использующие (16).

Также может использоваться более сложная характеристика фильтра СЗ, как например в [35] ([36]):

$$\mathbf{f}_i = \begin{cases} 1 & \text{for } \sigma_i \geq \sigma_k; \\ \sigma_i / \sigma_k & \text{for } \sigma_k > \sigma_i \geq \sigma_{kl}; \\ 0 & \text{for } \sigma_i < \sigma_{kl}. \end{cases} \quad (18)$$

При регуляризации Тихонова значения коэффициентов фильтра спадают подобно двухполюсному ФНЧ, где полюс располагается на $\sigma_i = \lambda$, где λ – положительный КР:

$$\mathbf{f}_i = \sigma_i^2 / (\sigma_i^2 + \lambda^2). \quad (19)$$

Регуляризация Лаврентьева основана на методе Тихонова. Коэффициенты фильтра вычисляются по следующей формуле [37]:

$$\mathbf{f}_i = \sigma_i / (\sigma_i + \lambda). \quad (20)$$

Таким образом, TSVD регуляризация требует следующих операций: SVD разложение выборочной матрицы,

расчет порога усечения σ_k (σ_{k1}) с применением одного из алгоритмов оптимизации, вычисление $\hat{\mathbf{R}}_m^{-1}$ через обратную операцию (15). Отсюда большая вычислительная сложность. Необходимым условием для получения хороших регуляризованных решений является выполнение дискретного условия Пикара [30], требующего чтобы коэффициенты Фурье, выраженные в терминах обобщенного SVD, в среднем затухали до нуля быстрее, чем обобщенные сингулярные значения.

Регуляризация Тихонова

Дискретная задача регуляризации Тихонова как решение минимизационной задачи записывается следующим образом [38]:

$$\hat{\mathbf{R}}_\lambda = \operatorname{argmin} \{ \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\mathbf{A}(\mathbf{p})_2^2 + \lambda^2 \mathbf{L}\hat{\mathbf{R}}_2^2 \}, \quad (21)$$

где \mathbf{L} обычно является либо единичной матрицей, либо хорошо обусловленной дискретной аппроксимацией некоторого производного оператора, λ – КР. Первый член – это норма невязки, которая присутствует в МНК. Второй, называется регуляризатором или «краевым ограничителем», вводящим априорную информацию об ожидаемом поведении \mathbf{R} . Регуляризация Тихонова с $\mathbf{L} = \mathbf{I}$ работает аналогично TSVD, в том смысле, что влияние сингулярных значений с более высоким индексом на решение ослабляется. Другое следствие этого сходства состоит в том, что когда $\mathbf{L} = \mathbf{I}$, решение Тихонова не пытается восстановить компоненты сигналов, которые под шумами. Решение Тихонова при $\mathbf{L} \neq \mathbf{I}$ содержит компоненты сигналов под шумами и таким образом допускает экстраполяцию из данных.

Неквадратическая регуляризация

Метод Тихонова основан на добавлении квадратичного штрафа к стандартному критерию достоверности данных методом наименьших квадратов (и следовательно, квадратичному). Оно приводит к обратной фильтрации, которая является линейной функцией данных. Хотя такая линейная обработка желательна, поскольку она приводит к прямым и достаточно эффективным методам вычислений, она также является ограничивающей, поскольку возможны гораздо более лучшие результаты, если используются нелинейные методы.

Обобщенная неквадратичная оценка

$$\hat{\mathbf{R}}_\lambda = \operatorname{arg min} J_1(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{R}}) + \lambda^2 J_2(\mathbf{R}), \quad (22)$$

где $J_1(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{R}})$ представляет собой общую меру расстояния между истинной и её предсказанием на основе ВКМ, а $J_2(\mathbf{R})$ – обобщенный штраф за регуляризацию. Оба члена могут быть не квадратичной функцией элементов \mathbf{R} . Далее рассматривается ряд популярных вариантов для J_1 и J_2 .

Широко используемый подход неквадратичной регуляризации – это метод максимальной энтропии. Энтропия положительной матрицы \mathbf{R} служит мерой ее неопределенности и может быть определена как:

$$-J_2(\mathbf{R}) = -\sum_{i=1}^N \mathbf{R}_i \log(\mathbf{R}_i). \quad (23)$$

Эта интерпретация следует из соображений теории информации, когда ВКМ нормализована так, что

$\sum_{i=1}^N \mathbf{R}_i = 1$, и, таким образом, может интерпретироваться

как функция плотности вероятности [39]. В этом случае решение с максимальной энтропией является самым неопределенным в отношении недостающей информации. Более простая мотивация использования критерия энтропии заключается в том, что он обеспечивает положительные решения. Комбинирование стоимости энтропии (23) со стандартным квадратичным членом точности данных для J_1 дает максимальную оценку энтропии:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{мд}}(\lambda) = \operatorname{arg min} \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\mathbf{A}(\mathbf{p})_2^2 + \lambda^2 \sum_{i=1}^N \mathbf{R}_i \log(\mathbf{R}_i). \quad (24)$$

Существует ряд вариантов этой идеи, включающих связанные определения энтропии, кросс-энтропии и дивергенции [39]. Этот метод обеспечивает реконструкцию ВКМ с большей концентрацией энергии (т.е. большее количество коэффициентов маленькие, а некоторые очень большие) относительно квадратичных Тихоновских подходов. Сложность формулировки (24) заключается в том, что она приводит к нелинейной задаче оптимизации решения, которую необходимо решать итеративно.

Еще одно неквадратическое краевое ограничение – регуляризация общей дисперсии. Мера общей дисперсии:

$$J_2(\mathbf{R}) = \mathbf{D}\mathbf{R}_1 - \sum_{i=1}^N \left| \left[\mathbf{D}\mathbf{R} \right]_i \right|, \quad (25)$$

где $\| \cdot \|_1$ обозначает 1-норму (сумма абсолютных значений элементов), а \mathbf{D} представляет собой дискретное приближение к оператору градиента, так что элементы $\mathbf{D}\mathbf{R}$ представляют собой просто изменения мощности. Полная оценка дисперсии получается объединением уравнения (25) со стандартным квадратичным членом достоверности данных для $J_1(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{R}})$:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{од}}(\lambda) = \operatorname{arg min} \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}\mathbf{A}(\mathbf{p})_2^2 + \lambda^2 \sum_{i=1}^N \left| \left[\mathbf{D}\mathbf{R} \right]_i \right|. \quad (26)$$

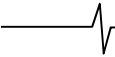
Общая дисперсия сигнала это общая сумма изменений и её можно рассматривать как меру изменчивости сигнала. Таким образом, она хорошо подходит для использования в качестве краевого ограничения. Трудность использования (26) заключается в том, что необходимо проводить нелинейную оптимизацию с итеративным подходом.

Статистические методы

Если шум \mathbf{n} и неизвестную \mathbf{R} рассматривать как случайные сигналы, то можно найти максимальную апостериорную оценку \mathbf{R} , максимизирующую апостериорную плотность вероятности $p(\mathbf{R}|\hat{\mathbf{R}})$. Используя правило Байеса и логарифмирование, имеем оценку:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{об}} = \operatorname{arg max} p(\mathbf{R}|\hat{\mathbf{R}}) = \operatorname{arg max} (\ln[p(\mathbf{R}|\hat{\mathbf{R}})] + \ln[p(\mathbf{R})]). \quad (27)$$

Эта функция стоимости имеет два члена: зависимый от данных $\ln[p(\mathbf{R}|\hat{\mathbf{R}})]$, называемый функцией логарифмического правдоподобия, и член $\ln[p(\mathbf{R})]$, зависящий только от \mathbf{R} , называемый априорной моделью. Эти два



члена аналогичны двум членам в функционале Тихонова (21). Функция правдоподобия фиксирует зависимость данных от матрицы сигналов и обеспечивает точность данных в формуле (27). Член априорной модели фиксирует априорные знания об \mathbf{R} при отсутствии данных и позволяет включить эту информацию в оценку.

Для стохастических сигналов с гауссовским распределением:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{X} + \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} \sim \mathbf{N}(0, \mathbf{A}_n), \quad \mathbf{X} \sim \mathbf{N}(0, \mathbf{R}), \quad (28)$$

где $\hat{\mathbf{X}} \sim \mathbf{N}(m, \mathbf{R})$ обозначает, что $\hat{\mathbf{X}}$ – гауссовская случайная матрица со средним m и ковариационной матрицей \mathbf{R} . При этих предположениях:

$$\ln[p(\mathbf{X}|\hat{\mathbf{X}})] \propto -\frac{1}{2}(\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{X}_{R_n}^2) \quad \text{и} \quad \ln[p(\mathbf{X})] \propto -\frac{1}{2}\mathbf{X}_{R_n}^2,$$

а после подстановки в уравнение (27) получаем:

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{co}} = \arg \min(\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{X}_{R_n}^2 + \mathbf{X}_{R_n}^2). \quad (29)$$

Соответствующая система нормальных уравнений, определяющая статистическую оценку,

$$(\mathbf{A}(\mathbf{p})^T \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{p}) + \mathbf{R}^{-1})\hat{\mathbf{X}}_{\text{co}} = \mathbf{A}(\mathbf{p})^T \mathbf{R}_n^{-1} \hat{\mathbf{X}}. \quad (30)$$

Решение уравнения (30) также является обобщенной (негауссовской) оценкой линейной минимальной среднеквадратичной ошибки (MMSE). Оценка MMSE минимизирует $E[\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}_{\text{co}}]^2$, где $E[*]$ обозначает математическое ожидание выражения в скобках.

Статистический метод обеспечивает рациональный способ расчета оценки ВКМ, если объединить статистическое описание процесса наблюдения и априорной информации вместе с мерами неопределенности физическим моделированием.

Итерационные методы

Итерационные подходы [40], [41] позволяют избежать процедур факторизации, требующей большого объема памяти, что критично для очень больших задач. Многие итерационные схемы естественным образом распараллеливаются и, таким образом, могут быть легко реализованы на ПЛИС для увеличения скорости. Причина, по которой происходит регуляризация в итерационных алгоритмах, заключается в том, что низкочастотные компоненты решения стремятся сходиться быстрее, чем высокочастотные компоненты (большие значения индекса i SVD разложения подобны высокочастотным коэффициентам Фурье соответствующих элементов). Для итерационных схем количество итераций играет роль, обратную параметру регуляризации λ , поэтому меньшее количество итераций соответствует большей регуляризации (большему λ).

Метод сопряженных градиентов (МСГ) – это хорошо известный метод решения разреженных систем уравнений с симметричной положительно определенной матрицей коэффициентов. Это самый быстрый из всех методов подпространства Крылова. Методы, использующие подпространства Крылова, ориентированные на матрицы больших размерностей, избегают матрично-матричные операции, за счет умножения матрицы на вектор. Для уравнения $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{R} = \mathbf{A}^T \hat{\mathbf{R}}$ в подпространстве Крылова номер итерации МСГ, на которой оста-

навливается расчет, играет роль КР.

Решение \mathbf{x}^k после k шагов МСГ может быть определено как:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{cr}} = \min \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{R}_2, \quad (31)$$

при условии $\mathbf{R} \in K_k(\mathbf{A}^T \mathbf{A}, \mathbf{A}^T \hat{\mathbf{R}})$.

Альтернативный итерационный алгоритм, который не использует в явном виде $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ – LSQR [42].

Алгоритм масштабированной проекции [20] – это вариант компенсации несоответствия оценки $\hat{\mathbf{R}}$ рекурсивным способом. Выражение для вычисления вектора весовых коэффициентов следующее:

$$\mathbf{w}_{lms_r}(t+1) = \mathbf{w}_c + \tilde{\mathbf{P}}_c[\mathbf{w}_{lms_r}(t) - \mu(\hat{\mathbf{R}}(t) + \sigma_r^2 \mathbf{I})\mathbf{w}_{lms_r}(t)]. \quad (32)$$

Избегая использовать σ_r^2 , применяется критерий σ_r :

$$\mathbf{w}_{lms_{rf}}(t+1) = \mathbf{w}_c + \tilde{\mathbf{P}}_c[\mathbf{v}_{lms_r}(t) - \mu \hat{\mathbf{R}}(t)\mathbf{w}_{lms_r}(t)], \quad (33)$$

где на каждой итерации составляющая проекции \mathbf{w}_{lms_r} на нуль пространство вектора ограничений $\mathbf{C}^* - |\tilde{\mathbf{v}}|^2$ сравнивается с функцией $f(\sigma^2)$ и при превышении порога масштабируется.

Данный способ ограничения применяется в LMS алгоритмах, которые при низкой арифметической сложности имеют большое время схождения и большую остаточную ошибку. Также при большом числе обусловленности $\hat{\mathbf{R}}$ нельзя применить этот алгоритм. Масштабирование составляющей \mathbf{v} происходит исходя из уровня белого шума, заданного заранее. Как таковые величины ОСШ и отношение помеха/шум (ОПШ) на решение не влияют. На каждой итерации нужно находить $\hat{\mathbf{R}}(t)$, сохраняя при этом предыдущее значение $\hat{\mathbf{R}}(t-1)$. Анализ этого способа для прямого метода оценки ВК ФЛ проводится в работе [43]. Показано, что результат при больших ОСШ (уже около 0 дБ) неудовлетворительный.

Выбор коэффициента регуляризации

Методы можно условно разделить на два типа в зависимости о знании об априорной ошибке $\|e_2\|$. Эти два типа можно охарактеризовать следующим образом:

1. Методы, основанные на знании или хорошей оценке $\|e_2\|$.

2. Методы, которые не требуют знания априорной ошибки.

Регуляризация, не допуская усиления шума, включает компромисс между точностью входных выборок и точностью некоторого набора априорной информации. Эти два компонента обычно измеряются через норму невязки $\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{R}\|$ и норму ограничения $\|\mathbf{L}\hat{\mathbf{R}}\|$. КР λ контролирует этот компромисс, и важной частью решения любой проблемы является поиск разумного значения для λ .

Для поиска оптимального КР применяются следующие методы ([44], [45], [46], [35]): минимизация функции обобщенной перекрестной проверки (GCV – generalized cross-validation), основанной на минимизации ошибок прогнозирования; метод L-кривой, основанный на графике зависимости нормы невязки от нормы краевого

ограничения; метод невязки, основанный на априорной информации о параметрах шума; выбор статистических параметров, основанный на моделировании лежащих в их основе процессов. Метод невязки относится к первому типу, остальные ко второму.

L-кривая представляет собой график (для всех допустимых параметров регуляризации) нормы $\|\mathbf{L}\hat{\mathbf{R}}\|$ регуляризованного решения в зависимости от соответствующей нормы невязки $\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{R}\|$. Таким образом, *L-кривая* показывает компромисс между минимизацией этих двух величин. Для непрерывного КР λ вычисляется кривизна кривой $(\log Ax_\lambda - b_2, \log Lx_{\lambda,2})$ (с параметром λ) и находится точка с максимальной кривизной.

Метод *минимизации GCV функции* основан на предположении, что если произвольный элемент $\hat{\mathbf{R}}_i$ в правой части $\hat{\mathbf{R}}$ опущен, то соответствующее регуляризованное решение должно хорошо предсказывать это наблюдение, и выбор параметра регуляризации не должен зависеть от ортогонального преобразования $\hat{\mathbf{R}}$ [45]. Это приводит к выбору КР, который минимизирует функцию GCV:

$$G = \frac{\mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{R}_\lambda - \hat{\mathbf{R}}_2^2}{(\text{Tr}[\mathbf{I}_m - \mathbf{A}\mathbf{A}^1])^2}, \quad (34)$$

где \mathbf{A}^1 – матрица, которая дает регуляризованное решение $\mathbf{R}_\lambda = \mathbf{A}^1\hat{\mathbf{R}}$.

Метод *невязки* Морозова [47] использует сведения о шуме \mathbf{n} в $\mathbf{R}\mathbf{A}(\mathbf{p}) + \mathbf{n} = \hat{\mathbf{R}}$. Эта информация указывается в виде дисперсии:

$$\|\mathbf{n}\| \leq \delta_n. \quad (35)$$

Это дает оценку нормы невязки $\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A}(\mathbf{p})\mathbf{R}\| \leq \delta$. Поскольку недорегуляризация заключается в чрезмерном усилении шума, имеет смысл выбрать параметр регуляризации достаточно большим, чтобы выборочная ошибка достигла этой границы, но не больше (чтобы избежать перерегуляризованности). Формально параметр регуляризации λ выбирается как значение, при котором норма невязки достигает равенства

$$\|\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A}(\mathbf{p})\hat{\mathbf{R}}(\lambda)\|^2 = \delta_n^2. \quad (36)$$

В детерминированном случае значение λ обычно приводит к чрезмерной регуляризации, поскольку фактическая ошибка может быть меньше заданного порога. И наоборот, установка слишком маленького порога шума может привести к нежелательному росту шума в решении. Пороговое значение шума может быть получено из физических соображений, априорной информации или прямой экспериментальной оценке. Если эта информация недоступна, то этот метод не применим.

Выбор статистических параметров не является методом выбора параметра, а скорее, методом оценки. При наличии статистической модели процесса наблюдения через $p(\hat{\mathbf{R}}|\mathbf{R})$ и априорной информации о \mathbf{R} через $p(\mathbf{R})$ оценка $\hat{\mathbf{R}}_{\text{с}}$ получается путем решения задачи оптимизации (27). Со статистической точки зрения про-

блема определения параметра регуляризации заменяется проблемой статистического моделирования посредством определения $p(\hat{\mathbf{R}}|\mathbf{R})$ и $p(\mathbf{R})$. Компромисс между входными данными и априорными, присущий выбору КР λ , фиксируется при моделировании относительной неопределенности в матрицах $\hat{\mathbf{R}}$ и \mathbf{R} . Иногда плотности $p(\hat{\mathbf{R}}|\mathbf{R})$ и $p(\mathbf{R})$ следуют из физических соображений или прямого эксперимента.

Для некоторых задач определение плотностей $p(\hat{\mathbf{R}}|\mathbf{R})$ и $p(\mathbf{R})$ может оказаться сложной задачей. К счастью, цель обычно состоит не в том, чтобы наиболее точно смоделировать матрицу \mathbf{R} или ВКМ $\hat{\mathbf{R}}$, а скорее в том, чтобы найти общую статистическую модель, которая даёт хорошую оценку. Кроме того, статистический характер этой модели может предполагать рациональный выбор параметров, не очевидных с точки зрения регуляризации Тихонова.

О методах поиска КР можно ознакомиться в работе [48], где представлено описание пакета «REGULARIZATION TOOLS» для Matlab используемого для анализа и решения дискретных некорректных задач.

Алгоритмы на основе метода линейной усадки

Метод усадки ВКМ к единичной матрице (ЕМ) LW (O. Ledoit, M. Wolf) описан в [3] для произвольного вида функции распределения выборок. Он рассчитывает коэффициенты оптимальной линейной комбинации в соответствии с квадратичной функцией потерь (квадратичная оптимизация). Истинный оптимальный вес заменяется согласованной оценкой. Ищется линейная комбинация ЕМ и ВКМ как компромисс между смещением и дисперсией за счет встречной усадки, в результате чего получается оценка, чья среднеквадратичная ошибка минимальна:

$$\tilde{\mathbf{R}} = \hat{\rho}\hat{\mathbf{F}} + (1 - \hat{\rho})\hat{\mathbf{R}}, \quad (37)$$

$\hat{\rho}$ – коэффициент усадки, принимающий значения от 0 до 1 и может быть выборочной функцией. Матрица $\hat{\mathbf{F}}$ называется целью усадки:

$$\hat{\mathbf{F}} = \mu\mathbf{I} = \frac{\text{Tr}(\hat{\mathbf{R}})}{p}\mathbf{I}. \quad (38)$$

$\text{Tr}(\cdot)$ – след матрицы, \mathbf{I} – ЕМ.

$\hat{\mathbf{R}}$ является несмещенной оценкой и решением максимального правдоподобия при $K \geq p$. Однако не достигает низкого MSE из-за его высокой дисперсии и обычно плохо подходит для $K < p$. С другой стороны $\hat{\mathbf{F}}$ – наивная, но наиболее хорошо обусловленная оценка. Оптимизационная проблема имеет вид: $\min_p E[\tilde{\mathbf{R}} - \mathbf{R}^2]$.

СКО можно разложить на дисперсионную ошибку и ошибку смещения:

$$E[\tilde{\mathbf{R}} - \mathbf{R}^2] = E[\tilde{\mathbf{R}} - E[\tilde{\mathbf{R}}]]^2 + E[\tilde{\mathbf{R}}] - \mathbf{R}^2. \quad (39)$$

СКО цели усадки $\mu\mathbf{I}$ представляет собой смещение без дисперсии, в то время как для СКО ВКМ – $\hat{\mathbf{R}}$ представляет собой дисперсию без смещения. Точка компромисса показана на рис. 1.

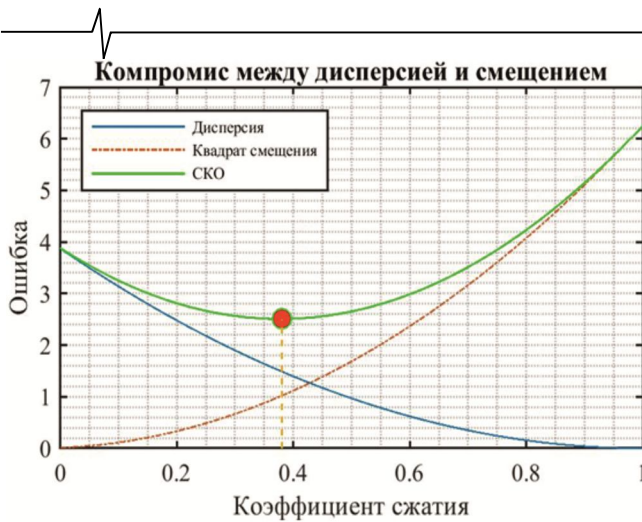


Рис. 1. Точка компромисса между дисперсионной ошибкой и ошибкой смещения

Оценка коэффициента усадки находится следующим образом:

$$\hat{\rho}_{LW} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i x_i^T - \hat{\mathbf{R}}_F^2}{k^2 \left[\text{Tr}(\hat{\mathbf{R}}^2) - \frac{\text{Tr}^2(\hat{\mathbf{R}})}{p} \right]} \quad (40)$$

Методы RBLW (Rao-Blackwell Ledoit-Wolf) и OAS (Oracle Approximating Shrinkage) [4] разработаны на методе LW [3] для случая Гауссовского распределения выборок. Оценка $\hat{\rho}_{LW}$ является функцией не только $\hat{\mathbf{R}}$, но и других статистических данных и, следовательно, по теореме Рао – Блэквелла – Колмогорова может быть улучшена.

Применение теоремы к оценке $\hat{\rho}_{LW}$ дает следующий результат:

$$\hat{\rho}_{RBLW} = \frac{\frac{k-2}{k} \cdot \text{Tr}(\hat{\mathbf{R}}^2) + \text{Tr}^2(\hat{\mathbf{R}})}{(k+2) \left[\text{Tr}(\hat{\mathbf{R}}^2) - \frac{\text{Tr}^2(\hat{\mathbf{R}})}{p} \right]} \quad (41)$$

Алгоритм OAS аппроксимирует оптимальный коэффициент усадки через итеративную процедуру. Алгоритм инициализируется $\hat{\mathbf{R}}$ и итеративно улучшается. На практике оценка OAS рассчитывается без итераций как:

$$\hat{\rho}_{OAS} = \frac{\frac{1-2}{p} \cdot \text{Tr}(\hat{\mathbf{R}}^2) + \text{Tr}^2(\hat{\mathbf{R}})}{\left(\frac{k+1-2}{p} \right) \left[\text{Tr}(\hat{\mathbf{R}}^2) - \frac{\text{Tr}^2(\hat{\mathbf{R}})}{p} \right]} \quad (42)$$

Коэффициенты всех решений метода усадки ВКМ ограничены сверху единицей, т.е.

$$\hat{\rho} = \min(\rho, 1). \quad (43)$$

OAS и RBLW имеют меньшую вычислительную нагрузку, по сравнению с LW, вследствие отсутствия расчета средней оценки ошибки $\hat{\mathbf{R}}_k - \hat{\mathbf{R}}$.

Метод GLC (General-Linear-Combination) [2] основан на методе [3]. Оценка ВКМ вычисляется по формуле:

$$\tilde{\mathbf{R}} = \alpha \mathbf{I} + \beta \hat{\mathbf{R}}, \quad (44)$$

где α и β параметры усадки, которые рассчитываются также посредством минимизации функции MSE $\hat{\mathbf{R}}$. Чтобы $\hat{\mathbf{R}}$ была положительно определенной α и β тоже должны быть положительно определенными. Решение этого метода приводится как:

$$\hat{\rho}_{GLC} = \frac{1}{K^2} \sum_{n=1}^K x(n)^4 - \frac{1}{K} \hat{\mathbf{R}}^2; \quad (45)$$

$$\hat{\alpha} = \min \left[\hat{\nu} \frac{\hat{\rho}}{\hat{\mathbf{R}} - \hat{\nu} \mathbf{I}^2}, \hat{\nu} \right]; \quad (46)$$

$$\hat{\beta} = 1 - \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\nu}}, \quad \hat{\nu} = \text{tr}(\hat{\mathbf{R}}) / K. \quad (47)$$

Для ФЛ LCMP выражение для весовых коэффициентов запишется как:

$$\mathbf{W}_{LCMP\ GLC}^H = \mathbf{g}^H \left[\mathbf{C}^H \left(\frac{\alpha}{\beta} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{xx} \right)^{-1} \mathbf{C} \right]^{-1} \mathbf{C}^H \left(\frac{\alpha}{\beta} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{xx} \right)^{-1}. \quad (48)$$

Моделирование

Компьютерное моделирование проводилось на плоской 25 элементной квадратной решетке. Целевой гармонический сигнал с углом места 0° и вариацией ОСШ от -10 до +40 дБ с шагом 5 дБ. Две (рис. 2 а, б) и четыре (рис. 2 в, г) шумоподобные помехи равной мощности направлены в первые боковые лепестки с вариацией ОПШ +10, +20, +30 дБ. Учитывая ограниченные вычислительные ресурсы БА ФЛ, количество выборок сигнала принято не более 50. Также была применена техника матричного дополнения, которая учитывает изменение параметров помех по пространству и частоте и позволяет сохранять эффективность работы при расположении источника помехи на транспортном средстве, а также преднамеренном характере помех.

На рис. 2, 3 показаны результаты моделирования с применением метода Монте Карло для выбранных алгоритмов. По оси абсцисс отложены значения ОСШ. По оси ординат отложены значения ОСПШ_{вых} адаптивного фильтра. Предельно достижимое значение ОСПШ_{вых} (теоретическое) обозначено как «ОСПШ_п». Максимально возможное значение ОСПШ_{вых} рассчитывалось методом перебора значений КР в рабочем диапазоне и обозначено как «КР_{опт}». Обозначение «LW» соответствует методу, описанному в работе [3] (O. Ledoit, M.Wolf). Обозначение «RBLW» и «OAS» соответствует методам, описанным в работе [4].

На рис. 3 представлена зависимость ОСПШ_{вых} от количества выборок K , при 2-х помехах ОПШ 20 дБ каждая и ОСШ 10 дБ. Зависимость с легендой «КР = 0» описывает работу ФЛ без использования КР.

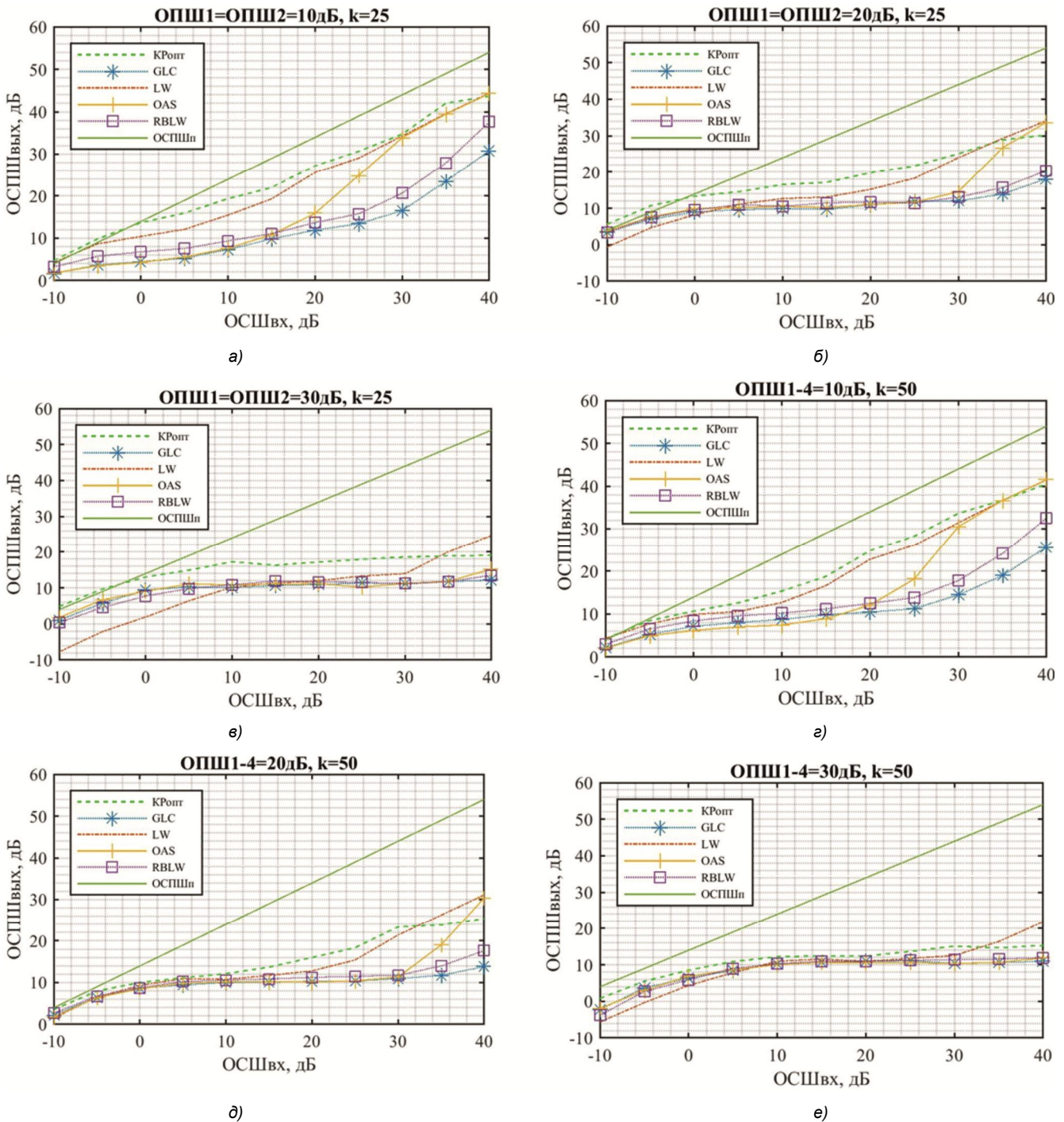


Рис. 2. Зависимость ОСПШ_{вых} от ОСШ_{вх}, при 2х помехах (K = 25) и 4х помехах (K = 50)

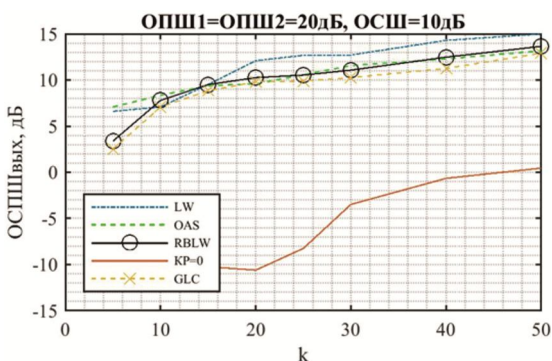
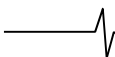


Рис. 3. Зависимость ОСПШ_{вых} от K, при 2х помехах

Заключение

В работе приведены существующие способы повышения надежности работы не рекурсивного ФЛ методом регуляризации ВКМ. Методы на основе TSVD вычислительно сложны из-за необходимости проведения SVD преобразования. Интерес представляют прямые алгоритмы на основе регуляризации Тихонова, не опирающиеся на статистические характеристики входных сигналов. Проведено моделирование слепого ФЛ LCMP, в условиях плохо обусловленной ВКМ. Сравнение методов регуляризации в зависимости от различных сигнально-помеховых ситуациях и количества выборок



приведены на графиках. Методы OAS и RBLW имеют меньшую вычислительную сложность, по сравнению с LW, вследствие отсутствия расчета средней оценки ошибки ВКМ. Так для LW она составляет $3N^3$, для OAS и RBLW $2N^3$. Метод GLC имеет еще меньшую вычислительную сложность – $3N^2$, но проигрывает в производительности. В оценках не учтены операции с членами порядка ниже, чем максимальный, для каждого алгоритма. Здесь N – размерность рабочей матрицы (количество каналов адаптивного фильтра). Таким образом, исходя из требований к возможностям ФЛ, можно оптимизировать программно-аппаратное обеспечение, подобрав соответствующий алгоритм регуляризации.

