

УДК 621.396

КОРРЕЛЯТОР С АДАПТИВНЫМ ПОРОГОМ

*Бартенев В. Г., д.т.н., профессор Российского технологического университета (МИРЭА),
e-mail: bartenev_v@mirea.ru/*

THE CORRELATOR WITH ADAPTIVE THRESHOLD

Bartenev V.G.

The problem of detecting a correlated signals in noise is considered. Two correlation detectors are introduced. One detector may be realized using multiplication and coherent addition with constant threshold. Another just the same, but with adaptive threshold multiplication a binary decision device. Numerical study is presented analytically for false alarm probability but detection probability obtained using models of correlators in MATLAB.

Key words: signal correlation detection, adaptive threshold, constant false alarm rate, probability of false alarm and probability of detection.

Ключевые слова: корреляционные обнаружители сигналов, стабилизация ложных тревог, адаптивный порог, вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения.

Введение

Задача обнаружения коррелированных сигналов на фоне некоррелированных случайных процессов по дискретным выборкам конечного объема возникает во многих технических приложениях. Известен способ корреляционного обнаружения принимаемых сигналов, когда две выборки наблюдения принятых на двух несущих частотах перемножаются, их произведение накапливается и модуль накопленного произведения сравнивается с фиксированным порогом [1]. Полученная таким образом оценка модуля межчастотного коэффициента корреляции сравнивается с порогом, на основании чего принимается решение о наличии принятых коррелированных сигналов. Хотя данный способ позволяет осуществлять эффективное обнаружение коррелированных сигналов, тем не менее, данному способу свойственен недостаток, проявляющийся в отсутствии стабилизации ложных тревог при изменении уровня шума, на фоне которого производится обнаружение.

С целью обеспечения стабилизации ложных тревог при корреляционном обнаружении предлагается способ, который включает в себя формирование оценки модуля коэффициента корреляции на основе выборок наблюдений, принятых на двух несущих частотах, и сравнение этой оценки с порогом, который с целью стабилизации ложных тревог при изменении уровня шума делают адаптивным, формируемым как произведение коэффициента, определяющего вероятность ложной тревоги на суммарную оценку мощности шума на двух несущих частотах. Как правило, анализ их эффективности производился с помощью статистического моделирования, так как нелинейная операция умножения приводит к изменению вида распределений на выходе этих устройств и существенному усложнению их анализа с

Рассматривается задача корреляционного обнаружения флюктуирующих коррелированных сигналов на фоне некоррелированного шума. Один корреляционный обнаружитель реализуется с помощью умножения и когерентного накопления сигналов с фиксированным порогом. В другом корреляторе после умножения и когерентного накопления используется адаптивный порог. Расчет порогов для вероятностей ложных тревог на выходе этих обнаружителей для малых выборок наблюдения произведен аналитически, а вероятности правильного обнаружения рассчитаны моделированием в системе MATLAB. Данные результаты в радиолокационной практике получены впервые.

помощью аналитических выкладок особенно для малых выборок наблюдения и низких вероятностей ложных тревог. Однако, если при нахождении характеристик обнаружения точность расчета вероятности правильного обнаружения допускает моделирование, то для малых вероятностей ложных тревог точность расчета с помощью статистического моделирования становится недопустимо низкой. По этой причине и была предпринята попытка впервые найти аналитические выражения для расчета низких вероятностей ложных тревог для нелинейных устройств с умножителем на входе при использовании малых выборок наблюдений и адаптивным порогом.

Вероятность превышения порога огибающей шума на выходе умножителя с когерентным накопителем и фиксированным порогом

Рассмотрим коррелятор с фиксированным порогом, и покажем, что при изменении уровня шума изменяется вероятность ложной тревоги на его выходе. Для расчета вероятности ложной тревоги для коррелятора с фиксированным порогом воспользуемся следующим выражением

$$\hat{R} = \left| \sum_{j=1}^N Z1_j * Z2_j^* \right| = \sqrt{\left(\sum_{j=1}^N x1_j * x2_j + y1_j * y2_j \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N x2_j * y1_j - x1_j * y2_j \right)^2}, \quad (1)$$

где \hat{R} – оценка модуля коэффициента корреляции, N – число накоплений по независимым выборкам. $Z1_j = x1_j + iy1_j$, $Z2_j = x2_j + iy2_j$ – комплексные выборки сигналов на входе умножителя разнесенных по частоте в виде аддитивной смеси шума и коррелированного сигнала. Квадратурные компоненты шума имеют нормальное распределение, при этом их мощность (дисперсия) равна σ^2 и среднее 0. Обнаружение сигналов в корреляторе с фиксированным порогом осуществляется путем сравнения полученной оценки модуля коэффициента корреляции с порогом $R_{\text{порог}}$, $\hat{R} > R_{\text{порог}}$. Покажем, что изменение мощности шума σ^2 приводит к изменению вероятности ложной тревоги. Для этого применяя методику из [2] нахождения вероятности ложной тревоги $F(R_{\text{порог}})$, получим

$$F(R_{\text{порог}}) = \frac{(R_{\text{порог}} / \sigma^2)^N K_N(R_{\text{порог}} / \sigma^2)}{2^{N-1} \Gamma(N)}. \quad (2)$$

В данное выражение входит гамма функция $\Gamma(N)$, модифицированная функция Бесселя $K_N(\hat{R}_{\text{порог}})$ порядка N и мощность шума σ^2 .

