

ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ С ВЫСОКОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ (ЧАСТЬ 1)

Быховский М.А., доктор технических наук, профессор МТУСИ, e-mail: bykhmark@gmail.com.

POSSIBILITIES OF CREATING HIGH-SPEED COMMUNICATION SYSTEMS WITH HIGH SPECTRAL AND ENERGY EFFICIENCY (PART 1)

Bykhovskiy M.

In this paper, we studied the spectral (SE) and energy (EE) efficiency of two different high-speed communication systems designed to transmit messages with a high specific speed $R_f \geq 1$.

In the first of them, two-dimensional signals with Quadrature Amplitude Modulation (QAM) are used to transmit messages over the communication channel, and error correction codes (ECCs) with the maximum achievable code distance (MACD). MACD codes include Reed-Solomon (RS) codes or similar low-density parity-check codes (LDPC).

It is shown that with the optimal choice of its parameters - the mode of demodulation of signals from QAM and ECC, it is possible to create a communication system that will have sufficiently high EE and SE. The study showed that relative to the «ideal» communication system, its SE (μ_s) and EE (μ_{en}) with a rational choice of parameters will be, respectively, $\mu_s = 0,87$ and $\mu_{en} = -2...-5$ dB for $3 \leq R_f \leq 10$ bit/sec·Hz. Another ECC system is also considered, in which multidimensional optimal signal ensembles (ES) are used, which have a relatively small normalized duration.

A communication system was also investigated in which N-dimensional optimal ES are used for signal transmission, and ECCs are not used. It is shown that with a sufficiently long normalized signal duration of such an ES, it can provide high reliability of communication with high SE and EE coefficients ($\mu_s = 1$ and $\mu_{en} \cong 0$), i.e. the characteristics of such a system are close to those of the «ideal» Shannon system.

Key words: High-speed communication systems, signal transmission methods, spectral and energy efficiency, error correction codes.

Ключевые слова: Высокоскоростные системы связи, методы передачи сигналов, спектральная и энергетическая эффективность, помехоустойчивые коды.

Введение

Одним из важных этапов разработки систем связи является рациональный выбор для них ансамбля сигналов (АС), с помощью которого по каналу связи будет осуществляться передача сообщений, а также помехоустойчивого кода (ПК), исправляющего ошибки, возникшие при демодуляции сигналов. Критерием оценки качества создаваемой системы связи, предложенным Шенноном [1], являются два важных параметра – ее энергетическая и спектральная эффективность (ЭЭ и СЭ) по отношению к системе, названной им «идеальной». «Идеальная» система связи Шеннона обеспечивает абсолютную надежность передаваемых сообщений и ее характеристики являются предельно возможными.

Шеннон доказал теорему о пропускной способности канала связи, в котором прием сигналов осуществляется на фоне белого гауссовского шума [1]. В ней установлено, что в таком канале максимально возможная удельная скорость передачи сообщений равна $R_{f \max} = \log_2(1 + \rho_{b0} R_{f \max})$ (бит/сек·Гц). Эта формула, представленная в виде

В данной работе выполнено исследование спектральной (СЭ) и энергетической (ЭЭ) эффективности двух разных высокоскоростных систем связи, предназначенных для передачи сообщений с высокой удельной скоростью $R_f \geq 1$. В первой из них для передачи сообщений по каналу связи применяются двумерные сигналы с квадратурно-амплитудной модуляцией (QAM), а для исправления ошибок, возникающих при демодуляции этих сигналов, применяются помехоустойчивые коды (ПК) с максимально достижимым кодовым расстоянием (МДР). К кодам МДР относятся коды Рида-Соломона (RS) или близкие к ним или низкоплотностные коды (LDPC). Показано, что при оптимальном выборе ее параметров – режима демодуляции сигналов с QAM и ПК, можно создать систему связи, которая будет иметь достаточно высокие ЭЭ и СЭ. Исследование показало, что относительно «идеальной» системы связи ее СЭ (μ_s) и ЭЭ (μ_{en}) при рациональном выборе параметров будут составлять, соответственно, $\mu_s = 0,87$ и $\mu_{en} = -2...-5$ дБ для $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц. Рассмотрена также и другая система с ПК, в которой применяются многомерные оптимальные ансамбли сигналов (АС), имеющие сравнительно небольшую нормированную длительность.

Исследована система также связи, в которой для передачи сигналов используются «мерные» оптимальные АС, а ПК не применяются. Показано, что при достаточно большой нормированной длительности сигналов такого АС, в ней может быть обеспечена высокая надежность связи высокие коэффициенты ЭЭ и СЭ ($\mu_s = 1$ и $\mu_{en} \cong 0$), т.е. характеристики такой системы близки к характеристикам «идеальной» системы Шеннона.

$$\rho_{b0} = (2^{R_{f\max}} - 1) / R_{f\max}, \quad (1)$$

определяет значение ρ_{b0} – минимально возможное значение отношения сигнал/шум, приходящееся на один бит переданного сообщения, которое необходимо обеспечить на входе демодулятора, чтобы прием осуществлялся с высокой надежностью, определяемой вероятностью ошибки приема сообщений $p_b(R_f, \rho_b)$.

Шеннон показал [2], что в «идеальной» системе связи для передачи сообщений должны применяться N -мерные сигналы, нормированная длительность которых должна быть очень большой: $N/2 = (FT)$ (здесь F – полоса частот канала связи, T – длительность сигналов). При $(FT) \rightarrow \infty$ (сигналы в ней могут быть переданы с абсолютной надежностью, т.е. вероятность ошибки при их демодуляции может быть сделана весьма малой ($p_b(R_f, \rho_b) \rightarrow 0$)).

Следует отметить, что высокая помехоустойчивость такой системы связана с тем [2, 3], что в ней для передачи сообщений применяются оптимальные поверхностно- или объемно-сферические ансамбли сигналов (АС), у которых при $\rho_f = const$ и $\rho_{b0} = const$ минимальное евклидово расстояние (d) между сигналами оптимального АС в N -мерном евклидовом пространстве увеличивается с ростом N ($d \rightarrow \infty$ при $N \rightarrow \infty$) и за счет этого повышается надежность приема сообщений. Поэтому при применении в такой системе оптимальных АС при $N \gg 1$ отпадает необходимость использования помехоустойчивых кодов (ПК). В [3] подробно рассмотрены вопросы, связанные с построением многомерных АС, их модуляцией и демодуляцией, а также даны оценки их энергетической и спектральной эффективности. Показано, что сложность их демодуляции увеличивается примерно линейно с увеличением их нормированной длительности.

В современных системах связи применяются, в основном, двумерные АС, такие, например, как M -позиционные сигналы с квадратурно-амплитудной модуляцией М-QAM (Quadrature Amplitude Modulation) и амплитудно-фазовой манипуляцией М-APSK (Amplitude Phase Shift Keying) [3]. Сигналы, принадлежащие этим АС, отличаются друг от друга, в основном, своим пик-фактором, а ЭЭ и СЭ систем связи, в которых они используются совместно с ПК, примерно одинаковы.

Модуляция и демодуляция сигналов с QAM осуществляется достаточно просто [3]. Однако для того, чтобы обеспечить требуемую надежность связи при их использовании без применения ПК необходимо на входе демодулятора иметь весьма высокое отношение сигнал/шум ρ_b . Это значение существенно превышает минимально необходимое ($\rho_b \gg \rho_{b0}$) и энергетическая эффективность таких систем, определяемая коэффициентом $\mu_{en} = 10 \lg(\rho_{b0} / \rho_b) \leq 0$ (дБ), оказывается весьма низкой. Коэффициент μ_{en} определяет энергетические потери (ЭП) конкретной системы связи относительно «идеальной». Для того, чтобы приблизить μ_{en} к предельному значению $\mu_{en} = 0$ при обеспечении задан-

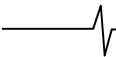
ного качества приема сигналов, необходимо, чтобы отношение сигнал/шум сигналов QAM, поступающих на вход демодулятора, имело бы значение, лишь незначительно превышающее ρ_{b0} . При этом в цифровой последовательности символов, формируемой на выходе демодулятора, с достаточно высокой вероятностью возникают ошибки, для исправления которых требуется применение ПК. Следует отметить, что при использовании ПК, в котором, помимо информационных символов, включены и избыточные, снижается общая удельная скорость передачи сообщений в канале связи или, что тоже самое, уменьшается СЭ системы связи. Спектральная эффективность определяется коэффициентом $\mu_s = (R_0 / R_f) \leq 1$, где $R_0 = R_f R_c$ – удельная скорость передачи информационных символов в системе связи с учетом того, что в ней применяется ПК с кодовой скоростью, равной $R_c \leq 1$. Уменьшение СЭ при применении ПК влечет за собой, как будет показано ниже, уменьшение коэффициента μ_{en} , определяющего ЭЭ системы связи.