Литература

1. B.D. Carlson, «Covariance Matrix Estimation Errors and Diagonal Loading in Adaptive Arrays», IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 24, no. 4, 1988.
2. L. Du, J. Li, and P. Stoica. «Fully Automatic Computation of Diagonal Loading Levels for Robust Adaptive Beamforming», IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 46, no. 1, pp. 449-458, 2010.
3. O. Ledoit and M. Wolf. «A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices», J. Multivar. Anal., vol. 88, no. 2, pp. 365-411, 2004.
4. Y. Chen, A. Wiesel, Y.C. Eldar, and A.O. Hero. «Shrinkage algorithms for MMSE covariance estimation», IEEE Trans. Signal Process., vol. 58, no. 10, pp. 5016-5029, 2010.
5. J. Li, P. Stoica, and Z. Wang. «On robust Capon beamforming and diagonal loading», IEEE Trans. Signal Process., vol. 51, no. 7, pp. 1702-1715, 2003.
6. A. Coluccia. «Regularized Covariance Matrix Estimation via Empirical Bayes», IEEE Signal Process. Lett., vol. 22, no. 11, pp. 2127-2131, 2015.
7. L.R. Haff. «Empirical Bayes Estimation of the Multivariate Normal Covariance Matrix», Ann. Stat., vol. 8, no. 3, pp. 586-597, 1980.
8. C. Culan and C. Adnet. «Regularized maximum likelihood estimation of covariance matrices of elliptical distributions», vol. 0, no. 2, pp. 1-9, 2016.
9. F. Perron. «Minimax estimators of a covariance matrix», J. Multivar. Anal., vol. 43, no. 1, pp. 16-28, 1992.
10. D.K. Dey and C. Srinivasan. «Estimation of a Covariance Matrix under Stein's Loss», Ann. Stat., vol. 13, no. 4, pp. 1581-1591, 1985.
11. C. Stein. «Lectures on the theory of estimation of many parameters», Zap. Nauchnykh Semin. Leningr. Otdeleniya Mat. Instituta im. V.A. Steklova AN SSSR, no. 74, pp. 4-65, 1977.
12. O. Ledoit and M. Wolf. «Optimal estimation of a large-dimensional covariance matrix under Stein's loss», Bernoulli, vol. 24, no. 4B, pp. 3791-3832, 2018.
13. P.J. Bickel and E. Levina. «Covariance regularization by thresholding», Ann. Stat., vol. 36, no. 6, pp. 2577-2604, 2008.
14. J. Fan, Y. Liao and M. Mincheva. «Large covariance estimation by thresholding principal orthogonal complements», J.R. Stat. Soc. Ser. B Stat. Methodol, vol. 75, no. 4, pp. 603-680, 2013.
15. C. Lam. «Nonparametric eigenvalue-regularized precision or covariance matrix estimator», Ann. Stat., vol. 44, no. 3, pp. 928-953, 2016.
16. C. Lam and P. Feng. «Integrating Regularized Covariance Matrix Estimators». pp. 1-21, 2017.
17. J.P. Hoffbeck and D.A. Landgrebe. «Covariance matrix estimation and classification with limited training data», IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. 18, no. 7, pp. 763-767, 1996.
18. J.H. Friedman. «Regularized discriminant analysis», J. Am. Stat. Assoc., vol. 84, no. 405, pp. 165-175, 1989.
19. Harry L. Van Trees. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part IV: Optimum Array Processing. New York: Wiley, 2002.
20. H. Cox, R.M. Zeskind, and M.M. Owen. «Robust Adaptive Beamforming», IEEE Trans. Acoust., no. 10, pp. 1365-1376, 1987.
21. J. Gu and P.J. Wolfe. «Robust Adaptive Beamforming Using Variable Loading», no. 3, pp. 1-5, 2006.
22. C. Wu, Y. Guo, Y. Na and X. Wang. «Robust beamforming using beam-to-reference weighting diagonal loading and Bayesian framework», Electron. Lett., vol. 51, no. 22, pp. 29-30, 2015.
23. W. Liu and S. Ding. «An Efficient Method to Determine the Diagonal Loading Factor Using the Constant Modulus Feature», IEEE Trans. SIGNAL Process., vol. 56, no. 12, pp. 6102-6106, 2008.
24. Y. Selen, R. Abrahamsson, and P. Stoica. «Automatic robust adaptive beamforming via ridge regression», in ICASSP 2007, 2007, no. 3, pp. 965-968.
25. A.E. Hoerl, R.W. Kannard, K.F. Baldwin, A.E. Hoerl, R.W. Kannard and K.F.B. Ridge. «Ridge regression:some simulations», Commun. Stat. Theory Methods, vol. 4, 1975.
26. J.F. Lawless and P. Wang. «A simulation study of ridge and other regression estimators», Commun. Stat. – Theory Methods, vol. A5, no. 4, 1976.
27. A.M. Urmanov, A.V. Gribok, H. Bozdogan, J.W. Hines and R.E. Uhrig. «Information complexity-based regularization parameter selection for solution of ill conditioned inverse problems», Inverse Probl., vol. 18, pp. 1-9, 2002.
28. М.В. Ратынский, Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. – М: Радио и связь, 2003.
29. M. Benning and M. Burger, Modern regularization methods for inverse problems, vol. 27, no. May. 2018.
30. P.C. Hansen. «The discrete picard condition for discrete ill-posed problems», Bit, vol. 30, no. 4, pp. 658-672, 1990.
31. E.K.L. Hung and R.M. Turner. «A Fast Beamforming Algorithm for Large Arrays», IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-19, no. 4, pp. 598-607, 1983.
32. J.-L. Yu and C.-C. Yeh. «Generalized Eigenspace-Based Beamformers», IEEE Trans. Signal Process., vol. 43, no. 11, 1995.
33. D.D. Feldman and L.J. Griffiths. «A Projection Approach for Robust Adaptive Beamforming», IEEE Trans. Signal Process., vol. 42, no. 4, pp. 867-876, 1994.
34. P.C. Hansen. «The truncated SVD as a method for regularization», Bit, vol. 27, no. 4, pp. 534-553, 1987.
35. S. Noschese and L. Reichel. «A modified truncated singular value decomposition method for discrete ill-posed

problems», Numer. Linear Algebr. with Appl., vol. 21, no. 6, pp. 813-822, 2014.

36. X. Tuo, Y. Zhang, D. Mao, Y. Kang, and Y. Huang, «A RADAR FORWARD-LOOKING SUPER-RESOLUTION METHOD BASED ON SINGULAR VALUE WEIGHTED TRUNCATION», in IGARSS 2019, 2019, pp. 9180-9183.

37. М.М. Лаврентьев, О некоторых некорректных задачах математической физики. – Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.

38. А.Н. Тихонов. «О регуляризации некорректно поставленных задач», ДАН СССР. 1963. Т. 153. №1. С. 49-52.

39. H.W. Engl, M. Hanke and A. Neubauer. Regularization of Inverse Problems. DORDRECHT / BOSTON / LONDON: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1996.

40. M. Hanke and P.C. Hansen. «Regularization methods for large-scale problems», Rep. UNIC 92-04, UNI.C (August 1992), to Appear Surv. Math. Ind.

41. Y. Saad. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 3rd ed. SIAM, 2000.

42. C.C. Paige and M.A. Saunders. «LSQR: an algorithm for sparse linear equations and sparse least squares»,

ACM Trans. Math. Softw. 8 43-71.

43. S.A. Vorobyov. «Principles of minimum variance robust adaptive beamforming design», Signal Processing, vol. 93, no. 12, pp. 3264-3277, 2013.

44. V.A. Morozov. Methods for Solving Incorrectly Posed Problems. New York: Springer, 1984.

45. G.H. Golub, M. Heath and G. Wahba. «Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter», Technometrics, vol. 21, no. 2, pp. 215-223, 1979.

46. Y. Wu, Y. Zhang, Y. Zhang, Y. Huang, and J. Yang. «TSVD with least squares optimization for scanning radar angular super-resolution», 2017 IEEE Radar Conf. Radar-Conf 2017, pp. 1450-1454, 2017.

47. S. Pereverzev and E. Schock. «Morozov's discrepancy principle for Tikhonov regularization of severely ill-posed problems in finite-dimensional subspaces», Numer. Funct. Anal. Optim., vol. 21, no. 7-8, pp. 901-916, 2000.

48. P.C. Hansen. «REGULARIZATION TOOLS: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems», Numer. Algorithms, vol. 6, no. 1, pp. 1-35, 1994.

НОВЫЕ КНИГИ

Умняшкин С.В.

Основы теории цифровой обработки сигналов: Учебное пособие. Издание пятое, исправленное и дополненное. Москва: ТЕХНОСФЕРА, 2019. – 550 с.: ил.

Учебное пособие предназначено для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров и магистров «Прикладная математика», «Информатика и вычислительная техника», и направлено на изучение теоретических основ цифровой обработки сигналов (ЦОС). Помимо базовых разделов ЦОС, связанных с цифровым представлением сигналов, анализом и синтезом цифровых фильтров, в пособии рассматриваются вопросы многоскоростной обработки сигналов, адаптивной фильтрации, дискретного спектрального анализа. Значительное внимание уделено таким специальным разделам ЦОС, как эффективное представление сигналов (сжатие данных), теория и приложения дискретных вейвлет-преобразований.

Пособие также может быть рекомендовано в качестве дополнительного учебного материала для других инженерных направлений подготовки, связанных с ЦОС

(радиотехника, электроника, телекоммуникации и связь, автоматическое управление и др.). При этом базовая часть материала первых глав представляет собой основу для вводного курса (уровень бакалавриата), а в полном объеме учебное пособие ориентировано на более углубленное изучение теории ЦОС в магистратуре.

Соловьев В.В.

Проектирование функциональных блоков встраиваемых систем на FPGA – М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2020 г. – 348 с.: ил.

Рассмотрены основы проектирования функциональных блоков, которые наиболее часто встречаются во встраиваемых системах, на программируемых пользователем вентильных матрицах FPGA (field programmable gate array – FPGA). Рассмотрено проектирование на FPGA путем описания на языке Verilog и с помощью IP-ядер блоков памяти различного типа: одно-портовой, двух-портовой RAM, ROM, FIFO, LIFO, а также сдвиговых регистров в блоках встроенной памяти. Представлено несколько методик проектирования устройств управления: в виде микропрограммного автомата (МПА) по граф-схеме алгоритма (ГСА), на основе блок-схем автоматов (ASM), а также на основе блок-схем автоматов с трактом обработки данных (ASMD) и конечных автоматов с трактом обработки данных (FSMD). Приведена методика

проектирования на FPGA одно-тактного процессора, а также три методики проектирования много тактовых процессоров. Особое внимание уделено отладке процессора PIC и оценке его производительности, приводятся рекомендации по увеличению производительности процессоров. Представлена общая методология проектирования цифровых фильтров, рассмотрен пример разработки цифрового фильтра в системе MATLAB, моделирования фильтра в системе ModelSim и реализация фильтра на FPGA в системе Quartus. Рассмотрены вопросы проектирования подсистем синхронизации встраиваемых систем на FPGA. Описаны принципы функционирования блоков фазовой автоподстройки частоты PLL, особенности архитектуры и функционирования блоков PLL в FPGA, а также способы конфигурирования блоков PLL в проектах на FPGA.

Для специалистов в области разработки встраиваемых систем, научных работников, аспирантов.



ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ С ВЫСОКОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ (ЧАСТЬ 1)

Быховский М.А., доктор технических наук, профессор МТУСИ, e-mail: bykhmark@gmail.com.

POSSIBILITIES OF CREATING HIGH-SPEED COMMUNICATION SYSTEMS WITH HIGH SPECTRAL AND ENERGY EFFICIENCY (PART 1)

Bykhovskiy M.

In this paper, we studied the spectral (SE) and energy (EE) efficiency of two different high-speed communication systems designed to transmit messages with a high specific speed $R_f \geq 1$.

In the first of them, two-dimensional signals with Quadrature Amplitude Modulation (QAM) are used to transmit messages over the communication channel, and error correction codes (ECCs) with the maximum achievable code distance (MACD). MACD codes include Reed-Solomon (RS) codes or similar low-density parity-check codes (LDPC).

It is shown that with the optimal choice of its parameters - the mode of demodulation of signals from QAM and ECC, it is possible to create a communication system that will have sufficiently high EE and SE. The study showed that relative to the «ideal» communication system, its SE (μ_s) and EE (μ_{en}) with a rational choice of parameters will be, respectively, $\mu_s = 0,87$ and $\mu_{en} = -2...-5$ dB for $3 \leq R_f \leq 10$ bit/sec-Hz. Another ECC is also considered, in which multidimensional optimal signal ensembles (ES) are used, which have a relatively small normalized duration.

A communication system was also investigated in which N -dimensional optimal ES are used for signal transmission, and ECCs are not used. It is shown that with a sufficiently long normalized signal duration of such an ES, it can provide high reliability of communication with high SE and EE coefficients ($\mu_s = 1$ and $\mu_{en} \cong 0$), i.e. the characteristics of such a system are close to those of the «ideal» Shannon system.

Key words: High-speed communication systems, signal transmission methods, spectral and energy efficiency, error correction codes.

Ключевые слова: Высокоскоростные системы связи, методы передачи сигналов, спектральная и энергетическая эффективность, помехоустойчивые коды.

Введение

Одним из важных этапов разработки систем связи является рациональный выбор для них ансамбля сигналов (АС), с помощью которого по каналу связи будет осуществляться передача сообщений, а также помехоустойчивого кода (ПК), исправляющего ошибки, возникшие при демодуляции сигналов. Критерием оценки качества создаваемой системы связи, предложенным Шенноном [1], являются два важных параметра – ее энергетическая и спектральная эффективность (ЭЭ и СЭ) по отношению к системе, названной им «идеальной». «Идеальная» система связи Шеннона обеспечивает абсолютную надежность передаваемых сообщений и ее характеристики являются предельно возможными.

Шеннон доказал теорему о пропускной способности канала связи, в котором прием сигналов осуществляется на фоне белого гауссовского шума [1]. В ней установлено, что в таком канале максимально возможная удельная скорость передачи сообщений равна $R_{f\max} = \log_2(1 + \rho_{b0} R_{f\max})$ (бит/сек-Гц). Эта формула, представленная в виде

В данной работе выполнено исследование спектральной (СЭ) и энергетической (ЭЭ) эффективности двух разных высокоскоростных систем связи, предназначенных для передачи сообщений с высокой удельной скоростью $R_f \geq 1$. В первой из них для передачи сообщений по каналу связи применяются двумерные сигналы с квадратурно-амплитудной модуляцией (QAM), а для исправления ошибок, возникающих при демодуляции этих сигналов, применяются помехоустойчивые коды (ПК) с максимально достижимым кодовым расстоянием (МДР). К кодам МДР относятся коды Рида-Соломона (RS) или близкие к ним или низкоплотностные коды (LDPC). Показано, что при оптимальном выборе ее параметров – режима демодуляции сигналов с QAM и ПК, можно создать систему связи, которая будет иметь достаточно высокие ЭЭ и СЭ. Исследование показало, что относительно «идеальной» системы связи ее СЭ (μ_s) и ЭЭ (μ_{en}) при рациональном выборе параметров будут составлять, соответственно, $\mu_s = 0,87$ и $\mu_{en} = -2...-5$ дБ для $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек-Гц. Рассмотрена также и другая система с ПК, в которой применяются многомерные оптимальные ансамбли сигналов (АС), имеющие сравнительно небольшую нормированную длительность.

Исследована система также связи, в которой для передачи сигналов используются N -мерные оптимальные АС, а ПК не применяются. Показано, что при достаточно большой нормированной длительности сигналов такого АС, в ней может быть обеспечена высокая надежность связи высокие коэффициенты ЭЭ и СЭ ($\mu_s = 1$ и $\mu_{en} \cong 0$), т.е. характеристики такой системы близки к характеристикам «идеальной» системы Шеннона.

$$\rho_{b0} = (2^{R_{f\max}} - 1) / R_{f\max}, \quad (1)$$

определяет значение ρ_{b0} – минимально возможное значение отношения сигнал/шум, приходящееся на один бит переданного сообщения, которое необходимо обеспечить на входе демодулятора, чтобы прием осуществлялся с высокой надежностью, определяемой вероятностью ошибки приема сообщений $p_b(R_f, \rho_b)$.

Шеннон показал [2], что в «идеальной» системе связи для передачи сообщений должны применяться N -мерные сигналы, нормированная длительность которых должна быть очень большой: $N/2 = (FT)$ (здесь F – полоса частот канала связи, T – длительность сигналов). При $(FT) \rightarrow \infty$ сигналы в ней могут быть переданы с абсолютной надежностью, т.е. вероятность ошибки при их демодуляции может быть сделана весьма малой ($p_b(R_f, \rho_b) \rightarrow 0$).

Следует отметить, что высокая помехоустойчивость такой системы связана с тем [2, 3], что в ней для передачи сообщений применяются оптимальные поверхностно- или объемно-сферические ансамбли сигналов (АС), у которых при $R_f = \text{const}$ и $\rho_{b0} = \text{const}$ минимальное евклидово расстояние (d) между сигналами оптимального АС в N -мерном евклидовом пространстве увеличивается с ростом N ($d \rightarrow \infty$ при $N \rightarrow \infty$) и за счет этого повышается надежность приема сообщений. Поэтому при применении в такой системе оптимальных АС при $N \gg 1$ отпадает необходимость использования помехоустойчивых кодов (ПК). В [3] подробно рассмотрены вопросы, связанные с построением многомерных АС, их модуляцией и демодуляцией, а также даны оценки их энергетической и спектральной эффективности. Показано, что сложность их демодуляции увеличивается примерно линейно с увеличением их нормированной длительности.

В современных системах связи применяются, в основном, двумерные АС, такие, например, как M -позиционные сигналы с квадратурно-амплитудной модуляцией М-QAM (Quadrature Amplitude Modulation) и амплитудно-фазовой манипуляцией М-APSK (Amplitude Phase Shift Keying) [3]. Сигналы, принадлежащие этим АС, отличаются друг от друга, в основном, своим пик-фактором, а ЭЭ и СЭ систем связи, в которых они используются совместно с ПК, примерно одинаковы.

Модуляция и демодуляция сигналов с QAM осуществляется достаточно просто [3]. Однако для того, чтобы обеспечить требуемую надежность связи при их использовании без применения ПК необходимо на входе демодулятора иметь весьма высокое отношение сигнал/шум ρ_b . Это значение существенно превышает минимально необходимое ($\rho_b \gg \rho_{b0}$) и энергетическая эффективность таких систем, определяемая коэффициентом $\mu_{en} = 10 \lg(\rho_{b0} / \rho_b) \leq 0$ (дБ), оказывается весьма низкой. Коэффициент μ_{en} определяет энергетические потери (ЭП) конкретной системы связи относительно «идеальной». Для того, чтобы приблизить μ_{en} к предельному значению $\mu_{en} = 0$ при обеспечении задан-

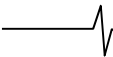
ного качества приема сигналов, необходимо, чтобы отношение сигнал/шум сигналов QAM, поступающих на вход демодулятора, имело бы значение, лишь незначительно превышающее ρ_{b0} . При этом в цифровой последовательности символов, формируемой на выходе демодулятора, с достаточно высокой вероятностью возникают ошибки, для исправления которых требуется применение ПК. Следует отметить, что при использовании ПК, в котором, помимо информационных символов, включены и избыточные, снижается общая удельная скорость передачи сообщений в канале связи или, что тоже самое, уменьшается СЭ системы связи. Спектральная эффективность определяется коэффициентом $\mu_s = (R_0 / R_f) \leq 1$, где $R_0 = R_f R_c$ – удельная скорость передачи информационных символов в системе связи с учетом того, что в ней применяется ПК с кодовой скоростью, равной $R_c \leq 1$. Уменьшение СЭ при применении ПК влечет за собой, как будет показано ниже, уменьшение коэффициента μ_{en} , определяющего ЭЭ системы связи.

Излагаемая в статье методика оценки СЭ и ЭЭ систем связи с ПК применима для любых видов ансамблей сигналов. Однако приведенные ниже расчеты относятся к системам связи, в которых для передачи сообщений по каналу связи используются АС с М-QAM и ПК с МДР – кодов с максимальным значением минимального расстояния Хэмминга между кодовыми комбинациями (КК). У таких кодов N_q – длина КК кода, определяемая общим количеством содержащихся в ней 2^q -ичных символов, k – количество информационных символов в КК и t – количество исправляемых в КК ошибок связаны соотношением Синглтона: $2t = (N_q - k)$ [4]. Если учесть, что кодовая скорость равна $R_c = (k / N_q) \leq 1$, то это соотношение может быть записано в следующем виде: $\hat{t} = 0,5 \cdot (1 - R_c)$, где $\hat{t} = (t / N_q)$.

Нормированное минимальное расстояние Хэмминга между разными КК у таких кодов равно $\hat{d}_c = (d_c / N_q) \cong (1 - R_c)$. При $R_c = \text{const}$ величина d_c увеличивается пропорционально увеличению длины кода N_q . В этом отношении класс кодов с МДР аналогичен оптимальным N -мерным аналоговым АС, у которых минимальное нормированное евклидово расстояние между сигналами в оптимальном АС увеличивается с увеличением N .

К кодам с МДР относятся коды Рида-Соломона (RS), у которых параметры N_q , k , q и d_c связаны соотношениями $N_q = (2^q - 1)$, $k = (2^q - d_c)$ [4]. Кодовая комбинация (КК) таких кодов представляет собой последовательность 2^q -ичных символов, каждый из которых эквивалентен последовательности из q двоичных символов, т.е. один 2^q -ичный символ может принимать 2^q разных значений. Длина КК таких кодов, выраженная в количестве имеющихся в ней двоичных символов, равна $N_b = qN_q$.

К другим кодам, у которых зависимость $R_c(\hat{d}_c)$ лежит



в области, ограниченной границами Басальго-Элайеса и Варшавова-Гильберта (области «хороших» кодов с точки зрения возможности исправления большого количества ошибок в КК), являются предложенные Галлагером низкоплотностные коды (LDPC – Low-density parity-check code). Для этих кодов в [5] получена зависимость $R_c(\hat{d}_c)$, которая достаточно точно аппроксимируется формулой: $R_c(\hat{d}_c) = (1 - \hat{d}_c)(1 - \alpha_q \hat{d}_c)$, где $\alpha_6 = 0,729$; $\alpha_8 = 0,536$ и $\alpha_{10} = 0,424$. Отметим, что для высоких кодовых скоростей ($R_c \geq 0,85$ и $\hat{d}_c \leq 0,25$) для $q = 10$ зависимость $R_c(\hat{d}_c)$ для кодов LDPC близка к границе Синглтона.

В данной статье представлена методика анализа СЭ и ЭЭ высокоскоростных систем связи, в которых сообщения по каналу связи передаются с помощью 2^q -ичных ПК и применяются сигналы с 2^q -QAM. Эта методика применима и к случаю, когда сообщения передаются с помощью двоичных ПК. При этом, как показано в [3], следует учесть установленное Л.М. Финком простое правило пересчета вероятности ошибки приема одного символа с 2^q -QAM в вероятность ошибки приема одного двоичного символа.

Эта методика позволяет определить зависимость СЭ и ЭЭ от удельной скорости передачи сообщений по каналу связи, равной $R_f = q$ бит/сек·Гц, R_c – кодовой скорости ПК и N_q – длины КК. Кроме того, при расчетах в [6, 7] принято, что параметры анализируемых систем выбраны так, что выполняются требования надежности связи, определяемые Рекомендациями Международного союза электросвязи (в статье выполнены расчеты для случая, когда требуется, чтобы система связи обеспечивала вероятность ошибки $p_{ip} = 10^{-7}$ при приеме пакета данных, содержащего 188 байт).

Показано, что при оптимальном выборе параметров системы связи – режима модуляции сигналов с M-QAM, кодовой скорости ПК и длины КК, можно создать систему, которая будет иметь достаточно высокие ЭЭ и СЭ, обеспечивая требуемые значения надежности связи и удельной скорости передачи сообщений. Исследование показало, что СЭ и ЭЭ системы связи с ПК при рациональном выборе ее параметров будут составлять, соответственно, $\mu_s = 0,87$ и $\mu_{en} = -2 \dots -5$ дБ для $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц.

В статье определены также СЭ и ЭЭ системы связи, в которой для передачи сигналов используются N -мерные оптимальные АС, а ПК не применяются. Показано, что при достаточно большой нормированной длительности сигналов такого АС, в ней может быть обеспечена требуемая надежность связи и высокие коэффициенты ЭЭ и СЭ ($\mu_s = 1$ и $\mu_{en} \cong 0$), т.е. характеристики такой системы близки к «идеальной» системе Шеннона. Кроме того, показано, что при заданных значениях удельной скорости передачи сообщений и надежности связи в такой системе нормированная длительность передачи сигналов такого АС существенно меньше длины КК в системе связи, в которой применяются ПК.

Следует отметить, что в [8] также был выполнен анализ эффективности применения ПК в системах связи, подобный исследованию данной работы. В ней дано также сравнение этих систем с «идеальной» системой Шеннона. Однако, в [8] рассматривались только низкоскоростные системы связи, у которых $R_f = 1$ бит/сек·Гц, и результаты этой работы не могут быть распространены на высокоскоростные системы, рассмотренные в данной работе. В [9] даны оценки вероятности приема оптимальных N -мерных АС, уточняющие оценки, полученные ранее в [2], а также в ряде более поздних работ. В качестве иллюстрации в [9] рассмотрен один пример, относящийся к применению этих оценок к случаю, когда для передачи сообщений применяется конкретный код LDPC. В опубликованных работах (например, [6, 7] и др.) для оценки надежности передачи сообщений с использованием ПК и двумерных АС (M-QAM и M-APSK) применяется метод математического моделирования.

Вероятность ошибки при приеме сигналов с QAM и с оптимальными многомерными АС с конечной длительностью

В данном разделе проводится оценка вероятности ошибки при приеме сигналов для систем связи, в которых применяются сигналы QAM и оптимальные многомерные АС. Как показано Шенноном [2], к оптимальным многомерным АС относятся те, у которых координаты сигнальных точек, соответствующих сигналам, входящим в АС, лежат внутри или на поверхности многомерной сферы. В оптимальных по Шеннону АС обеспечивается максимально возможное значение минимального евклидова расстояния между любыми двумя сигналами, входящими в АС. В этом отношении они подобны помехоустойчивым кодам с МДР.

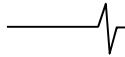
Ниже приведены формулы, позволяющие определить значение ρ_b – отношения сигнал/шум на входе демодулятора, приходящегося на один принятый бит при определенном значении p_q – вероятности ошибки одного 2^q -ичного символа, переносящего информацию о блоке из q двоичных символов в системах связи с QAM, или определенном значении p_{ser} – вероятности ошибки демодуляции блока из $N_b = \text{int}[(FT)R_f]$ двоичных символов или $N_q = \text{int}[(FT)R_f / q]$ 2^q -ичных символов, если в системах применяются оптимальные АС (здесь и далее $\text{int}(x)$ – целая часть числа x).

Для системы связи с QAM вероятность ошибки при их демодуляции равна [10]

$$p_q = 1 - \left[1 - 2(1 - 2^{-0,5R_f}) Q \left(\sqrt{\frac{3\rho_b R_f}{(2^{R_f} - 1)}} \right) \right]^2 \cong 4Q \left(\sqrt{\frac{3\rho_b R_f}{(2^{R_f} - 1)}} \right), \quad (2)$$

где позиционность сигналов QAM равна $M = 2^{R_f}$, а

$Q(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_x^\infty e^{-0,5x^2} dx$ – функция Крампа. Если задана



величина p_q , то из (2) значение ρ_b может быть определено по формуле:

$$\rho_b = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right) F_q(p_q), \quad (3)$$

где $F_q(p_q) = (1/3)\Psi^2(p_q/4)$, здесь $\Psi(x)$ – функция, обратная функции Крампа $Q(x)$. Эта функция может быть вычислена с помощью следующих соотношений [3, 11]:

$$u(x) = \sqrt{2 \ln(x^{-1})} \text{ и}$$

$$\Psi(x) = u(x) - \frac{c_0 + c_1 u(x) + c_2 u(x)^2}{1 + d_1 u(x) + d_2 u(x)^2 + d_3 u(x)^3},$$

где $c_0 = 2,525517$, $c_1 = 0,802853$, $c_2 = 0,010328$, $d_1 = 1,432788$, $d_2 = 0,189269$, $d_3 = 0,001308$.

Обратим внимание, что в (3) функция $\left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right)$ зависит только от R_f – удельной скорости передачи сообщений в системе связи. Она, согласно (1), определяет минимальное отношение сигнал/шум на входе демодулятора (ρ_{b0}), которое необходимо обеспечить в «идеальной» системе связи, в которой сообщения передаются с удельной скоростью R_f , и их прием осуществляется с абсолютной надежностью. Функция $F_q(\rho_b) \geq 1$ в (3), зависящая только от p_q , показывает во сколько раз величина ρ_b – отношение сигнал/шум на входе демодулятора сигналов с QAM должна превышать величину ρ_{b0} . Энергетические потери (ЭП), возникающие в системах связи с QAM при демодуляции сигналов по отношению к «идеальной» системе Шеннона, определяются, очевидно, величиной $\Delta\rho_q = 10 \lg[F_q(p_q)]$.

Для системы связи, в которой применяются N-мерные оптимальные АС, вероятность ошибки при демодуляции можно вычислить по следующей формуле [3]:

$$p_{ser} \cong \exp \left\{ - (FT) \left[\left(\frac{2^{C_f} - 2^{R_f}}{2^{R_f} - 1} \right) - \ln \left(\frac{2^{C_f} - 1}{2^{R_f} - 1} \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

Из (4) можно получить простую формулу для расчета значения ρ_b , при котором обеспечивается необходимая надежность связи p_{ser} . Обозначим

$$\gamma = \ln \left(\frac{1}{p_{ser}} \right) / (FT) \text{ и } V = (2^{C_f} - 1) / (2^{R_f} - 1) \text{ и учтем,}$$

что, согласно теореме Шеннона, $(2^{C_f} - 1) = \rho_b R_f$. Из (4) следует, что величины V и γ связаны соотношением $V - \ln(V) = (1 + \gamma)$. Запишем V в виде $V = (1 + \gamma)e^w$. Тогда для определения величины w получим следующее уравнение

$$e^w - w / (1 + \gamma) = 1 + \ln(1 + \gamma) / (1 + \gamma),$$

из которого видно, что $w \leq 1$. Используя приближенную формулу $e^w \cong 1 + w + 0,5w^2$, получим следующее урав-

нение для определения w : $w^2 + \frac{2w\gamma}{1 + \gamma} - \frac{2 \ln(1 + \gamma)}{1 + \gamma} = 0$, из

$$\text{которого следует, что } w = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{1 + \gamma} \right)^2 + \frac{2 \ln(1 + \gamma)}{(1 + \gamma)}} - \frac{\gamma}{1 + \gamma}.$$

Приведенные выкладки приводят к следующей формуле для определения отношения сигнал/шум, приходящегося на один принятый бит:

$$\rho_b = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right) F_{opt}(\gamma). \quad (5)$$

В (5) функция $F_{opt}(\gamma) = (1 + \gamma)e^w \geq 1$ зависит как от значения p_{ser} , так и от величины (FT) . Отметим, что при $(FT) \rightarrow \infty$ и любом значении p_{ser} функция $F_{opt}(\gamma) \rightarrow 1$ и из (5) следует, что $\rho_b \rightarrow \rho_{b0}$. Таким образом, формула (5) является важным обобщением теоремы Шеннона (1) на случай, когда сигналы, входящие в оптимальный АС, имеют конечную длительность. При демодуляции таких сигналов ЭП определяются так

$$\Delta\rho_{opt} = 10 \lg \left[F_{opt} \left(\ln \left(\frac{1}{p_{ser}} \right) / (FT) \right) \right].$$

Соотношения между вероятностями ошибки при приеме блока символов и отдельных символов, входящих в этот блок

В системах связи символы передаются по каналу связи блоками определенной длины. При использовании двумерных АС, к которым относятся сигналы с 2^q -QAM, на выходе демодулятора последовательно формируются отдельные 2^q -ичные символы. Если же используются оптимальные многомерные АС, то при их демодуляции на выходе демодулятора последовательно формируются блоки 2^q -ичных символов определенной длины. Вероятность ошибки при формировании таких блоков обозначим p_{ser} , причем в каждый блок входит $N_{bl} = \text{int}(FTR_f)$ двоичных или $N_{ql} = \text{int}(FTR_f / q)$ 2^q -ичных информационных символов.

Если в системе связи используется ПК, то при поступлении с выхода демодулятора на вход декодера КК, состоящей из N_q символов, на его выходе формируется блок из $N_{ql} = \text{int}(N_q \cdot R_c)$ 2^q -ичных или $N_{bl} = qN_{ql}$ двоичных информационных символов. При декодировании – при формировании на выходе декодера блока информационных символов также с вероятностью p_{dec} могут произойти ошибки.

Во многих случаях представляет интерес оценка вероятности ошибки отдельных символов, входящих в блок. Это важно, например, для сравнения надежности приема сообщений в системах связи, в которых передаваемые символы могут быть объединены в блоки разной длины. В качестве показателя надежности систем связи часто используют вероятность ошибки приема одного бита (p_{bl}) в блоке информационных символов, формируемом на выходе системы связи.

В [12] (стр. 125...135) предложен и обоснован простой метод определения соотношения между вероятностью ошибки (p_{BL}) при приеме блока символов любой длины (эта величина может быть равна p_{ser} или p_{dec}), в котором имеются N_I информационных символов, и эквивалентной вероятностью ошибки p_I при приеме одного информационного символа. Это соотношение имеет вид $(1 - p_{BL}) \cong (1 - p_I)^{N_I}$. Из него следует, что, если для передачи сообщений используются оптимальные АС, то

$$p_{bl} \cong p_{ser} / N_{bl} \text{ и } p_{ql} \cong p_{ser} / N_{ql}. \quad (6)$$

Если в системе связи используется 2^q -ичный код с МДР, имеющий кодовую скорость R_c и КК длиной N_q , для которого вероятность ошибки декодирования равна p_{dec} , то вероятность ошибки ρ_b в такой системе может быть определена по формуле:

$$p_{bl} \cong p_{dec} / qN_q \quad (7)$$

Энергетические потери при демодуляции сигналов с M-QAM и с оптимальными многомерными АС конечной длительности

По формулам (3) и (5) на рис. 1 построены зависимости $\rho_b(R_f)$ (дБ) для системы связи с QAM, а на рис. 2 – зависимости $\rho_b(R_f)$ (дБ) для системы с оптимальными АС. Точками этих рисунков показана зависимость $\rho_{b0}(R_f)$ (дБ), которая рассчитана по формуле Шеннона (1). Зависимости на рис. 1 рассчитаны при разных значениях вероятности ошибки равна p_q на выходе демодулятора. Сплошные кривые на рис. 1 относятся случаю, когда $p_q = 10^{-10}, 10^{-8}$ и 10^{-6} , а пунктирные – когда $p_q = 0,075; 0,05$ и $0,025$. Отметим, что в первом случае в системе связи обеспечивается большое значение отношения сигнал/шум на входе демодулятора (ρ_b) и высокая надежность приема без применения ПК. Однако при этом это отношение ρ_q существенно превышает предел Шеннона. Если $R_f \geq 5$ бит/сек-Гц, то при $p_q = 10^{-10}, 10^{-8}$ и 10^{-6} это превышение составляет, соответственно, $\Delta\rho_b = 9,5; 10,5$ и $11,5$ дБ. Во втором случае, когда $p_q = 0,075; 0,05$ и $0,025$, значения ЭП при демодуляции $\Delta\rho_b$ составляют, соответственно, $\Delta\rho_b = 1,7; 2$ и 3 дБ. Однако при таких небольших значениях ЭП вероятность возникновения в демодуляторе ошибок весьма велика и для их исправления в системе связи необходимо применение ПК.