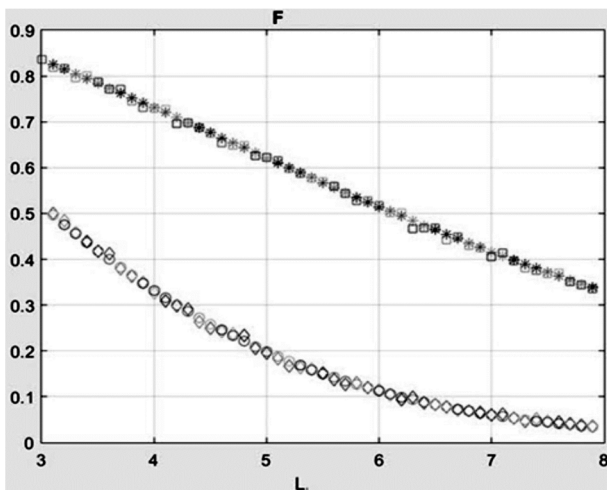


Рис. 1. Вероятность ложной тревоги для корреляционного обнаружения с фиксированным порогом в зависимости от порога L для $N = 4$. Ромбики (моделирование) и кружочки (аналитика) на графиках соответствуют мощности шума 0 дБ, квадратики (моделирование) и звездочки (аналитика) мощности шума 3 дБ

Расчеты по формуле (2) для $N = 4$, приведенные на рис. 1, показывают, что даже незначительные изменения мощности шума на входе от 0 до 3 дБ приводит к заметному изменению (росту) вероятности ложной тревоги. Для верификации аналитических расчетов на графике имеются результаты и моделирования коррелятора с фиксированным порогом в MATLAB. Совпадение аналитики и моделирования подтверждают отсутствие стабильной вероятности ложной тревоги в корреляторе с фиксированным порогом.

Вероятность ложной тревоги на выходе умножителя с когерентным накопителем и адаптивным порогом

Для преодоления указанного недостатка предлагается производить дополнительно оценки мощности шу-

ма на двух несущих частотах, т.е. z_1 и z_2

$$z_1 = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{1i}) \text{Re}(Z_{1i}) + \text{Im}(Z_{1i}) \text{Im}(Z_{1i}) \quad (3)$$

$$z_2 = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{2i}) \text{Re}(Z_{2i}) + \text{Im}(Z_{2i}) \text{Im}(Z_{2i}). \quad (4)$$

Суммирование оценок мощности $Z_s = (z_1 + z_2)$ и умножение на коэффициент определяющий вероятность ложной тревоги α , позволяет сделать порог адаптивным $\hat{R} > \alpha Z_s$.

Считая независимыми оценки модуля коэффициента корреляции и оценки мощности шума, можно получить выражение для вероятности ложной тревоги предложенного адаптивного коррелятора.

$$F(\alpha) = \int_0^\infty P(Z_s) dZ_s \int_{\alpha Z_s}^\infty P(R) dR. \quad (5)$$

Считая, что оценка мощности Z_s имеет распределение χ^2 , вероятность ложной тревоги $F(\alpha)$ примет вид

$$F(\alpha) = \int_0^\infty \frac{Z_s^{N-1} e^{-Z_s/2\sigma^2}}{\Gamma(N)(2\sigma^2)^N} \cdot \frac{(\alpha Z_s / 2\sigma^2) K_N(\alpha Z_s / 2\sigma^2)}{\Gamma(N)(2\sigma^2)^{N-1}} dZ_s. \quad (6)$$

После взятия интеграла получаем

$$F(\alpha) = \sqrt{\pi} a^{2N} \frac{\Gamma(3N)}{2^{(4N-1)}} \Gamma\left(2N + \frac{1}{2}\right) \Gamma(N)_2 \times \\ \times F_1\left(\frac{3N+1}{2}, \frac{3N}{2}; 2N + 1/2; 1 - 4\alpha^2\right), \quad (7)$$

где $2F_1$ гипергеометрическая функция. Полученное выражение (7) говорит о главном – в нем не присутствует мощность шума σ^2 . Ниже приводится таблица порогов для корреляторов с фиксированным порогом (два левых столбца) и с адаптивным порогом (два правых столбца) при разных ложных тревогах и разных N .