Излагаемая в статье методика оценки СЭ и ЭЭ систем связи с ПК применима для любых видов ансамблей сигналов. Однако приведенные ниже расчеты относятся к системам связи, в которых для передачи сообщений по каналу связи используются АС с М-QAM и ПК с МДР – кодов с максимальным значением минимального расстояния Хэмминга между кодовыми комбинациями (КК). У таких кодов N_q – длина КК кода, определяемая общим количеством содержащихся в ней 2^q -ичных символов, k – количество информационных символов в КК и t – количество исправляемых в КК ошибок связаны соотношением Синглтона: $2t = (N_q - k)$ [4]. Если учесть, что кодовая скорость равна $R_c = (k / N_q) \leq 1$, то это соотношение может быть записано в следующем виде: $\hat{t} = 0,5 \cdot (1 - R_c)$, где $\hat{t} = (t / N_q)$.

Нормированное минимальное расстояние Хэмминга между разными КК у таких кодов равно $d_c = (d_c / N_q) \cong (1 - R_c)$. При $R_c = const$ величина d_c увеличивается пропорционально увеличению длины кода N_q . В этом отношении класс кодов с МДР аналогичен оптимальным N -мерным аналоговым АС, у которых минимальное нормированное евклидово расстояние между сигналами в оптимальном АС увеличивается с увеличением N .

К кодам с МДР относятся коды Рида-Соломона (RS), у которых параметры N_q , k , q и d_c связаны соотношениями $N_q = (2^q - 1)$, $k = (2^q - d_c)$ [4]. Кодовая комбинация (КК) таких кодов представляет собой последовательность 2^q -ичных символов, каждый из которых эквивалентен последовательности из q двоичных символов, т.е. один 2^q -ичный символ может принимать 2^q разных значений. Длина КК таких кодов, выраженная в количестве имеющихся в ней двоичных символов, равна $N_b = qN_q$.

К другим кодам, у которых зависимость $R_c(\hat{d}_c)$ лежит



в области, ограниченной границами Басальго-Элайеса и Варшавова-Гильберта (области «хороших» кодов с точки зрения возможности исправления большого количества ошибок в КК), являются предложенные Галлагером низкоплотностные коды (LDPC – Low-density parity-check code). Для этих кодов в [5] получена зависимость $R_c(\hat{d}_c)$, которая достаточно точно аппроксимируется формулой: $R_c(\hat{d}_c) = (1 - \hat{d}_c)(1 - \alpha_q \hat{d}_c)$, где $\alpha_6 = 0,729$; $\alpha_8 = 0,536$ и $\alpha_{10} = 0,424$. Отметим, что для высоких кодовых скоростей ($R_c \geq 0,85$ и $\hat{d}_c \leq 0,25$) для $q = 10$ зависимость $R_c(\hat{d}_c)$ для кодов LDPC близка к границе Синглтона.

В данной статье представлена методика анализа СЭ и ЭЭ высокоскоростных систем связи, в которых сообщения по каналу связи передаются с помощью 2^q -ичных ПК и применяются сигналы с 2^q -QAM. Эта методика применима и к случаю, когда сообщения передаются с помощью двоичных ПК. При этом, как показано в [3], следует учесть установленное Л.М. Финком простое правило пересчета вероятности ошибки приема одного символа с 2^q -QAM в вероятность ошибки приема одного двоичного символа.

Эта методика позволяет определить зависимость СЭ и ЭЭ от удельной скорости передачи сообщений по каналу связи, равной $R_f = q$ бит/сек·Гц, R_c – кодовой скорости ПК и N_q – длины КК. Кроме того, при расчетах в [6, 7] принято, что параметры анализируемых систем выбраны так, что выполняются требования надежности связи, определяемые Рекомендациями Международного союза электросвязи (в статье выполнены расчеты для случая, когда требуется, чтобы система связи обеспечивала вероятность ошибки $p_{ip} = 10^{-7}$ при приеме пакета данных, содержащего 188 байт).

Показано, что при оптимальном выборе параметров системы связи – режима модуляции сигналов с M-QAM, кодовой скорости ПК и длины КК, можно создать систему, которая будет иметь достаточно высокие ЭЭ и СЭ, обеспечивая требуемые значения надежности связи и удельной скорости передачи сообщений. Исследование показало, что СЭ и ЭЭ системы связи с ПК при рациональном выборе ее параметров будут составлять, соответственно, $\mu_s = 0,87$ и $\mu_{en} = -2 \dots -5$ дБ для $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц.

В статье определены также СЭ и ЭЭ системы связи, в которой для передачи сигналов используются N -мерные оптимальные АС, а ПК не применяются. Показано, что при достаточно большой нормированной длительности сигналов такого АС, в ней может быть обеспечена требуемая надежность связи и высокие коэффициенты ЭЭ и СЭ ($\mu_s = 1$ и $\mu_{en} \cong 0$), т.е. характеристики такой системы близки к «идеальной» системе Шеннона. Кроме того, показано, что при заданных значениях удельной скорости передачи сообщений и надежности связи в такой системе нормированная длительность передачи сигналов такого АС существенно меньше длины КК в системе связи, в которой применяются ПК.

Следует отметить, что в [8] также был выполнен анализ эффективности применения ПК в системах связи, подобный исследованию данной работы. В ней дано также сравнение этих систем с «идеальной» системой Шеннона. Однако, в [8] рассматривались только низкоскоростные системы связи, у которых $R_f = 1$ бит/сек·Гц, и результаты этой работы не могут быть распространены на высокоскоростные системы, рассмотренные в данной работе. В [9] даны оценки вероятности приема оптимальных N -мерных АС, уточняющие оценки, полученные ранее в [2], а также в ряде более поздних работ. В качестве иллюстрации в [9] рассмотрен один пример, относящийся к применению этих оценок к случаю, когда для передачи сообщений применяется конкретный код LDPC. В опубликованных работах (например, [6, 7] и др.) для оценки надежности передачи сообщений с использованием ПК и двумерных АС (M-QAM и M-APSK) применяется метод математического моделирования.

Вероятность ошибки при приеме сигналов с QAM и с оптимальными многомерными АС с конечной длительностью

В данном разделе проводится оценка вероятности ошибки при приеме сигналов для систем связи, в которых применяются сигналы QAM и оптимальные многомерные АС. Как показано Шенноном [2], к оптимальным многомерным АС относятся те, у которых координаты сигнальных точек, соответствующих сигналам, входящим в АС, лежат внутри или на поверхности многомерной сферы. В оптимальных по Шеннону АС обеспечивается максимально возможное значение минимального евклидова расстояния между любыми двумя сигналами, входящими в АС. В этом отношении они подобны помехоустойчивым кодам с МДР.

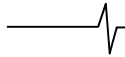
Ниже приведены формулы, позволяющие определить значение ρ_b – отношения сигнал/шум на входе демодулятора, приходящегося на один принятый бит при определенном значении p_q – вероятности ошибки одного 2^q -ичного символа, переносящего информацию о блоке из q двоичных символов в системах связи с QAM, или определенном значении p_{ser} – вероятности ошибки демодуляции блока из $N_b = \text{int}[(FT)R_f]$ двоичных символов или $N_q = \text{int}[(FT)R_f / q]$ 2^q -ичных символов, если в системах применяются оптимальные АС (здесь и далее $\text{int}(x)$ – целая часть числа x).

Для системы связи с QAM вероятность ошибки при их демодуляции равна [10]

$$p_q = 1 - \left[1 - 2(1 - 2^{-0,5R_f}) Q \left(\sqrt{\frac{3\rho_b R_f}{(2^{R_f} - 1)}} \right) \right]^2 \cong 4Q \left(\sqrt{\frac{3\rho_b R_f}{(2^{R_f} - 1)}} \right), \quad (2)$$

где позиционность сигналов QAM равна $M = 2^{R_f}$, а

$Q(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_x^\infty e^{-0,5x^2} dx$ – функция Крампа. Если задана



величина p_q , то из (2) значение ρ_b может быть определено по формуле:

$$\rho_b = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right) F_q(p_q), \quad (3)$$

где $F_q(p_q) = (1/3)\Psi^2(p_q/4)$, здесь $\Psi(x)$ – функция, обратная функции Крампа $Q(x)$. Эта функция может быть вычислена с помощью следующих соотношений [3, 11]:

$$u(x) = \sqrt{2 \ln(x^{-1})} \text{ и}$$

$$\Psi(x) = u(x) - \frac{c_0 + c_1 u(x) + c_2 u(x)^2}{1 + d_1 u(x) + d_2 u(x)^2 + d_3 u(x)^3},$$

где $c_0 = 2,525517$, $c_1 = 0,802853$, $c_2 = 0,010328$, $d_1 = 1,432788$, $d_2 = 0,189269$, $d_3 = 0,001308$.