На рис. 2 показаны зависимости $\rho_{b0}(R_f)$ при разных значениях p_{ser} – вероятности ошибки при демодуляции сигналов многомерного АС. Сплошные кривые относятся к случаю, когда $p_{ser} = 10^{-10}, 10^{-7}$ и $8 \cdot 10^{-3}$, а нормированная длительность сигналов сравнительно небольшая и равна $(FT) = 16$, штрих-пунктирная – для случая,

когда $p_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$ и $(FT) = 256$, а штриховая кривая – к сигналам с QAM и $p_q = 0,05$.

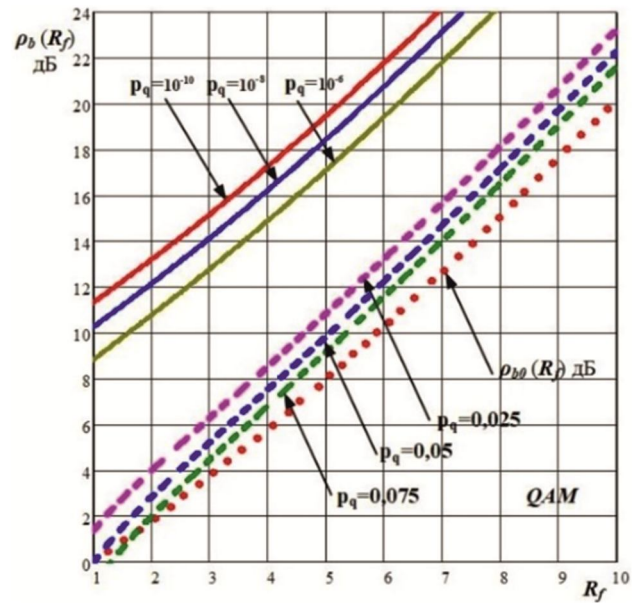


Рис. 1. Зависимости $\rho_b(R_f)$ при разных значениях p_q

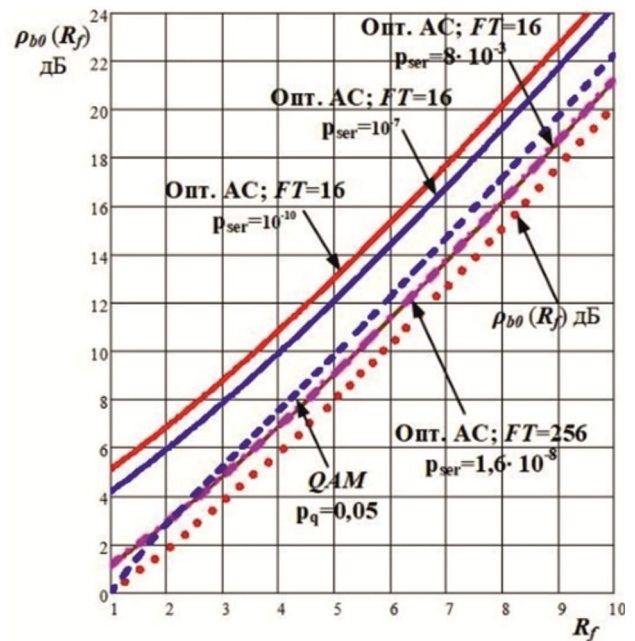


Рис. 2. Зависимости $\rho_{b0}(R_f)$ при разных значениях p_{ser}

Зависимости $\rho_{b0}(R_f)$, построенные для $(FT) = 16$ и $p_{ser} = 8 \cdot 10^{-3}$ совпадают на рис. 2 с построенными для $(FT) = 256$ и $p_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$. Если в системах связи применяются сигналы оптимального АС с $(FT) = 16$ и $p_{ser} = 10^{-10}, 10^{-7}$, а также $(FT) = 256$ и $p_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$, то высокая надежность приема сообщений обеспечивается и без применения ПК. В таких системах по каналу связи со скоростью R_f передаются только информационные символы. При этом их СЭ максимальна и равна $\mu_s = 1$. Однако, как видно из рис. 2, при использовании в системе связи сигналов, имеющих сравнительно небольшую нормированную длительность, равную $(FT) = 16$, при их

демодуляции возникают ЭП по отношению к «идеальной» системе Шеннона. Эти ЭП равны $\Delta\rho_{opt} = 5$ и 4 дБ при $p_{ser} = 10^{-10}$ и 10^{-7} . Если же применяются сигналы, имеющие достаточно большую нормированную длительность, равную, например, $(FT) = 256$, то такие ЭП при $p_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$ составляют всего $\Delta\rho_{opt} = 1,1$ дБ. Такая система имеет высокий коэффициент ЭЭ и по своим характеристикам весьма близка к «идеальной» системе Шеннона.

Энергетические потери при демодуляции сигналов в системе связи, использующей оптимальные АС с $(FT) = 16$, в которой вероятность ошибки при демодуляции сигналов равна $p_{ser} = 8 \cdot 10^{-3}$, также составляет $\Delta\rho_{opt} = 1,1$ дБ. Однако в ней для повышения надежности связи необходимо использовать ПК, причем КК этого кода должны иметь весьма значительную длину. Кроме того, как будет показано в следующем разделе, при использовании ПК в высокоскоростных системах связи существенно снижается ЭЭ системы связи.

Определение энергетических потерь в системах связи, в которых применяются помехоустойчивые коды с МДР

Рассмотрим систему связи, в которой демодулятор работает в режиме, когда значение отношения сигнал/шум на его входе сравнительно невелико и вероятность ошибки принятых q -ичных символов в последовательности (p_q) имеет достаточно большую величину. В этом случае для исправления ошибок необходимо применение помехоустойчивого кода (ПК). При этом в кодовой комбинации (КК), состоящей из N_q символов, среднее количество ошибочно принятых составляет $N_q p_q$. Для их исправления должен применяться ПК, который может исправлять количество ошибок $t \geq N_q p_q$. Коды с МДР позволяют исправить наибольшее количество ошибок в КК и поэтому именно их целесообразно применять при высоких требованиях к надежности связи. Для таких кодов это условие может быть записано в виде $(N_q - k) = 2t \geq 2N_q p_q$, откуда следует, что кодовая скорость (R_c) у этого кода не может превышать предельной, равной $R_{c0} = (1 - 2p_q)$, т.е.

$$R_c \leq R_{c0} = (1 - 2p_q). \tag{8}$$

Из (8) видно, что, при уменьшении отношения сигнал/шум на входе демодулятора для того, чтобы повысить ЭЭ системы связи с ПК по отношению к «идеальной» системе Шеннона, становится необходимым уменьшение также кодовой скорости ПК, исправляющего ошибки, возникающие на выходе демодулятора. При этом уменьшается общая удельная скорость передачи сообщений в системе связи, которая составляет $R_0 = R_f R_c < R_f$. Это влечет за собой уменьшение коэффициента СЭ системы связи до $\mu_s = (R_0 / R_f) = R_c < 1$.

При определении коэффициента ЭЭ систем связи, в

которых применяется ПК, следует значение ρ_{b0} в приведенной выше формуле для μ_{en} определять так $\rho_{b0} = (2^{R_0} - 1) / R_0$. Поэтому ЭП системы связи, связанные с применением в ней ПК, определяются следующим образом [3]:

$$\Delta_{нк}(R_c) = 10 \cdot \lg \left[\left(\frac{2^{R_f} - 1}{2^{R_0} - 1} \right) \left(\frac{R_0}{R_f} \right) \right]. \tag{9}$$

Полные энергетические потери, определяющие для системы связи коэффициент ЭЭ μ_{en} , равны сумме ЭП при демодуляции сигналов и ЭП, обусловленных применением ПК. Для систем связи с QAM и с оптимальными АС эти коэффициенты определяются формулами:

$$\mu_{en} = -[\Delta_{нк}(R_c) + \Delta\rho_q] \text{ и } \mu_{enpt} = -[\Delta_{нк}(R_c) + \Delta\rho_{opt}]. \tag{10}$$

Минимально возможное значение коэффициента μ_{en} зависит от значения R_c , которое, в свою очередь, зависит от p_q – вероятности ошибки демодуляции символов, входящих в состав КК помехоустойчивого кода. Как будет показано ниже, оптимальный режим работы демодулятора должен быть выбран так, чтобы на его выходе обеспечивалось такое значение p_q , при котором коэффициент μ_{en} имеет минимальное значение.

На рис. 3 показаны зависимости $\Delta_{нк}(R_c)$ – ЭП в системах связи, в которых применяются ПК, построенные при $R_f = 1 \dots 10$ бит/сек·Гц. Из рис. 3 видно, что только при небольших значениях R_f потери $\Delta_{нк}(R_c)$ сравнительно невелики при любой кодовой скорости. Например, при $R_f = 1$ бит/сек·Гц и $R_c = 0,3$ они составляют всего 1 дБ; если же $R_f \leq 0,3$ бит/сек·Гц, то для того, чтобы $\Delta_{нк}(R_c) \leq 2$ дБ, обязательно должно соблюдаться условие $R_c \geq 0,75$. С увеличением R_f ($R_f \geq 6$) для достижения минимальных ЭП следует применять только высокоскоростные ПК, когда $R_c \approx 1$.

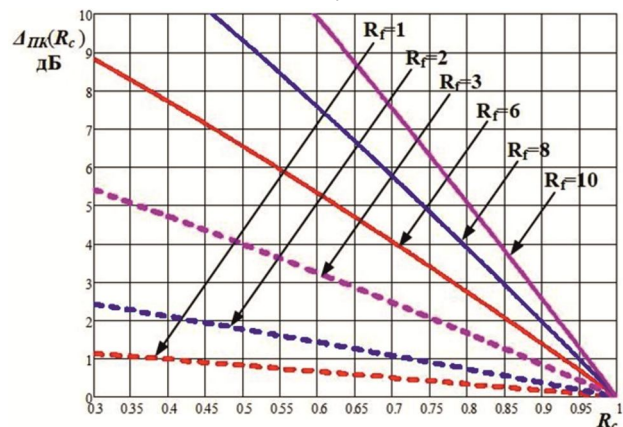


Рис. 3. Зависимость $\Delta_{нк}(R_c)$ при $R_f = 1 \dots 10$ бит/сек·Гц

Так, например, при передаче сообщений по каналу связи с удельной скоростью $R_f = 10$ бит/сек·Гц для того, чтобы $\Delta_{нк}(R_c) \leq 2$ дБ, кодовая скорость применяемого ПК должна быть $R_c > 0,95$. Отсюда следует, что в высо-

коскоростных системах связи применение ПК с небольшой кодовой скоростью нецелесообразно, так как это приводит к значительному снижению ЭЭ системы связи.

Оптимальный выбор кодовой скорости и длины кодовой комбинации для ПК

Кодовая скорость (R_c) и длина кодовой комбинации (КК) (N_q) должны быть выбраны так, чтобы ЭП от применения ПК были бы минимальны и вероятность ошибки декодирования, приходящаяся на один информационный бит (p_{bl}) была бы весьма незначительной – имела бы значение порядка $10^{-5} \dots 10^{-10}$. Из (8) видно, что предельное значение кодовой скорости ПК ограничено, так как оно зависит от значения p_q – вероятности ошибки одного q -ичного символа, поступающего на вход декодера. Для того, чтобы уменьшить энергетические потери $\Delta_{нк}(R_c)$, значение R_c следует выбирать лишь немного меньше предельной, например, $R_c = 0,97 \cdot R_{c0}$. Длина КК должна быть выбрана таким образом, чтобы была обеспечена высокая надежность связи, определяемая значением p_{bl} .

Вероятность ошибки декодирования принятой КК определяется следующей формулой:

$$p_{dec} = \sum_{i=t+1}^{N_q} C_n^i p_q^i (1-p_q)^{n-i} \cong e^{-N_q \left\{ \hat{t} \ln \left[\frac{\hat{t}}{p_q} \right] + (1-\hat{t}) \ln \left[\frac{1-\hat{t}}{1-p_q} \right] \right\}} \quad (11)$$

Отметим, что в (11) $t \cong \text{int}\{N_q \hat{t}(R_c)\}$. Если применяются коды с МДР, то $\hat{t}(R_c) = 0,5(1-R_c)$. Приближенная формула в (11) представляет собой оценку Чернова [10] точной формулы. Из (11) следует, что зависимость длины ПК от параметров R_c , p_q и p_{dec} может быть определена с помощью следующей формулы:

$$N_q \cong \frac{\ln(1/p_{dec})}{\Phi(R_c, p_q)} \quad (12)$$

$$\text{где } \Phi(R_c, p_q) = \hat{t} \ln \left[\frac{\hat{t}}{p_q} \right] + (1-\hat{t}) \ln \left[\frac{1-\hat{t}}{1-p_q} \right].$$

Учитывая, что, в соответствии с (7), в (12) $p_{dec} = p_{bl} \cdot q \cdot N_q$, из (11) получим следующее уравнение для

определения N_q : $N_q = \frac{\ln[(p_{be} \cdot q)^{-1}] + \ln(N_q)}{\Phi(R_c, p_q)}$. Это уравнение может быть решено методом итераций. В качестве первого приближения к его решению примем

$$N_q^1 = \frac{\ln[(p_{be} \cdot q)^{-1}]}{\Phi(R_c, p_q)}, \quad \text{второго}$$

$$N_q^2 = \frac{\ln[(p_{be} \cdot q)^{-1}] + \ln(N_q^1)}{\Phi(R_c, p_q)}, \quad \text{а к качестве } \gamma \text{ окончательного решения:}$$

$$N_q = \frac{\ln[(p_{bl} \cdot q)^{-1}] + \ln(N_q^2)}{\Phi(R_c, p_q)} \quad (13)$$

Вычисления значения N_q на третьей и четвертой

итерации незначительно отличаются от значения N_q , полученного на второй итерации. Точность определения этого значения на второй итерации составляет примерно 10 %.

На рис. 4 показаны зависимости $\log_2[N_q]$ от $R_c \leq 0,97 \cdot R_{c0}$ для кодов с МДР при $p_q = 0,025; 0,05; 0,075$ и $0,0005$ для случаев, когда $p_{bl} = 10^{-10}$ (сплошные кривые) и $p_{bl} = 10^{-5}$ (пунктирные кривые).

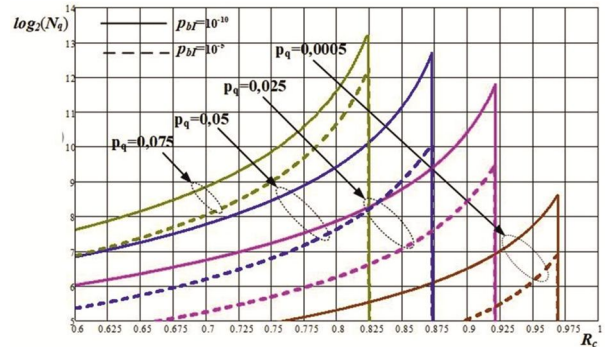


Рис. 4. Зависимости N_q – длины КК от R_c , p_q и p_{bl}

Отметим, что для указанных значений p_q предельные кодовые скорости кода с МДР равны, соответственно, $R_{c0} = 0,95; 0,9; 0,85$ и $0,999$. Из рис. 4 видно, что при более высоких требованиях к надежности приема сообщений, определяемой значением p_{bl} , необходимо применять ПК с большей длиной КК. В табл. 1 приведены данные о длине кода с МДР, выраженной в количестве содержащихся в КК q -ичных (N_q) и двоичных (N_b) символов. При определении N_{bl} полагалось, что в системах связи с QAM и с оптимальным АС при $(FT) = 16$ сообщения передаются со скоростью $R_f = 8$ бит/сек·Гц и $q = 8$. Кроме того, предполагалось, что кодовая скорость с МДР равна $R_c = 0,97 \cdot R_{c0}$. При этом ЭП кода относительно предельно низких, определенных для $R_c = R_{c0}$ и равных $\Delta_{нк}(R_{c0})$, не превышают 0,1 дБ.

В табл. 1 приведены также данные о ЭП, связанных с применением ПК в системе связи, при разных значениях p_q .

Таблица 1. Данные о длине кода с МДР

p_q/p_{bl}	$\Delta_{нк}(0,97R_{c0})$ дБ	10^{-10}	10^{-5}
		N_q/N_{bl}	
0,0005	0,6	9410/75280	4390/35120
0,025	1,5	7132/57050	1024/8192
0,05	2,5	3566/28530	676/5405
0,075	3,5	416/3327	128/1024

Как видно из рис. 4, в системе могут быть использованы также ПК, в которых $R_c < 0,97 \cdot R_{c0}$ и длина КК, обеспечивающая требуемую надежность связи (p_{bl}), уменьшается. Однако при этом увеличиваются ЭП, обусловленные применением ПК. Из данных этой таблицы также видно, что уменьшение требований к надежности связи позволяет уменьшить длину КК, причем чем

большие значения имеет вероятность p_q , тем значительней может быть уменьшена длина КК. Так, например, при $p_q = 0,0005$ она уменьшается в два раза, а при $p_q = 0,05$ почти в 9 раз.

Энергетическая и спектральная эффективность систем связи с QAM и с оптимальными АС

На рис. 5 показана стандартная схема современной системы связи.

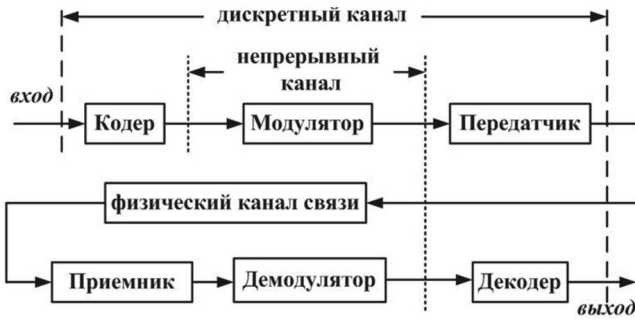


Рис. 5. Схема системы связи

В ней можно выделить два канала – цифровой (дискретный) и непрерывный, по которым осуществляется передача сообщений, представляющих собой последовательность цифровых символов. Входом дискретного канала является вход кодера, а выходом – выход декодера, входом непрерывного канала – вход модулятора, а выходом – выход демодулятора. Цифровой канал организуется в том случае, если в системе связи применяется ПК. Тогда в кодере формируются кодовые комбинации, включающие блоки информационных и связанных с ними дополнительных символов. В декодере обрабатывается последовательность символов, сформированных на выходе демодулятора, осуществляется коррекция ошибок, возникших при демодуляции принятых сигналов, и на его выходе формируется копия переданных информационных символов.

Последовательность символов с выхода кодера поступает на вход модулятора, где она преобразуется в аналоговые сигналы $S_m(t)$, принадлежащие определённому АС, которые передаются по непрерывному каналу связи. После прохождения через физический канал связи принятые сигналы поступают на вход демодулятора. В демодуляторе осуществляется обработка принятого сигнала $W(t) = S_m(t) + n(t)$ (здесь $n(t)$ – гауссовский шум, поступающий на вход демодулятора) и на его выходе формируется КК, в которой часть символов может быть принята ошибочно из-за действия гауссовского шума на входе демодулятора. Как уже отмечалось, если на входе демодулятора не обеспечено достаточно высокое отношение сигнал/шум, то часть символов в этой последовательности оказываются ошибочно принятыми. Для исправления этих ошибок применяется ПК и на приеме используется декодер.

Энергетика линии связи и полоса частот канала связи, который используется для передачи сообщений, являются весьма ценными ресурсами и поэтому системы связи должны быть спроектированы так, чтобы для них коэффициенты ЭЭ и СЭ имели бы максимально возможное значение.

Используя результаты, приведенные в предыдущих разделах, оценим коэффициенты ЭЭ и СЭ для системы связи, в которой вероятность ошибки при приеме одного информационного бита сообщения должна быть равна $p_{bl} = 10^{-10}$. Используя формулы (6), а также результаты, представленные на рис. 2, получим параметры систем связи с оптимальными АС, в которых ПК не применяется и у которых коэффициент СЭ равен $\mu_s = 1$.

В табл. 2 представлены данные для таких систем при $(FT) = 16$ и 256.

Таблица 2. Параметры систем связи с оптимальными АС

FT/p_{ser}	10^{-10}	10^{-7}	$1,3 \cdot 10^{-8}$
16	μ_{en}	-4 дБ	-3,5 дБ
	p_{bl}	$6,6 \cdot 10^{-12}$	$6,6 \cdot 10^{-9}$
	N_{bl}	128	128
256	μ_{en}	-	-1 дБ
	p_{bl}	-	10^{-10}
	N_{bl}	-	2048

Указанные в табл. 2 параметры систем определены для $(FT) = 16$ и $R_f = 8$ бит/сек·Гц при $p_{ser} = 10^{-10}$ и 10^{-7} , а для $(FT) = 256$ при $p_{ser} = 1,3 \cdot 10^{-8}$. В таблице приведены следующие параметры: μ_{en} – ЭЭ эффективность системы, p_{bl} – вероятность ошибки одного бита сообщения на выходе системы связи, N_{bl} – длина блока двоичных информационных символов, которые передаются каждым из сигналов оптимального АС. При определении коэффициента μ_{en} учитывались, как пояснялось выше, потери Δp_{opt} , возникающие при демодуляции принимаемых сигналов ограниченной длительности. Из этой табл. видно, что в системах с оптимальным АС при $(FT) = 16$ обеспечивается высокая надежность связи при сравнительно небольшой длине блока информационных символов. Однако их ЭЭ не велика, поскольку из-за небольшой длительности сигналов при их демодуляции возникают довольно значительные ЭП по сравнению с «идеальной» системой Шеннона ($\mu_{en} = -4$ дБ при $p_{bl} = 6,6 \cdot 10^{-12}$ и $\mu_{en} = -3,5$ дБ при $p_{bl} = 6,6 \cdot 10^{-9}$).

Система с многомерным оптимальным АС и без применения ПК при $(FT) = 256$ обеспечивает высокую помехоустойчивость приема ($p_{bl} = 10^{-10}$) и имеет высокую ЭЭ – для нее $\mu_{en} = -1,1$ дБ. Важно отметить, что такую высокую помехоустойчивость она имеет при передаче блока информационных символов, имеющего сравнительно небольшую длину, равную $3 \cdot 2^8 \leq N_{bl} \leq 10 \cdot 2^8$ бит при $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц. При такой длине блока задержка сообщения, возникающая в линии связи из-за его обработки на передающем и приемном концах линии, невелика. Отметим, что обеспечение минимально возможной задержки при передаче сообщений является весьма важным требованием для некоторых применений систем связи.

Рассмотрим системы связи, в которых применяются ПК с МДР и по каналу связи передаются сигналы с

M-QAM, а также могут передаваться оптимальные АС, нормированная длительность которых невелика и равна $(FT) = 16$. На рис. 6 представлены данные о характеристиках системы с оптимальным АС, которая обеспечивает вероятность ошибки в последовательности символов, которые с выхода демодулятора поступают на вход декодера, равную $p_q = 0,0005$ и имеющие ЭП демодуляции $\Delta_{opt} = 1,1$ дБ, данная система имеет СЭ, равную $\mu_s = 0,969$.

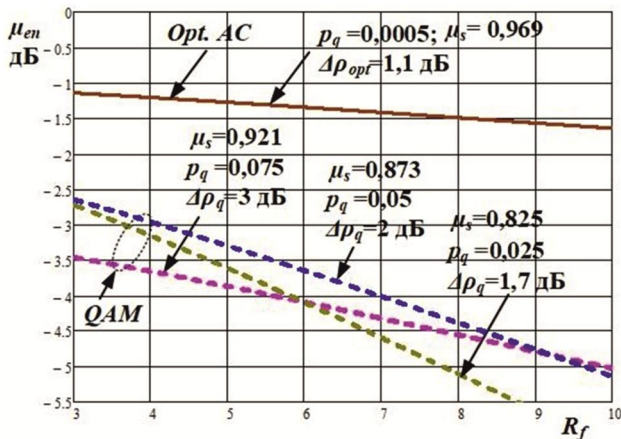


Рис. 6. Коэффициент ЭЭ $\mu_{en}(R_f)$ и параметры систем связи с оптимальным АС и с QAM

На этом же рисунке приведены также аналогичные данные систем с M-QAM и показаны зависимости $\mu_{en}(R_f)$. Из них видно, что для системы с оптимальным АС коэффициент $\mu_{en}(R_f)$. (непрерывная линия) изменяется в пределах $-1,7$ дБ $\leq \mu_{en} \leq -1,1$ дБ при $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц. Для систем с M-QAM, которые обеспечивают на выходе демодулятора разные значения $p_q = 0,025$; $0,05$ и $0,075$, зависимости $\mu_{en}(R_f)$ представлены пунктирными линиями.

Из сравнения двух систем с оптимальными АС при $(FT) = 256$ и $(FT) = 16$ при $R_f = 8$ бит/сек·Гц, данные которых приведены на рис. 4, а также в табл. 1 и 2, видно, что энергетическая эффективность обеих систем, использующих оптимальные АС, практически одинакова (у обеих систем $\Delta_{opt} \cong 1,3$ дБ), однако длины передаваемых символов, которые позволяют обеспечить высокую надежность связи (вероятность ошибки равна $p_{bl} = 10^{-10}$) отличаются весьма значительно – для первой из них, как видно из табл. 2, $N_{bl} = 2048$ бит, а для второй – $N_{bl} = 75280$ бит, т.е. отличаются почти в 33 раза.

Из рис. 6 видно, что при $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц максимальное значение коэффициент μ_{en} принимает при выборе такого режима работы демодулятора в системе с QAM, при котором $p_q = 0,05$. При этом коэффициент μ_{en} лежит в диапазоне $-5,1$ дБ $\leq \mu_{en} \leq -2,6$ дБ. Таким образом, оптимальным является такой выбор энергетики линии связи, в которой применяются сигналы с QAM

и ПК, при котором ЭП демодуляции составляют $\Delta\rho_q = 2$ дБ. Из табл. 1 и рис. 6 видно, что при $R_f = 8$ бит/сек·Гц для таких систем $\mu_{en} = -4,3$ дБ, а $N_{bl} = 28530$ бит – примерно в два раза меньше, чем в системе с оптимальным АС и ПК, но почти в 14 больше, чем в системе с оптимальным АС и без ПК при $(FT) = 256$.

Таким образом, в данном разделе показано, что применение ПК в высокоскоростных системах связи заметно уменьшает их СЭ и ЭЭ, а также существенно увеличивает длину информационной последовательности символов, которые должны передаваться по каналу связи для обеспечения высокой надежности приема сообщений.

Сравнение ЭП систем DVB-T2 и DVB-S2 по отношению к «идеальной» системы Шеннона

Параметры современных систем наземного ТВ вещания и спутниковых систем семейства DVB определяются в [6] (DVB-S2) и в [7] (DVB-T2). В этих системах для повышения надежности связи применяются коды LDPC с большой длиной КК ($N_b = 16200$ или 64800 бит) и предусмотрено множество возможных режимов работы, в которых могут использоваться сигналы, позволяющие передавать сообщения с разной удельной скоростью (R_f), и коды LDPC могут иметь разную кодовую скорость (R_c). В системе DVB-S2 применяются сигналы QPSK ($R_f = 2$), 8-PSK ($R_f = 3$), 16-APSK ($R_f = 4$) и 32-APSK ($R_f = 5$) бит/сек·Гц, а кодовая скорость составляет R_c от $1/4$ до $9/10$; в системе DVB-T2 применяются сигналы с 4-QAM ($R_f = 2$), 16-QAM ($R_f = 4$), 64-QAM ($R_f = 6$) и 256-QAM ($R_f = 8$) бит/сек·Гц, а кодовая скорость может составлять R_c от $1/2$ до $5/6$. В этих системах, согласно указанным стандартам, должен обеспечиваться квазибезошибочный прием сигналов, критерием которого является обеспечение вероятности ошибочного приема $p_k = 10^{-7}$ пакета данных, содержащего 188 байт ($N_k = 1504$ бит), что соответствует значению $p_{bl} = 10^{-10}$.

В табл. 3 приведены некоторые данные о параметрах систем DVB-T2 и DVB-S2 [6, 7].

Во 2-й строке табл. 3 указана общая удельная скорость передачи сообщений, равная $R_0 = R_f R_c$, в 3-й строке – взятые из [6, 7] данные о значениях отношения сигнал/шум на входе демодулятора в рассматриваемых системах, при которых в них обеспечивается требуемая надежность связи. В 4-й строке приведен предел Шеннона для отношения сигнал/шум на входе демодулятора, который рассчитан по формуле $\rho_{Sh} = 10 \lg(2^{R_0} - 1)$ для соответствующих значений R_f и R_c , а в 5-й строке – ЭП, равные $\Delta\rho = (\rho_{DVB} - \rho_{Sh})$ дБ, рассматриваемых систем относительно «идеальной» системы Шеннона. Приведенные в табл. 3 оценки величины потерь $\Delta\rho = 1,3 \dots 2$ дБ по отношению к пределу Шеннона существенно отличаются от оценок, представ-

Таблица 3. Данные о параметрах систем DVB-T2 и DVB-S2

№	R_f	DVB-T2						DVB-S2			
		4		6		8		4		5	
1	R_c бит/сек·Гц	1/2	5/6	1/2	5/6	1/2	5/6	3/4	5/6	3/4	5/6
2	R_0 бит/сек·Гц	2	3,3	3	5	4	6,67	3	3,3	3,7	4,12
3	ρ_{DVB} дБ	6	11,4	9,9	16,8	13,2	22	10,2	11,6	12,7	14,3
4	ρ_{Sh} дБ	4,7	9,5	8,4	14,9	11,4	20	8,4	9,5	10,9	12,3
5	$\Delta\rho$ дБ	1,3	1,9	1,5	1,9	1,8	2	1,8	2,1	1,8	2

ленных в [15], а также в [16], где указывается, что при всех режимах работы эти потери весьма незначительны и составляют 0,6... 0,8 дБ. Следует также обратить внимание, что данные табл. 3, составленные на основе [6] и [7], не отражают зависимость $\Delta_{нк}(R_c)$, представленную на рис. 3. Неточность оценок $\Delta\rho$ в [15] и [16], связана, по-видимому с тем, величина ρ_{Sh} в этих работах вычислялась для удельной скорости передачи сообщений, равной R_f , тогда как значение ρ_{Sh} следует определять для $R_0 = R_f R_c < R_f$, так как для корректного сравнения реальных систем связи с «идеальной», необходимо учитывать, что они должны обеспечивать одинаковые скорости передачи сообщений.

Кроме того, отметим, что в [15] и [16] данные о величине $\Delta\rho$ получены в результате статистического моделирования рассматриваемых систем. При этом в доступной литературе детального описания исходных данных, при которых производилось моделирование, как правило, не приводится. Важно указать на противоречивость представленных результатов. Так, например, в табл. 3 приведены данные, согласно которым для $R_f = 6$ бит/сек·Гц, $R_c = 5/6$ и $\rho_{DVB} = 16,8$ дБ обеспечивается требуемая высокая надежность связи. Однако при указанном значении ρ_{DVB} вероятность ошибки приема одного символа, рассчитанная по формуле (2), равна $p_q = 0,262$. При этом относительное среднее количество ошибочных символов в КК кода LDPC большой длины составляет $t/N_q = 0,262$. В [13] показано, что для двоичных кодов LDPC, которые применяются в системах связи стандартов DVB-T2 и DVB-S2, зависимость $R_c(\hat{t})$ весьма близка к границе Плоткина. Из [13] следует, что при кодовой скорости, равной $R_c = 5/6$, нормированное количество исправляемых ошибок кодом LDPC составляет $\hat{t} \cong 0,02$, т.е. при жесткой демодуляции принимаемых сигналов должна быть обеспечена вероятность ошибочного приема, по крайней мере меньше, чем $p_q \approx 0,02$. Для обеспечения такого значения p_q при удельной скорости передачи сигналов QAM, равной $R_f = 6$ бит/сек·Гц, отношение сигнал/шум на входе демодулятора, как следует из (2), должно составлять $\rho_{DVB} = 21$ дБ. Если принять во внимание, что мягкая демодуляция сигналов, которая используется в системах связи указанных стандартов, дает относительно жесткой энергетический выигрыш, равный примерно 2 дБ, то $\rho_{DVB} = 19$ дБ, т.е. реальные ЭП рассматриваемой

мой системы с кодом LDPC составляют не $\Delta\rho = 1,9$ дБ, как указано в табл. 3, а $\Delta\rho = 4,2$ дБ.

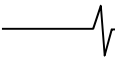
В ряде работ [14...18], в которых исследования проводились с использованием статистического моделирования рассматриваемых систем, но без сравнения результатов моделирования с теоретическими пределами, базирующимся на теории информации, содержатся утверждения, что ЭЭ этих систем приближается к пределу Шеннона. Однако в них не приводятся необходимые данные, позволяющие эти утверждения верифицировать. Поэтому оценки близости ЭЭ этих систем, приведенные в указанных работах, представляются необоснованными.

Таким образом, выполненный анализ показывает, что системы DVB-T2 и DVB-S2, разработка которых существенно улучшила параметры ранее производившихся систем DVB-T и DVB-S, не столь уж близки к пределу Шеннона, как это отмечается в ряде работ. Результаты данной работы указывают, что возможно их дальнейшее совершенствование с целью существенного повышения их СЭ и ЭЭ. В таких высокоскоростных системах связи целесообразно для передачи сообщений применять только оптимальные многомерные АС, а ПК не использовать.

Заключение

Разработка методов повышения помехоустойчивости систем связи с помощью использования ПК началась с 1948 г. – с создания Р. Хэммингом линейного кода, способного исправлять одну ошибку в КК. В последующие годы теория помехоустойчивого кодирования интенсивно развивалась (краткая хронология этого развития представлена в [3]) и в настоящее время наиболее эффективные коды (турбо-коды и LDPC коды) широко применяются в современных системах связи. Практически во всех системах для передачи сообщений с ПК применяются двумерные M-позиционные сигналы с M-QAM и M-APSK, разработанные в 1960-х годах. Недостаток применения двумерных АС состоит в том, что для того, чтобы надежность приема сообщений была бы высокой, необходимо обеспечить весьма значительное отношение сигнал/шум на входе демодулятора. Это снижает ЭЭ систем связи.

Поэтому в системах связи, создаваемых прежде, и во многих современных, принята двухэтапная процедура обработки принимаемого сигнала для формирования информационной последовательности символов, предоставляемой пользователю. Демодулятор ставят в режим, когда на его входе отношение сигнал/шум невелико и принимаемые в нем решения не имеют высокой



надежности, а для обеспечения высокой надежности приема сообщений используют ПК весьма большой длины. Надежность передачи сообщений по каналу связи определяется видом ПК, его параметрами, в том числе длиной его КК.