Таблица порогов

N	4	8	4	8
10^{-1}	6,196	8,674	0,474	0,3015
10^{-4}	15,684	20,093	2,2045	0,9638

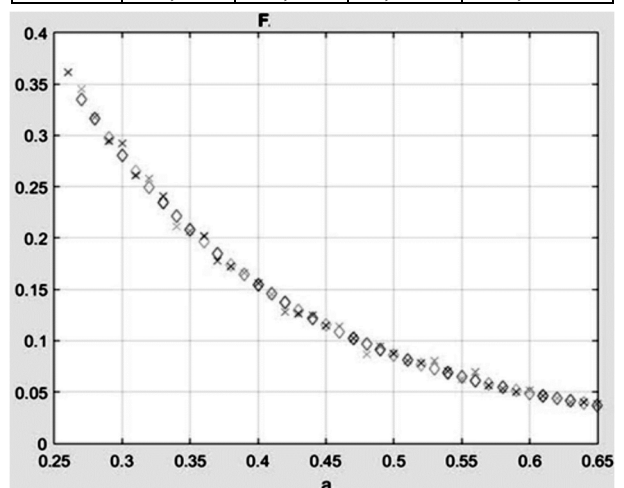


Рис. 2. Вероятность ложной тревоги для предложенного корреляционного обнаружения с адаптивным порогом для $N = 4$ в зависимости от константы α , умноженной на суммарную оценку мощности шума. Ромбики на графиках соответствуют аналитике, крестики моделированию

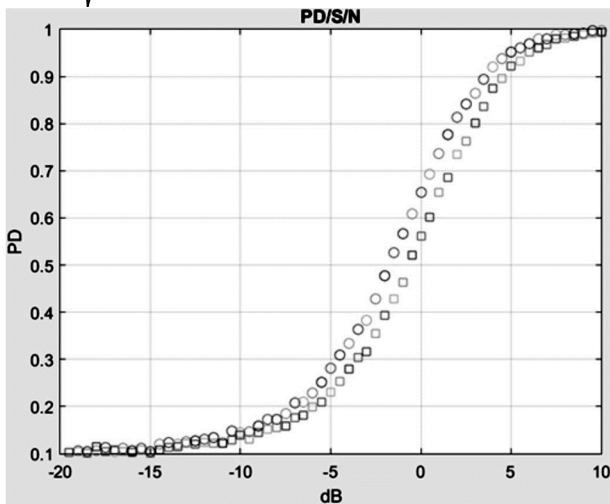


Рис. 3. Вероятность правильного обнаружения PD для корреляторов с фиксированным и адаптивным порогом для $N = 4$ в зависимости от сигнал/шум (dB) для вероятности ложной тревоги 0,1 и коэффициента корреляции 0,9. кружочки на графиках соответствуют коррелятору с фиксированным порогом, квадратики коррелятору с адаптивным порогом

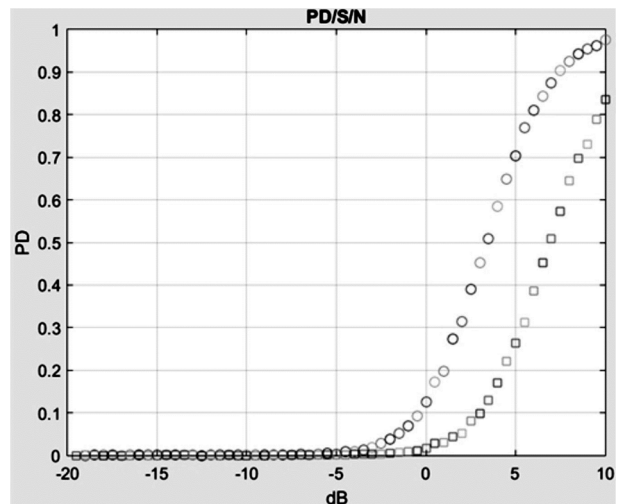


Рис. 4. Вероятность правильного обнаружения PD для корреляторов с фиксированным и адаптивным порогом для $N = 4$ в зависимости от сигнал/шум (dB) для вероятности ложной тревоги 0,0001 и коэффициента корреляции 0,9. Кружочки на графиках соответствуют коррелятору с фиксированным порогом, квадратики коррелятору с адаптивным порогом