Обратим внимание, что в (3) функция $\left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right)$ зависит только от R_f – удельной скорости передачи сообщений в системе связи. Она, согласно (1), определяет минимальное отношение сигнал/шум на входе демодулятора (ρ_{b0}), которое необходимо обеспечить в «идеальной» системе связи, в которой сообщения передаются с удельной скоростью R_f , и их прием осуществляется с абсолютной надежностью. Функция $F_q(\rho_b) \geq 1$ в (3), зависящая только от p_q , показывает во сколько раз величина ρ_b – отношение сигнал/шум на входе демодулятора сигналов с QAM должна превышать величину ρ_{b0} . Энергетические потери (ЭП), возникающие в системах связи с QAM при демодуляции сигналов по отношению к «идеальной» системе Шеннона, определяются, очевидно, величиной $\Delta\rho_q = 10 \lg[F_q(p_q)]$.

Для системы связи, в которой применяются N-мерные оптимальные АС, вероятность ошибки при демодуляции можно вычислить по следующей формуле [3]:

$$p_{ser} \cong \exp \left\{ - (FT) \left[\left(\frac{2^{C_f} - 2^{R_f}}{2^{R_f} - 1} \right) - \ln \left(\frac{2^{C_f} - 1}{2^{R_f} - 1} \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

Из (4) можно получить простую формулу для расчета значения ρ_b , при котором обеспечивается необходимая надежность связи p_{ser} . Обозначим

$$\gamma = \ln \left(\frac{1}{p_{ser}} \right) / (FT) \text{ и } V = (2^{C_f} - 1) / (2^{R_f} - 1) \text{ и учтем,}$$

что, согласно теореме Шеннона, $(2^{C_f} - 1) = \rho_b R_f$. Из (4) следует, что величины V и γ связаны соотношением $V - \ln(V) = (1 + \gamma)$. Запишем V в виде $V = (1 + \gamma)e^w$. Тогда для определения величины w получим следующее уравнение

$$e^w - w / (1 + \gamma) = 1 + \ln(1 + \gamma) / (1 + \gamma),$$

из которого видно, что $w \leq 1$. Используя приближенную формулу $e^w \cong 1 + w + 0,5w^2$, получим следующее уравнение

для определения w : $w^2 + \frac{2w\gamma}{1 + \gamma} - \frac{2 \ln(1 + \gamma)}{1 + \gamma} = 0$, из

$$\text{которого следует, что } w = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{1 + \gamma} \right)^2 + \frac{2 \ln(1 + \gamma)}{(1 + \gamma)}} - \frac{\gamma}{1 + \gamma}.$$

Приведенные выкладки приводят к следующей формуле для определения отношения сигнал/шум, приходящегося на один принятый бит:

$$\rho_b = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \right) F_{opt}(\gamma). \quad (5)$$

В (5) функция $F_{opt}(\gamma) = (1 + \gamma)e^w \geq 1$ зависит как от значения p_{ser} , так и от величины (FT) . Отметим, что при $(FT) \rightarrow \infty$ и любом значении p_{ser} функция $F_{opt}(\gamma) \rightarrow 1$ и из (5) следует, что $\rho_b \rightarrow \rho_{b0}$. Таким образом, формула (5) является важным обобщением теоремы Шеннона (1) на случай, когда сигналы, входящие в оптимальный АС, имеют конечную длительность. При демодуляции таких сигналов ЭП определяются так

$$\Delta\rho_{opt} = 10 \lg \left[F_{opt} \left(\ln \left(\frac{1}{p_{ser}} \right) / (FT) \right) \right].$$

Соотношения между вероятностями ошибки при приеме блока символов и отдельных символов, входящих в этот блок

В системах связи символы передаются по каналу связи блоками определенной длины. При использовании двумерных АС, к которым относятся сигналы с 2^q -QAM, на выходе демодулятора последовательно формируются отдельные 2^q -ичные символы. Если же используются оптимальные многомерные АС, то при их демодуляции на выходе демодулятора последовательно формируются блоки 2^q -ичных символов определенной длины. Вероятность ошибки при формировании таких блоков обозначим p_{ser} , причем в каждый блок входит $N_{bl} = \text{int}(FTR_f)$ двоичных или $N_{ql} = \text{int}(FTR_f / q)$ 2^q -ичных информационных символов.

Если в системе связи используется ПК, то при поступлении с выхода демодулятора на вход декодера КК, состоящей из N_q символов, на его выходе формируется блок из $N_{ql} = \text{int}(N_q \cdot R_c)$ 2^q -ичных или $N_{bl} = qN_{ql}$ двоичных информационных символов. При декодировании – при формировании на выходе декодера блока информационных символов также с вероятностью p_{dec} могут произойти ошибки.

Во многих случаях представляет интерес оценка вероятности ошибки отдельных символов, входящих в блок. Это важно, например, для сравнения надежности приема сообщений в системах связи, в которых передаваемые символы могут быть объединены в блоки разной длины. В качестве показателя надежности систем связи часто используют вероятность ошибки приема одного бита (p_{bl}) в блоке информационных символов, формируемом на выходе системы связи.

В [12] (стр. 125...135) предложен и обоснован простой метод определения соотношения между вероятностью ошибки (p_{BL}) при приеме блока символов любой длины (эта величина может быть равна p_{ser} или p_{dec}), в котором имеются N_I информационных символов, и эквивалентной вероятностью ошибки p_I при приеме одного информационного символа. Это соотношение имеет вид $(1 - p_{BL}) \cong (1 - p_I)^{N_I}$. Из него следует, что, если для передачи сообщений используются оптимальные АС, то

$$p_{bl} \cong p_{ser} / N_{bl} \text{ и } p_{ql} \cong p_{ser} / N_{ql}. \quad (6)$$

Если в системе связи используется 2^q -ичный код с МДР, имеющий кодовую скорость R_c и КК длиной N_q , для которого вероятность ошибки декодирования равна p_{dec} , то вероятность ошибки ρ_b в такой системе может быть определена по формуле:

$$p_{bl} \cong p_{dec} / qN_q \quad (7)$$

Энергетические потери при демодуляции сигналов с М-QAM и с оптимальными многомерными АС конечной длительности

По формулам (3) и (5) на рис. 1 построены зависимости $\rho_b(R_f)$ (дБ) для системы связи с QAM, а на рис. 2 – зависимости $\rho_b(R_f)$ (дБ) для системы с оптимальными АС. Точками этих рисунков показана зависимость $\rho_{b0}(R_f)$ (дБ), которая рассчитана по формуле Шеннона (1). Зависимости на рис. 1 рассчитаны при разных значениях вероятности ошибки равна ρ_q на выходе демодулятора. Сплошные кривые на рис. 1 относятся случаю, когда $\rho_q = 10^{-10}$, 10^{-8} и 10^{-6} , а пунктирные – когда $\rho_q = 0,075$; $0,05$ и $0,025$. Отметим, что в первом случае в системе связи обеспечивается большое значение отношения сигнал/шум на входе демодулятора (ρ_b) и высокая надежность приема без применения ПК. Однако при этом это отношение ρ_q существенно превышает предел Шеннона. Если $R_f \geq 5$ бит/сек·Гц, то при $\rho_q = 10^{-10}$, 10^{-8} и 10^{-6} это превышение составляет, соответственно, $\Delta\rho_b = 9,5$; $10,5$ и $11,5$ дБ. Во втором случае, когда $\rho_q = 0,075$; $0,05$ и $0,025$, значения ЭП при демодуляции $\Delta\rho_b$ составляют, соответственно, $\Delta\rho_b = 1,7$; 2 и 3 дБ. Однако при таких небольших значениях ЭП вероятность возникновения в демодуляторе ошибок весьма велика и для их исправления в системе связи необходимо применение ПК.