Вопросам построения оптимальных многомерных сигналов, также посвящены многие исследования [2, 3, 9 и др.]. Важной особенностью оптимальных N -мерных АС, как уже отмечалось выше, является то, что с увеличением N увеличивается минимальное евклидовое расстояние между сигналами, принадлежащими оптимальным АС, и, вследствие этого, в гауссовском канале связи повышается их помехоустойчивость.

В данной работе представлена методика анализа СЭ и ЭЭ высокоскоростных систем связи. Одна из таких систем построена традиционным образом – в ней для передачи сообщений используются двумерные сигналы с M-QAM и ПК, способные исправлять большое количество ошибок в КК. К таким ПК относятся коды RS и LDPC. В другой системе сообщения передаются с помощью оптимальных N -мерных АС, а ПК не применяются.

В результате исследования первой системы определены ее оптимальные параметры. Показано, что оптимальным с точки зрения обеспечения максимальной СЭ и ЭЭ системы связи является такой режим работы демодулятора, когда в нем при приеме отдельных символов, обеспечивается вероятность ошибки, равная $p_q = 0,05$. При этом код с МДР должен иметь кодовую скорость, равную $R_c = 0,87$ при любых значениях $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц. Длина КК зависит от требуемой надежности связи. В частности, при $p_{bl} = 10^{-10}$ она равна $N_{bl} = 14000$ бит при $R_f = 4$ бит/сек·Гц и $N_{bl} = 21400$ бит при $R_f = 6$ бит/сек·Гц. Отметим, что эти значения N_{bl} в почти в 4 и 3 раза меньше длин кодов, которые используются в стандартах DVB-S2 и DVB-T2.

Важным результатом исследования является то, что энергетические потери системы, в которой применяются двумерные сигналы с M-QAM и ПК относительно «идеальной» системы Шеннона с увеличением R_f повышаются. Эти потери могут быть определены с помощью рис. 6, из которого видно, что в том случае, если $R_f = 4$ бит/сек·Гц они составляют 3 дБ, при $R_f = 6$ бит/сек·Гц – 3,6 дБ, а при $R_f = 10$ бит/сек·Гц – 5,2 дБ.

При исследовании системы, в которой передача сигналов осуществляется с помощью оптимального ансамбля сигналов, нормированная длительность которых равна $(FT) = 256$, обеспечивается надежность связи, равная $p_{bl} = 10^{-10}$, энергетические потери такой системы относительно «идеальной» системы Шеннона не превышают 1,1 дБ, и она имеет максимально возможную СЭ. Длина любого сигнала из такого АС, выраженная в количестве бит, которые им переносятся, составляет $N_{bl} = 2048$ при $R_f = 4$ бит/сек·Гц и $N_{bl} = 3072$ при $R_f = 6$ бит/сек·Гц. Таким образом, в данной системе

высокая надежность связи достигается при гораздо меньшей длине КК, выраженной в количестве бит, передаваемых одним сигналом оптимального АС, по сравнению с системой, в которой применяются сигналы с M-QAM и ПК (почти в семь раз). Это уменьшает сложность технической реализации такой системы. В [3], где разработан один из возможных методов построения оптимальных поверхностно-сферических многомерных сигналов, а также алгоритмы их модуляции и оптимальной демодуляции, показано, что сложность их демодуляции увеличивается примерно линейно с увеличением их нормированной длительности.

Создание систем связи, обладающих СЭ и ЭЭ, близкими к предельной, которой обладает «идеальная» система Шеннона, имеет весьма большое значение. В 2017 г. в Международном Союзе Электросвязи были сформулированы требования к перспективным системам беспроводного доступа, пользователи которых должны иметь возможность передачи сообщений в канале с ограниченной полосой частот до 100 Мбит/с. Необходимость создания высокоскоростных систем связи с высокой СЭ обусловлена тем, что радиоспектр является весьма ценным природным ресурсом – цена полос частот, которые выделялись, например, для создания сетей сотовой связи и беспроводного доступа, оценивались на аукционах в миллиарды \$ США.

Актуальным направлением работ в области теории связи является разработка алгоритмов построения оптимальных многомерных АС, которые дают возможность передавать сообщения по каналам связи с высокой скоростью и высокой надежностью и позволяют создавать системы связи с высокой СЭ и ЭЭ, просты в технической реализации.

Автор весьма признателен профессору А.В. Дворковичу за полезные замечания по данной работе.

Литература

1. Shannon C. Resent development in communication theory. Electronics, April, 1950 (Перевод на русский язык статьи «Современные достижения теории связи», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова, 1963)
2. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. Bell System Techn. J., May, 1959. (Перевод на русский язык статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале», опубликована в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова, 1963).
3. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи сообщений в гауссовских каналах связи. М.: Техносфера, 2018.
4. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
5. Фролов А.А., Зяблов В.В., Границы минимального кодового расстояния для недвоичных кодов на двудольных графах, Проблемы передачи информации, 2011, выпуск 4, с. 27-42.

6. European standard. ETSI EN 302 307-1 V1.4.1 (2014-11). Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications; Part 1: DVB-S2

7. EBU Tech 3348 r4, Frequency and network planning aspects of DVB-T2, version 4.1.1. Geneva, October, 2014.

8. Dolinar S. Divsalar D. Pollara F. Code Performance as a Function of Block Size. TMO Progress Report 42-133 May 15, 1998.

9. Polyanskiy Y., Poor H.V., Verdú S. Channel Coding Rate in the Finite Block Length Regime. IEEE Trans. on Inf. Theory, vol. 56, no. 5, 2010.

10. Прокис Дж. Цифровая связь. // Пер. с англ. под ред. Д. Д. Кловского. // М.: Советское радио, 2000.

11. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. М.: Финансы и статистика, 1983.

12. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообще-

ний. М.: Советское радио, 1970.

13. Uryvsky L., Osypchuk S. The analytical description of regular LDPS codes correcting ability. Institute of Telecommunication Systems National Technical University of Ukraine, Kyiv Polytechnic Institute. Transport and Telecommunication, vol. 15, no. 3, 2014.

14. Vlastimil Benovsky, Eurovision. DVB-S extension higher spectral efficiency. WBU-ISOG Forum Los Angeles, May, 2013.

15. Eroz M., Sun F.-W., Lee L.-N. DVB-S2 low density parity check codes with near Shannon limit performance. Int. J. Satell. Commun. Networking, vol. 22, no. 3, pp. 269-279, 2004.

16. Recommendation ITU-R BO. 1784-1 (12/2016). Digital satellite broadcasting system with flexible configuration. (Television, Sound and Data).

17. Berrou C. Glavieux A., Thitmajshima P., Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes. In ICC, (Geneva, Switzerland), pp. 1064, May, 1993.

18. Вишневецкий В., Портной С., Шахнович И. Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G. М.: Техносфера, 2009.

НОВЫЕ КНИГИ

Корячко В.П., Перепелкин Д.А.

Программно-конфигурируемые сети / Учебник для вузов - М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2020 г. – 288 с.: ил.

Рекомендован федеральным учебно-методическим объединением в системе высшего образования по укрупненной группе специальностей и направлений подготовки 09.00.00 – «Информатика и вычислительная техника» в качестве учебника для студентов, обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлению подготовки бакалавров и магистрантов 09.00.00 – «Информатика и вычислительная техника».

Рассмотрены теоретические и практические основы построения, проектирования и поддержки компьютерных сетей нового поколения – программно-конфигурируемых сетей (ПКС). Особое внимание уделено различным перспективным решениям динамического реконфигурирования ПКС, вопросам разработки инструментальных средств и программных приложений, обеспечивающих высокую скорость и гибкость перепрограммирования сетевой инфраструктуры.

Фокин Г.А.

Технологии программно-конфигурируемого радио / Учебное пособие для вузов – М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2019 г. – 316 с.: ил.

Изложены теоретические и практические сведения, необходимые для получения навыков модельно-ориентированного проектирования (МОП) систем радиосвязи на основе программно-конфигурируемого радио (ПКР). Аппаратный инструментальный предполагает использование плат USRP Ettus Research и RTL-SDR. Программный инструментальный включает специальное программное обеспечение Matlab/Simulink. Представленные в пособии примеры и задачи позволяют развить компетенции программной реализации алгоритмов и методик передачи, приема и обработки сигналов в современных и перспективных системах радиосвязи, а также овладеть способностями оценки показателей функционирования реализованных алгоритмов средствами эмуляции и эксперимента. Разработанные модели Matlab/Simulink, использованные в пособии, доступны на сайте издательства www.techbook.ru.

Для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 11.04.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» (магистратура), 11.04.01 – «Радиотехника» (магистратура). Будет полезно аспирантам и специалистам, занятым вопросами научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности в области современной радиоэлектроники.



РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ СХЕМЫ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО БЛОЧНОГО КОДИРОВАНИЯ ДЛЯ МОДУЛЯЦИИ С ОДНОЙ НЕСУЩЕЙ

Гагиев Я.П., старший научный сотрудник ООО «Радио Гигабит», аспирант Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, e-mail: yaroslav.gagiev@radiogigabit.com;

Адёркина А.А., научный сотрудник ООО «Радио Гигабит», аспирантка Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, e-mail: anastasia.aderkina@radiogigabit.com.

SPACE-TIME BLOCK CODING SCHEME DESIGN FOR THE SINGLE CARRIER MODULATION

Gagiev Y.P., Aderkina A.A.

This paper presents a Space-Time block coding scheme based on the Alamouti scheme for the Single Carrier (SC) modulation with frequency domain equalization. In the proposed scheme coding is applied only to symbols of guard intervals independently for each SC block allowing to keep cyclic structure of the SC frame required for equalization in the frequency domain. It was shown that joint equalization of data and guard interval signals at the receiver distorts guard intervals due to absence of space-time structure. This paper proposes a method for independent equalization of data signals and guard interval signals allowing to have optimal processing for both signal types with insignificant complexity increase of the receiver. To analyze optimality of the developed space-time coding scheme with two transmit and one receive antenna comparison with the maximal ratio combining scheme with one transmit and two receive antennas was completed in two channel models: line of sight model and Rayleigh channel model. It was shown that for fixed transmit power from each antenna both schemes demonstrate the same performance. Gain relatively a configuration with one transmit and receive antennas is 3 dB for line of sight channel. For Rayleigh channel SNR gain is in range 4,1 – 8,3 dB depending on modulation and coding scheme type.

Key words: space-time block coding, Alamouti scheme, maximal ratio combining, guard intervals, single carrier modulation.

Ключевые слова: пространственно-временное кодирование, схема Аламути, оптимальное весовое суммирование, защитные интервалы, модуляция с одной несущей.

Введение

В последнее десятилетие в системах радиосвязи широкое распространение получило применение модуляции радиосигналов с одной несущей с эквализацией в частотной области (SC – Single Carrier) [1]. Данный вид модуляции стал альтернативой стандартной модуляции с мультиплексированием ортогонально разделенных частотных каналов (OFDM – Orthogonal Frequency Division Multiplexing) [2], которая применяется в широкополосных беспроводных системах связи. SC модуляция имеет два главных преимущества над OFDM: более низкий пик-фактор, позволяющий работать на больших значениях передаваемой мощности по сравнению с OFDM [3], и меньшую чувствительность к частотным ошибкам [4]. С другой стороны, OFDM предоставляет большую гибкость в управлении частотно-временными ресурсами и позволяет эффективнее устранять негативное влияние интерференции между символами из-за многолучевого распространения. Также отметим, что вычислительная сложность аппаратных реализаций передатчика и приёмника для этих двух модуляций являются сравнимыми.

Представлена схема пространственно-временного блочного (ПВБ) кодирования для модуляции с одной несущей (SC – Single Carrier) с эквализацией в частотной области на основе схемы Аламути. В предлагаемой схеме кодирование применяется только к символам данных независимо для каждого SC блока, что позволяет сохранить циклическую структуру относительно защитных интервалов, необходимую для эквализации в частотной области. Показано, что совместная эквализация сигналов данных и сигналов защитных интервалов на приёмнике приводит к искажению последних в силу отсутствия ПВБ структуры. Предлагается метод раздельной эквализации сигналов данных и защитных интервалов, который позволяет сохранить оптимальность обработки для обоих типов сигналов с незначительным увеличением вычислительной сложности приёмника. Для анализа оптимальности разработанной схемы ПВБ кодирования для конфигурации с двумя передающими и одной принимающей антенной было выполнено сравнение со схемой оптимального весового суммирования (MRC – Maximal Ratio Combining) с одной передающей и двумя принимающими антеннами в двух моделях канала: с лучом прямой видимости и в Релеевской модели канала. Показано, что при фиксированной мощности излучаемой антенной две схемы имеют одинаковую производительность. Выигрыш относительно конфигурации с одной передающей и одной принимающей антенной (SISO – Single Input Single Output) в случае канала прямой видимости составляет 3 дБ. В случае Релеевского канала выигрыш в ОСШ лежит в пределах 4,1 – 8,3 дБ в зависимости от типа цифровой модуляции и скорости кодирования.

На данный момент SC модуляция успешно применяется в следующих беспроводных технологиях: WiGig (IEEE 802.11ad), WiGig 2 (IEEE 802.11ay).

Схемы пространственно-временного блочного (ПВБ) кодирования, основанные на схеме Аламоути [5], получили широкое применение в беспроводных технологиях: Wi-Fi (IEEE 802.11n/ac/ax), LTE, благодаря следующим преимуществам. Во-первых, полностью используется пространственное разнесение, создаваемое между двумя передающими и одной принимающей антенной. Во-вторых, передающему устройству не требуется знание канала для выполнения ПВБ кодирования, что упрощает протокол работы системы и снижает задержку в системе. В-третьих, низкая вычислительная сложность схем кодирования и комбинирования на передающем и принимающем устройствах, соответствующих оптимальной обработке. С практической точки зрения данная схема позволяет получить выигрыш в производительности при передаче с устройства с большим количеством антенн, например, точки доступа, на пользовательское устройство с меньшим количеством антенн аналогичный передаче в противоположном направлении с оптимальным весовым суммированием (MRC – Maximal Ratio Combining). Заметим, что хотя данный метод не приводит к увеличению пропускной способности, но позволяет увеличить скорость передачи данных за счет использования пространственного разнесения между потоками в сценариях распространения, где эффект многолучевых замираний является доминирующим.

По теме данного исследования могут быть выделены следующие ключевые работы. В [6] предлагается схема ПВБ кодирования для SC модуляции с использованием циклических префиксов. В работах [7], [8] представлены схемы пространственно-временного блочного кодирования для SC модуляции с множественным доступом в частоте (SC-FDMA – Single Carrier Frequency Division Multiple Access). Основная идея в данных исследованиях аналогична [6] и рассмотренный тип модуляции относится к классу OFDM модуляций. В работах [9], [10], рассмотрены незначительные модификации схемы представленной в [6], основываясь на том же предположении использовании циклического префикса.

В данной работе представлены результаты разработки оптимальной схемы ПВБ кодирования для SC модуляции с эквализацией в частотной области, относящейся к классу методов с разнесённой передачей без использования знания о канале [11]. Главной особенностью разработанного подхода является использование

SC модуляции с защитными интервалами являющихся более предпочтительным, т.к. они позволяют эффективно выполнять оценку фазовых и частотных ошибок, влияние которых может быть доминирующим. С другой стороны, прямое применение ПВБ кодирования приводит к нарушению циклической структуры SC блоков необходимой для эквализации в частотной области. Решению данной задачи посвящена настоящая работа.

Статья организована следующим образом. В I описывается модель SC модуляции и общие принципы обработки на приёмнике, необходимые для дальнейшего представления материала. В II представлена схема ПВБ кодирования для SC модуляции и возможный вариант обработки на приёмнике. В III содержатся результаты сравнения моделирования разработанной схемы ПВБ кодирования со схемой оптимального весового суммирования (MRC – Maximal Ratio Combining).

I Модель модуляции с одной несущей

Общая схема SC передатчика показана на рис. 1.

Последовательность информационных бит поступает на помехоустойчивый кодер, который выполняет кодирование внося избыточность. Кодированные биты поступают на вход цифрового модулятора, которые выполняет отображение групп бит на символы созвездия Квадратурной Амплитудной Модуляции (КАМ), где размер группы определяет порядок модуляции. Сборщик кадра формирует SC кадр, состоящий из преамбулы и последовательности SC блоков длины N символов. Каждый SC блок состоит из M КАМ символов данных и L символов защитного интервала (ЗИ). Формат SC кадра изображён на рис. 2.

Сформированный кадр обрабатывается цифровым фильтром с характеристикой вида приподнятый косинус для интерполяции сигнала до частоты цифроаналогового преобразователя (ЦАП) и формирования формы спектра передаваемого сигнала. Полученный сигнал переносится на несущую частоту и передается по беспроводному каналу на принимающее устройство, где выполняется его демодуляция.

Основные стадии обработки, выполняемые на приёмнике для SC блоков, представлены на рис. 3. Предполагается, что детектирование, синхронизация, оценивание канала были выполнены ранее на основе принятой преамбулы.

Принятый сигнал переносится с несущей частоты на видео частоту и обрабатывается аналогово-цифровым преобразователем (АЦП). Для децимации сигнала до частоты следования символов используется цифровой

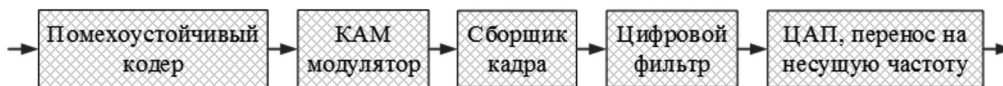


Рис. 1. Общая схема передающего устройства



Рис. 2. Формат SC кадра



Рис. 3. Общая схема принимающего устройства для поля данных

фильтр, согласованный с фильтром на передатчике. Стандартным методом для компенсации влияния многолучевого распространения является эквалазация по критерию минимума средней квадратической ошибки, выполняемая в частотной области за счет наличия циклической структуры SC блоков. Отметим, что данный подход требует вычисления дискретного преобразования Фурье (ДПФ) и обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ) длины N для переходов из временной области в частотную и обратно. После эквалазации защитные интервалы удаляются и полученные КАМ символы отправляются на цифровой демодулятор для вычисления мягких метрик для кодированных бит, использующихся помехоустойчивым декодером для декодирования информационной последовательности.

II Схема пространственно-временного блочного кодирования для модуляции с одной несущей

Для иллюстрации основной идеи данного метода рассмотрим базовую конфигурацию с одним пространственным потоком $N_{ПП} = 1$ и двумя пространственно-временными потоками $N_{ПВП} = 2$. Остальные конфигурации могут быть получены путем расширения базовой.

Упрощенная схема передающего устройства показана на рис. 4.

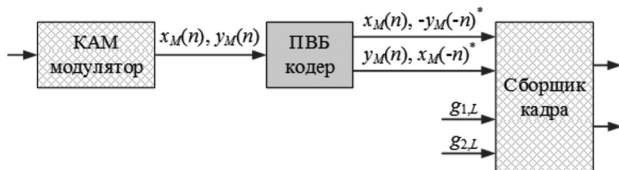


Рис. 4. Упрощенная схема передающего устройства для $N_{ПП} = 1, N_{ПВП} = 2$

С выхода модулятора на ПВБ кодер поступает пространственный поток КАМ символов, состоящий из четного числа блоков длины M . Кодирование выполняется независимо для каждой пары блоков, обозначенных как $x_M(n)$ и $y_M(n)$, где индекс n соответствует номеру символа во временной области. ПВБ кодер формирует два пространственно-временных потока $(x_M(n), -y_M(-n)^*)$ и $(y_M(n), x_M(-n)^*)$ длины $2M$ символов каждый, где $(\cdot)^*$ – операция комплексного сопряжения, $(-n)$ соответствует индексированию символов в обратном порядке. Заметим, что процедура кодирования не приводит к увеличению пропускной способности. Полученные потоки и ортогональные защитные интервалы $g_{1,L}(n)$ и $g_{2,L}(n)$ дли-

ной L символов поступают на блок сборки кадра, который формирует SC блоков длины $N = M + L$ для каждого потока как показано на рис. 5. Отметим, что отсутствие кодирования символов защитных интервалов позволяет сохранить свойство цикличности, необходимое для эффективной эквалазации принятых SC блоков в частотной области.

Передаваемые сигналы в частотной области на первом и втором пространственно-временных потоках X_{T1} и Y_{T1} для временного интервала $T1$ могут быть представлены в виде суперпозиции сигналов данных и защитных интервалов:

$$\begin{aligned} X_{T1}(k) &= X(k) + G_1(k); \\ Y_{T1}(k) &= Y(k) + G_2(k), \end{aligned} \quad (1)$$

где k – номер поднесущей, $X(k)$, $Y(k)$ и $G_1(k)$, $G_2(k)$ – сигналы данных и защитных интервалов в частотной области, являющиеся ДПФ от следующих временных последовательностей:

$$\begin{aligned} X(k) &= \\ &= \text{ДПФ} \left\{ \left\{ \underbrace{x_M(0), x_M(1), \dots, x_M(M-1)}_{M \text{ символов}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_L \right\} \right\}; \\ Y(k) &= \\ &= \text{ДПФ} \left\{ \left\{ \underbrace{y_M(0), y_M(1), \dots, y_M(M-1)}_{M \text{ символов}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_L \right\} \right\}; \\ G_1(k) &= \\ &= \text{ДПФ} \left\{ \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_M, \underbrace{g_{1,L}(0), g_{1,L}(1), \dots, g_{1,L}(M-1)}_{L \text{ символов}} \right\} \right\}; \\ G_2(k) &= \\ &= \text{ДПФ} \left\{ \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_M, \underbrace{g_{2,L}(0), g_{2,L}(1), \dots, g_{2,L}(M-1)}_{L \text{ символов}} \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Аналогичным образом могут быть записаны сигналы в частотной области для временного интервала $T2$ на основе свойства ДПФ, представленного в Приложении I:

$$\begin{aligned} X_{T2}(k) &= ph(k) \cdot X^*(k) + G_1(k); \\ Y_{T2}(k) &= -ph(k) \cdot Y^*(k) + G_2(k), \end{aligned} \quad (3)$$

где $ph(k)$ – фазовый вектор, определенный следующим образом:



Рис. 5. Структура пространственно-временных потоков SC кадра

$$ph(k) = \exp\left(j \frac{2\pi}{N} \cdot (L+1) \cdot k\right). \quad (4)$$

Наличие фазового вектора может быть объяснено следующим образом на примере второго пространственно-поточного для временного интервала T2. Передаваемый сигнал $x^*(-n)$ определен следующим образом:

$$x^*(-n) = \left\{ \underbrace{x^*(M-1), x^*(M-2), \dots, x^*(0)}_{M \text{ символов}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_L \right\}. \quad (5)$$

Умножение на фазовый вектор ph в частотной области соответствует циклическому сдвигу во временной области как показано ниже:

$$\tilde{x}(n) = \left\{ \underbrace{x^*(0), 0, 0, \dots, 0}_L, \underbrace{x^*(M-1), x^*(M-2), \dots, x^*(1)}_{M-1 \text{ символов}} \right\}. \quad (6)$$

По свойству ДПФ из приложения I, это позволяет получить комплексно-сопряженные поднесущие в частотной области, т.е. $X^*(k) = \text{ДПФ}(\tilde{x}(n))$. Следовательно, можно записать следующее выражение:

$$\text{ДПФ}(x^*(-n)) = X^*(k) \cdot \exp\left(j \frac{2\pi}{N} (L+1)k\right). \quad (7)$$

Целью представленных преобразований является получение в частотной области структуры только для сигналов данных аналогичной схеме Аламути показан-

ной на рис. 6. Отметим, что для сигналов защитных интервалов ПВБ кодирование не применяется.

Заметим, в отличие от SC модуляции для OFDM модуляции данное отображение на пространственно-временные потоки выполняется сразу в частотной области из-за наличия полного контроля над частотно-временным ресурсом.

На рис. 7 представлена упрощенная схема системы связи, иллюстрирующая передачу двух пространственно-временных потоков за интервалы времени T1 и T2 и их прием одной антенной на принимающем устройстве. Для удобства изложения материала на рисунке обозначены сразу частотные образы временных сигналов, т.к. решение эквалайзера для SC модуляции записывается в частотной области.

Стандартным предположением для схем ПВБ кодирования является статичность канала между передающими и принимающей антенной на протяжении временного интервала T1+T2. На принимающем устройстве с одной антенной принятые сигналы до эквализации $R_{T1}(k)$ и $R_{T2}(k)$ в частотной области для временных интервалов T1 и T2 могут быть записаны в следующем виде на основе (1) и (3).

$$R_{T1}(k) = H_1(k)X(k) + H_2(k)Y(k) + H_1(k)G_1(k) + H_2(k)G_2(k) + Z_{T1}(k); \quad (8)$$

$$R_{T2}(k) = ph(k) \cdot (H_2(k)X^*(k) - H_1(k)Y^*(k)) + H_1(k)G_1(k) + H_2(k)G_2(k) + Z_{T2}(k), \quad (9)$$

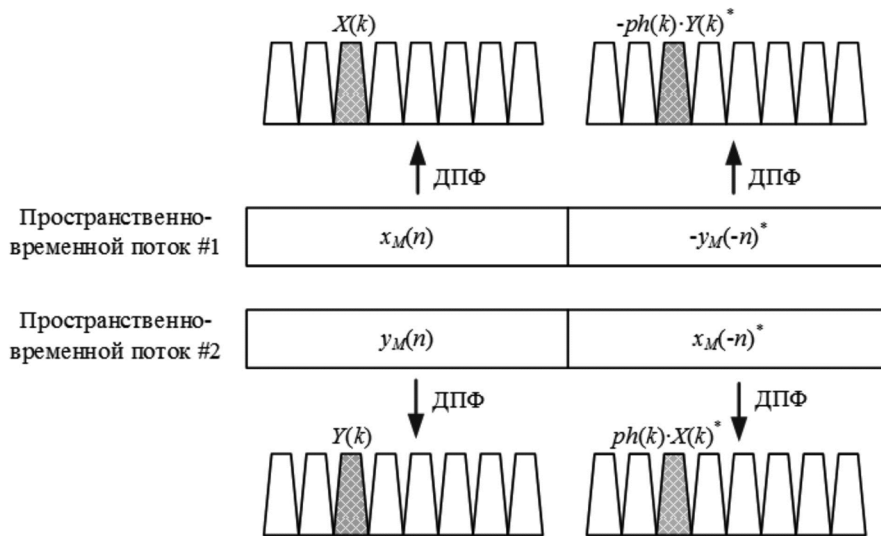


Рис. 6. Структура пространственно-временных потоков сигналов данных в частотной области

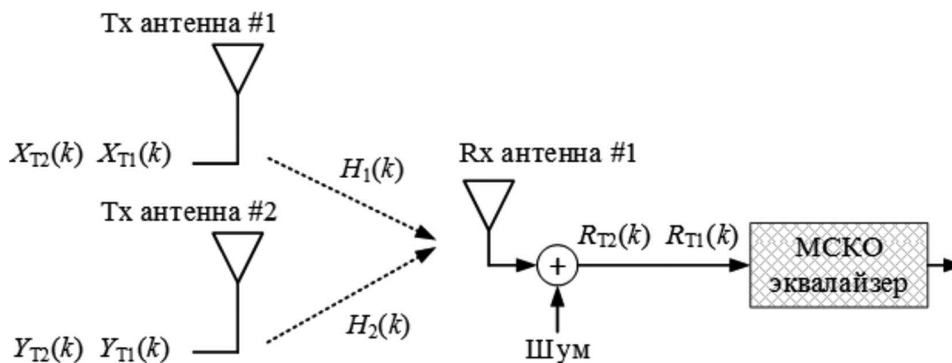
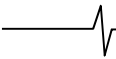


Рис. 7. Общая схема системы связи с двумя передающими и одной принимающей антеннами



где k – номер поднесущей, $H_1(k)$ – канальный коэффициент между первой антенной на передатчике и первой антенной на приёмнике, $H_2(k)$ – канальный коэффициент между второй антенной на передатчике и первой антенной на приёмнике, $Z_{T1}(k)$, $Z_{T2}(k)$ – отсчеты комплексного аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) с нулевым средним и дисперсией $2\sigma^2$ во временные интервалы T_1 и T_2 . Для оценки переданных сигналов $\hat{X}(k)$ и $\hat{Y}(k)$ в частотной области принятые сигналы могут быть скомбинированы следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}(k) \\ \hat{Y}(k) \end{bmatrix} = \frac{1}{|\hat{H}_1(k)|^2 + |\hat{H}_2(k)|^2 + 2\sigma^2} \times \begin{bmatrix} \hat{H}_1^*(k) & \hat{H}_2(k)ph(k) \\ \hat{H}_2^*(k) & -\hat{H}_1(k)ph(k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{T1}(k) \\ R_{T2}^*(k) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $\hat{H}_1(k)$, $\hat{H}_2(k)$ – оценки канальных коэффициентов на поднесущей с номером k , которые, например, могут быть вычислены приёмником по передаваемой преамбуле перед началом поля данных. Для простоты будем предполагать, что оценка канала идеальная, т.е. $\hat{H}_1(k) = H_1(k)$ и $\hat{H}_2(k) = H_2(k)$. Отметим, что веса эквалайзера вычисляются один раз за время вычисления оценки канала приёмником. Комбинируя (8), (9), (10) и опуская слагаемые, соответствующие шуму можно получить следующее выражение:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}(k) \\ \hat{Y}(k) \end{bmatrix} = \frac{1}{|\hat{H}_1(k)|^2 + |\hat{H}_2(k)|^2 + 2\sigma^2} \times \left(\begin{bmatrix} (|\hat{H}_1(k)|^2 + |\hat{H}_2(k)|^2)X(k) \\ (|\hat{H}_1(k)|^2 + |\hat{H}_2(k)|^2)Y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{H}_1^*(k) & \hat{H}_2(k)ph(k) \\ \hat{H}_2^*(k) & -\hat{H}_1(k)ph(k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_1(k)G_1(k) + H_2(k)G_2(k) \\ H_1(k)G_1(k) + H_2(k)G_2(k) \end{bmatrix} \right). \quad (11)$$

Из выражения (11) видно, что в отсутствии шума достигается идеальная эквалализация сигналов данных в частотной области по МСКО критерию с эффективным удалением интерференции между пространственно-временными потоками. Для сигналов защитных интервалов данное утверждение не является справедливым, т.к. к ним не применялась процедура ПВБ кодирования, что приводит к их дополнительному искажению после эквалазации. Отметим, что идеальная эквалазация защитных интервалов на приёмнике является обязательным условием, т.к. данные сигналы могут быть использованы для пост-обработки символов данных, например, для компенсации остаточных фазовых ошибок.

Формирование идеально эквализированных защитных интервалов на приёмнике может быть выполнено за счёт их знания на приёмнике следующим образом. Определим следующие сигналы $S_{T1}(k)$ и $S_{T2}(k)$:

$$\begin{bmatrix} S_{T1}(k) \\ S_{T2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{H}_1(k)G_1(k) + \hat{H}_2(k)G_2(k) \\ ph(k) \cdot (\hat{H}_1^*(k)G_1^*(k) - \hat{H}_2^*(k)G_2^*(k)) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $S_{T1}(k)$, $S_{T2}(k)$ соответствуют защитным интервалам в частотной области с применением ПВБ кодирования. Отметим, что данное выражение вычисляется в приёмнике на основе знания символов защитных интервалов

и оценённого канала. Тогда сигналы $S_{T1}(k)$ и $S_{T2}(k)$ могут быть аналогичным образом обработаны МСКО эквалайзером, как и символы данных:

$$\begin{bmatrix} \tilde{G}_1(k) \\ \tilde{G}_2(k) \end{bmatrix} = \frac{1}{|\hat{H}_1(k)|^2 + |\hat{H}_2(k)|^2 + 2\sigma^2} \times \begin{bmatrix} \hat{H}_1^*(k) & \hat{H}_2(k)ph(k) \\ \hat{H}_2^*(k) & -\hat{H}_1(k)ph(k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{T1}(k) \\ S_{T2}^*(k) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $g_1 \sim = \text{ОДПФ}(G_1)$, $g_2 \sim = \text{ОДПФ}(G_2)$ – идеально эквализированные символы защитных интервалов, которые могут быть использованы при дальнейшей обработке приёмником. Выражение (12), (13) могут быть вычислены аналогичным образом за время оценки канала и не ведут к существенному.

III Результаты моделирования

Ниже представлены результаты анализа оптимальности разработанной схемы ПВБ кодирования для модуляции с одной несущей. В качестве оценки эффективности предложенного схмотехнического решения предлагается провести сравнение представленной схемы с методом MRC для случая одной передающей и двух принимающих антенн. В случае фиксированного значения мощности на передающую антенну ожидается совпадение результатов для этих схем в силу их обратимости.

Общие параметры системного моделирования представлены в табл. 1. За основу физического уровня взят протокол IEEE 802.11ad [12].

Таблица 1. Параметры моделирования

Параметр	Значение
Полоса передачи, ГГц	2,16
Частота следования отсчетов, ГГц	2,64
Частота следования символов, ГГц	1,76
Коэффициент сглаживания	5/22
Размер пакета, байт	8192
Схема помехоустойчивого кодирования	Коды с низкой плотностью проверок на четность
Алгоритм декодирования	Распространение доверия, 20 итераций
Количество моделируемых кадров на одну точку ОСШ	10^5
Оценка канала	Идеальная
Временная синхронизация	Идеальная
Искажения радиотракта	Нет
Алгоритм эквалазации	МСКО эквалайзер
Модель канала	Канал с лучом прямой видимости, Релеевский канал
Модель шума	АБГШ

При моделировании канала с лучом прямой видимости предполагалось, что канальные коэффициенты имеют единичную мощность и равномерно распределенную фазу. В случае Релеевского канала все импульсные характеристики являются независимыми и имеют

экспоненциальный профиль задержек во временной области со среднеквадратической задержкой 3 нс, что соответствует худшему случаю распространения сигнала для систем на базе IEEE 802.11ad [13].

Соответствие типа цифровой модуляции и скорости помехоустойчивого кодирования номеру модуляционно-кодовой схемы (MCS – Modulation and Coding Scheme) для SC модуляции содержится в табл. 2.