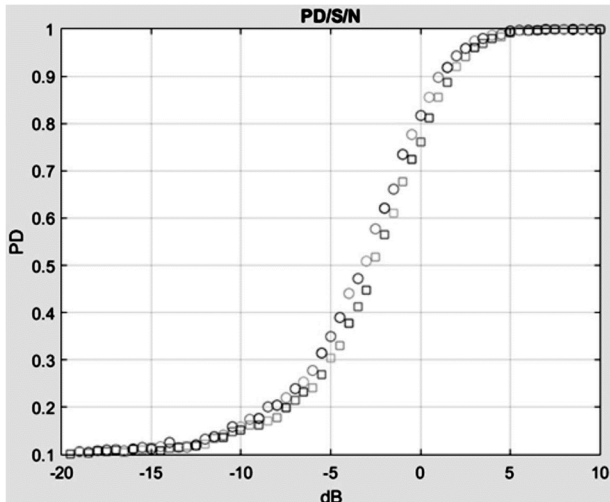


Рис. 5. Вероятность правильного обнаружения PD для корреляторов с фиксированным и адаптивным порогом для $N = 8$ в зависимости от сигнал/шум (dB) для вероятности ложной тревоги 0,1 и коэффициента корреляции 0,9. кружочки на графиках соответствуют коррелятору с фиксированным порогом, квадратики коррелятору с адаптивным порогом

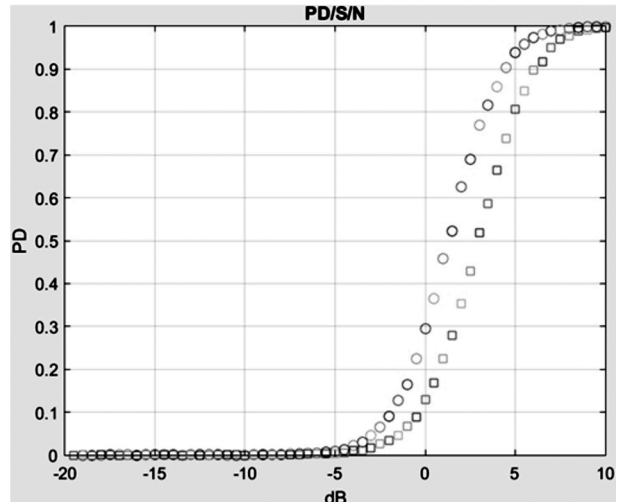


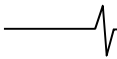
Рис. 6. Вероятность правильного обнаружения PD для корреляторов с фиксированным и адаптивным порогом для $N = 4$ в зависимости от сигнал/шум (dB) для вероятности ложной тревоги 0,0001 и коэффициента корреляции 0,9. Кружочки на графиках соответствуют коррелятору с фиксированным порогом, квадратики коррелятору с адаптивным порогом

Дальнейший анализ производился не только аналитическим расчетом по полученной формуле, но и для верификации моделированием корреляционного обнаружения с адаптивным порогом в MATLAB.

Результаты аналитических расчетов и моделирования показали хорошее совпадение (см. рис. 2), что позволяет сделать вывод о корректности полученного аналитического выражения (7). И, главное, изменение уровня шума в корреляторе с адаптивным порогом не влияет на вероятность ложной тревоги.

Коррелятор с адаптивным порогом по эффективности сравнивался с коррелятором с фиксированным порогом расчетом характеристик обнаружения флюктуирующего

коррелированного сигнала. Это было сделано с помощью моделирования в системе MATLAB. На рис. 3-6 приводятся кривые для вероятности правильного обнаружения флюктуирующего сигнала с коэффициентом корреляции 0,9 для двух рассматриваемых устройств при $N = 8$ и вероятности ложной тревоги 0,1 и при $N = 8$ и вероятности ложной тревоги 0,0001. Показано, что эффективность в пороговом сигнале для вероятности правильного обнаружения 0,5 и вероятности ложной тревоги 0,1 и 0,0001 несколько выше у коррелятора без стабилизации ложных тревог. Это своего рода плата за инвариантные свойства адаптивного коррелятора к изменениям мощности шума, обеспечивая стабилизацию вероятности ложной



тревоги на выходе. Следует заметить, что эти потери снижаются при увеличении выборки наблюдений.

Заключение

Таким образом, проведенное исследование в системе MATLAB полностью подтверждает положительный эффект от применения предложенного коррелятора со стабилизацией ложных тревог. Важно подчеркнуть, что полученное аналитическое выражение для вероятности ложной тревоги адаптивного коррелятора позволит более обстоятельно исследовать его свойства для разных малых выборок наблюдения в широком диапазоне вероятностей ложных тревог.

Литература

1. Бартенев В.Г. Анализ эффективности обнаружителей коррелированных сигналов в шуме для малых выборок наблюдения // Цифровая обработка сигналов. 2016. № 4. – С. 35-39
2. Бартенев В.Г., Бартенев М.В. Способ нахождения вероятностных характеристик на выходе нелинейных систем // Цифровая обработка сигналов. 2013. № 4.– С. 42-44
3. Потемкин В.Г. «Справочник по MATLAB» Анализ и обработка данных. <http://matlab.exponenta.ru/ml/book2/chapter8>.