На рис. 2 показаны зависимости $\rho_{b0}(R_f)$ при разных значениях ρ_{ser} – вероятности ошибки при демодуляции сигналов многомерного АС. Сплошные кривые относятся к случаю, когда $\rho_{ser} = 10^{-10}$, 10^{-7} и $8 \cdot 10^{-3}$, а нормированная длительность сигналов сравнительно небольшая и равна $(FT) = 16$, штрих-пунктирная – для случая,

когда $\rho_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$ и $(FT) = 256$, а штриховая кривая – к сигналам с QAM и $p_q = 0,05$.

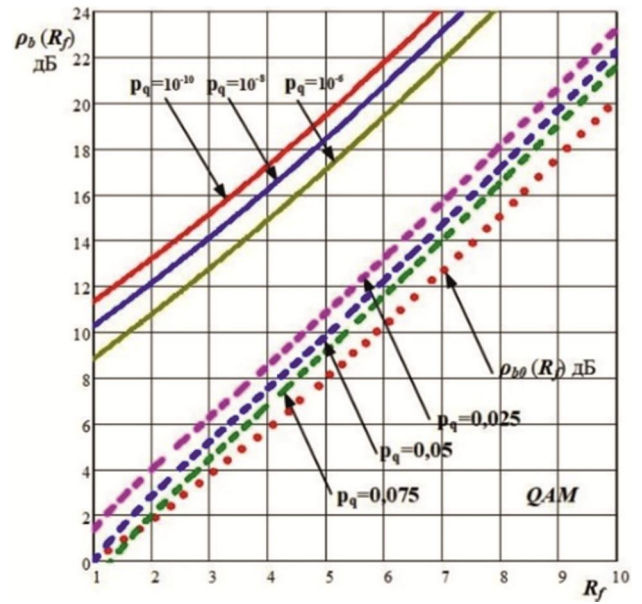


Рис. 1. Зависимости $\rho_b(R_f)$ при разных значениях ρ_q

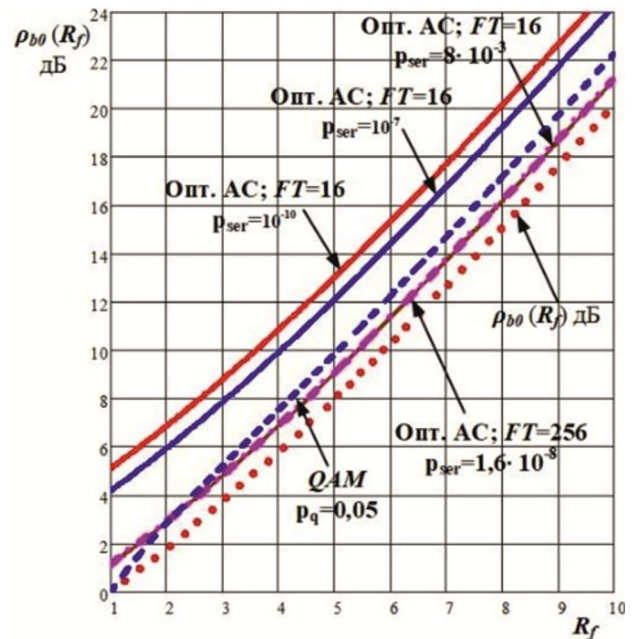


Рис. 2. Зависимости $\rho_{b0}(R_f)$ при разных значениях ρ_{ser}

Зависимости $\rho_{b0}(R_f)$, построенные для $(FT) = 16$ и $\rho_{ser} = 8 \cdot 10^{-3}$ совпадают на рис. 2 с построенными для $(FT) = 256$ и $\rho_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$. Если в системах связи применяются сигналы оптимального АС с $(FT) = 16$ и $\rho_{ser} = 10^{-10}$, 10^{-7} , а также $(FT) = 256$ и $\rho_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$, то высокая надежность приема сообщений обеспечивается и без применения ПК. В таких системах по каналу связи со скоростью R_f передаются только информационные символы. При этом их СЭ максимальна и равна $\mu_s = 1$. Однако, как видно из рис. 2, при использовании в системе связи сигналов, имеющих сравнительно небольшую нормированную длительность, равную $(FT) = 16$, при их

демодуляции возникают ЭП по отношению к «идеальной» системе Шеннона. Эти ЭП равны $\Delta\rho_{opt} = 5$ и 4 дБ при $\rho_{ser} = 10^{-10}$ и 10^{-7} . Если же применяются сигналы, имеющие достаточно большую нормированную длительность, равную, например, $(FT) = 256$, то такие ЭП при $\rho_{ser} = 1,6 \cdot 10^{-8}$ составляют всего $\Delta\rho_{opt} = 1,1$ дБ. Такая система имеет высокий коэффициент ЭЭ и по своим характеристикам весьма близка к «идеальной» системе Шеннона.

Энергетические потери при демодуляции сигналов в системе связи, использующей оптимальные АС с $(FT) = 16$, в которой вероятность ошибки при демодуляции сигналов равна $\rho_{ser} = 8 \cdot 10^{-3}$, также составляет $\Delta\rho_{opt} = 1,1$ дБ. Однако в ней для повышения надежности связи необходимо использовать ПК, причем КК этого кода должны иметь весьма значительную длину. Кроме того, как будет показано в следующем разделе, при использовании ПК в высокоскоростных системах связи существенно снижается ЭЭ системы связи.

Определение энергетических потерь в системах связи, в которых применяются помехоустойчивые коды с МДР

Рассмотрим систему связи, в которой демодулятор работает в режиме, когда значение отношения сигнал/шум на его входе сравнительно невелико и вероятность ошибки принятых ичных символов в последовательности (ρ_q) имеет достаточно большую величину. В этом случае для исправления ошибок необходимо применение помехоустойчивого кода (ПК). При этом в кодовой комбинации (КК), состоящей из N_q символов, среднее количество ошибочно принятых составляет $N_q p_q$. Для их исправления должен применяться ПК, который может исправлять количество ошибок $t \geq N_q p_q$. Коды с МДР позволяют исправить наибольшее количество ошибок в КК и поэтому именно их целесообразно применять при высоких требованиях к надежности связи. Для таких кодов это условие может быть записано в виде $(N_q - k) = 2t \geq 2N_q p_q$, откуда следует, что кодовая скорость (R_c) у этого кода не может превышать предельной, равной $R_{c0} = (1 - 2p_q)$, т.е.

$$R_c \leq R_{c0} = (1 - 2p_q). \tag{8}$$

Из (8) видно, что, при уменьшении отношения сигнал/шум на входе демодулятора для того, чтобы повысить ЭЭ системы связи с ПК по отношению к «идеальной» системе Шеннона, становится необходимым уменьшение также кодовой скорости ПК, исправляющего ошибки, возникающие на выходе демодулятора. При этом уменьшается общая удельная скорость передачи сообщений в системе связи, которая составляет $R_0 = R_f R_c < R_f$. Это влечет за собой уменьшение коэффициента СЭ системы связи до $\mu_s = (R_0 / R_f) = R_c < 1$.

При определении коэффициента ЭЭ систем связи, в которых применяется ПК, следует значение ρ_{b0} в при-

веденной выше формуле для μ_{en} определять так $\rho_{b0} = (2^{R_0} - 1) / R_0$. Поэтому ЭП системы связи, связанные с применением в ней ПК, определяются следующим образом [3]:

$$\Delta_{нк}(R_c) = 10 \cdot \lg \left[\left(\frac{2^{R_f} - 1}{2^{R_0} - 1} \right) \left(\frac{R_0}{R_f} \right) \right]. \tag{9}$$

Полные энергетические потери, определяющие для системы связи коэффициент ЭЭ μ_{en} , равны сумме ЭП при демодуляции сигналов и ЭП, обусловленных применением ПК. Для систем связи с QAM и с оптимальными АС эти коэффициенты определяются формулами:

$$\mu_{en} = -[\Delta_{нк}(R_c) + \Delta\rho_q] \text{ и } \mu_{enpl} = -[\Delta_{нк}(R_c) + \Delta\rho_{opt}]. \tag{10}$$

Минимально возможное значение коэффициента μ_{en} зависит от значения R_c , которое, в свою очередь, зависит от ρ_q – вероятности ошибки демодуляции символов, входящих в состав КК помехоустойчивого кода. Как будет показано ниже, оптимальный режим работы демодулятора должен быть выбран так, чтобы на его выходе обеспечивалось такое значение ρ_q , при котором коэффициент μ_{en} имеет минимальное значение.