Таблица 2. Набор модуляционно-кодовых схем для SC модуляции

Номер MCS	Тип модуляции	Скорость кодирования	Скорость передачи данных, Мбит/с
1	ДФМ	1/4	385
2	ДФМ	1/2	770
3	ДФМ	5/8	962,5
4	ДФМ	3/4	1155
5	ДФМ	13/16	1251,25
6	КФМ	1/2	1540
7	КФМ	5/8	1925
8	КФМ	3/4	2310
9	КФМ	13/16	2502,5
10	16КАМ	1/2	3080
11	16КАМ	5/8	3850
12	16КАМ	3/4	4620

На рис. 8 показана зависимость скорости передачи данных при отношении сигнал/шум (ОСШ), соответствующему уровню пакетной ошибки 10^{-2} , при передаче в канале с лучом прямой видимости. Маркерами обозначены значения полученные для каждого MCS из таблицы выше. Кривыми получены путем интерполяции полиномом третьей степени значений маркеров. Круглые маркеры соответствуют случаю обычной передачи и приёма с одной антенной на каждой стороне (SISO – Single Input Single Output). Квадраты соответствуют схеме MRC, а треугольники разработанной схеме ПВБ кодирования. Из графика видно, что схемы MRC и ПВБ кодирования показывают одинаковые результаты и позволяют получить выигрыш 3 дБ относительно SISO случая. Отметим, что в ПВБ схеме мощность фиксируется на антенну. Аналогичный выигрыш в скорости передачи данных 0,7 – 1,7 Гбит/с.

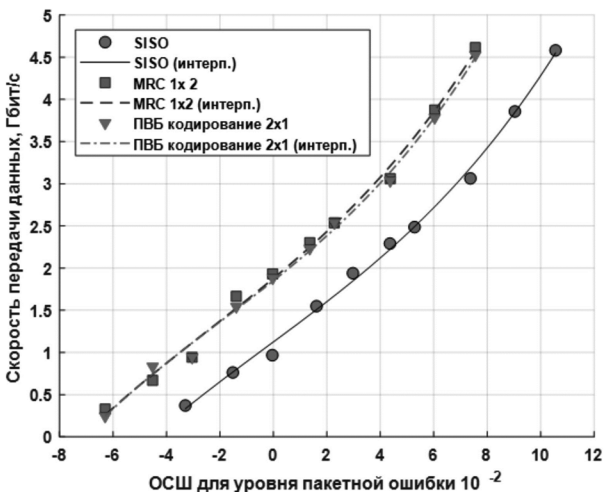


Рис. 8. Зависимость скорость передачи данных от ОСШ в канале с лучом прямой видимости

На рис. 9 показана зависимость скорости передачи данных при ОСШ, соответствующему уровню пакетной ошибки 10^{-2} , при передаче в Релеевском канале. Из графика видно, что схемы MRC и ПВБ кодирования также показывают схожие результаты. Выигрыш относительно SISO случая составляет 4,1 – 8,3 дБ или, что аналогично, 0,8 – 3,7 Гбит/с в зависимости от используемого MCS.

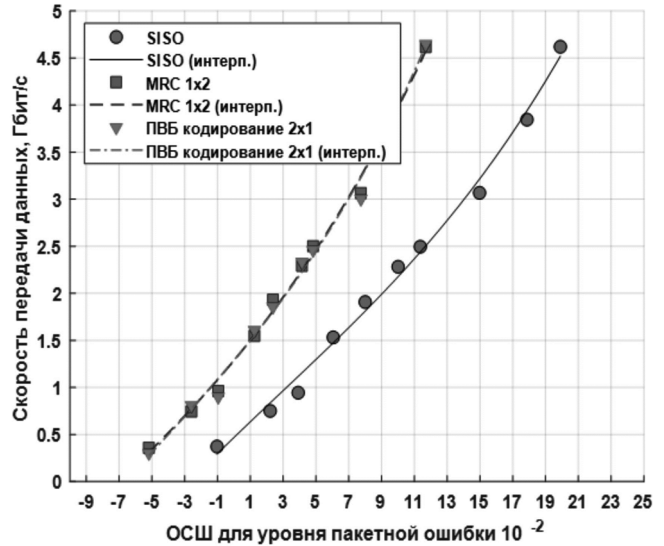


Рис. 9. Зависимость скорость передачи данных от ОСШ в Релеевском канале

Заключение

В данной работе предложена схема пространственно-временного блочного кодирования на основе схемы Аламути для SC модуляции. Представленная схема позволяет сохранить циклическую структуру SC блоков за счёт отсутствия кодирования для символов защитных интервалов. Показано, что данная схема позволяет полностью устранить интерференцию между потоками для сигналов данных. Для оптимальной эквализации защитных интервалов предложен отдельный метод обработки, незначительно увеличивающий вычислительную сложность реализуемого алгоритма обработки в приёмной системе.

Путем численного моделирования было показано, что разработанная схема имеет аналогичную производительность как схема MRC с одной передающей и двумя принимающими антеннами, что говорит о её оптимальности. Показано, что выигрыш в ОСШ в канале с лучом прямой видимости при использовании данной схемы относительно SISO случая составляет 3 дБ, что даёт прирост в скорости передачи данных 0,7 – 1,7 Гбит/с. При передаче в Релеевском канале выигрыш в ОСШ составляет 4,1 – 8,3 дБ, что позволяет увеличить скорость передачи данных на 0,8 – 3,7 Гбит/с в зависимости от MCS.

На основе представленных результатов получен патент [14].

Приложение 1

Запишем ДПФ от временной последовательности $a(n)$ длины N по определению, как показано ниже:

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad (14)$$

где $A(k)$ – последовательность в частотной области. Применяя операцию комплексного сопряжения к левой и правой частям, можно получить связь между $A^*(k)$ и $a^*(n)$ через ОДФФ:

$$A^*(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a^*(n) e^{j \frac{2\pi}{N} nk}. \quad (15)$$

Выражение (15) может быть записано в эквивалентном виде следующим образом:

$$A^*(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a^*(n) e^{j 2\pi \frac{(N+n-N)}{N} k}. \quad (16)$$

$$A^*(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a^*(n) e^{j 2\pi k - j 2\pi \left(\frac{N-n}{N}\right) k}. \quad (17)$$

$$A^*(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a^*(n) e^{-j 2\pi \left(\frac{N-n}{N}\right) k}. \quad (18)$$

Из (18) видно, что следование индекса $(N-n)$ в аргументе экспоненты является обратным следованию индекса n самой последовательности $a^*(n)$, тогда данное выражение может быть переписано в виде ДПФ:

$$A^*(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} a^*([N-n] \bmod N) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}, \quad (19)$$

где $[N-n] \bmod N$ обозначает значение индекса по модулю N , т.е.

$$a^*([N-n] \bmod N) = (a^*(0), a^*(N-1), a^*(N-2), \dots, a^*(1)). \quad (20)$$

Можно заметить, что последовательность из (20) может быть получена разворотом исходной последовательности $a^*(n)$ и циклическим сдвигом на одну позицию вправо.

Литература

- Pancaldi F. Single-carrier frequency domain equalization / Pancaldi F., Vitetta G.M., Kalbasi R., Al-Dhahir N., Uysal M., Mheidat H. // IEEE Signal Processing Magazine. – 2008. – № 5. – Pp. 37-56.
- Бакулин М.Г. Технология OFDM / М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, А.М. Шлома, А.П. Шумов // Научно-техническое издательство «Горячая линия-Телеком», монография. – 2016.
- Мальцев А.А. Сравнительный анализ влияния нелинейных искажений усилителя мощности в системах беспроводной связи с одной и многими ортогональными несущими частотами / Мальцев А.А., Масленников Р.О., Хоряев А.В., Ломаев А.А. // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. Том 53, Номер 8, Год 2010, стр. 3-15 Издательство Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт».
- Pollet T. BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise / Pollet T., Van Bladel M., Moeneclaey M. // IEEE Transactions on Communications. – 1995. – № 2. – Pp. 191-193.
- Alamouti S.M. A simple transmit diversity technique for wireless communications / Alamouti S.M. // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1998. – № 8. – Pp. 1451-1458.
- Al-Dhahir N. Single-carrier frequency-domain equalization for space-time block-coded transmissions over frequency-selective fading channels / Al-Dhahir N. // IEEE Communications Letters. – 2001. – № 7. – Pp. 304-306.
- Lim W.Y. Space-time block code design for single-carrier frequency division multiple access / Lim W.Y., Lei Z. // IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2009. – Pp. 516-520.
- Ciochina C. A novel space-time frequency coding scheme for single carrier modulations / Ciochina C., Castelain D., Mottier D., Sari H. // 18th IEEE International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications, 2007.
- Zhang H. An iterative multiuser detection with frequency-domain equalization for relay-assisted SFBC single-carrier systems / Zhang H., Zhang X., Yang D. // IET International Conference on Communication Technology and Application (ICCTA), 2011. – Pp. 60-66.
- Mehana A.H. Single-carrier frequency-domain equalizer with multi-antenna transmit diversity / Mehana A.H., Nosratinia A. // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2013. – № 1. – Pp. 388-397.
- Paulraj A. Introduction to space-time wireless communications / A.Paulraj, Nabar R., Gore D., – Cambridge university press, 2006, 308 p.
- IEEE Std. 802.11ad-2012: IEEE standard for information technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks – Specific requirements – Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications – Amendment 3: Enhancements for very high throughput in the 60 GHz band – Dec. 2012. Available: https://standards.ieee.org/standard/802_11ad-2012.html
- Task Group ad, (2009). Channel models for 60 GHz WLAN systems. [online]. IEEE 802.11-2009/0334r8. [Viewed 20 October 2020]. Available: <https://mentor.ieee.org/802.11/dcn/09/11-09-0334-08-00ad-channel-models-for-60-ghz-wlan-systems.doc>.
- Пат. 10027442 США, МПК H04L 1/02. Apparatus, system and method of communicating a single carrier (SC) space time block code (STBC) transmission / Kravtsov V., Lomayev A., Gagiev I.P., Maltsev A., Genossar M., Cordeiro C. № 15/394864; заявл. 20.07.2016; опубл. 25.01.2018.

УДК 621.391

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧЕ ДВОИЧНЫХ СООБЩЕНИЙ УЗКОПОЛОСНЫМИ ПЕРЕКРЫВАЮЩИМИСЯ СИГНАЛАМИ

Вершинин В.А., к.т.н., доцент, e-mail: vershinin-vladimir@yandex.ru.

USING A COMPLEX ENVELOPE FOR PARALLEL TRANSMISSION OF BINARY MESSAGES BY NARROW-BAND OVERLAPPING SIGNALS

Vershinin V. A.

The article deals with the parallel transmission of binary messages by narrow-band orthogonal signals. Before transmission, the binary message is divided into blocks. The elements of the blocks are received for transmission at the same time and are transmitted using the proposed orthogonal signals. The signals of sequentially transmitted blocks partially overlap in time. The specific costs of the frequency band, the peak factor and the noise immunity of the transmission are given. The aim of the work is to consider the formation of the transmitted signal and the processing of the received signal using a complex envelope. In this case, the main part of the algorithm of formation and processing is carried out in the low-frequency region.

Key words: parallel transmission, overlapping signals, crosstalk, specific costs of the frequency band, complex envelope, noise immunity.

Ключевые слова: параллельная передача, перекрывающиеся сигналы, удельные затраты полосы частот, комплексная огибающая, помехоустойчивость.

Введение

В классическом варианте метод параллельной передачи заключается в одновременной передаче блоков из L элементов сообщения с использованием L сигналов длительностью T ортогональных на этом интервале. Блоки поступают для передачи с интервалом T . Таким образом, сигналы, соответствующие элементам каждого блока, полностью перекрываются во времени, а сигналы, соответствующие последовательно передаваемым блокам не перекрываются во времени. Прием ведется на основе ортогонального разделения сигналов. Заметим также, что в основе широко используемой технологии OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) лежит параллельная передача сообщений с использованием ортогональных синусоидальных сигналов. Одним из недостатков OFDM является малая скорость спада боковых лепестков спектральной плотности мощности, что приводит к увеличению внеполосных излучений. Стремление избавиться от этого недостатка приводит обычно к увеличению удельных затрат полосы или снижению помехоустойчивости.

В [1] для параллельной передачи рассматривается использование ортогональных сигналов вида:

$$v_i(t) = \begin{cases} \cos 2\pi(K+i)t/T + \cos 2\pi(K+i+1)t/T & \text{при } i = 0, 2, 4, \dots, L-2; \\ \sin 2\pi(K+i)t/T + \sin 2\pi(K+i+1)t/T & \text{при } i = 1, 3, 5, \dots, L-1. \end{cases} \quad (1)$$

Эти сигналы определены на интервале времени $-T/2 \leq t < T/2$, вне указанного интервала сигналы

Рассматривается параллельная передача двоичных сообщений узкополосными ортогональными сигналами. Перед передачей двоичное сообщение делится на блоки. Элементы блоков поступают для передачи одновременно и передаются с использованием предлагаемых ортогональных сигналов. Сигналы последовательно передаваемых блоков частично перекрываются во времени. Приведены удельные затраты полосы частот, пик-фактор и помехоустойчивость передачи. Целью работы является рассмотрение формирования передаваемого сигнала и обработки принимаемого сигнала с использованием комплексной огибающей. При этом основная часть алгоритма формирования и обработки осуществляется в низкочастотной области.

равны нулю. K – целое положительное число, определяющее расположение полосы частот, занимаемой сигналом на выходе модулятора. Значение L и K предполагается четным.

При $L = 8$:

$$\begin{aligned} v_0(t) &= \cos 2\pi K t/T + \cos 2\pi(K+1)t/T; \\ v_1(t) &= \sin 2\pi(K+1)t/T + \sin 2\pi(K+2)t/T; \\ v_2(t) &= \cos 2\pi(K+2)t/T + \cos 2\pi(K+3)t/T; \\ v_3(t) &= \sin 2\pi(K+3)t/T + \sin 2\pi(K+4)t/T; \\ v_4(t) &= \cos 2\pi(K+4)t/T + \cos 2\pi(K+5)t/T; \\ v_5(t) &= \sin 2\pi(K+5)t/T + \sin 2\pi(K+6)t/T; \\ v_6(t) &= \cos 2\pi(K+6)t/T + \cos 2\pi(K+7)t/T; \\ v_7(t) &= \sin 2\pi(K+7)t/T + \sin 2\pi(K+8)t/T. \end{aligned}$$

Блоки поступают для передачи с интервалом $T/2$ и передаются с использованием L элементарных сигналов длительностью T , ортогональных на этом интервале. Сигнал, соответствующий передаваемому блоку частично перекрывается с сигналом предыдущего блока и сигналом последующего блока. На рис. 1 и рис. 2 в нормированном виде показаны сигналы $v_0(t)$ и $v_7(t)$ соответственно при $K = 4$.

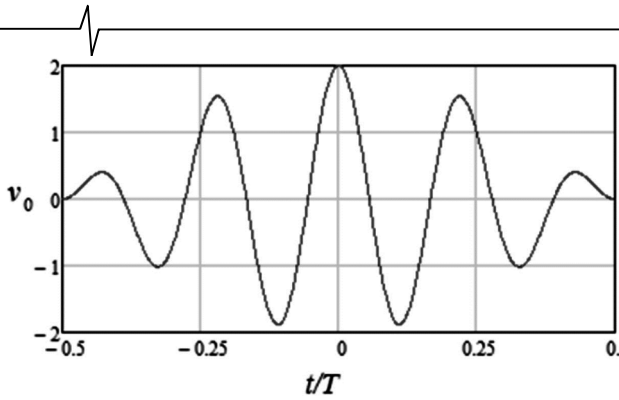


Рис. 1. Нормированный сигнал $v_0(t)$

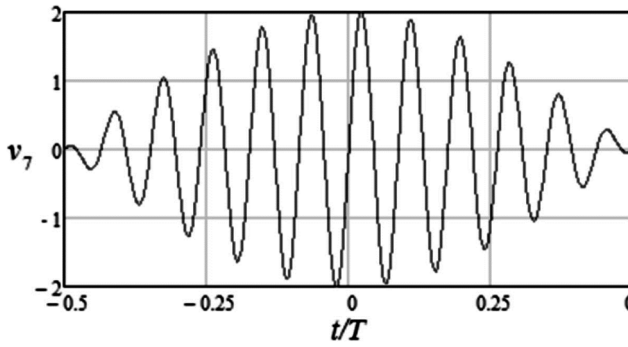


Рис. 2. Нормированный сигнал $v_1(t)$

Сигнал на выходе модулятора при передаче M блоков:

$$y(t) = \sum_{i=0}^{L-1} s_i(t), \quad (2)$$

где $s_i(t) = \sum_{m=1}^M a_i^m Av_i(t - 0,5Tm)$ – канальный сигнал; a_i^m – значение i -го элемента m -го блока. Предполагается, что элемент блока может принимать значение 1 или -1.

Ширина полосы частот, занимаемой сигналом (2) по уровню -30 дБ спектральной плотности мощности при $K = 40$ для $L = 64$ и $L = 128$ равна $68/T$ и $132/T$, а удельные затраты полосы 0,531 и 0,516. Пик-фактор сигнала при $L = 64$ и $L = 128$ равен 7,92 и 11,0.

Использование при параллельной передаче частично перекрывающихся сигналов на основе сигналов (1) по сравнению с неперекрывающимися синусоидальными ортогональными сигналами позволяет получить лучшие удельные затраты полосы, увеличить скорость спада боковых лепестков спектральной плотности мощности (уменьшить внеполосные излучения). При этом помехоустойчивость практически не ухудшается.

Из изложенного выше следует, что при больших значениях K при формировании передаваемого сигнала и обработке принимаемого сигнала используются высокочастотные сигналы. В этом случае целесообразно при формировании и обработке использовать комплексную огибающую [2]. При этом основная часть алгоритма формирования и обработки осуществляется в низкочастотной области.

Целью работы является рассмотрение формирования передаваемого сигнала (2) и обработки принимаемого сигнала с использованием комплексной огибающей.

Формирование на основе комплексной огибающей

При $i = 0, 2, 4, \dots, L - 2$ (см. (2) с учетом (1))

$$\begin{aligned} s_i(t) &= \sum_{m=1}^M a_i^m Av_i(t - 0,5Tm) = \\ &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[\cos 2\pi(K+i)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \cos 2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m) \right]. \end{aligned}$$

Аналитический сигнал

$$\begin{aligned} s_{ai}(t) &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[\cos 2\pi(K+i)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \cos 2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m) \right] + \\ &+ ja_i^m A \left[\sin 2\pi(K+i)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \sin 2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m) \right] = \\ &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[e^{j2\pi(K+i)(t/T - 0,5m)} + e^{j2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m)} \right]. \end{aligned}$$

Здесь и далее j – мнимая единица. Комплексная огибающая

$$\begin{aligned} \dot{s}_i(t) &= s_{ai}(t) e^{-j2\pi(K+L/2)t/T} = \\ &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[e^{j2\pi(i-L/2)(t/T - 0,5m)} + e^{j2\pi(i-L/2+1)(t/T - 0,5m)} \right] = \\ &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[\cos 2\pi(i-L/2)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \cos 2\pi(i-L/2+1)(t/T - 0,5m) \right] + \\ &+ ja_i^m A \left[\sin 2\pi(i-L/2)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \sin 2\pi(i-L/2+1)(t/T - 0,5m) \right]. \end{aligned}$$

При $i = 1, 3, 5, \dots, L - 1$

$$\begin{aligned} s_i(t) &= \sum_{m=1}^M a_i^m Av_i(t - 0,5Tm) = \\ &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[\sin 2\pi(K+i)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \sin 2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m) \right]. \end{aligned}$$

Аналитический сигнал

$$\begin{aligned} s_{ai}(t) &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[\sin 2\pi(K+i)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \sin 2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m) \right] - \\ &- ja_i^m A \left[\cos 2\pi(K+i)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \cos 2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m) \right] = \\ &= \sum_{m=1}^M -ja_i^m A \left[e^{j2\pi(K+i)(t/T - 0,5m)} + e^{j2\pi(K+i+1)(t/T - 0,5m)} \right]. \end{aligned}$$

Комплексная огибающая

$$\begin{aligned} \dot{s}_i(t) &= s_{ai}(t) e^{-j2\pi(K+L/2)t/T} = \\ &= \sum_{m=1}^M -ja_i^m A \left[e^{j2\pi(i-L/2)(t/T - 0,5m)} + e^{j2\pi(i-L/2+1)(t/T - 0,5m)} \right] = \\ &= \sum_{m=1}^M a_i^m A \left[\sin 2\pi(i-L/2)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \sin 2\pi(i-L/2+1)(t/T - 0,5m) \right] - \\ &- ja_i^m A \left[\cos 2\pi(i-L/2)(t/T - 0,5m) + \right. \\ &\quad \left. + \cos 2\pi(i-L/2+1)(t/T - 0,5m) \right]. \end{aligned}$$

Для значений $i = 0, 1, 2, 3, \dots, L - 1$ можно записать:

$$\dot{s}_i(t) = \sum_{m=1}^M a_i^m A g_i(t - 0, 5Tm),$$

$$\text{где } g_i(t) = \begin{cases} e^{j2\pi(i-L/2)t/T} + e^{j2\pi(i-L/2+1)t/T} \\ \text{при } i = 0, 2, 4, \dots, L-2; \\ -j(e^{j2\pi(i-L/2)t/T} + e^{j2\pi(i-L/2+1)t/T}) \\ \text{при } i = 1, 3, 5, \dots, L-1. \end{cases}$$

Комплексная огибающая сигнала (2) $\dot{y}(t) = \sum_{i=0}^{L-1} \dot{s}_i(t)$.

Нетрудно показать, что

$$\begin{aligned} y(t) &= \text{Re}[\dot{y}(t)e^{j2\pi(K+L/2)t/T}] = \\ &= \text{Re}[\dot{y}(t)] \cos 2\pi(K+L/2)t/T - \\ &- \text{Im}[\dot{y}(t)] \sin 2\pi(K+L/2)t/T. \end{aligned}$$

Из последнего выражения следует, что передаваемый сигнал может быть сформирован с помощью квадратурного модулятора, на входы которого поступают действительная и мнимая составляющая комплексной огибающей.

Обработка на основе комплексной огибающей

Пусть на входе демодулятора имеет место сигнал

$$z(t) = y(t) + n(t), \quad (3)$$

где $n(t)$ – помеха с односторонней спектральной плотностью мощности N в диапазоне частот, который включает полосу частот, занимаемую сигналом $y(t)$.

$$\begin{aligned} c_k^m &= \text{Re} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \dot{y}(t) g_k^*(t-0, 5Tm) dt + \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \dot{n}(t) g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right\} = \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} a_i^{m-1} A \text{Re} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} g_i[t-0, 5T(m-1)] g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right\} + \sum_{i=0}^{L-1} a_i^m A \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} g_i(t-0, 5Tm) g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right] + \\ &+ \sum_{i=0}^{L-1} a_i^{m+1} A \text{Re} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} g_i[t-0, 5T(m+1)] g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right\} + \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \dot{n}(t) g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} g_i(t-0, 5Tm) g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right] = \begin{cases} 1 & \text{при } i = k; \\ 0 & \text{при } i \neq k; \end{cases}$$

$$\text{Re} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} g_i[t-0, 5T(m-1)] g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right\} = 0; \quad \text{Re} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} g_i[t-0, 5T(m+1)] g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right\} = 0.$$

Тогда можно записать

$$\begin{aligned} c_k^m &= a_k^m A + \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \dot{n}(t) g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right] = \\ &= a_k^m A + \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \text{Re}[\dot{n}(t)] \text{Re}[g_k(t-0, 5Tm)] dt + \frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \text{Im}[\dot{n}(t)] \text{Im}[g_k(t-0, 5Tm)] dt. \end{aligned}$$

Рассмотрим обработку сигнала (3) путем перехода к комплексной огибающей этого сигнала: $\dot{z}(t) = \dot{y}(t) + \dot{n}(t)$, где $\dot{n}(t)$ – комплексная огибающая, соответствующая помехе $n(t)$.

Демодулятор принимает решение о принятом значении i -го элемента m -го блока b_i^m ($i = 0, 1, 2, \dots, L-1$) на основе обработки этого сигнала по алгоритму:

$$\begin{aligned} b_k^m &= \begin{cases} 1 & \text{при } c_k^m > 0; \\ -1 & \text{при } c_k^m \leq 0, \end{cases} \quad \text{где} \\ c_k^m &= \text{Re} \left[\frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \dot{z}(t) g_k^*(t-0, 5Tm) dt \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Для такой обработки необходимо получить комплексную огибающую $\dot{z}(t)$. Комплексную огибающую можно определить с помощью преобразования Гилберта. На практике ее определяют несколько иначе с использованием квадратурного демодулятора. Для этого предварительно формируется сигнал

$$\begin{aligned} z_c(t) &= z(t) e^{-j2\pi(K+L/2)t/T} = \\ &= z(t) \cos(2\pi(K+L/2)t/T) - z(t) j \sin(2\pi(K+L/2)t/T). \end{aligned}$$

Действительная и мнимая части этого сигнала поступают на входы фильтров нижних частот (ФНЧ). На выходах фильтров будем иметь $\text{Re}[\dot{z}(t)]$ и $\text{Im}[\dot{z}(t)]$, соответственно.

Рассмотрим структуру c_k^m в (4). С учетом (2) и (3):

Слагаемое $\frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \text{Re}[\dot{n}(t)] \text{Re}[g_k(t-0, 5Tm)] dt$ и

$\frac{1}{2T} \int_{(m-1)T/2}^{(m+1)T/2} \text{Im}[\dot{n}(t)] \text{Im}[g_k(t-0, 5Tm)] dt$ являются неза-

висимыми случайными величинами, распределенными по нормальному закону с нулевым математическим

ожиданием и дисперсией $\frac{N}{4T^2} \int_{-T/2}^{T/2} [v_k(t)]^2 dt = \frac{N}{4T}$. Вели-

чина c_k^m также является случайной распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием $a_k^m A$ и дисперсией $N/2T$. Вероятность ошибки $p_s = 1 - F(\sqrt{2h^2})$,

где $F(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^x \exp(-y^2/2) dy$; $h^2 = W/N$; W –

средняя энергия сигнала $y(t)$ на m -м интервале, приходящаяся на элемент передаваемого сообщения, $W = A^2 T$.

Моделирование

Моделирование будем проводить в среде Matlab. Для этого сигналы при передаче m -го блока на интервале $(m-1)T/2 \leq t < (m+1)T/2$ рассматриваются в дискретные моменты времени $t_d^m = (m-1)T/2 + dT_0$. Здесь $d = 0, 1, 2, \dots, D-1$; T_0 – период дискретизации; $D = T/T_0$ – число дискретных моментов времени на интервале $(m-1)T/2 \leq t < (m+1)T/2$, это число должно быть четным. Пусть средняя частота $[K + (L/2)]/T$ спектральной плотности мощности сигнала $y(t)$ находится в середине первой зоны Найквиста. Тогда первая зона Найквиста заканчивается частотой $f_1 = (2K + L)/T$. Полоса частот, занимаемая сигналом $y(t)$, находится в пределах этой зоны. Период дискретизации $T_0 = \frac{1}{2f_1}$. Будем также считать, что диапазон

частот помехи $n(t)$ равен первой зоне. Значения помехи в дискретные моменты времени являются независимыми случайными величинами, дисперсия этих величин

$\sigma^2 = Nf_1 = \frac{N}{2T_0}$. Тогда

$$\sigma = \sqrt{\frac{N}{2T_0}} = \sqrt{\frac{W}{2T_0 h^2}} = \sqrt{\frac{A^2 T}{2T_0 h^2}} = A \sqrt{\frac{T}{2T_0 h^2}} = A \sqrt{\frac{D}{2h^2}}$$

Ниже приведена программа моделирования при передаче U блоков. В результате определяется число ошибочно принятых элементов блоков.

1. function er=gr6(K,h2,U,L)
- %Предварительные установки
2. rng('default');
3. M=100;
4. A=1;

5. T=1;
6. D=2*(2*K+L);
7. T0=T/D;
8. td=0:T0:(M+1)*T/2-T0; %Вектор дискретных моментов времени
9. gd=zeros(L,D);
10. rd=exp(1i*2*pi*(K+L/2)*td/T);
11. rd1=exp(-1i*2*pi*(K+L/2)*td/T);
12. for j=0:2:L-2
13. gd(j+1,:)=exp(1i*2*pi*(j-L/2)*(td(1:D)/T-0.5))+exp(1i*2*pi*(j-L/2+1)*(td(1:D)/T-0.5));
14. end
15. for j=1:2:L-1
16. gd(j+1,:)=1i*(exp(1i*2*pi*(j-L/2)*(td(1:D)/T-0.5))+exp(1i*2*pi*(j-L/2+1)*(td(1:D)/T-0.5)));
17. end
18. er=0;
19. sigma=A*sqrt(D/(2*h^2));
- %Моделирование
20. for u=1:U
21. a=2*randi(M,L)-1; %Матрица передаваемых элементов
22. ydc1=upfirdn(a,A*gd',D/2);
23. ydc=sum(ydc1,'); %Дискретная комплексная огибающая выходного сигнала
24. yd=real(ydc.*rd); %Дискретный выходной сигнал
25. nd=normrnd(0,sigma,1,(M+1)*D/2); %Дискретная помеха
26. zd=yd+nd; %Дискретный входной сигнал
27. zdc=rd1.*hilbert(zd); %Дискретная комплексная огибающая входного сигнала
28. for m=1:M
29. zdc1=zdc(1+(m-1)*D/2:(m+1)*D/2);
30. c=(zdc1*gd')/D;
31. b=2*(c>=0)-1;
32. er=er+sum(ne(b,a(m,:)));
33. end
34. end
35. end

Более подробно поясним использование функции upfirdn(a,A*gd',D/2). Эта функция (при прямом назначении) определяет выходные сигналы фильтров с конечными импульсными характеристиками, заданных столбцами матрицы импульсных характеристик при входных сигналах, заданных столбцами матрицы входных сигналов. В данном случае формируется матрица дискретных значений комплексных огибающих канальных сигналов. При этом a – матрица передаваемых элементов; $A*gd'$ – матрица, столбцы которой пропорциональны дискретным значениям сигнала $g_i(t)$; $D/2$ определяет перекрытие соседних блоков.

Результаты моделирования с помощью приведенной выше программы приведены в таблице. Моделирование производилось при $M = 100$, $K = 40$, $L = 64$, $D = 288$ и различных значениях h^2 . В результате получено значение числа ошибок $N_{ош}$ при передаче $N_{nep} = LMU$ элементов двоичного сообщения. Затем с помощью функции berconfint пакета Matlab определена оценка

вероятности ошибки $p = N_{ош} / N_{пер}$, нижняя p_n граница, верхняя $p_в$ граница оценки с доверительной вероятностью 0,95.

Результаты моделирования

h^2	5	10	15
U	10^2	10^4	10^6
$N_{пер}$	64×10^6	64×10^6	64×10^8
$N_{ош}$	471	280	145
p	$7,36 \times 10^{-4}$	$4,38 \times 10^{-6}$	$2,27 \times 10^{-8}$
p_n	$6,71 \times 10^{-4}$	$3,88 \times 10^{-6}$	$1,91 \times 10^{-8}$
$p_в$	$8,05 \times 10^{-4}$	$4,92 \times 10^{-6}$	$2,67 \times 10^{-8}$
$p_з$	$7,83 \times 10^{-4}$	$3,87 \times 10^{-6}$	$2,16 \times 10^{-8}$

Результаты моделирования подтверждают полученное теоретически выражение для определения вероятности ошибки $p_з$.

Заключение

Использование при параллельной передаче частично перекрывающихся сигналов на основе предлагаемых узкополосных ортогональных сигналов по сравнению с неперекрывающимися синусоидальными ортогональными сигналами позволяет увеличить скорость спада боковых лепестков спектральной плотности мощности.

Использование комплексной огибающей позволяет производить основную часть алгоритма формирования передаваемого сигнала и обработки принимаемого сигнала в низкочастотной области без ухудшения помехоустойчивости.

Литература

1. Вершинин В.А. Параллельная передача двоичных сообщений перекрывающимися сигналами // Международный научно-исследовательский журнал. 2019. №11(89).
2. Прокис Джон. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь. 2000. – 800 с.

НОВЫЕ КНИГИ

Приходько А.И.

Теория сигналов электрической связи. В 3-х томах. Том 1. – Детерминированные сигналы / Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2021 г. – 364 с.: ил.

Приведены основные сведения о системах электрической связи. Рассмотрены основные модели и характеристики детерминированных сигналов и вопросы спектрального и корреляционно-спектрального анализа периодических и непериодических сигналов. Представлены принципы аналого-цифрового преобразования непрерывных сигналов. Рассмотрены методы описания и комплексного представления узкополосных сигналов.

Рекомендовано УМО РАЕ по классическому университетскому и техническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 11.03.01 – «Радиотехника».

Приходько А.И.

Теория сигналов электрической связи. В 3-х томах. Том 2. – Случайные сигналы / Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2021 г. – 288 с.: ил.

Приведены общие сведения о случайных сигналах. Рассмотрены основные классы и модели случайных сигналов. Обсуждены вопросы представления случайных сигналов. Рассмотрены методы описания узкополосных случайных сигналов.

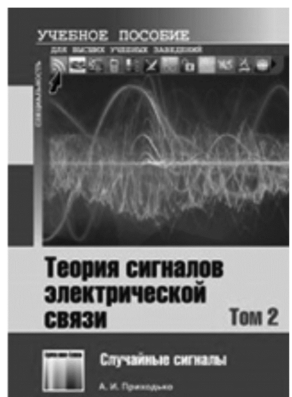
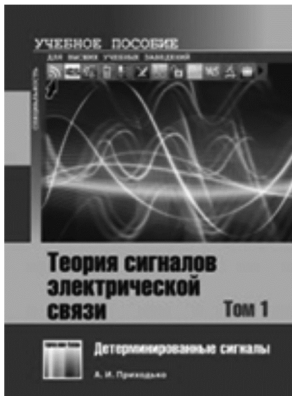
Рекомендовано УМО РАЕ по классическому университетскому и техническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 11.03.01 – «Радиотехника».

Приходько А.И.

Теория сигналов электрической связи. В 3-х томах. Том 3. – Модулированные сигналы / Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2021 г. – 472 с.: ил.

Даны основные характеристики, методы формирования и обработки сигналов с аналоговой модуляцией. Рассмотрены вопросы оптимального приема дискретных сигналов в непрерывных каналах связи. Рассмотрены статистические характеристики дискретных случайных последовательностей. Проведен анализ основных характеристик и методов оптимального приема сигналов с импульсно-кодовой модуляцией. Рассмотрены основные характеристики, методы формирования, обработки и оценки помехоустойчивости приема сигналов с двоичной и M-ичной дискретной модуляцией.

Рекомендовано УМО РАЕ по классическому университетскому и техническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 11.03.01 – «Радиотехника».



СТЕГАНОГРАФИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СИГНАЛА ЦИФРОВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Котцов В.А., научный сотрудник Института космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), e-mail: vladkott@mail.ru;

Котцов П.В., инженер-программист, e-mail: kot_scorp@mail.ru.