На рис. 3 показаны зависимости $\Delta_{нк}(R_c)$ – ЭП в системах связи, в которых применяются ПК, построенные при $R_f = 1 \dots 10$ бит/сек·Гц. Из рис. 3 видно, что только при небольших значениях R_f потери $\Delta_{нк}(R_c)$ сравнительно невелики при любой кодовой скорости. Например, при $R_f = 1$ бит/сек·Гц и $R_c = 0,3$ они составляют всего 1 дБ; если же $R_f \leq 0,3$ бит/сек·Гц, то для того, чтобы $\Delta_{нк}(R_c) \leq 2$ дБ, обязательно должно соблюдаться условие $R_c \geq 0,75$. С увеличением R_f ($R_f \geq 6$) для достижения минимальных ЭП следует применять только высокоскоростные ПК, когда $R_c \approx 1$.

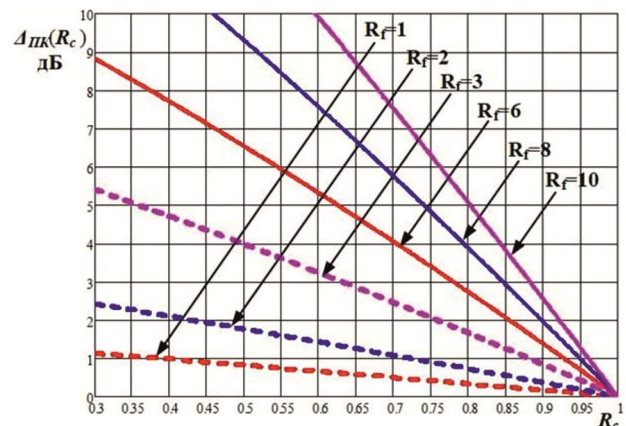


Рис. 3. Зависимость $\Delta_{нк}(R_c)$ при $R_f = 1 \dots 10$ бит/сек·Гц

Так, например, при передаче сообщений по каналу связи с удельной скоростью $R_f = 10$ бит/сек·Гц для того, чтобы $\Delta_{нк}(R_c) \leq 2$ дБ, кодовая скорость применяемого ПК должна быть $R_c > 0,95$. Отсюда следует, что в высокоскоростных системах связи применение ПК с неболь-

шой кодовой скоростью нецелесообразно, так как это приводит к значительному снижению ЭЭ системы связи.

Оптимальный выбор кодовой скорости и длины кодовой комбинации для ПК

Кодовая скорость (R_c) и длина кодовой комбинации (КК) (N_q) должны быть выбраны так, чтобы ЭП от применения ПК были бы минимальны и вероятность ошибки декодирования, приходящаяся на один информационный бит (p_{bl}) была бы весьма незначительной – имела бы значение порядка $10^{-5} \dots 10^{-10}$. Из (8) видно, что предельное значение кодовой скорости ПК ограничено, так как оно зависит от значения ρ_q – вероятности ошибки одного q -ичного символа, поступающего на вход декодера. Для того, чтобы уменьшить энергетические потери $\Delta_{нк}(R_c)$, значение R_c следует выбирать лишь немного меньше предельной, например, $R_c = 0,97 \cdot R_{c0}$. Длина КК должна быть выбрана таким образом, чтобы была обеспечена высокая надежность связи, определяемая значением p_{bl} .

Вероятность ошибки декодирования принятой КК определяется следующей формулой:

$$P_{dec} = \sum_{i=1}^{N_q} C_n^i p_q^i (1-p_q)^{n-i} \cong e^{-N_q \left\{ \hat{t} \ln \left[\frac{\hat{t}}{p_q} \right] + (1-\hat{t}) \ln \left[\frac{1-\hat{t}}{1-p_q} \right] \right\}} \quad (11)$$

Отметим, что в (11) $t \cong \text{int} \{ N_q \hat{t}(R_c) \}$. Если применяются коды с МДР, то $\hat{t}(R_c) = 0,5(1-R_c)$. Приближенная формула в (11) представляет собой оценку Чернова [10] точной формулы. Из (11) следует, что зависимость длины ПК от параметров R_c , ρ_q и p_{dec} может быть определена с помощью следующей формулы:

$$N_q \cong \frac{\ln(1/P_{dec})}{\Phi(R_c, p_q)} \quad (12)$$

$$\text{где } \Phi(R_c, p_q) = \hat{t} \ln \left[\frac{\hat{t}}{p_q} \right] + (1-\hat{t}) \ln \left[\frac{1-\hat{t}}{1-p_q} \right].$$

Учитывая, что, в соответствии с (7), в (12) $p_{dec} = p_{bl} \times q \cdot N_q$, из (11) получим следующее уравнение для

$$\text{определения } N_q : N_q = \frac{\ln[(p_{be} \cdot q)^{-1}] + \ln(N_q)}{\Phi(R_c, p_q)}. \text{ Это уравнение}$$

может быть решено методом итераций. В качестве первого приближения к его решению примем

$$N_q^1 = \frac{\ln[(p_{be} \cdot q)^{-1}]}{\Phi(R_c, p_q)}, \quad \text{второго}$$

$$N_q^2 = \frac{\ln[(p_{be} \cdot q)^{-1}] + \ln(N_q^1)}{\Phi(R_c, p_q)}, \text{ а к качестве } \gamma \text{ окончатель-$$

ного решения:

$$N_q = \frac{\ln[(p_{bl} \cdot q)^{-1}] + \ln(N_q^2)}{\Phi(R_c, p_q)} \quad (13)$$

Вычисления значения N_q на третьей и четвертой итерации незначительно отличаются от значения N_q ,

полученного на второй итерации. Точность определения этого значения на второй итерации составляет примерно 10 %.

На рис. 4 показаны зависимости $\log_2[N_q]$ от $R_c \leq 0,97 \cdot R_{c0}$ для кодов с МДР при $\rho_q = 0,025; 0,05; 0,075$ и $0,0005$ для случаев, когда $p_{bl} = 10^{-10}$ (сплошные кривые) и $p_{bl} = 10^{-5}$ (пунктирные кривые).

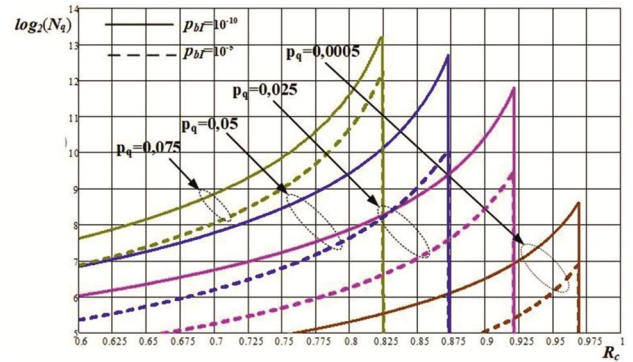


Рис. 4. Зависимости N_q – длины КК от R_c , ρ_q и p_{bl}

Отметим, что для указанных значений ρ_q предельные кодовые скорости кода с МДР равны, соответственно, $R_{c0} = 0,95; 0,9; 0,85$ и $0,999$. Из рис. 4 видно, что при более высоких требованиях к надежности приема сообщений, определяемой значением p_{bl} , необходимо применять ПК с большей длиной КК. В табл. 1 приведены данные о длине кода с МДР, выраженной в количестве содержащихся в КК q -ичных (N_q) и двоичных (N_b) символов. При определении N_{bl} полагалось, что в системах связи с QAM и с оптимальным АС при $(FT) = 16$ сообщения передаются со скоростью $R_f = 8$ бит/сек·Гц и $q = 8$. Кроме того, предполагалось, что кодовая скорость с МДР равна $R_c = 0,97 \cdot R_{c0}$. При этом ЭП кода относительно предельно низких, определенных для $R_c = R_{c0}$ и равных $\Delta_{нк}(R_{c0})$, не превышают 0,1 дБ.

В табл. 1 приведены также данные о ЭП, связанных с применением ПК в системе связи, при разных значениях ρ_q .

Таблица 1. Данные о длине кода с МДР

ρ_q/p_{bl}	$\Delta_{нк}(0,97R_{c0})$ дБ	10^{-10}	10^{-5}
		N_q/N_{bl}	
0,0005	0,6	9410/75280	4390/35120
0,025	1,5	7132/57050	1024/8192
0,05	2,5	3566/28530	676/5405
0,075	3,5	416/3327	128/1024

Как видно из рис. 4, в системе могут быть использованы также ПК, в которых $R_c < 0,97 \cdot R_{c0}$ и длина КК, обеспечивающая требуемую надежность связи (p_{bl}), уменьшается. Однако при этом увеличиваются ЭП, обусловленные применением ПК. Из данных этой таблицы также видно, что уменьшение требований к надежности связи позволяет уменьшить длину КК, причем чем большие значения имеет вероятность ρ_q , тем значи-

тельной может быть уменьшена длина КК. Так, например, при $\rho_q = 0,0005$ она уменьшается в два раза, а при $\rho_q = 0,05$ почти в 9 раз.

Энергетическая и спектральная эффективность систем связи с QAM и с оптимальными АС

На рис. 5 показана стандартная схема современной системы связи.

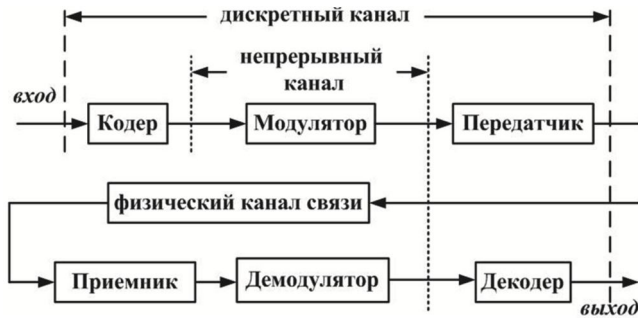


Рис. 5. Схема системы связи

В ней можно выделить два канала – цифровой (дискретный) и непрерывный, по которым осуществляется передача сообщений, представляющих собой последовательность цифровых символов. Входом дискретного канала является вход кодера, а выходом – выход декодера, входом непрерывного канала – вход модулятора, а выходом – выход демодулятора. Цифровой канал организуется в том случае, если в системе связи применяется ПК. Тогда в кодере формируются кодовые комбинации, включающие блоки информационных и связанных с ними дополнительных символов. В декодере обрабатывается последовательность символов, сформированных на выходе демодулятора, осуществляется коррекция ошибок, возникших при демодуляции принятых сигналов, и на его выходе формируется копия переданных информационных символов.

Последовательность символов с выхода кодера поступает на вход модулятора, где она преобразуется в аналоговые сигналы $S_m(t)$, принадлежащие определённому АС, которые передаются по непрерывному каналу связи. После прохождения через физический канал связи принятые сигналы поступают на вход демодулятора. В демодуляторе осуществляется обработка принятого сигнала $W(t) = S_m(t) + n(t)$ (здесь $n(t)$ – гауссовский шум, поступающий на вход демодулятора) и на его выходе формируется КК, в которой часть символов может быть принята ошибочно из-за действия гауссовского шума на входе демодулятора. Как уже отмечалось, если на входе демодулятора не обеспечено достаточно высокое отношение сигнал/шум, то часть символов в этой последовательности оказываются ошибочно принятыми. Для исправления этих ошибок применяется ПК и на приеме используется декодер.

Энергетика линии связи и полоса частот канала связи, который используется для передачи сообщений, являются весьма ценными ресурсами и поэтому системы связи должны быть спроектированы так, чтобы для них коэффициенты ЭЭ и СЭ имели бы максимально возможное значение.

Используя результаты, приведенные в предыдущих разделах, оценим коэффициенты ЭЭ и СЭ для системы связи, в которой вероятность ошибки при приеме одного информационного бита сообщения должна быть равна $p_{bl} = 10^{-10}$. Используя формулы (6), а также результаты, представленные на рис. 2, получим параметры систем связи с оптимальными АС, в которых ПК не применяется и у которых коэффициент СЭ равен $\mu_s = 1$.

В табл. 2 представлены данные для таких систем при $(FT) = 16$ и 256 .

Таблица 2. Параметры систем связи с оптимальными АС

FT/p_{ser}		10^{-10}	10^{-7}	$1,3 \cdot 10^{-8}$
16	μ_{en}	-4 дБ	-3,5 дБ	-
	p_{bl}	$6,6 \cdot 10^{-12}$	$6,6 \cdot 10^{-9}$	-
	N_{bl}	128	128	-
256	μ_{en}	-	-	-1 дБ
	p_{bl}	-	-	10^{-10}
	N_{bl}	-	-	2048

Указанные в табл. 2 параметры систем определены для $(FT) = 16$ и $R_f = 8$ бит/сек·Гц при $\rho_{ser} = 10^{-10}$ и 10^{-7} , а для $(FT) = 256$ при $\rho_{ser} = 1,3 \cdot 10^{-8}$. В таблице приведены следующие параметры: μ_{en} – ЭЭ эффективность системы, p_{bl} – вероятность ошибки одного бита сообщения на выходе системы связи, N_{bl} – длина блока двоичных информационных символов, которые передаются каждым из сигналов оптимального АС. При определении коэффициента μ_{en} учитывались, как пояснялось выше, потери $\Delta\rho_{opt}$, возникающие при демодуляции принимаемых сигналов ограниченной длительности. Из этой табл. видно, что в системах с оптимальным АС при $(FT) = 16$ обеспечивается высокая надежность связи при сравнительно небольшой длине блока информационных символов. Однако их ЭЭ не велика, поскольку из-за небольшой длительности сигналов при их демодуляции возникают довольно значительные ЭП по сравнению с «идеальной» системой Шеннона ($\mu_{en} = -4$ дБ при $p_{bl} = 6,6 \cdot 10^{-12}$ и $\mu_{en} = -3,5$ дБ при $p_{bl} = 6,6 \cdot 10^{-9}$).

Система с многомерным оптимальным АС и без применения ПК при $(FT) = 256$ обеспечивает высокую помехоустойчивость приема ($p_{bl} = 10^{-10}$) и имеет высокую ЭЭ – для нее $\mu_{en} = -1,1$ дБ. Важно отметить, что такую высокую помехоустойчивость она имеет при передаче блока информационных символов, имеющего сравнительно небольшую длину, равную $3 \cdot 28 \leq N_{bl} \leq 10 \cdot 28$ бит при $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц. При такой длине блока задержка сообщения, возникающая в линии связи из-за его обработки на передающем и приемном концах линии, невелика. Отметим, что обеспечение минимально возможной задержки при передаче сообщений является весьма важным требованием для некоторых применений систем связи.

Рассмотрим системы связи, в которых применяются ПК с МДР и по каналу связи передаются сигналы с

M-QAM, а также могут передаваться оптимальные АС, нормированная длительность которых невелика и равна $(FT) = 16$. На рис. 6 представлены данные о характеристиках системы с оптимальным АС, которая обеспечивает вероятность ошибки в последовательности символов, которые с выхода демодулятора поступают на вход декодера, равную $\rho_q = 0,0005$ и имеющие ЭП демодуляции $\Delta_{opt} = 1,1$ дБ, данная система имеет СЭ, равную $\mu_s = 0,969$.

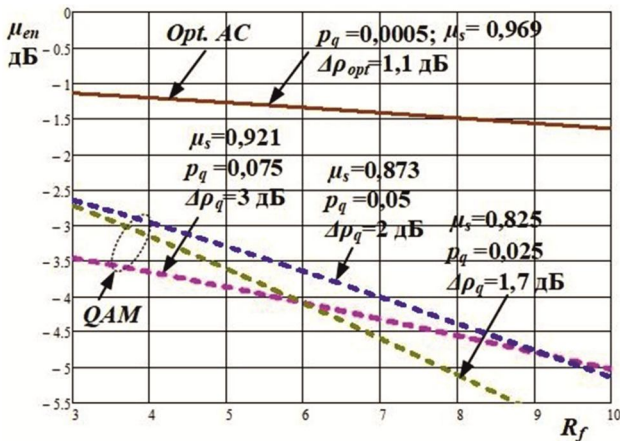


Рис. 6. Коэффициент ЭЭ $\mu_{en}(R_f)$ и параметры систем связи с оптимальным АС и с QAM

На этом же рисунке приведены также аналогичные данные систем с M-QAM и показаны зависимости $\mu_{en}(R_f)$. Из них видно, что для системы с оптимальным АС коэффициент $\mu_{en}(R_f)$ (непрерывная линия) изменяется в пределах $-1,7$ дБ $\leq \mu_{en} \leq -1,1$ дБ при $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц. Для систем с M-QAM, которые обеспечивают на выходе демодулятора разные значения $\rho_q = 0,025$; $0,05$ и $0,075$, зависимости $\mu_{en}(R_f)$ представлены пунктирными линиями.