STEGANOGRAPHIC USE OF THE STRUCTURE OF THE SIGNAL OF THE DIGITAL IMAGE

Kotchov V.A., Kotchov P.V.

A simple steganographic method of hidden transmission of digital video information based on tabular – binary encoding is proposed. An example of the method implementation is given. Limitations and advantages in its use are noted.

Key words: steganographic method, videoinformation, hidden transmission.

Ключевые слова: стеганография, видеоинформация, криптография, скрытая передача.

Введение

Стеганография, также как и криптография, используется человеком с тех давних времен когда он научился передавать информацию. Оба метода дополняют друг друга и нередко их используют одновременно. С появлением компьютеров и активного обмена информацией по сети, роль стеганографических способов скрытой передачи информации значительно возросла, появилась цифровая стеганография [1]. К настоящему времени предложено множество стеганографических способов для скрытой передачи информации по сети. Большая часть их использует для этого достаточно сложные схемы. Отдельное место занимает скрытая передача видеoinформации. В настоящей работе предложен простой стеганографический способ скрытой передачи цифровой видеoinформации, который использует структуру бинарного представления цифрового сигнала. Он заключается в простом таблично – бинарном преобразовании элементов самого скрывающего изображения. Рассмотренный способ не использует ключа и не требует передачи дополнительной информации. Простота реализации делает его удобным для оперативного использования.

Зачем нужна стеганография

Как только люди стали делать сообщения появилась и необходимость скрывать их. Попытки скрыть факт передачи информации имеют длинную историю. Известны хрестоматийные примеры, когда дощечку с сообщением покрывали воском, на котором писали что-либо несущественное или, например, всем известное из детективной литературы применение «невидимых» чернил. Способы сокрытия самого факта передачи информации получили название стеганографических. Само передаваемое сообщение тоже стали шифровать. Этот способ сокрытия информации шифрованием называют криптографическими. Оба эти способа скрытой передачи конфиденци-

Предложен простой стеганографический способ скрытой передачи цифровой видеoinформации, основанный на таблично – бинарном кодировании. Приведен пример реализации способа. Отмечены ограничения и преимущества в его использовании.

альной информации нередко дополняют друг друга. Сегодня активно развивается математическая криптография, изучающая эффективные математические модели для криптографических схем. В стеганографии также разработаны различные схемы сокрытия.

Стеганография, в буквальном смысле означает «тайнопись». Как один из методов защиты информации, она может использоваться в различных областях. Появление компьютерных систем, развитие интернета и широкое применение компьютерных технологий привели к появлению также методов цифровой стеганографии для обеспечения скрытой передачи и защиты передаваемых данных. Это относительно молодое направление, которое возникло с широким внедрением новых цифровых информационных технологий. С их быстрым распространением появилась необходимость осуществлять подтверждение значимой информации, закреплять авторство, пересылать конфиденциальные сообщения. Стеганография может выступать в роли защитника ценной информации, в целях сокрытия данных от возможного саботажа, кражи данных или нежелательного просмотра их третьими лицами. В современных компьютерных документах появились также цифровые водяные знаки, цифровая подпись и другие стеганографические приемы авторизации информации [2].

Суть стеганографических технологий заключается в том, что передаваемую конфиденциальную видеoinформацию маскируют другой информацией, например, другим изображением. Выбор маскирующего изображения имеет определенные трудности, а его регулярно повторяющаяся передача уже сама будет служить демаскирующим фактором. Многие стеганографические способы передачи информации используют схему с ключом. Однако, для этого необходимо дополнительно передавать информацию о самом ключе и, если он меня-

ется, оперативно менять его при приеме очередного пакета данных.

Известные технологии способов скрытой передачи информации

Задачу встраивания и выделения сообщений из принятой информации выполняет стеганосистема. Общая схема функционирования такой стенографической системы передачи показана на рис. 1. Изображение, в которое встраивается скрываемое сообщение, называют контейнером. Операцию встраивания выполняет стеганокодер. Для преобразования скрываемого сообщения к виду удобному для встраивания в контейнер иногда может использоваться прекодер. Изображение – контейнер со встроенным сообщением передают по каналу связи. При приеме информации получателем стеганодекодер выделяет скрываемое сообщение. Для преобразования скрываемого сообщения к виду, удобному для восприятия может также использоваться посткодер.

Следует отметить, что в нашей схеме не показан ключ, который часто применяется в стеганосистемах. Но, в рассматриваемом нами способе ключ не используется, что упрощает технологию, так как исключает дополнительную проблему его передачи.

Известно множество способов скрытой передачи видеоинформации, которые относятся к стеганографии. Большинство этих способов основано на внесении небольших изменений в структуру передаваемой информации. При выборе способа для пользователя важны, как эффективность, так и оперативность выполнения процедур кодирования и декодирования видеоинформации.

При встраивании конфиденциальной видеоинформации в состав другого изображения необходимо, чтобы эта скрываемая информация не влияла на качество графики открыто передаваемого изображения - контейнера. В связи с этим изменения в структуре этого изображения – контейнера должны быть очень незначительными. Общий принцип таких методов заключается в замене избыточной, малозначимой части изображения битами скрываемого сообщения. Для извлечения этого сообщения получателю необходимо знать алгоритм, с помощью которого скрытая информация размещалась в контейнере. Тогда обратное преобразование позволит получателю его прочитать.

Известно множество различных способов скрытой

передачи видеоинформации, которые относятся к области стеганографии. Многие из них подробно описаны в литературе, например, в [3].

Распространены способы, при которых передаваемую информацию модулируют некоторой известной, например, случайной зависимостью и зная эту зависимость при приеме восстанавливают информацию. Их основным недостатком является сложность синхронизации процессов кодирования и декодирования.

В частности, предложен способ секретной передачи информации при котором используют формирование исходного хаотического детерминированного сигнала генератором хаоса и модуляции параметров хаотического сигнала полезным [4].

Предложен способ скрытой передачи информации, содержащей полезный цифровой сигнал, который заключается в том, что этот полезный сигнал кодируют в двоичный код, формируют посредством первого хаотического генератора исходный детерминированный хаотический сигнал путем модуляции параметров хаотического сигнала полезным цифровым сигналом, а затем суммируют сформированный таким образом сигнал с шумовым сигналом, производимым генератором шума [5].

Предложен также способ защищенной передачи информации, включающий формирование информационного сигнала с закодированной информацией, аддитивное суммирование информационного сигнала с хаотическим маскирующим сигналом, передачу суммарного сигнала по каналу связи. Согласно этому решению в качестве информационного и маскирующего сигналов используют последовательности одиночных импульсов подобной формы, при этом кодирование информации осуществляют изменением расстояния между соседними импульсами информационного сигнала. Распознавание формы импульсов выполняют с использованием принципов нейросетевого распознавания [6].

Предложен способ засекречивания сигналов, заключающийся в том, что исходный сигнал подвергают дискретизации, причем каждый дискретный отсчет сигнала умножают на импульсную характеристику, которую формируют из импульсных характеристик отдельных частотных полос в виде последовательности временных отсчетов [7].

Существенным недостатком всех этих способов является также то, что они имеют достаточно сложную технологию реализации.

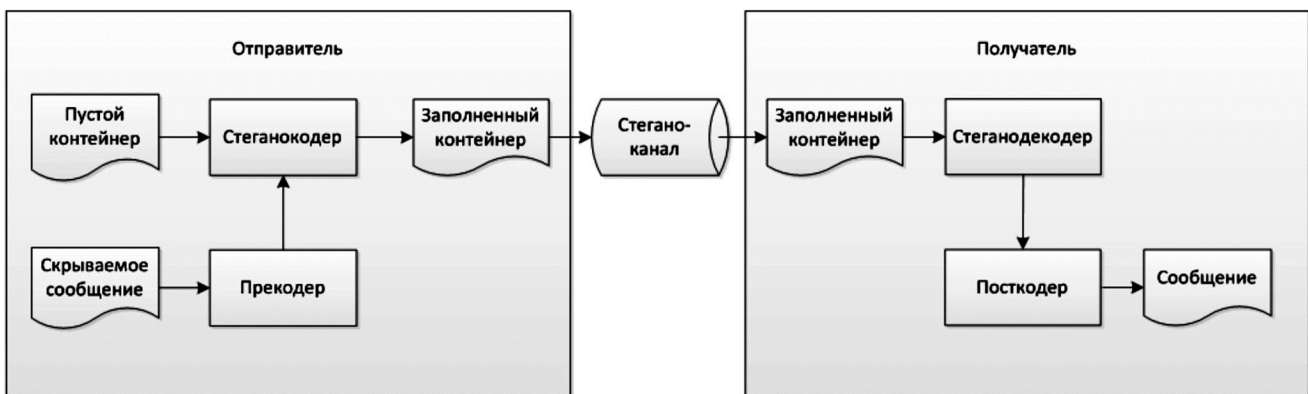
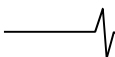


Рис. 1



Предложен достаточно простой способ кодирования и декодирования видеосигнала, при котором передают выбранную группу строк изображения в заданном порядке, который отличается от последовательного, соответствующего правильной развертке изображения [8]. Однако, при этом необходимо передавать и саму последовательность выбора для восстановления принятой информации.

Широко используют также способы сокрытия данных в пространственной области передаваемой информации. При этом различными операциями встраивают скрываемые данные в области первичного изображения-контейнера. Их преимущество заключается в том, что в большинстве случаев для встраивания скрываемой информации нет необходимости выполнять сложные и длительные преобразования изображений. Общий принцип этих методов заключается в замене избыточной, малозначимой части цифрового изображения битами скрываемого сообщения. Используемые разряды цифровых данных содержат незначительную часть полезной информации. Внесение в них дополнительной информации практически не влияет на качество восприятия. Для извлечения скрытого сообщения необходимо знать алгоритм, по которому размещалась в контейнер эта информация [9].

Среди методов замены в пространственной области наиболее широко распространен метод замены наименее значащего бита (Least Significant Bit). Младший значащий бит изображения несет в себе меньше всего информации. Специалистам известно, что человек в большинстве случаев не способен заметить изменений в этом бите. Фактически это шум, поэтому его можно использовать для встраивания информации путем замены менее значащих битов пикселей изображения битами секретного сообщения. При этом, для изображения в градациях серого объем встроенных данных может составлять существенную часть от общего объема контейнера. Однако, локализация скрытой информации на одном битовом уровне имеет свои очевидные недостатки. Если же модифицировать два младших бита (что также практически незаметно), то данную пропускную способность можно увеличить еще вдвое. Популярность данного метода обусловлена его простотой и тем, что он позволяет скрывать в относительно небольших файлах достаточно большие объемы информации. Подобный метод сокрытия информации с использованием младших бит элементов цифровых изображений подробно описан, например, в [10]. Недостатком метода является определенная сложность технологии кодирования и декодирования.

Применяется также метод случайного интервала, заключается в случайном распределении битов секретного сообщения по контейнеру, в результате чего расстояние между двумя встроенными битами определяется псевдослучайно. Этот метод особенно эффективен в случае, когда битовая длина секретного сообщения существенно меньше количества пикселей изображения. Недостатком этого метода является то, что биты сообщения в контейнере размещены в той же последовательности, что и в самом сообщении, и только интервал

между ними изменяется псевдослучайно. Поэтому для контейнеров фиксированного размера более целесообразным является его усиление, путем использования псевдослучайной перестановки. Однако, все это только увеличивает сложность метода.

К методам сокрытия в пространственной области также относится метод квантования изображения, основанный на межпиксельной зависимости, которую можно описать некоторой функцией. В простейшем случае вычисляют разницу между смежными пикселями и задают ее как параметр этой функции. При данном методе сокрытие информации производится путем корректировки разностного сигнала. При кодировании соответствующим образом изменяют значения интенсивностей пикселей формируемого изображения. Недостатком этого метода является необходимость использования стега-ключа, который представляет собой таблицу, где каждому возможному значению разности ставится в соответствие определенный бит.

Технология сокрытия данных в пространственной области в большинстве случаев довольно сложна. Она подробно описана в разных источниках, например, в [3].

Информационные возможности скрытой передачи видеоинформации

Рассматриваемые компьютерные технологии передачи видеоинформации используют цифровое изображение, создаваемое современными электронными средствами наблюдения. Оптический сигнал изображения воспринимается матричным фотоприемником, а величину сигнала формирует аналого-цифровой преобразователь. Таким образом получаемое в современных системах изображение всегда является дискретизованным и квантованным отображением наблюдаемой сцены.

Для каждого элемента дискретизации (пикселя) такое отображение можно представить набором единичных значений, последовательно размещенных на уровнях квантования соответственно величине яркости наблюдаемого участка. Остальные уровни этого элемента пустые, заполнены соответственно нулями. Очевидно, что при таком подходе информационное содержание каждого пикселя квантованного изображения определяется числом этих единиц, а количество нулей не несет никакой информации.

Рассмотрим следующую возможность. Перемешаем единицы и нули на разных уровнях одного пикселя между собой случайным образом. При этом можно рассматривать полученную комбинацию, как бинарный код некоторого числа. Такую информацию можно будет передать по каналу связи. При приеме эта информация может быть также представлена в бинарной форме, а после сортировки единиц и отбрасывания нулей, последовательность принятых единиц снова восстановит исходное значение амплитуды сигнала.

Такая технологическая схема преобразований сигнала позволяет производить некую скрытую передачу конфиденциальной информации. Рассмотрим основные особенности такой передачи, которые определяют ее потенциальные возможности.

Если рассмотреть множество неповторяющихся зна-

чений, на которые в ходе описанного преобразования отображается каждое из значений исходного сообщения, то можно сказать, что мощности этих множеств различны для каждого из значений исходного сообщения и определяются, как число сочетаний C_N^m , по известной формуле:

$$C_N^m = \frac{N!}{m!(N-m)!}$$

где N – значение символа исходного алфавита, соответствует числу единиц в своем бинарном представлении после преобразования, m – разрядность используемого изображения – контейнера.

Рассмотрим конкретный случай. Для определенности рассмотрим изображение, квантованное на 9 уровней. Для этого случая ($m = 8$), тогда мощности множеств, на которые отобразятся соответствующие исходные значения, распределятся следующим образом:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8
C_N^m	1	8	28	56	70	56	28	8	1

Из приведенной таблицы очевидно, что предложенное преобразование имеет наибольшую эффективность сокрытия в середине диапазона математически допустимых значений передаваемого сообщения (N), утрачивая её к границам диапазона. Это накладывает дополнительные ограничения на передаваемое секретное сообщение и его вид, пригодный для встраивания в изображение – контейнер с рассмотренными характеристиками.

Приведенный пример явно показывает, что диапазоны допустимых значений контейнера (D) и сообщения (N) связаны между собой, как $D = 2^N - 1$. Например, если в качестве контейнера используется маскирующее изображение с разрядностью 8 бит на элемент или 256 уровней со значениями 0 – 255, то в этом случае, для эффективного кодирования скрываемое сообщение может иметь не более 9 уровней.

Предлагаемый способ скрытой передачи информации

Учитывая рассмотренные выше свойства квантованного изображения, мы предложили стеганографический способ скрытой передачи видеоинформации, при котором передаваемая видеоинформация также маскируется другим заранее выбранным изображением, как это принято в стеганографии. В этом способе, также как в многих известных, вносятся неразличимые для глаза искажения в изображение-контейнер. Однако, для его реализации используется иной подход к способу кодирования скрываемого сообщения. Основу используемого преобразования составляет таблица с алфавитом бинарного кода для представления элементов – пикселей исходного изображения – контейнера в соответствии с встраиваемой информацией – сообщением.

Предлагаемый способ осуществляется следующим образом. Для преобразования значений сигнала элементов информации-контейнера предварительно формируют эту кодирующую таблицу. В кодирующей таблице для каждого из возможных значений величины сигнала контейнера определяют число единиц в его бинар-

ном представлении. При этом эти значения величины сигнала группируют по числу единиц в его бинарном представлении и упорядочивают эти группы по возрастанию значений числа единиц в диапазоне допустимых значений величины сигнала элементов передаваемого изображения – сообщения. Однако, для этого процесса может быть использована и другая эквивалентная методика.

Полученная кодирующая таблица для соответствующего числа уровней квантования составляет только один раз, а затем может многократно использоваться для передачи изображений. Следовательно, для оперативной передачи секретного сообщения целесообразно хранить такую кодирующую таблицу в памяти устройства.

После составления этой таблицы, на этапе кодирования видеоинформации, одновременно поэлементно просматривают информацию – контейнер и информацию – сообщение и для каждого элемента сообщения по величине его значения сигнала выбирают соответствующую по порядку группу из нашей кодирующей таблицы, а после этого для каждого элемента информации – контейнера по величине его сигнала выбирают из таблицы в этой группе соответствующее ему значение и заменяют этим значением сигнала текущее значение элемента изображения – контейнера. Полученную таким образом преобразованную цифровую информацию – контейнер со встроенным сообщением передают по каналу связи.

На рис. 2 а показан пример кодирующей таблицы для случая использования контейнера с 256 уровнями серого (по вертикали) для передачи скрытого изображения – сообщения с 9 уровнями серого (по горизонтали). На рис. 2 б на той же таблице выделены допустимые для использования значения, которые соответствуют поставленным условиям.

Таким образом, в предлагаемом способе значение яркости передаваемого изображения – контейнера для каждого пикселя является ближайшим приближением к значению яркости элемента незагруженного изображения – контейнера, но таким, что количество единиц в его двоичном представлении определяет соответствующее значение сигнала для передаваемого сообщения.

После приема такой видеоинформации адресатом, её вновь поэлементно просматривают и преобразуют полученное значение величины сигнала каждого элемента (пикселя) к его бинарному представлению. В бинарном представлении сигнала в виде последовательности значений 0 и 1 для каждого пикселя полученной видеоинформации, определяют количество единичных значений в ее бинарной форме или, в зависимости от выбранного варианта реализации дальнейшего представления, сортируют единицы и нули в бинарном коде для получения непрерывной последовательности единиц. Затем, на основании полученного результата формируют величину яркости сигнала переданной информации – сообщения.

В качестве примера реализации этих процедур покажем результаты программного моделирования предлагаемого способа.

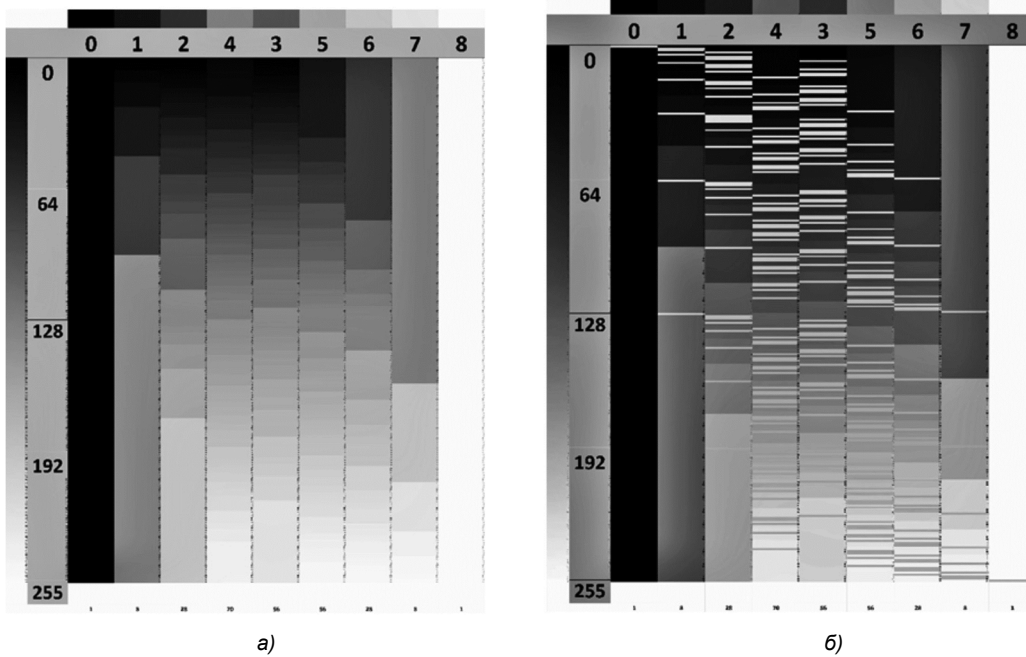


Рис. 2

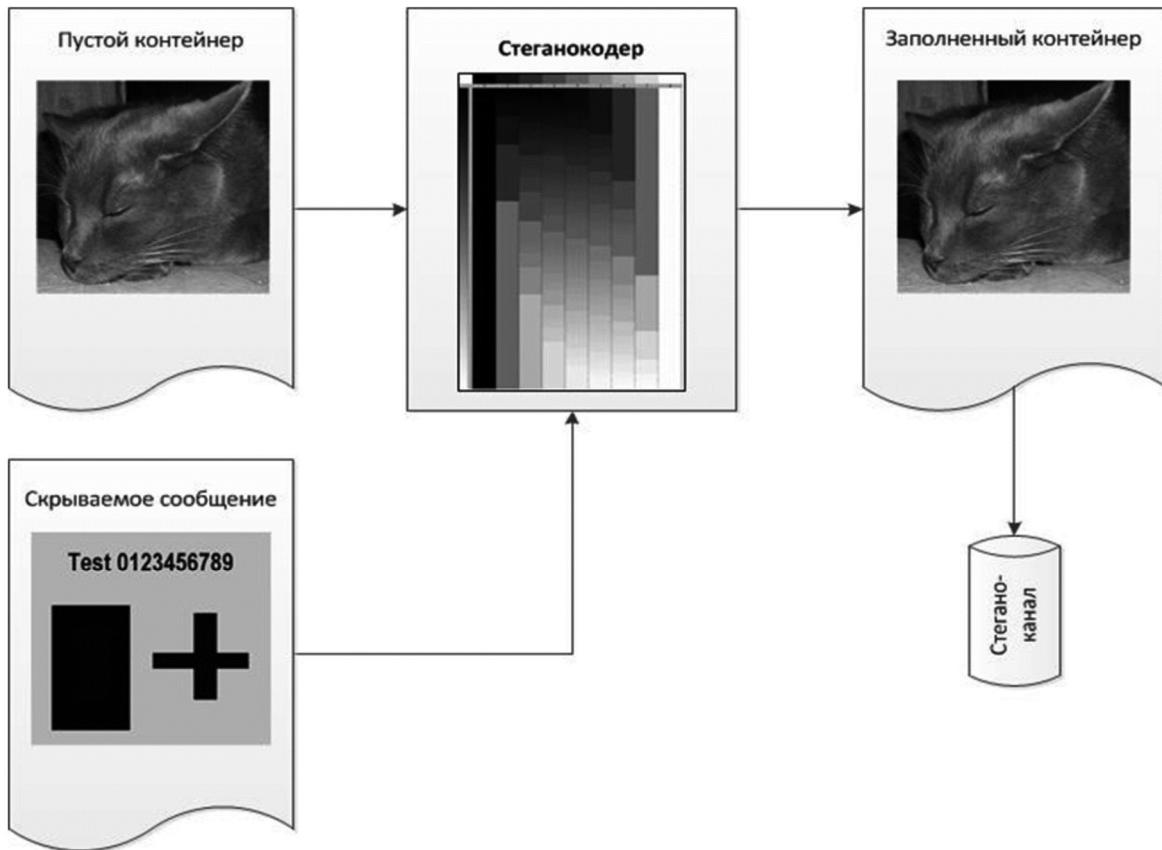


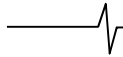
Рис. 3

На рис. 3 показана блок – схема кодирования скрываваемой информации, использованная в эксперименте.

Кодированное сообщение в нашем случае передают по каналу связи без дополнительных указаний о способе кодирования. Прямое отображение переданного сообщения даст отображение изображения – контейнера. Подсчет единичных бит его бинарного представления даст отображение передаваемой информации.

Операция декодирования может быть выполнена разными способами.

Опыт показал, что эффективной операцией при определении величины сигнала скрываемой информации может быть сортировка размещения единиц и нулей по уровням квантования. Эта операция приводит на выходе к необходимому значению амплитуды сигнала. Для сортировки единичных бит в бинарном представлении



сигнала могут использоваться любые известные способы, в частности, широко применяемый в компьютерных программах метод пузырька (Bubble sort), например. Известны также аппаратные решения этой задачи [11]. Однако, более эффективен метод логической сортировки, который может выполняться в потоковом режиме. Для реализации этой операции сортировки данных может быть применена схема стеганодекодера, построенная на сдвоенных логических элементах И и ИЛИ. Она показана на рис. 4, где белым цветом показаны элементы И, а черным элементы ИЛИ. Подобная схема использовалась нами ранее для увеличения динамического диапазона изображения. Подробное описание её функционирования дано в статье [12].

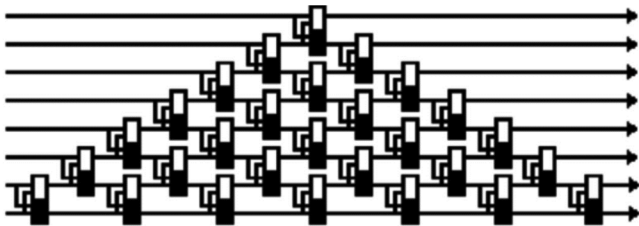


Рис. 4

На рис. 5 показана блок-схема декодирования скрываемой информации, со стеганодекодером на логических элементах И и ИЛИ, которая использовалась в нашем эксперименте.

На рис 6 показаны: а – вариант тестового изображения для скрытой передачи, б – вариант загруженного изображения – контейнера с этим тестовым изображением в нашем эксперименте. Видно, что на загруженном изображении – контейнере следов тестового изображения не наблюдается. Аналогичные результаты были получены на других тестовых изображениях.

Предлагаемый стеганографический способ скрытой передачи видеоинформации обсуждался на конференции по техническому зрению ТЗСУ-2016 [13]. На технологию описанного способа скрытой передачи видеоинформации получен патент [14], который был отмечен медалью на XXI Московском международном Салоне изобретений и инновационных технологий «Архимед-2018».

Заключение

Таким образом, передаваемое скрытое изображение является результатом простого бинарно - табличного преобразования элементов самого исходного изображения с ограничивающими факторами, которые зависят от амплитуды сигнала в каждой точке изображения - контейнера. Исходя из описания операций предложенного способа кодирования, для извлечения скрытого сообщения из контейнера, необходимо и достаточно для каждого элемента выполнить подсчет количества единичных битов в двоичном представлении значения соответствующего элемента изображения заполненного контейнера. Принимаемую видеоинформацию можно также восстанавливать путем преобразования закодированного сигнала методами сортировки. Эти процедуры автономны, просты и не требуют наличия ключей или синхронизации процессов приема-передачи. В результате описанных действий передаваемая видеоинформация может быть восстановлена оперативно и полностью, без информационных потерь. Также важно, что закодированное сообщение передают по каналу связи без дополнительных условий для декодирования.

Рассматриваемые процедуры не требуют для их осуществления сложных алгоритмов и могут быть легко реализованы на основе ПЛМ. [15] Такая реализация

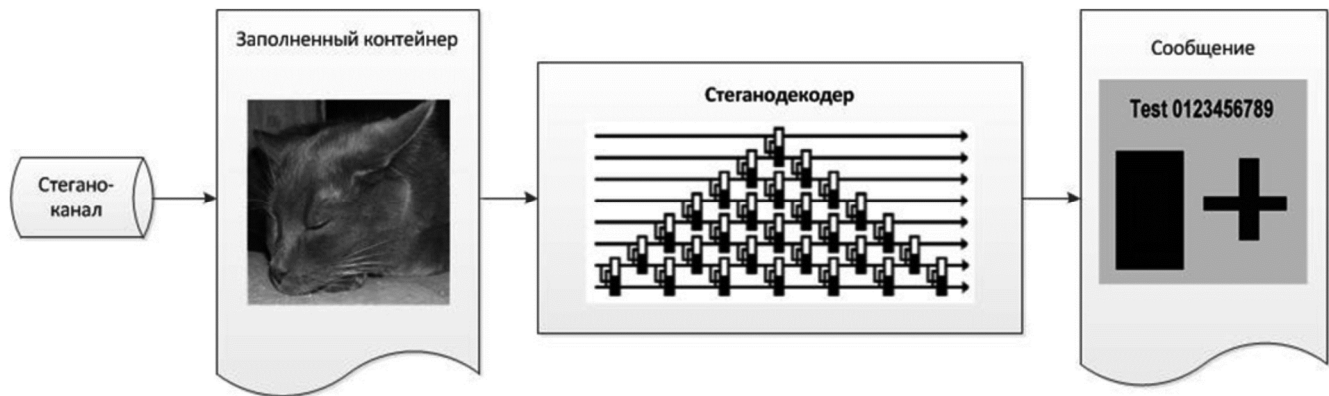


Рис. 5

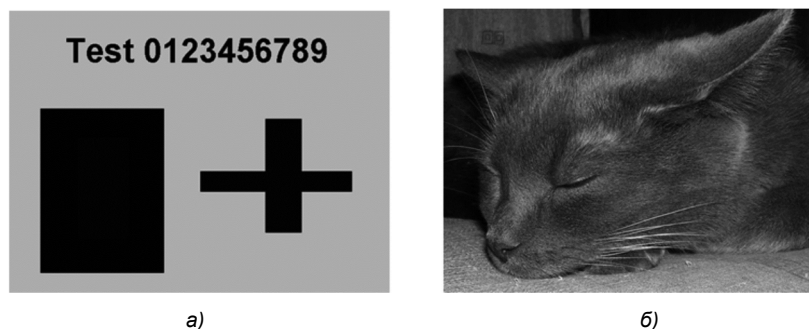


Рис. 6

обеспечивает потоковое декодирование, осуществляемое в темпе поступления видеoinформации.

Предлагаемую технологию стеганографического кодирования можно использовать при передаче оперативной информации ограниченного доступа, при обмене конфиденциальной документации, в платежных системах нижнего уровня, для введения цифровой подписи, для создания цифровых водяных знаков и меток для защиты авторских прав произведений, для оперативного скрытого согласования организационных мероприятий по картам и снимкам местности, в защищенных программах управления техникой и других областях, использующих технологии скрытой передачи информации.

Литература

1. Генне О.В. Основные положения стеганографии // Защита информации Конфидент. N 3, 2000.
2. Аграновский А.В., Балакин А.В., Грибунин В.Г., Сапожников С.А. Стеганография, цифровые водяные знаки и стеганоанализ. М.: Вузовская книга, 2009.
3. Конахович Г.Ф., Пузыренко А.Ю. Компьютерная стеганография. Теория и практика. К.: МК-Пресс, 2006.
4. Короновский А.А., Москаленко О.И., Попов П.В. и др. Способ секретной передачи информации. Патент РФ 2295835// Бюллетень изобретений № 8, 2007.
5. Москаленко О.И., Короновский А.А., Храмов А.Е. Способ скрытой передачи информации с изменяющимися характеристиками генератора шума. Патент РФ 2421923// Бюллетень изобретений №17, 2010.

6. Назимов А.И., Павлов А.Н. Способ защищенной передачи информации с использованием импульсного кодирования. Патент РФ 2493659 // Бюллетень изобретений № 26, 2013.

7. Лобов Н.Н. Способ засекречивания сигналов и устройство для его осуществления. Патент РФ 2207733 // Бюллетень изобретений №08, 2005.

8. Кудельски А. Способ кодирования и декодирования видеосигнала. Патент РФ 2132114 // Заявка PCT WO 91/13517, 1999.

9. Грибунин В.Н., Оков И.Н., Туринцев И.В. Цифровая стеганография. М.: Солон-пресс, 2009.

10. Кустов В.Н., Федчук А.А. Методы встраивания скрытых сообщений // Защита информации. Конфидент. № 3, 2000.

11. Ядыкин И.М. Устройство для определения количества единиц в упорядоченном двоичном числе. Патент РФ 2522875// Бюллетень изобретений № 20, 2014.

12. Котцов В.А. Увеличение динамического диапазона видеосистемы логическим сложением цифровых изображений // Цифровая обработка сигналов №3, 2019.

13. Котцов П.В., Котцов В.А. Простой способ скрытой передачи видеoinформации // Седьмая научно-техническая конференция «Техническое зрение в системах управления – 2016», Москва 15-17 марта, 2016.

14. Котцов В.А., Котцов П.В. Способ скрытой передачи цифровой информации. Патент РФ 2636690 // Бюллетень изобретений № 33, 2017.

15. Штешенко В.Б. Плис фирмы ALTERA: проектирование устройств обработки сигналов. М. Додека, 2000.

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом 250 экз.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в базу данных Web of Science - Russian Science Citation Index (287-я позиция)

Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

- № 2 июнь 2021 г. Тематический выпуск по материалам 23-й Международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».
- № 3 сентябрь 2021 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».
- № 4 декабрь 2021 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

- 4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.
- 2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.
- 1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора

д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru

УДК 621.372.542.29; 621.391.826.2

ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ГНСС-РЕФЛЕКТОМЕТРИИ

Кузьмин Е.В., к.т.н., доц., доцент кафедры радиотехники ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»;
e-mail: ekuzmin@sfu-kras.ru;

Сорокин А.В., к.ф.-м.н., доц., старший научный сотрудник лаборатории космических систем и технологий ФГБУН «Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр СО РАН»;
e-mail: sorav@iph.krasn.ru.

DIGITAL FILTERING OF GNSS REFLECTOMETRY RESULTS

Kuzmin E.V., Sorokin A.V.

A software procedure for digital filtering has been developed for post-processing of experimentally obtained interference reflectograms. An analytical estimate of the coefficient of reducing the effect of additive noise is given. There has also been carried out the filtration of experimental interference reflectograms obtained as a result of sessions of recording the intensity of GNSS signals at various properties of surfaces adjacent to the receiving site.

Key words: interference reflectograms, digital filtering, GNSS reflectometry, GNSS-R, multipath, Fourier transform.

Ключевые слова: интерференционные рефлектограммы, цифровая фильтрация, ГНСС-рефлектометрия, ГНСС-R, многолучёвость, преобразование Фурье.

Введение

Функционирующие глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) повседневно используются человечеством для решения координатно-временных задач, тем самым выполняя своё основное предназначение [1; 2]. Помимо этого, сигналы, излучаемые ГНСС, являются уникальным и широкодоступным «инструментом» для радиозондирования различных отражающих и рассеивающих поверхностей, облучение которых непрерывно производится сетями навигационных спутников, что и используется научным сообществом [2-9]. Известно значительное число публикаций ([2-7; 9] и многие др.) демонстрирующих интерференционные рефлектограммы (ИР), получаемые за счёт длительной регистрации изменений интенсивности сигнала конкретного спутника ГНСС, условия приёма которого характеризуются одновременным присутствием одного или нескольких переотражённых сигналов. Наличие и свойства последних определяются геометрическими и диэлектрическими особенностями объектов окружающей среды, содержащей отражающие и рассеивающие поверхности, а также непрерывным перемещением сети спутников. Интерференционные рефлектограммы являются промежуточным результатом радиотехнической рефлектометрии, представляющей достаточно востребованным инструментом для исследования свойств различных поверхностей.