Из сравнения двух систем с оптимальными АС при $(FT) = 256$ и $(FT) = 16$ при $R_f = 8$ бит/сек·Гц, данные которых приведены на рис. 4, а также в табл. 1 и 2, видно, что энергетическая эффективность обеих систем, использующих оптимальные АС, практически одинакова (у обеих систем $\Delta_{opt} \approx 1,3$ дБ), однако длины передаваемых символов, которые позволяют обеспечить высокую надежность связи (вероятность ошибки равна $p_{bl} = 10^{-10}$) отличаются весьма значительно – для первой из них, как видно из табл. 2, $N_{bl} = 2048$ бит, а для второй – $N_{bl} = 75280$ бит, т.е. отличаются почти в 33 раза.

Из рис. 5 видно, что при $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц максимальное значение коэффициент μ_{en} принимает при выборе такого режима работы демодулятора в системе с QAM, при котором $\rho_q = 0,05$. При этом коэффициент μ_{en} лежит в диапазоне $-5,1$ дБ $\leq \mu_{en} \leq -2,6$ дБ. Таким образом, оптимальным является такой выбор энергетической линии связи, в которой применяются сигналы с QAM

и ПК, при котором ЭП демодуляции составляют $\Delta\rho_q = 2$ дБ. Из табл. 1 и рис. 5 видно, что при $R_f = 8$ бит/сек·Гц для таких систем $\mu_{en} = -4,3$ дБ, а $N_{bl} = 28530$ бит – примерно в два раза меньше, чем в системе с оптимальным АС и ПК, но почти в 14 больше, чем в системе с оптимальным АС и без ПК при $(FT) = 256$.

Таким образом, в данном разделе показано, что применение ПК в высокоскоростных системах связи заметно уменьшает их СЭ и ЭЭ, а также существенно увеличивает длину информационной последовательности символов, которые должны передаваться по каналу связи для обеспечения высокой надежности приема сообщений.

Сравнение ЭП систем DVB-T2 и DVB-S2 по отношению к «идеальной» системы Шеннона

Параметры современных систем наземного ТВ вещания и спутниковых систем семейства DVB определяются в [6] (DVB-S2) и в [7] (DVB-T2). В этих системах для повышения надежности связи применяются коды LDPC с большой длиной КК ($N_b = 16200$ или 64800 бит) и предусмотрено множество возможных режимов работы, в которых могут использоваться сигналы, позволяющие передавать сообщения с разной удельной скоростью (R_f), и коды LDPC могут иметь разную кодовую скорость (R_c). В системе DVB-S2 применяются сигналы QPSK ($R_f = 2$), 8-PSK ($R_f = 3$), 16-APSK ($R_f = 4$) и 32-APSK ($R_f = 5$) бит/сек·Гц, а кодовая скорость составляет R_c от $1/4$ до $9/10$; в системе DVB-T2 применяются сигналы с 4-QAM ($R_f = 2$), 16-QAM ($R_f = 4$), 64-QAM ($R_f = 6$) и 256-QAM ($R_f = 8$) бит/сек·Гц, а кодовая скорость может составлять R_c от $1/2$ до $5/6$. В этих системах, согласно указанным стандартам, должен обеспечиваться квазибезошибочный прием сигналов, критерием которого является обеспечение вероятности ошибочного приема $p_k = 10^{-7}$ пакета данных, содержащего 188 байт ($N_k = 1504$ бит), что соответствует значению $p_{bl} = 10^{-10}$.

В табл. 3 приведены некоторые данные о параметрах систем DVB-T2 и DVB-S2 [6, 7].

Во 2-й строке табл. 3 указана общая удельная скорость передачи сообщений, равная $R_0 = R_f R_c$, в 3-й строке – взятые из [6, 7] данные о значениях отношения сигнал/шум на входе демодулятора в рассматриваемых системах, при которых в них обеспечивается требуемая надежность связи. В 4-й строке приведен предел Шеннона для отношения сигнал/шум на входе демодулятора, который рассчитан по формуле $\rho_{Sh} = 10 \lg(2R_0 - 1)$ для соответствующих значений R_f и R_c , а в 5-й строке – ЭП, равные $\Delta\rho = (\rho_{DVB} - \rho_{Sh})$ дБ, рассматриваемых систем относительно «идеальной» системы Шеннона. Приведенные в табл. 3 оценки величины потерь $\Delta\rho = 1,3 \dots 2$ дБ по отношению к пределу Шеннона существенно отличаются от оценок, представ-

Таблица 3. Данные о параметрах систем DVB-T2 и DVB-S2

№	R_f	DVB-T2						DVB-S2			
		4		6		8		4		5	
1	R_c бит/сек·Гц	1/2	5/6	1/2	5/6	1/2	5/6	3/4	5/6	3/4	5/6
2	R_0 бит/сек·Гц	2	3,3	3	5	4	6,67	3	3,3	3,7	4,12
3	ρ_{DVB} дБ	6	11,4	9,9	16,8	13,2	22	10,2	11,6	12,7	14,3
4	ρ_{Sh} дБ	4,7	9,5	8,4	14,9	11,4	20	8,4	9,5	10,9	12,3
5	$\Delta\rho$ дБ	1,3	1,9	1,5	1,9	1,8	2	1,8	2,1	1,8	2

ленных в [15], а также в [16], где указывается, что при всех режимах работы эти потери весьма незначительны и составляют 0,6... 0,8 дБ. Следует также обратить внимание, что данные табл. 3, составленные на основе [6] и [7], не отражают зависимость $\Delta_{нк}(R_c)$, представленную на рис. 3. Неточность оценок $\Delta\rho$ в [15] и [16], связана, по-видимому с тем, величина ρ_{Sh} в этих работах вычислялась для удельной скорости передачи сообщений, равной R_f , тогда как значение ρ_{Sh} следует определять для $R_0 = R_f R_c < R_f$, так как для корректного сравнения реальных систем связи с «идеальной», необходимо учитывать, что они должны обеспечивать одинаковые скорости передачи сообщений.

Кроме того, отметим, что в [15] и [16] данные о величине $\Delta\rho$ получены в результате статистического моделирования рассматриваемых систем. При этом в доступной литературе детального описания исходных данных, при которых производилось моделирование, как правило, не приводится. Важно указать на противоречивость представленных результатов. Так, например, в табл. 3 приведены данные, согласно которым для $R_f = 6$ бит/сек·Гц, $R_c = 5/6$ и $\rho_{DVB} = 16,8$ дБ обеспечивается требуемая высокая надежность связи. Однако при указанном значении ρ_{DVB} вероятность ошибки приема одного символа, рассчитанная по формуле (2), равна $p_q = 0,262$. При этом относительное среднее количество ошибочных символов в КК кода LDPC большой длины составляет $t/N_q = 0,262$. В [13] показано, что для двоичных кодов LDPC, которые применяются в системах связи стандартов DVB-T2 и DVB-S2, зависимость $R_c(\hat{t})$ весьма близка к границе Плоткина. Из [13] следует, что при кодовой скорости, равной $R_c = 5/6$, нормированное количество исправляемых ошибок кодом LDPC составляет $\hat{t} \cong 0,02$, т.е. при жесткой демодуляции принимаемых сигналов должна быть обеспечена вероятность ошибочного приема, по крайней мере меньше, чем $p_q \approx 0,02$. Для обеспечения такого значения p_q при удельной скорости передачи сигналов QAM, равной $R_f = 6$ бит/сек·Гц, отношение сигнал/шум на входе демодулятора, как следует из (2), должно составлять $\rho_{DVB} = 21$ дБ. Если принять во внимание, что мягкая демодуляция сигналов, которая используется в системах связи указанных стандартов, дает относительно жесткой энергетический выигрыш, равный примерно 2 дБ, то $\rho_{DVB} = 19$ дБ, т.е. реальные ЭП рассматриваемой

мой системы с кодом LDPC составляют не $\Delta\rho = 1,9$ дБ, как указано в табл. 3, а $\Delta\rho = 4,2$ дБ.

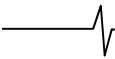
В ряде работ [14...18], в которых исследования проводились с использованием статистического моделирования рассматриваемых систем, но без сравнения результатов моделирования с теоретическими пределами, базирующимся на теории информации, содержатся утверждения, что ЭЭ этих систем приближается к пределу Шеннона. Однако в них не приводятся необходимые данные, позволяющие эти утверждения верифицировать. Поэтому оценки близости ЭЭ этих систем, приведенные в указанных работах, представляются необоснованными.

Таким образом, выполненный анализ показывает, что системы DVB-T2 и DVB-S2, разработка которых существенно улучшила параметры ранее производившихся систем DVB-T и DVB-S, не столь уж близки к пределу Шеннона, как это отмечается в ряде работ. Результаты данной работы указывают, что возможно их дальнейшее совершенствование с целью существенного повышения их СЭ и ЭЭ. В таких высокоскоростных системах связи целесообразно для передачи сообщений применять только оптимальные многомерные АС, а ПК не использовать.