Один из возможных примеров экспериментального получения ИР иллюстрируется на рис. 1 [7]. Антенна (Ант.) приёмника (ПР) сигналов ГНСС устанавливается на штативе вблизи поверхности¹, свойства которой

Разработана программная процедура цифровой фильтрации для постобработки экспериментально полученных интерференционных рефлектограмм. Дана аналитическая оценка коэффициента снижения влияния аддитивного шума. Проведена фильтрация экспериментальных интерференционных рефлектограмм, полученных в результате сеансов регистрации интенсивности сигналов ГНСС при различных свойствах поверхностей, примыкающих к месту приёма.

предполагается исследовать. Персональный компьютер (ПК), показанный на рисунке, может отсутствовать. Отличие от типового сеанса приёма сигналов ГНСС заключается в том, что антенна может ориентироваться как в верхнюю полусферу, так и под углом относительно направления в верхнюю полусферу, что позволяет увеличивать энергетический вклад отражённых сигналов в обрабатываемую суперпозицию – входную аддитивную смесь $y_{вх}(t)$.

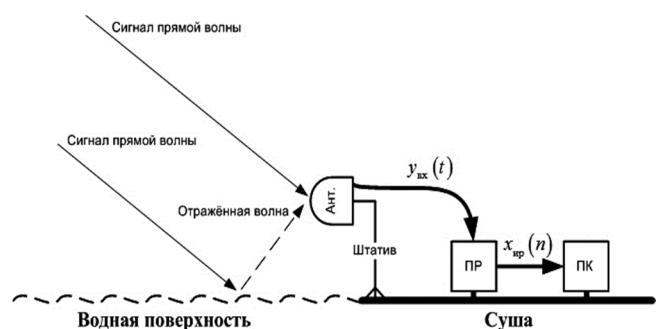


Рис. 1. Пояснение способа получения ИР

Поскольку приём сигналов ГНСС производится на фоне собственного шума приёмника [1; 2], то экспериментально получаемые отсчёты ИР $x_{ир}(n)$ неизбежно содержат аддитивную шумовую компоненту. Как правило, сеанс получения ИР занимает временные промежутки порядка десятков минут – единиц часов [3; 5; 7], а их отображение и изучение производится в режиме постобработки, что предрасполагает к проведению цифровой фильтрации, позволяющей снизить неблагоприятное влияние шума. В

¹ К примеру, возле водоёма или лесного массива.

ряде случаев такие меры являются необходимыми, востребованными и имеющими практическую полезность, поскольку некоторые сегменты получаемых ИР могут быть зашумлены настолько [7], что визуальное различие их деталей оказывается затруднительным.

Известно [8], что различные особенности амплитудных спектров $|\dot{X}_{\text{ир}}(k)|$ выборки ИР [7] сосредоточены в сравнительно низкочастотной области, следовательно, для повышения эффективности их обработки на фоне аддитивного шума целесообразно применение фильтра низких частот (ФНЧ). Как уже было отмечено, анализ ИР производится в режиме постобработки, таким образом, требования к быстродействию и минимизации вычислительных ресурсов процедуры фильтрации допустимо считать практически отсутствующими. Поэтому синтез ФНЧ проведем на основе известного подхода [10, стр. 213, 215], [11, стр. 185], оперирующего прямым и обратным дискретным преобразованием Фурье (ДПФ и ОДПФ соответственно) [12, стр. 57].

Цель статьи: реализация программной процедуры цифровой фильтрации экспериментальных интерференционных рефлектограмм и анализ изменения дисперсии аддитивного шума.

Фурье-фильтрация интерференционных рефлектограмм

Процедуру фильтрации, основанную на выполнении прямого и обратного ДПФ [12], запишем следующим образом [11]:

$$x_{\text{ф}}(n) = \mathbf{F}^{-1}\{\dot{X}_{\text{ир}}(k) \cdot H(k)\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \dot{X}_{\text{ир}}(k) H(k) \exp\left(j2\pi \frac{n}{N} k\right),$$

$$\dot{X}_{\text{ир}}(k) = \mathbf{F}\{x_{\text{ир}}(n)\} = \sum_{n=0}^{N-1} x_{\text{ир}}(n) \exp\left(-j2\pi \frac{n}{N} k\right), \quad (1)$$

$$H(k) = \text{rect}(k) + \text{rect}(k - (N - 1 - K_{\text{гр}})),$$

$$\text{rect}(k) = \begin{cases} H_0, & k \in [0, K_{\text{гр}}), \\ 0, & k \notin [0, K_{\text{гр}}); \end{cases}$$

где $\mathbf{F}\{\bullet\}$ и $\mathbf{F}^{-1}\{\bullet\}$ – операторы прямого и обратного ДПФ соответственно; $\dot{X}_{\text{ир}}(k)$ – комплексный спектр фильтруемой ИР $x_{\text{ир}}(n)$, содержащей N отсчетов; $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; $H(k)$ – дискретная функ-

ция, определяющая частотную характеристику получаемого фильтра и учитывающая повторение спектра ИР; $\text{rect}(k)$ – прямоугольная функция, принимающая фиксированное значение $H_0 > 0$ на интервале частотных выборок $k \in [0, K_{\text{гр}})$, что соответствует частотной характеристике ФНЧ с граничной частотой $\omega_{\text{гр}}$, регулируемой параметром $K_{\text{гр}} = \text{const}$.

Разработанная процедура цифровой фильтрации на основе (1) применена для постобработки экспериментально полученных ИР [7; 9] с целью нейтрализации действия аддитивного шума. На рис. 2, 4 показаны сегменты одной из интерференционных рефлектограмм [7], зарегистрированной вблизи водной поверхности и участка суши. На представленных сегментах заметно присутствие шумовой компоненты, влияние которой затрудняет изучение и анализ ИР. Амплитудный спектр рассматриваемой ИР [7] впервые получен в [8], что позволило обоснованно выбрать граничную частоту ФНЧ. Результаты цифровой фильтрации сегментов данной ИР представлены соответственно на рис. 3, 5. На рис. 6 показан сегмент интерференционной рефлектограммы [9], зарегистрированной вблизи замёрзшей поверхности замкнутого водоёма. На рис. 7 представлен этот же сегмент, но после преобразований (1).

Как видно из рис. 3, 5, 7, разработанная процедура цифровой фильтрации (1) обеспечивает визуально заметное снижение влияния шумовой компоненты, что делает возможным изучение и анализ поражённых шумом сегментов интерференционных рефлектограмм. Далее, проанализируем и количественно охарактеризуем эффективность реализованной процедуры фильтрации (1).

Анализ трансформации дисперсии аддитивного шума при прохождении процедуры фильтрации

Эффективность процедуры Фурье-фильтрации (1) оценим коэффициентом снижения дисперсии шума, который определим отношением дисперсии входного аддитивного шума к дисперсии выходного шума $\mu = \sigma_{\text{вх}}^2 / \sigma_{\text{вых}}^2$. Известно, что дисперсия шума с энергетическим спектром $W(\omega)$ в полосе частот $\Delta\omega$ определяется по теореме Винера-Хинчина [13, стр. 103, 191], [14, стр. 167]:

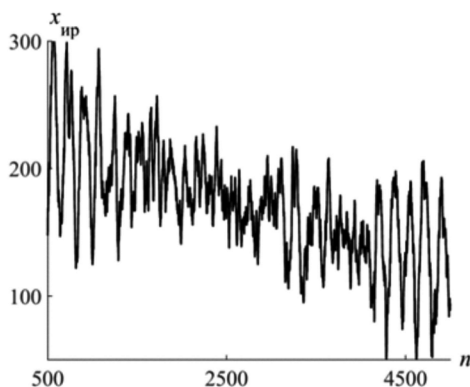


Рис. 2. Сегмент зашумлённой ИР [7]

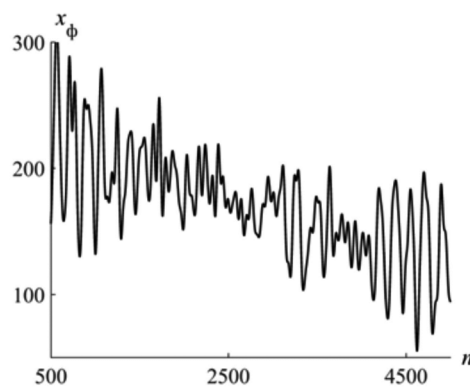


Рис. 3. Сегмент отфильтрованной ИР

По осям ординат отложены значения исходных и отфильтрованных ИР в отн. ед.; по осям абсцисс отложены номера временных выборок

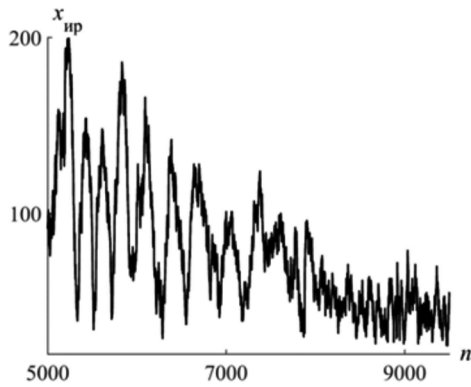


Рис. 4. Сегмент зашумлённой ИР [7]

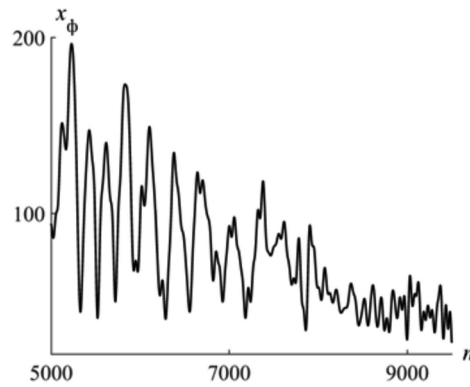


Рис. 5. Сегмент отфильтрованной ИР

По осям ординат отложены значения исходных и отфильтрованных ИР в отн. ед.;
по осям абсцисс отложены номера временных выборок

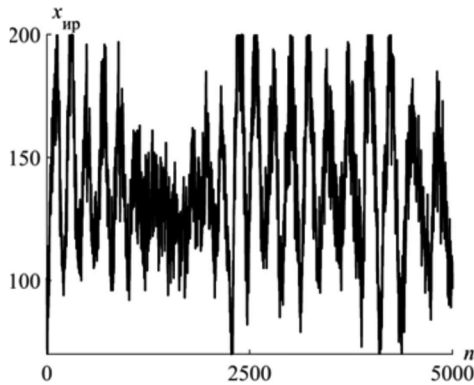


Рис. 6. Сегмент зашумлённой ИР [9]

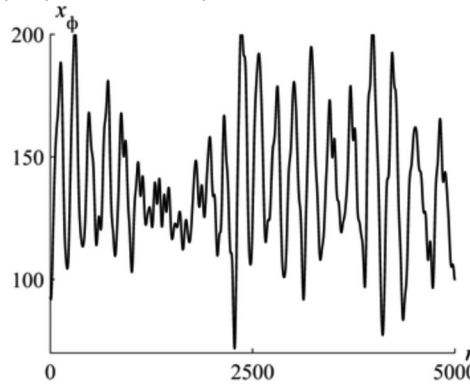


Рис. 7. Сегмент отфильтрованной ИР

По осям ординат отложены значения исходных и отфильтрованных ИР в отн. ед.;
по осям абсцисс отложены номера временных выборок

$$\sigma^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} W(\omega) d\omega = \frac{W_0}{\pi} \int_0^{\Delta\omega} d\omega = \frac{W_0}{\pi} \Delta\omega, \quad (2)$$

где $W_0 = const$ – спектральная плотность мощности шума, рассматриваемая в полосе частот $\Delta\omega = \omega_d / 2$, ограниченной по причине дискретного характера ИР, экспериментально полученной с шагом $T_d = f_d^{-1} = 2\pi / \omega_d$ ($\omega_d = 2\pi f_d$ – частота дискретизации). Реализуемый в статье частный случай фильтрации (1), предполагающий наложение прямоугольного частотного окна ($H_0 = 1$), для проведения анализа по (2) будем считать соответствующим ФНЧ с идеальной характеристикой [14, стр. 338] и граничной частотой $\omega_{гр} = 2\pi f_{гр}$. Тогда полоса частот выходного шума, очевидно, равна $\Delta\omega = \omega_{гр}$. С учётом вышесказанного, на основе (2) запишем искомое отношение дисперсий:

$$\mu_1 = \frac{\sigma_{вх}^2}{\sigma_{вых1}^2} = \frac{\frac{1}{2} \frac{W_0}{\pi} \omega_d}{\frac{W_0}{\pi} \omega_{гр}} = \frac{\omega_d}{2\omega_{гр}} = \frac{f_d}{2f_{гр}}. \quad (3)$$

Как видно из (3), эффективность фильтрации, характеризуемая обозначенным отношением дисперсий, зависит от частоты дискретизации ИР и граничной частоты ФНЧ – процедуры (1). С учётом того обстоятельства, что при реализации процедуры (1) граничная частота задаётся в виде целого числа частотных выборок $K_{гр}$, выражение (3) уточняется следующим образом:

$$\tilde{\mu}_1 = \frac{N}{2K_{гр}} = \frac{N}{2 \left[\frac{f_{гр} N}{f_d} \right]_{окр}}, \quad K_{гр} = \left[\frac{f_{гр}}{\Delta f_a} \right]_{окр}, \quad \Delta f_a = \frac{f_d}{N}, \quad (4)$$

где Δf_a – шаг анализа по частоте при вычислении ДПФ в (1); $[\cdot]_{окр}$ – оператор округления до ближайшего целого числа; остальные обозначения имеют прежний смысл.

В случае применения в (1) оконной функции вида $\sqrt{1 + (\omega / \omega_{гр})^2}$, соответствующей частотной характеристике простейшего аналогового прототипа [14, стр. 338], для отношения дисперсий в полосе частот $\Delta\omega = \omega_d / 2$ с учётом (2), (3) запишем:

$$\mu_2 = \frac{\sigma_{вх}^2}{\sigma_{вых2}^2} = \frac{\frac{1}{2} \frac{W_0}{\pi} \omega_d}{\frac{W_0}{\pi} \int_0^{\omega_d/2} \frac{1}{1 + (\omega / \omega_{гр})^2} d\omega} = \frac{\omega_d}{2\omega_{гр}} \frac{1}{\arctg(\omega_d / 2\omega_{гр})} = \mu_1 \frac{1}{\arctg(\mu_1)}. \quad (5)$$

Выражение в знаменателе (5) сводится к табличному интегралу [15, стр. 28], а полученный при интегрировании результат согласуется с [14, стр. 214].

Обсуждение результатов

Визуальное сравнение сегментов зашумлённых ИР (рис. 2, 4, 6) и отфильтрованных ИР (рис. 3, 5, 7) пока-

зывает явную заметность проведённой цифровой селекции детерминированной компоненты. Эффективность процедуры фильтрации (1), характеризуемая (3), (4), при $N \approx 10^3 \cdot 10^4$ и условиях получения ИР [7], а также особенностях их амплитудных спектров [8], оценивается снижением дисперсии шума на величину порядка $\mu_1 = 25$ ($10 \lg \mu_1 \approx 14$ дБ). Сравнение (3) и (5) ожидаемо показывает, что ФНЧ с частотной характеристикой прямоугольной формы выигрывает в величине отношения дисперсий $\mu_1 > \mu_2$ в сравнении с рассмотренным в (5) простейшим аналоговым прототипом: $\mu_1 / \mu_2 = \arctg(\omega_d / 2\omega_{rp})$. Для рассматриваемых условий отношение дисперсий (5) составляет $\mu_2 = 16$ ($10 \lg \mu_2 \approx 12$ дБ). Оценки (3), (5) проверены имитационным моделированием процедуры (1), показавшим хорошее совпадение теории и вычислительного эксперимента. Оценки отношения дисперсий (3) и (4) отличаются несущественно.

Как видно, анализ показывает, что при усложнении формы оконной функции наблюдается некоторое ухудшение коэффициента $\mu = \sigma_{вх}^2 / \sigma_{вых}^2$, что и обосновывает применение в (1) гест-окна. Соображения общего характера, а также проведённый анализ (3), (5), небезосновательно позволяют предполагать, что дальнейшее усложнение оконной функции (повышение порядка фильтра) будет способствовать снижению разностей между отношением (3) и соответствующими отношениями дисперсий шума на входах и выходах получаемых фильтров. Иными словами, усложнение оконной функции в (5) будет способствовать повышению эффективности процедуры фильтрации (1), в пределе приближая её качество к оценке (3). Таким образом, реализованная процедура цифровой фильтрации повышает эффективность постобработки интерференционных рефлектограмм и представляется востребованной при исследовании свойств поверхностей различных природных объектов (к примеру – лес [3], лёд [5], вода [7]). Кроме того, процедура применима для снижения влияния шума, содержащегося в результатах измерений, производимых при слабом сигнале.

Заключение

В статье разработана процедура цифровой низкочастотной фильтрации интерференционных рефлектограмм за счёт перехода в частотную область, наложения частотного окна прямоугольной формы и возвращения к временной реализации. Проведена фильтрация экспериментальных ИР, содержащих аддитивный шум. Представлены зашумлённые и отфильтрованные сегменты ИР, иллюстрирующие положительное влияние реализованной фильтрации. Проведён анализ и получены аналитические выражения для оценки уменьшения дисперсии аддитивного шума, содержащегося в ИР. Разработанная процедура фильтрации повышает эффективность постобработки ИР, способствуя повышению качества изучения и анализа сегментов ИР, поражённых действием шума.

Литература

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.
2. Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems / eds. Pet.J.G. Teunissen, O. Montenbruck. – Springer International Publishing AG, 2017. – 1327 p.
3. Кашкин В.Б. Экспериментальное определение электрофизических параметров лесного покрова с использованием сигналов глобальных навигационных систем ГЛОНАСС и GPS / В.Б. Кашкин, В.И. Кокорин, В.Л. Миронов, С.В. Сизасов // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51, № 7. С. 825-830.
4. GNSS Remote Sensing / S. Jin, E. Cardellach, F. Xie. New York, London: Springer Dordrecht Heidelberg, 2014. – 286 p.
5. Михайлов М.И. Измерение толщины льда на пресноводном пруде и реке с использованием сигналов ГЛОНАСС и GPS / М.И. Михайлов, К.В. Музалевский, В.Л. Миронов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. Т. 14, № 2. С. 167-174.
6. Падохин А.М. GNSS-рефлектометрия уровня Черного моря в экспериментах на стационарной океанографической платформе / А.М. Падохин, Г.А. Курбатов, М.О. Назаренко, В.Е. Смолов // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2018. № 4. С. 80-86.
7. Макаров Д.С. Использование сигналов навигационных спутников в мониторинге земных покровов / Д.С. Макаров, А.В. Сорокин, Д.В. Харламов // Сибирский журнал науки и технологий. 2019. Т. 20, № 1. С. 8-19.
8. Сорокин А.В. Изменения амплитудно-временных зависимостей суперпозиции сигналов навигационных спутников в процессах отражения и рассеяния земными покровами / А.В. Сорокин, Е.В. Кузьмин // Енисейская Фотоника – 2020: Тезисы докладов Первой Всероссийской науч. конф. с Междунар. уч. – Красноярск: Изд-во ИФ СО РАН, 2020. – 198 с. – С. 186-187.
9. Сорокин А.В. Рефлектометрия ледовых покровов при различных сезонных состояниях по сигналам навигационных спутников в L1-диапазоне / А.В. Сорокин, Е.В. Кузьмин, Д.С. Макаров, Д.В. Харламов // Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли: материалы VII Междунар. науч. конф. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2020. – 328 с. – С. 286-289.
10. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников / С. Смит; пер. с англ. – М.: Додэка-XXI, 2012. – 720 с.
11. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. / А.С. Глинченко. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2005. – 482 с.
12. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл.-мл.; пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
13. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
14. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов / С.И. Баскаков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2000. – 462 с.
15. Таблицы неопределённых интегралов / Ю.А. Брычков, О.И. Маричев, А.П. Прудников. – 2-е изд., исправ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 200 с.

УДК 621.391:621.396.96

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖЕКТОРНЫХ ФИЛЬТРОВ ПО ВЕРОЯТНОСТНОМУ КРИТЕРИЮ

Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru.

OPTIMIZATION OF REJECTION FILTERS BY THE PROBABILISTIC CRITERION

Popov D.I.

The problem of optimization of non-recursive rejection filters (RF) of high orders by the probabilistic criterion is considered. The statement of the optimization problem is formulated and an expression is given for the average probability in the Doppler interval. The problem of optimizing the weight vector of RF is solved by the method of nonlinear programming. For the convergence of the solution to the unimodal extremum, it is proposed to introduce restrictions on the form of the RF frequency response, setting it in the form of equidistant frequency samples. In the cascade form of the RF implementation, it is proposed to optimize the weight coefficients of individual links directly. The corresponding iterative optimization procedure is given. The results of the optimization of the RF on by the energy and probabilistic criteria are compared. Significant gains in the signal-to-noise threshold ratio were found when optimizing the RF parameters of high orders according to the probabilistic criterion in comparison with the energy criterion. The principles of RF adaptation under a priori uncertainty of clutter parameters are proposed and the corresponding block diagram of adaptive RF is presented.

Key words: adaptation, probabilistic criterion, nonlinear programming, iterative optimization procedure, clutter, rejection filter.

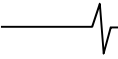
Ключевые слова: адаптация, вероятностный критерий, нелинейное программирование, итерационная процедура оптимизации, пассивная помеха, режекторный фильтр.

Введение

При выделении сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех основной операцией является режектирование спектральных составляющих помехи [1-4]. Априорная неопределенность спектрально-корреляционных характеристик помехи, а также их неоднородность и нестационарность в зоне обзора существенно затрудняют реализацию эффективного решения данной задачи. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на методах адаптации к неизвестным корреляционным параметрам помехи, что приводит, в частности, к алгоритмам адаптивного режектирования помехи с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующим адаптивным режекторным фильтрам (АРФ) [5]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродействия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работе [6] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе [7]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа [8]. Другим вариантом упрощения про-

Рассмотрена задача оптимизации нерекурсивных режекторных фильтров (РФ) высоких порядков по вероятностному критерию. Сформулирована постановка задачи оптимизации и приведено выражение для средней в доплеровском интервале однозначности вероятности правильного обнаружения. Задача оптимизации весового вектора РФ фильтра решается методом нелинейного программирования. Для сходимости решения к унимодальному экстремуму предлагается вводить ограничения на форму частотной характеристики РФ, задавая ее в виде равноотстоящих частотных выборок. При каскадной форме реализации РФ предлагается оптимизировать непосредственно весовые коэффициенты отдельных звеньев. Приводится соответствующая итерационная процедура оптимизации. Проведено сравнение результатов оптимизации РФ по энергетическому и вероятностному критерию. Установлены существенные выигрыши в пороговом отношении сигнал/помеха при оптимизации параметров РФ высоких порядков по вероятностному критерию по сравнению с оптимизацией по энергетическому критерию. Предложены принципы адаптации РФ при априорной неопределенности параметров помех и приведена соответствующая структурная схема адаптивного РФ.

цедуры адаптации является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным, что ограничивает область целесообразного применения соответствующих АРФ при сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровской скорости [9]. Компромиссное решение достигается в фильтрах с частичной адаптацией к доплеровской фазе помехи и оптимизацией характеристик режекторных фильтров в априорном диапазоне изменения спектрально-корреляционных параметров помехи [10]. При этом в работах [5, 7-10] оптимизация АРФ проводится по энергетическому критерию – усредненному по доплеровской фазе сигнала



коэффициенту улучшения отношения сигнал/помеха. Однако такой подход оправдан при малых порядках АРФ. Ниже рассматривается метод оптимизации и принципы адаптации АРФ произвольного порядка по вероятностному критерию.

Постановка задачи

При симметричном спектре пассивной (коррелированной) помехи коэффициенты импульсной характеристики АРФ находятся в виде $G_k = g_k e^{i k \psi}$ [5], где $k = \overline{0, m}$; ψ – доплеровский сдвиг (или его оценка $\hat{\psi}$) фазы помехи за период повторения T ; m – порядок АРФ. Наличие комплексных умножителей ($e^{i \psi}$) усложняет структуру АРФ. Наиболее просто АРФ реализуется при предварительной автокомпенсации доплеровских сдвигов фазы помехи и последующем ее режектировании фильтром с действительными весовыми коэффициентами [6, 7], выполняемом в виде каскадного соединения звеньев 1-го и 2-го порядка при нечетном m и звеньев 2-го порядка при четном m . Из сопоставления системных функций в z -плоскости каскадного и канонического РФ устанавливается связь между коэффициентами g_k и весовыми коэффициентами $a^{(l)}$ звеньев 2-го порядка. В частности, при нечетном m :

$$H(z) = (1 - z^{-1}) \prod_{l=1}^{(m-1)/2} (1 + a^{(l)} z^{-1} + z^{-2}) = \sum_{k=0}^m g_k z^{-k}.$$

Коэффициенты g_k обладают свойством симметрии $g_k = (-1)^k g_{m-k}$, обусловленным эквидистантностью обрабатываемых отсчетов. С учетом $g_0 = 1$ это свойство приводит к оптимизации при $m = 2$ и 3 только одного коэффициента соответственно $g_1 = a$ и $g_1 = -g_2 = -1 + a$ [5]. При $m \geq 4$, что будем считать соответствующим высоким порядкам, число оптимизируемых коэффициентов ≥ 2 . Оптимизация по критерию максимума коэффициента улучшения отношения сигнал/помеха μ в этом случае приводит к избыточному, например, по сравнению с уровнем собственного шума, подавлению помехи и к сужению полосы пропускания. Для оптимизации таких фильтров следует использовать вероятностный критерий, наиболее полно характеризующий эффективность выделения полезных сигналов.

Вероятность правильного обнаружения флюктуирующего сигнала на выходе РФ определяется выражением

$$D(q, \theta) = F^{1/[1+q \mu(\theta)]} = \exp\{\ln F / [1+q \mu(\theta)]\},$$

где F – вероятность ложной тревоги; q – отношение сигнал/помеха на входе РФ; $\theta = \phi - \psi$; ϕ – доплеровский сдвиг фазы сигнала за период повторения T .

При этом выигрыш в отношении сигнал/помеха

$$\mu(\theta) = \mathbf{g}^T \mathbf{r}_c(\theta) \mathbf{g} / \mathbf{g}^T (\mathbf{r}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{g},$$

где \mathbf{g} – вектор-столбец с элементами g_{j-1} ; символ θ – означает транспонирование вектора; λ – входное отношение шум/помеха; \mathbf{I} – единичная матрица; $\mathbf{r}_c(\theta)$ и \mathbf{r}_n – корреляционные матрицы сигнала и помехи, учитывающие погрешности автокомпенсации [6, 7]; причем

$$r_{jk}^c(\theta) = \rho_{jk}^c \cos[(j-k)\theta] \exp[-(j-k)^2 \sigma_{\hat{\psi}}^2 / 2];$$

$$r_{jk}^n(\theta) = \rho_{jk}^n \exp[-(j-k)^2 \sigma_{\hat{\psi}}^2 / 2];$$

где $j, k = \overline{1, m+1}$; $\sigma_{\hat{\psi}}^2$ – дисперсия оценки $\hat{\psi}$ [6, 7].

Полагая, что величина $\theta = \phi - \psi$ является равномерно распределенной в доплеровском интервале $[-\pi, \pi]$, найдем среднюю вероятность правильного обнаружения:

$$D(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D(q, \theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\{\ln F / [1 + \mu q(\theta)]\} d\theta.$$

Процедура оптимизации

Синтез РФ при $F = \text{const}$ и $q = \text{const}$ сводится к оптимизации вектора \mathbf{g} по критерию $D(q) \rightarrow \max_{\mathbf{g}}$, а при

$F = \text{const}$ и $D = \text{const}$ по критерию $q(D) \rightarrow \min_{\mathbf{g}}$. В

обоих случаях задача решается методом нелинейного программирования. Для ее сходимости к унимодальному экстремуму следует ввести ограничения на форму частотной характеристики РФ, задавая ее в виде равноотстоящих частотных выборок и полагая фазовую характеристику линейной, а амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) за пределами полосы режекции (непропускания) монотонной. С учетом симметрии АЧХ в диапазоне однозначности число варьируемых выборок равно $m/2$ для четного и $(m-1)/2$ для нечетного m . Обратное дискретное преобразование Фурье частотных выборок определяет коэффициенты g_k .

При каскадной форме реализации РФ оптимизируются непосредственно весовые коэффициенты $a^{(l)}$ отдельных звеньев, связанные с коэффициентами g_k . Ограничения в частотной области вводятся при выборе видов характеристик звеньев (базовых блоков) [11]. Полоса режекции формируется звеном 1-го порядка с нулем системной функции $z_0 = 1$ и (или) звеном (звеньями) 2-го порядка с лежащими на единичной окружности z -плоскости комплексно-сопряженными нулями $z_{0(1,2)} = e^{\pm i \theta_0}$, при этом $a = -2 \cos \theta_0$, $|a| < 2$. Полоса пропускания формируется звеном (звеньями) 2-го порядка с лежащими вне единичной окружности действительными нулями $z_{01} = 1/z_{02} = b$, при этом $a = -(b+1/b)$, $|a| > 2$. Такое звено формирует монотонную полосу пропускания максимальной ширины. И, наконец, полоса пропускания может быть сформирована звеном 4-го порядка с лежащими вне единичной окружности двумя парами комплексно-сопряженных нулей [11]. Необходимый компромисс между показателями АЧХ РФ в полосах режекции и пропускания достигается при оптимизации вектора $\mathbf{a} = \{a^{(l)}\}$ по критерию

$$D(q) \rightarrow \max_{\mathbf{a}} \text{ или } q(D) \rightarrow \min_{\mathbf{a}}, \quad (1)$$

позволяющему установить связь оптимального вектора \mathbf{a} с параметрами помехи.

При использовании квазиньютоновского метода [12] итерационная процедура оптимизации на n -м шаге имеет вид

$$\mathbf{a}^n = \mathbf{a}^{n-1} - \nabla \Phi \{ \mathbf{a}^{n-1} \} \nabla^2 \Phi \{ \mathbf{a}^{n-1} \}^{-1},$$

где ∇ – оператор градиента; $\Phi \{ \mathbf{a} \}$ – целевая функция, в качестве которой выступает функционал $D(\cdot)$ или $q(\cdot)$.

Результаты оптимизации

Сравним результаты оптимизации РФ по энергетическому и вероятностному критериям при совместных флюктуациях сигнала ($\rho_{jk}^c = 1$), нормированной ширине гауссовского спектра помехи $\beta_n = 0,05$, $\lambda = 10^{-4}$, $F = 10^{-3}$ и $D = 0,7$. Погрешности автокомпенсации полагаем несущественными ($\sigma_{\psi}^2 \approx 0$). При $m = 2$ и 3 оба критерия приводят к близким значениям весовых коэффициентов и практически равноценной эффективности РФ. При $m = 4$ оптимальные по энергетическому критерию весовые коэффициенты каскадно включенных звеньев 2-го порядка $a^{(1)} = 1,99$ и $a^{(2)} = -1,91$, что соответствует формированию полос режекции в каждом звене и приводит к уровню подавления коррелированной помехи ($\mu_n = 74,85$ дБ), существенно превышающему ее уровень по отношению к уровню шума на входе РФ ($\lambda^{-1} = 40$ дБ). При оптимизации по вероятностному критерию $a^{(1)} = -1,97$ и $a^{(2)} = -15,40$, а подавление помехи ($\mu_n = 40,57$ дБ) соответствует уровню λ^{-1} . С ростом m формирование полос режекции в каждом звене по энергетическому критерию приводит к еще большему подавлению помехи, в частности, при $m = 5$ $\mu_n = 90,97$ дБ.

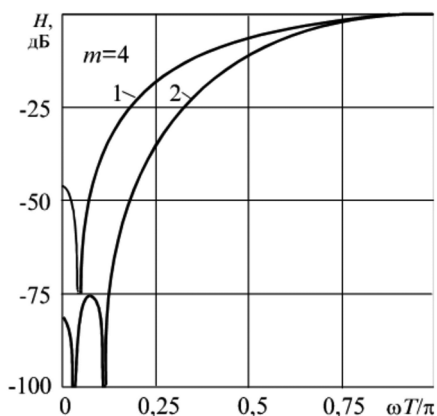


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики РФ

Оптимизация параметров РФ по вероятностному критерию приводит по сравнению с энергетическим критерием к выигрышам в пороговом отношении сигнал/помеха q для заданных вероятностей F и D при $m = 4$ около 10 дБ, а при $m = 5$ около 20 дБ. Заметим, что выбор порядка РФ m следует проводить для системы обработки в целом, т. е. с учетом последующего накопления остатков режектирования, что приводит к оптимизации m в зависимости от уровня λ и числа обрабатываемых отсчетов. Полученные выигрыши объ-

ясняются приведенными на рис. 1 АЧХ РФ, оптимизированного по вероятностному (кривая 1) и энергетическому (кривая 2) критериям.

Дополнительные степени свободы при $m \geq 4$ в сочетании с вероятностным критерием оптимизации позволяют сформировать полосу режекции из условия подавления помехи, соответствующего уровню λ^{-1} , при максимально возможной ширине полосы пропускания доплеровских частот, что и обуславливает столь существенные выигрыши в пороговом отношении сигнал/помеха.

Принципы адаптации РФ

В процессе адаптации РФ целесообразно использовать набор векторов $\mathbf{a} = \{a^{(l)}\}$, заранее оптимизированных по критерию (1) для различных параметров помехи и значений λ^{-1} и приводящих к подавлению помехи до уровня шума, т. е. $\mu_n = \lambda^{-1}$. Если учесть, что $\mu = (\mu_n^{-1} + \lambda)^{-1} = \lambda^{-1} / 2$, то для выбора оптимального вектора следует определять эмпирические величины $\hat{\mu}$ и $\hat{\lambda}^{-1}$. Запишем выражение для коэффициента μ в виде [5]

$$\mu = c P_n / P_{\text{пф}}, \quad (2)$$

где $c = \sum_{k=0}^m g_k^2$; P_n , $P_{\text{пф}}$ – мощности помехи на входе и выходе РФ.