Заключение

Разработка методов повышения помехоустойчивости систем связи с помощью использования ПК началась с 1948 г. – с создания Р. Хэммингом линейного кода, способного исправлять одну ошибку в КК. В последующие годы теория помехоустойчивого кодирования интенсивно развивалась (краткая хронология этого развития представлена в [3]) и в настоящее время наиболее эффективные коды (турбо-коды и LDPC коды) широко применяются в современных системах связи. Практически во всех системах для передачи сообщений с ПК применяются двумерные M-позиционные сигналы с M-QAM и M-APSK, разработанные в 1960-х годах. Недостаток применения двумерных АС состоит в том, что для того, чтобы надежность приема сообщений была бы высокой, необходимо обеспечить весьма значительное отношение сигнал/шум на входе демодулятора. Это снижает ЭЭ систем связи.

Поэтому в системах связи, создаваемых прежде, и во многих современных, принята двухэтапная процедура обработки принимаемого сигнала для формирования информационной последовательности символов, предоставляемой пользователю. Демодулятор ставят в режим, когда на его входе отношение сигнал/шум невелико и принимаемые в нем решения не имеют высокой



надежности, а для обеспечения высокой надежности приема сообщений используют ПК весьма большой длины. Надежность передачи сообщений по каналу связи определяется видом ПК, его параметрами, в том числе длиной его КК.

Вопросам построения оптимальных многомерных сигналов, также посвящены многие исследования [2, 3, 9 и др.]. Важной особенностью оптимальных N -мерных АС, как уже отмечалось выше, является то, что с увеличением N увеличивается минимальное евклидовое расстояние между сигналами, принадлежащими оптимальным АС, и, вследствие этого, в гауссовском канале связи повышается их помехоустойчивость.

В данной работе представлена методика анализа СЭ и ЭЭ высокоскоростных систем связи. Одна из таких систем построена традиционным образом – в ней для передачи сообщений используются двумерные сигналы с M-QAM и ПК, способные исправлять большое количество ошибок в КК. К таким ПК относятся коды RS и LDPC. В другой системе сообщения передаются с помощью оптимальных N -мерных АС, а ПК не применяются.

В результате исследования первой системы определены ее оптимальные параметры. Показано, что оптимальным с точки зрения обеспечения максимальной СЭ и ЭЭ системы связи является такой режим работы демодулятора, когда в нем при приеме отдельных символов, обеспечивается вероятность ошибки, равная $p_q = 0,05$. При этом код с МДР должен иметь кодовую скорость, равную $R_c = 0,87$ при любых значениях $3 \leq R_f \leq 10$ бит/сек·Гц. Длина КК зависит от требуемой надежности связи. В частности, при $p_{bl} = 10^{-10}$ она равна $N_{bl} = 14000$ бит при $R_f = 4$ бит/сек·Гц и $N_{bl} = 21400$ бит при $R_f = 6$ бит/сек·Гц. Отметим, что эти значения N_{bl} в почти в 4 и 3 раза меньше длин кодов, которые используются в стандартах DVB-S2 и DVB-T2.

Важным результатом исследования является то, что энергетические потери системы, в которой применяются двумерные сигналы с M-QAM и ПК относительно «идеальной» системы Шеннона с увеличением R_f повышаются. Эти потери могут быть определены с помощью рис. 5, из которого видно, что в том случае, если $R_f = 4$ бит/сек·Гц они составляют 3 дБ, при $R_f = 6$ бит/сек·Гц – 3,6 дБ, а при $R_f = 10$ бит/сек·Гц – 5,2 дБ.

При исследовании системы, в которой передача сигналов осуществляется с помощью оптимального ансамбля сигналов, нормированная длительность которых равна $(FT) = 256$, обеспечивается надежность связи, равная $p_{bl} = 10^{-10}$, энергетические потери такой системы относительно «идеальной» системы Шеннона не превышают 1,1 дБ, и она имеет максимально возможную СЭ. Длина любого сигнала из такого АС, выраженная в количестве бит, которые им переносятся, составляет $N_{bl} = 2048$ при $R_f = 4$ бит/сек·Гц и $N_{bl} = 3072$ при $R_f = 6$ бит/сек·Гц. Таким образом, в данной системе высокая надежность связи достигается при гораздо

меньшей длине КК, выраженной в количестве бит, передаваемых одним сигналом оптимального АС, по сравнению с системой, в которой применяются сигналы с M-QAM и ПК (почти в семь раз). Это уменьшает сложность технической реализации такой системы. В [3], где разработан один из возможных методов построения оптимальных поверхностно-сферических многомерных сигналов, а также алгоритмы их модуляции и оптимальной демодуляции, показано, что сложность их демодуляции увеличивается примерно линейно с увеличением их нормированной длительности.

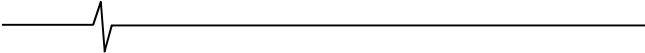
Создание систем связи, обладающих СЭ и ЭЭ, близкими к предельной, которой обладает «идеальная» система Шеннона, имеет весьма большое значение. В 2017 г. в Международном Союзе Электросвязи были сформулированы требования к перспективным системам беспроводного доступа, пользователи которых должны иметь возможность передачи сообщений в канале с ограниченной полосой частот до 100 Мбит/с. Необходимость создания высокоскоростных систем связи с высокой СЭ обусловлена тем, что радиоспектр является весьма ценным природным ресурсом – цена полос частот, которые выделялись, например, для создания сетей сотовой связи и беспроводного доступа, оценивались на аукционах в миллиарды \$ США.

Актуальным направлением работ в области теории связи является разработка алгоритмов построения оптимальных многомерных АС, которые дают возможность передавать сообщения по каналам связи с высокой скоростью и высокой надежностью и позволяют создавать системы связи с высокой СЭ и ЭЭ, просты в технической реализации.

Автор весьма признателен профессору А.В. Дворковичу за полезные замечания по данной работе.

Литература

1. Shannon C. Resent development in communication theory. Electronics, April, 1950 (Перевод на русский язык статьи «Современные достижения теории связи», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова, 1963)
2. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. Bell System Techn. J., May, 1959. (Перевод на русский язык статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале», опубликована в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова, 1963).
3. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи сообщений в гауссовских каналах связи. М.: Техносфера, 2018.
4. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
5. Фролов А.А., Зяблов В.В., Границы минимального кодового расстояния для недвоичных кодов на двумерных графах, Проблемы передачи информации, 2011, выпуск 4, с. 27-42.
6. European standard. ETSI EN 302 307-1 V1.4.1 (2014-11). Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation



framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications; Part 1: DVB-S2

7. EBU Tech 3348 r4, Frequency and network planning aspects of DVB-T2, version 4.1.1. Geneva, October, 2014.

8. Dolinar S. Divsalar D. Pollara F. Code Performance as a Function of Block Size. TMO Progress Report 42-133 May 15, 1998.

9. Polyanskiy Y., Poor H.V., Verdú S. Channel Coding Rate in the Finite Block Length Regime. IEEE Trans. on Inf. Theory, vol. 56, no. 5, 2010.

10. Прокис Дж. Цифровая связь. // Пер. с англ. под ред. Д. Д. Кловского. // М.: Советское радио, 2000.

11. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. М.: Финансы и статистика, 1983.

12. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970.

13. Uryvsky L., Osypchuk S. The analytical description of regular LDPS codes correcting ability. Institute of Telecommunication Systems National Technical University of Ukraine, Kyiv Polytechnic Institute. Transport and Telecommunication, vol. 15, no. 3, 2014.

14. Vlastimil Benovsky, Eurovision. DVB-S extension higher spectral efficiency. WBU-ISOG Forum Los Angeles, May, 2013.

15. Eroz M., Sun F.-W., Lee L.-N. DVB-S2 low density parity check codes with near Shannon limit performance. Int. J. Satell. Commun. Networking, vol. 22, no. 3, pp. 269-279, 2004.

16. Recommendation ITU-R BO. 1784-1 (12/2016). Digital satellite broadcasting system with flexible configuration. (Television, Sound and Data).

17. Berrou C. Glavieux A., Thitmajshima P., Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes. In ICC, (Geneva, Switzerland), pp. 1064, May, 1993.

18. Вишнеvский В., Портной С., Шахнович И. Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G. М.: Техносфера, 2009.