Логарифмируя выражение (2) и переходя к оценочным значениям мощности помехи получим $\lg \hat{\mu} = \lg c + \lg \hat{P}_n - \lg \hat{P}_{\text{пф}}$. При этом отличие заданного значения $\lg \mu_0$ от эмпирического $\lg \hat{\mu}$ определяется ошибкой рассогласования

$$\xi = \lg \mu_0 - \lg \hat{\mu} = (\lg \mu_0 + \lg \hat{P}_{\text{пф}}) - (\lg c + \lg \hat{P}_n). \quad (3)$$

Структурная схема АРФ, реализующего данный принцип адаптации, приведена на рис. 2, где АК – автокомпенсатор доплеровской фазы помехи с прямой или обратной связью [6]; РФ-1, РФ-2 – нерекурсивные звенья 1-го и 2-го порядка. С помощью блоков объединения (БО), вычисляющих сумму квадратов проекций входных и выходных отсчетов, и накопителей (Н) определяются величины, пропорциональные входной и выходной мощности. После их логарифмирования в функциональных преобразователях (ФП) и алгебраического суммирования с величинами $\lg c$ и $\lg \mu_0$ согласно алгоритму (3) вычисляется сигнал ошибки ξ , поступающий в сглаживающий фильтр (СФ). В результате сглаживания ошибки ξ образуется управляющий сигнал, в соответствии с знаком и абсолютной величиной которого формирователь адреса (ФА) из группы векторов осуществляет выбор оптимального вектора \mathbf{a} , соответствующего заданным m и μ_0 . Одновременно осуществляется переключение поступающей от блока памяти (БП) величины $\lg c$. В конечном счете при любых параметрах помехи из априорно ожидаемого интервала выбирается вектор \mathbf{a} , при котором $\hat{\mu} = \mu_0$.

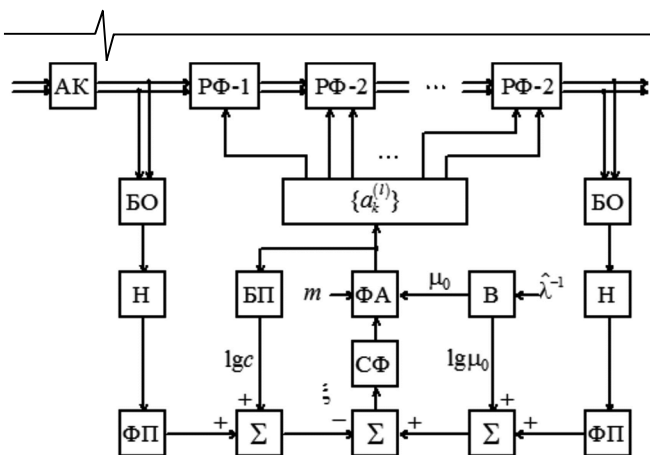


Рис. 2. Структурная схема АРФ

Управление порядком m осуществляется коммутацией коэффициента $a_1^{(l)} = -1$ в РФ-1 и коэффициентов $a_1^{(l)} = a^{(l)}$ и $a_2^{(l)} = 1$ в РФ-2. При выключении звена устанавливаются нулевые значения соответствующих весовых коэффициентов. Задаваемая вычислителем (В) величина $\mu_0 = \hat{\lambda}^{-1} / 2$. Оценка $\hat{\lambda}^{-1} = \hat{P}_n / \hat{P}_m$, где \hat{P}_n определяется непосредственно, а \hat{P}_m – также непосредственно на участках пространства, свободных от помехи, или косвенно по глубине автоматической регулировки усиления приемного устройства.

Заключение

Рассмотренный метод оптимизация двух и более параметров РФ высоких порядков по вероятностному критерию открывает новые возможности в повышении эффективности выделения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех, обеспечивая существенные выигрыши по сравнению с аналогичными результатами оптимизации РФ по энергетическому критерию. Предложенные принципы адаптации и построенная на их основе структурная схема адаптивного РФ позволяют реализовать соответствующую эффективность РФ вы-

соких порядков в условиях априорной неопределенности спектрально-корреляционных характеристик пассивных помех.

Литература

1. Skolnik M.I. Introduction to Radar System, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001. – 862 p.
2. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. – 924 p.
3. Melvin W. L., Scheer J.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Advanced Techniques. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013. – 846 p.
4. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. М.И. Скольника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. – М.: Техносфера, 2014. – 672 с.
5. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с комплексными весовыми коэффициентами // Вестник Концерна ПВО «Алмаз – Антей». – 2015. – № 2 (14). – С. 21-26.
6. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2009. – № 2. – С. 30-33.
7. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 4. – С. 32-37.
8. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа // Цифровая обработка сигналов. – 2016. – № 2. – С. 53-56.
9. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с действительными весовыми коэффициентами // Цифровая обработка сигналов. – 2017. – № 1. – С. 22-26.
10. Попов Д.И. Оптимизация нерекурсивных режекторных фильтров с частичной адаптацией // Цифровая обработка сигналов. – 2018. – № 1. – С. 28-32.
11. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
12. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 536 с.

Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

1. Текст – текстовый редактор Microsoft Word.
2. Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
3. Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
4. Название статьи на русском и английском языках.
5. Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

2) Требования к иллюстрациям:

1. Векторные (схемы, графики) – желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
2. Растровые (фотографии, рисунки) – М 1:1, разрешение не менее 300 dpi, формат tiff.

УДК 621.3.087.42

О НОВОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНКИ МОДУЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ

*Бартенев В.Г., профессор, д.т.н., МИРЭА – Российский технологический университет,
e-mail: bartenev_v@mirea.ru;*

Бартенев Г.В., аспирант АО ВНИИРТ;

Бауточко А.В., аспирант в/ч 15644.

ON THE NEW REPRESENTATION OF THE CORRELATION COEFFICIENT ESTIMATE DISTRIBUTION

Bartenev V.G., Bartenev G.V., Bautochko A.V.

A new representation is obtained for the distribution of the estimate of the modulus of the correlation coefficient, using the maximum likelihood method in the form of a finite sum. The properties of the new representation of the estimate of the maximum likelihood of the modulus of the correlation coefficient are investigated in comparison with the previously obtained distribution with an infinite series. An example of using a new formula to evaluate the efficiency of classifying discrete interfering reflections based on the inter-frequency correlation feature is given.

Key words: distribution of the estimate, maximum likelihood method, correlation coefficient, inter-frequency correlation.

Ключевые слова: плотность распределения, оценка максимального правдоподобия, коэффициент корреляции, двухчастотный коррелятор.

Введение

При анализе эффективности радиотехнических систем, в которых используется оценка максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции может возникнуть необходимость применять распределение этой оценки, например при анализе эффективности адаптивных обнаружителей [1] или систем классификации типов целей [2]. В работе [3] получено распределение такой оценки из распределения Уишарта, представленное в виде бесконечного ряда

$$\hat{W}(R) = \frac{2(1-\hat{R})^2 \hat{R}^{N-2}}{\Gamma(N)\Gamma(N-1)} \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\hat{R}\hat{R})^{2k} \Gamma^2(N+k)}{\Gamma^2(k+1)} \quad (1)$$

где R – модуль коэффициента корреляции, \hat{R} – его оценка максимального правдоподобия, N – число выборок наблюдения, $\Gamma(\cdot)$ – гамма функция.

К сожалению, сходимость ряда в (1) ухудшается по мере приближения истинного значения модуля коэффициента корреляции R и его оценки \hat{R} к единице, что заставляет применять рекуррентные схемы вычисления членов ряда и использования их большого числа. В частности, для расчетов плотности распре-

Получено выражение для плотности распределения оценки максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции, которое в отличие от ранее известного с бесконечным рядом содержит конечную сумму, что при малых выборках наблюдения, наиболее часто встречающихся на практике значительно снижает вычислительные затраты при анализе эффективности радиотехнических систем. Приведен пример использования полученного выражения для расчета вероятности правильной и ошибочной классификации двухчастотного коррелятора.

ления (1) удобно пользоваться таким рекуррентным соотношением

$$\hat{W}(R) = \frac{2(1-\hat{R})^2 \hat{R}^{N-2}}{\Gamma(N)\Gamma(N-1)} \sum_{k=0}^{\infty} P_k, \quad (2)$$

где $P_0 = \Gamma^2(N)$, $P_{k+1} = P_k (\hat{R}\hat{R})^2 (N+k)^2 / (k+1)^2$.

На рис. 1-3 показаны результаты расчета плотности распределения (1) при $R = 0,8$ и $R = 0,95$ для $N = 4,8$ и $N = 16$ с рекуррентной формулой (2) и без нее для бесконечного ряда, соответственно кружочками и крестиками. Число членов ряда для рекуррентной формулы было 1500, без рекуррентности максимально возможное 60. Из графиков следует, что до $R < 0,8$ можно пользоваться формулой (1) на прямую. Ограничение на использование формулы (1) без рекуррентного расчета накладывает и увеличение N .

Тем не менее, попытка получить распределение (1) в виде конечной суммы была предпринята.

Если внимательно проанализировать бесконечный ряд в выражении для плотности распределения оценки модуля коэффициента корреляции в (1), то можно заметить, что поскольку $(\hat{R}\hat{R})^{2k} < 1$, то сумму бесконечного ряда можно рассматривать в виде убывающей геомет-

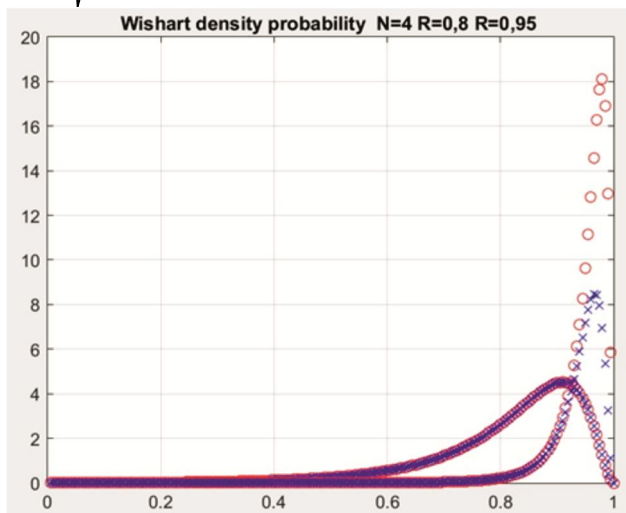


Рис. 1. Графики плотности вероятности для $R = 0,8$ и $R = 0,95$ при $N = 4$ с кружочками для рекуррентного расчета и с крестиками без рекуррентности

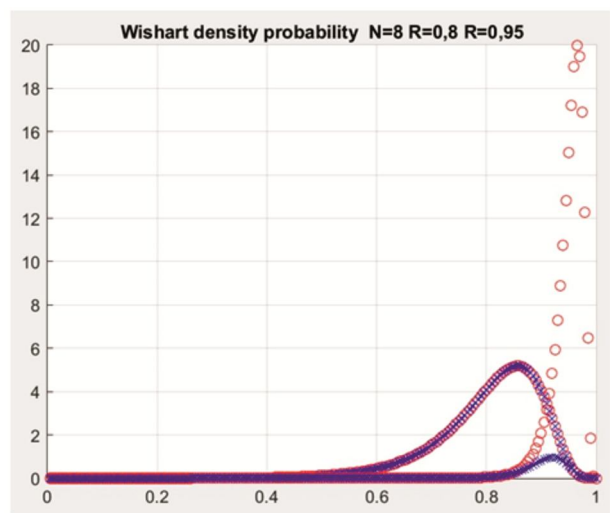


Рис. 2. Графики плотности вероятности для $R = 0,8$ и $R = 0,95$ при $N = 8$ с кружочками для рекуррентного расчета и с крестиками без рекуррентности

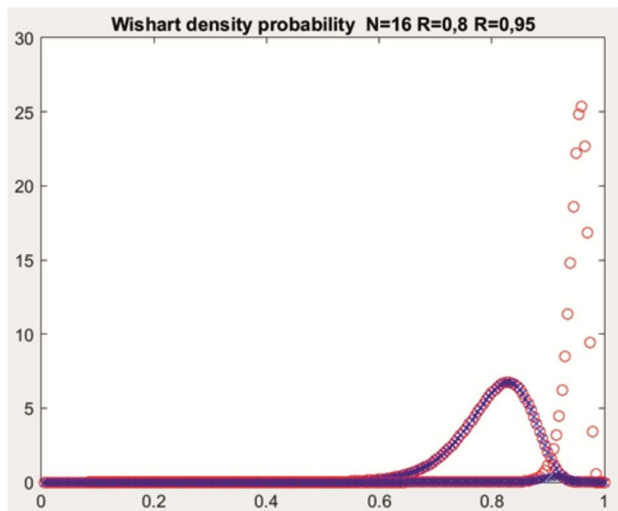


Рис. 3. Графики плотности вероятности для $R = 0,8$ и $R = 0,95$ при $N = 16$ с кружочками для рекуррентного расчета и с крестиками без рекуррентности

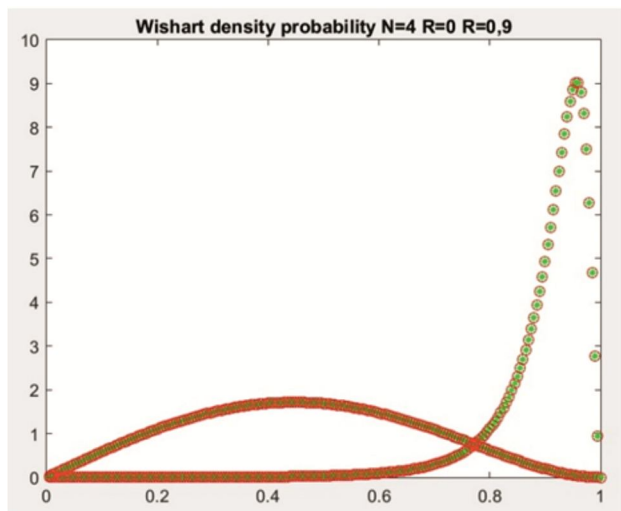


Рис. 4. Графики плотности вероятности для $R = 0$ и $R = 0,9$ при $N = 4$ с кружочками для рекуррентного расчета и со звездочками для конечной суммы

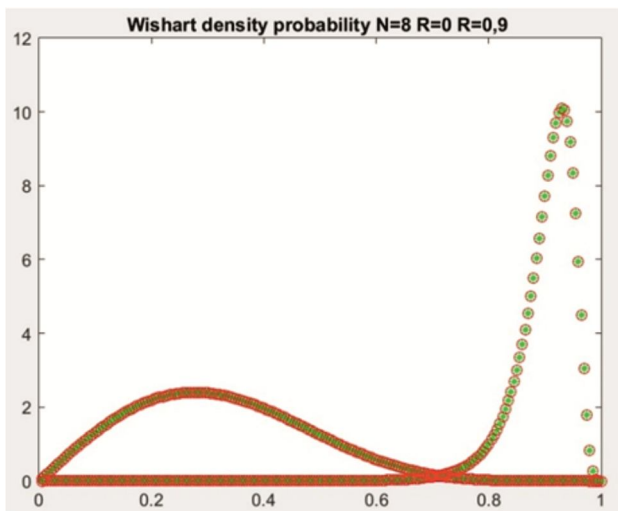


Рис. 5. Графики плотности вероятности для $R = 0$ и $R = 0,9$ при $N = 8$ с кружочками для рекуррентного расчета и со звездочками для конечной суммы

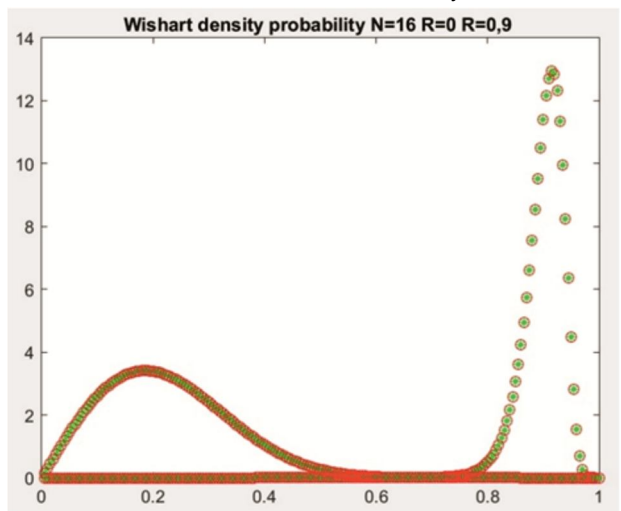


Рис. 6. Графики плотности вероятности для $R = 0$ и $R = 0,9$ при $N = 16$ с кружочками для рекуррентного расчета и со звездочками для конечной суммы

рической прогрессии, что дает после небольших преобразований новое выражение для плотности распределения с конечной суммой ряда

$$W(\hat{R}) = 2(N-1)(1-\hat{R}^2)^{N-2} \hat{R}(1-R^2)^N \times \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(\hat{R}R)^{2k} \Gamma(N+k)}{(1-\hat{R}^2 R^2)^{N+k} \Gamma(N-k)^2 (k+1)} \quad (3)$$

Естественно возникает вопрос насколько совпадают расчеты по формуле с бесконечным рядом (1) и по полученной формуле с конечным рядом (3).

На рис. 4, 5, 6 представлены графики плотности распределения для двух значений исходных коэффициентов корреляции $R = 0$ и $R = 0,95$ для $N = 4, 8, 16$. Не трудно видеть, что графики полностью совпадают. Расчет плотности распределения по формуле (1) производился по рекуррентной схеме и потребовал 1500 членов ряда.

А теперь попробуем применить полученную формулу (3) для оценки эффективности классификации дискретных мешающих отражений по межчастотному корреляционному признаку. Такой способ описан в [4, 5].

Напомню принцип классификации целей по межчастотному коэффициенту корреляции или лучше сказать по их продольному размеру. Для того чтобы различить класс летательных аппаратов с малым продольным размером (с высоким межчастотным коэффициентом корреляции) от класса дискретных мешающих объектов, имеющих значительно большие размеры (межчастотный коэффициент корреляции близок к нулю) достаточно выбрать соответствующий разнос несущих частот. И тогда сравнивая оценку межчастотного коэффициента корреляции с порогом при его не превышении сформировать корреляционный признак отраженного сигнала, который может принадлежать к сигналам целеподобных мешающих отражений, которые могут быть бланкированы. Для формирования оценки межчастотного коэффициента корреляции лучше всего применить оценку максимального правдоподобия модуля коэффициента кор-

реляции, плотность распределения которой и описывается формулой (1) или (3). Алгоритм оценки максимального правдоподобия для модуля межчастотного коэффициента корреляции такой [6]

$$r = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{1i}) \text{Re}(Z_{2i}) + \text{Im}(Z_{1i}) \text{Re}(Z_{2i});$$

$$s = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{2i}) \text{Re}(Z_{1i}) + \text{Im}(Z_{2i}) \text{Re}(Z_{1i});$$

$$z1 = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{1i}) \text{Re}(Z_{1i}) + \text{Im}(Z_{1i}) \text{Im}(Z_{1i});$$

$$z2 = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{2i}) \text{Re}(Z_{2i}) + \text{Im}(Z_{2i}) \text{Im}(Z_{2i}),$$

где Z_{1i} и Z_{2i} – комплексные выборки N наблюдений на первой и второй несущей частоте. Тогда оценка межчастотного коэффициента корреляции может быть вычислена по следующей формуле:

$$\hat{R}(\Delta F) = \frac{\sqrt{r^2 + s^2}}{\sqrt{z1z2}} \leq R_{\text{ПОР}}$$

Таким образом, наша задача проинтегрировать выражение (3) от нуля до $R_{\text{ПОР}}$ и для $R = 0$ получить вероятность правильной классификации мешающих целеподобных мешающих отражений, а для $R = 0,7$ вероятность ошибочной классификации (т.е., например, если самолет классифицируется, как мешающее отражение).

На рис. 7, 8 и 9 приведены вероятности правильной и ошибочной классификации для $N = 4, 8, 16$ красной линией. Уже при $N > 8$ для порога равного 0,5 получается вероятность правильной классификации больше 0,9 при вероятности ошибочной классификации меньше 0,1.

Для верификации полученных результатов было проведено моделирование данного классификатора в системе Матлаб. Результаты моделирования на рис. 7, 8, 9 представлены точками. Они подтверждают совпадение моделирования и аналитические расчеты и, главное, корректность формулы (3).

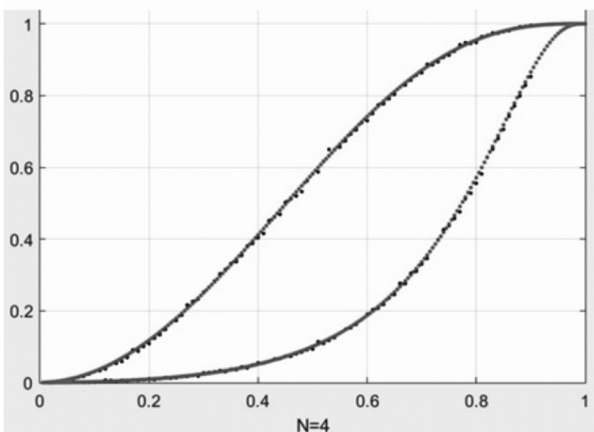


Рис. 7. Графики вероятности правильной классификации для $R = 0$ (слева) и ошибочной классификации для $R = 0,7$ (справа) при $N = 4$, красным аналитика, точками моделирование

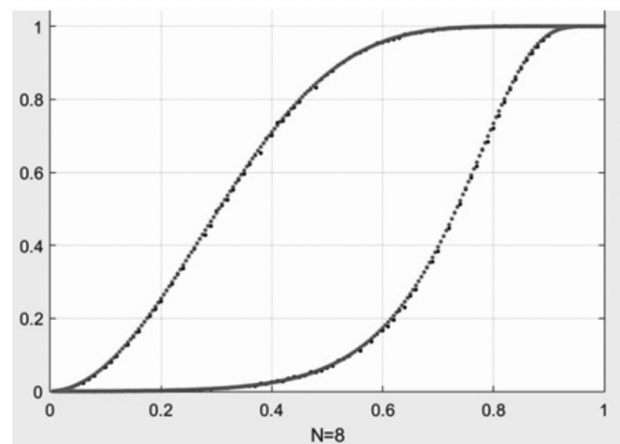


Рис. 8. Графики вероятности правильной классификации для $R = 0$ (слева) и ошибочной классификации для $R = 0,7$ (справа) при $N = 8$, красным аналитика, точками моделирование

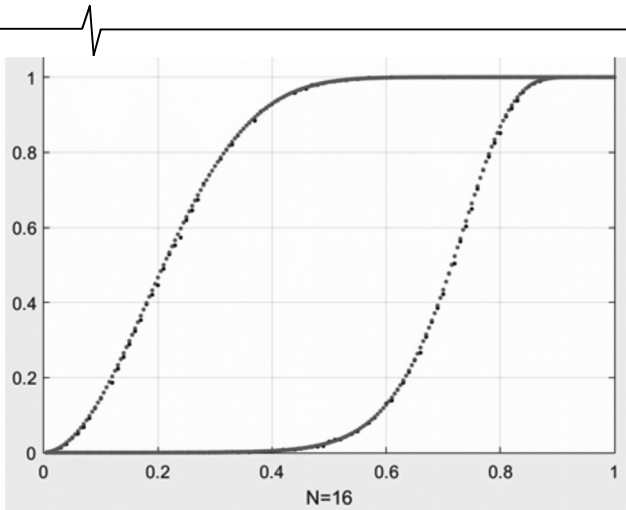


Рис. 9. Графики вероятности правильной классификации для $R = 0$ (слева) и ошибочной классификации для $R = 0,7$ (справа) при $N = 16$, красным аналитика, точками моделирование

Литература

1. Бартенев В.Г. Квазиоптимальные адаптивные алгоритмы обнаружения сигналов // Современная электроника. 2011. № 2, С. 70-73.
2. Бартенев В.Г. Радиолокационные отражения от ясного неба вынуждают улучшать параметры РЛС // Современная электроника. 2014. № 7, С.18-20.
3. Бартенев В.Г. Применение распределения Уишарта для анализа эффективности адаптивных систем СДЦ // Радиотехника и электроника. 1981. Т. XXVI, № 2, С. 356-361.
4. Бартенев В.Г. Способ классификации и бланкирования дискретных помех. Патент № 2710894 по заявке № 2018134712 зарегистрирован в Государственном реестре РФ 14.01.2020.
5. Бартенев В.Г. Об использовании трех сигнальных признаков для классификации и бланкирования дискретных мешающих отражений // Цифровая обработка сигналов. 2020. № 4. С. 54-57.
6. Бартенев В.Г. Модельно-ориентированное проектирование программируемых радиотехнических устройств. Практический курс // Горячая линия-Телеком, М., 2019, С. 48-64.



МИНСБРАНУКИ



Всероссийская конференция «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ» (СТОС-2021)

27 октября – 29 октября 2021 г. Москва

All-Russian conference

«MODERN TECHNOLOGIES OF SIGNAL PROCESSING» (STOS-2021)

Уважаемые коллеги!

ПРИГЛАШАЕМ ВАС ПРИНЯТЬ УЧАСТИЕ В РАБОТЕ КОНФЕРЕНЦИИ

ОРГАНИЗАТОРЫ:

- Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
- Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова

- Министерство образования и науки Российской Федерации
- Московский технический университет связи и информатики

ПРИ УЧАСТИИ:

- Федеральное агентство по промышленности РФ
- ОАО «Концерн радиостроения «Вега»
- ОАО «Концерн «Созвездие»
- ФГУП «НИИР»
- Владимирский государственный университет
- Московский авиационный институт
- Балтийский федеральный университет им. И. Канта
- Военная академия РВСН им. Петра Великого
- Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
- Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина

- Московский энергетический институт
- Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. А.М. Бонч-Бруевича
- Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
- Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
- Тульский государственный университет
- Ульяновский государственный технический университет
- Ярославский государственный университет

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Председатель: академик РАН Гуляев Юрий Васильевич; **Заместитель Председателя:** академик РАН Фёдоров И.Б.

Члены комитета: академик РАН Бугаев А.С., член-корр. РАН Зубарев Ю.Б., академик РАН Каляев И.А.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ:

Председатель: член-корреспондент РАН Черепенин Владимир Алексеевич

Заместитель Председателя: д.т.н., проф. Витязев Владимир Викторович

Сопредседатели: д.т.н., проф. Аджемов А.С., д.т.н., проф. Цимбал В.А.

Члены Оргкомитета:

доц. Алёшин В.С., проф. Акиншин Н.С., проф. Брюханов Ю.А., проф. Васильев К.К., проф. Калошин В.А., проф. Мамон Ю.И., проф. Митрофанов Д.Г., проф. Пахотин В.А., проф. Постников И.И., доц. Самсонов Г.А., проф. Сперанский В.С., проф. Степанов С.Н., проф. Чиров Д.С., проф. Ямпурин Н.П.

ПАМЯТИ

Юрия Казимировича Трофимова



На 85 году жизни после тяжелой болезни 28 марта 2021 года ушел из жизни один из ведущих специалистов Отрасли Связь, кандидат технических наук, академик Международной Академии Связи, Заслуженный Работник Связи Российской Федерации, Лауреат премии Правительства РФ за работы по развитию сетей подвижной связи в нашей стране, ветеран Научно-исследовательского института Радио, Юрий Казимирович Трофимов.

Юрий Казимирович поступил на работу в НИИР в 1959 г., сразу после окончания Московского электротехнического института связи. Он проработал в этом институте всю свою жизнь – его активная созидательная деятельность продолжалась 62 года. В жизни Юрия Казимировича можно выделить три этапа.

С самого начала своей работы в НИИР он принял активное участие в разработке вокодеров – специальных устройств кодирования речи, которые сегодня широко используются во многих системах связи. Этим научным направлением в НИИР занимался известный российский ученый профессор А.А. Пирогов, предложивший в 1957 г. принципиально новый метод кодирования речи – гармонический вокодер. Такой вокодер почти на четыре десятилетия стал основой всех исследований и разработок лаборатории. А.А. Пирогов привлек к этим исследованиям в своей лаборатории коллектив талантливых учеников, к числу которых относился и Ю.К. Трофимов.

Участвуя в этих работах, Ю.К. Трофимов предложил оригинальный метод представления спектра речевого сигнала ортогональными функциями вида $\sin(nx)/\sin(x)$, который существенно упростил передачу по каналам связи вокодерных сигналов в цифровой форме. Исследование этого метода стало темой его кандидатской диссертации, успешная защита которой состоялась в 1970 году. Крупные разработки в этой области с участием Ю.К. Трофимова были выполнены в НИИР в 1970-е годы, в частности была создана спутниковая телеграфная и вокодерная линия связи Москва-Гавана, а также вокодер для передачи речи в цифровой форме со скоростью 1,8 кбит/с для связи с Землей участников планируемой в те годы советской лунной экспедиции, а также вокодер на скорость передачи речи 4,8 кбит/с для специальных систем связи.

Коллективом специалистов с участием Ю.К. Трофимова была написана под ред. профессора А.А. Пирогова монография «Вокодерная телефония. Методы и проблемы», опубликованная в 1974 г. издательством «Связь».

Второй этап деятельности Ю.К. Трофимова связан с разработкой специальных спутниковых систем связи с высокой помехозащищённостью. В начале 1980-х годов под руководством Ю.К. Трофимова была создана аппаратура спутниковой связи с шумоподобными сигналами «ШАР», в которой использовались активные корреляторы с расширенной полосой, помехоустойчивые кодеки и устройство обнаружения и подавления узкополосных помех. Эта система обеспечивала передачу потоков телеграфной и вокодерной информации со скоростями до 2400 бит/с в полосе частот 1,6 МГц при отношении сигнал/шум на входе приёмника минус 10 дБ. В специальном, так называемом «свёрнутом», режиме формировался канал со скоростью 600 бит/с, функционирующий с заданным качеством при отношении сигнал/шум минус 16 дБ.

Третий самый длительный этап деятельности Ю.К. Трофимова связан с развитием в России современных систем сотовой подвижной связи. В 1987 году он возглавил в НИИР научный отдел подвижной связи, основное направление деятельности которого, было связано с развёртыванием в России в первой половине 90-х годов систем подвижной связи, с разработкой генеральных схем и многих нормативных

документов, направленных на создание условий для развития в России сетей подвижной связи различных стандартов. Этим отделом он руководил почти 20 лет.

Под руководством Юрия Казимировича была разработана Концепция создания и развития сотовых сетей подвижной связи в РФ и, кроме того, в 1994 ... 2009 г.г. им в НИИР была организована и проведена массовая сертификация разного оборудования, на котором в РФ были развернуты многочисленные сети сотовой и транкинговой подвижной связи. Его значительный вклад в создание в России сотовой связи был отмечен присуждением ему в составе творческого коллектива в 2003 г. звания Лауреата премии Правительства РФ.

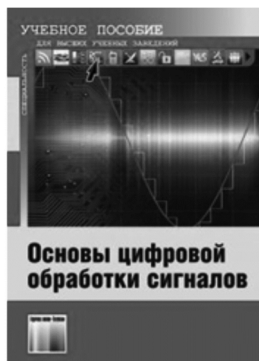
В эти же годы Ю.К. Трофимов активно участвует в работе Исследовательских Комиссий (ИК) Международного Союза Электросвязи (МСЭ), занимающейся проблемами подвижной связи, представляя интересы Администрации связи Российской Федерации. Являясь авторитетным экспертом в области подвижной связи и пользуясь большим авторитетом среди коллег в МСЭ, он в 2008 году был избран на пост Вице-председателя рабочей группы перспективных систем сотовой связи IMT-2000 и последующих систем.

Как ветеран НИИР Ю.К. Трофимов принял участие в издании книги «Создание современных систем радиосвязи и телерадиовещания в России. Разработки и исследования Научно-исследовательского института Радио», опубликованной в издательстве ЛКИ в 2008 г. в этой книге были отражены научные и технические достижения специалистов НИИР, начиная с 1949 г. – времени основания НИИР.

Юрий Казимирович был не только крупным специалистом, автором ряда научных статей и изобретений, посвященных методам обработки сигналов, а также современным технологиям передачи сообщений в системах ММО, но и высококультурным и исключительно добрым человеком. Он пользовался заслуженным уважением отечественных и зарубежных коллег, имел много друзей. В Отрасли Связь им лично было многое сделано для развития современных систем подвижной связи в нашей стране.

Светлая память о замечательном человеке – Юрии Казимировиче Трофимове навсегда останется в сердцах его коллег и друзей.

НОВЫЕ КНИГИ



Ремизов С.Л., Рясный Ю.В., Дежина Е.В., Черных Ю.С.

Основы цифровой обработки сигналов / Учебное пособие для вузов - М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2019 г. – 492 с.: ил.

Рекомендовано Научно-методическим советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ) в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлениям 11.00.00 – «Электроника, радиотехника и системы связи», 10.00.00 – «Информационная безопасность».

Изложены основы теории дискретных сигналов и цепей, линейной дискретной обработки сигналов, приведены краткие сведения из области аналоговых цепей и сигналов, необходимые для более глубокого понимания изложенного материала. Рассмотрены цифровые избирательные фильтры и методы их проектирования, значительное внимание уделено КИХ-фильтрам с линейной фазой, поскольку они являются основой разработки избирательных фильтров с конечной импульсной характеристикой. Даны основы теории адаптивной обработки сигналов и рассмотрены вопросы её применения для моделирования и идентификации систем, для коррекции передаточных и частотных характеристик.

Для студентов, обучающихся по направлениям 11.00.00 – «Электроника, радиотехника и системы связи», 10.00.00 – «Информационная безопасность» при изучении курса «Основы цифровой обработки сигналов». Будет полезно читателям, самостоятельно изучающим курс цифровой обработки сигналов.



Витязев В.В.

Многоскоростная обработка сигналов - М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2017 г. – 336 с.: ил.

Рассмотрена эволюция теории и технологий многоскоростной обработки сигналов в период с начала 70-х гг. прошлого столетия до наших дней с позиции вклада, который внесли в их развитие работы российских ученых и специалистов в области цифровых информационных технологий реального времени. Описаны методы и алгоритмы многоступенчатой и многокаскадной реализаций цифровых узкополосных фильтров и банков цифровых фильтров на основе эффектов прореживания по времени (децимация во временной области) и по частоте (децимация в частотной области).

Приведена методика оптимизации параметров многоступенчатых и многокаскадных структур цифровых полосовых фильтров. Построение оптимальных структур и расчет параметров фильтров частотной селекции иллюстрируется многочисленными примерами.

Для специалистов, научных работников, преподавателей вузов, аспирантов; будет полезна студентам информационных и инфокоммуникационных направлений подготовки.