

УДК 621.391.822.3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ БЕСПороГОВОЙ ПРОЦЕДУРЫ ПОИСКА ПСЕВДОСЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ РАЗРЯДНОСТИ ВХОДНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

*Кузьмин Е.В., к.т.н., доцент кафедры радиотехники ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», e-mail: EKuzmin@sfu-kras.ru ; kuzminev@mail.ru.*

### EFFICIENCY OF THE NON-THRESHOLD SPREAD SPECTRUM SIGNAL SEARCHING PROCEDURE IN CASE OF QUANTIZATION OF THE INCOMING OBSERVATIONS

*Kuzmin E.V.*

*The characteristics of the non-threshold spread spectrum signal searching by the delay procedure in case of quantization effect are studied. The results of the statistical modeling are presented: curves of correct searching probability vs. the reception conditions for various versions of the bit-width of the analog-to-digital conversion. The paper presents estimation of possible losses in noise immunity of the signal searching procedure due to the quantization effect.*

**Key words:** n-bit quantization, quantization noise, spread spectrum signal searching, correct searching probability, cross-correlation function.

**Ключевые слова:** многоуровневое квантование, шум квантования, поиск псевдослучайного сигнала, вероятность правильного поиска, взаимная корреляционная функция.

#### Введение

Неотъемлемым этапом обработки псевдослучайных сигналов является поиск по времени запаздывания, в результате которого формируется грубая оценка задержки сигнала, необходимая для дальнейшей синхронизации приёмника [1, стр. 165]; [2, стр. 268]; [3, стр. 118, стр. 495]. Одним из факторов, способных снижать помехоустойчивость обработки сигналов, является ограниченная разрядность наблюдений аддитивной смеси, вызванная аналого-цифровым преобразованием (АЦП) [3, стр. 490]; [4, стр. 383]. Исследованию влияния данного фактора на характеристики процедуры беспорогового поиска псевдослучайного сигнала и посвящена данная статья.

**Цель статьи:** исследование влияния ограниченной разрядности наблюдений аддитивной смеси на вероятность правильного исхода беспорогового поиска псевдослучайного сигнала по задержке и определение потерь в помехоустойчивости процедуры поиска.

#### Модель наблюдений

Пусть на входе приёмника действует аддитивная смесь псевдослучайного фазоманипулированного сигнала  $y_s(t)$  [5, стр. 50] и белого гауссовского шума  $y_n(t)$ :

$$y_{\Sigma}(t) = A_s y_s(t) + y_n(t),$$

$$y_s(t) = a(t) \sin(2\pi f_s t - \varphi_0), \quad (1)$$

$$a(t) = \sum_{l=1}^L a_l \text{rect}(t - (l-1)T_a), \quad a_l = \{\pm 1\}_{l=1}^L,$$

где  $A_s = \sqrt{2P_s}$  – амплитуда сигнала,  $P_s$  – его мощность,  $f_s$  – центральная частота спектра сигнала,  $\varphi_0$  –

*Исследуются характеристики беспороговой процедуры поиска псевдослучайного сигнала по задержке при учёте эффекта квантования по уровню. Методом статистического моделирования получены семейства зависимостей вероятности правильного выполнения поиска от условий приёма для различных вариантов разрядности аналого-цифрового преобразования. Дана оценка возможных потерь в помехоустойчивости процедуры поиска сигнала, обусловленных эффектом квантования по уровню.*

начальная фаза;  $a(t)$  – видеосигнал, соответствующий бинарной псевдослучайной последовательности  $a_l$  длины  $L$ ,  $\text{rect}(t)$  – парциальный прямоугольный импульс с единичной амплитудой и длительностью  $T_a$ . Для реализации цифровой обработки аддитивной смеси  $y_{\Sigma}(t)$  необходимо её аналого-цифровое преобразование, предполагающее как минимум две основных операции – дискретизацию по времени с шагом  $T$  и квантование по уровню [6, стр. 39], что даёт отсчёты

$$y_{\Sigma_{\text{кв}}}(kT) = U \left( \left[ \alpha + \frac{m}{2} + \frac{y_{\Sigma}(kT)}{U} \right] - \frac{m}{2} \right),$$

$$U = \frac{D}{m}, \quad m = 2^{q_{\text{кв}}}, \quad (2)$$

$$y_{\Sigma}(kT) = A_s y_s(kT) + y_n(kT, \sigma_n^2), \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где  $k$  – номер выборки;  $N$  – количество выборок;  $\lfloor \cdot \rfloor$  – операция выделения целой части числа;  $U$  – шаг квантования по уровню;  $D$  – диапазон изменения значений смеси (1);  $m$  – число уровней квантования;  $q_{\text{кв}}$  – разрядность АЦП;  $\alpha$  – параметр, учитывающий способ квантования:  $\alpha = 0,5$  соответствует квантованию с округлением, а  $\alpha = 0$  соответствует квантованию с усечением;  $kT, \sigma_n^2$  – отсчёты дискретизированного шума с дисперсией  $\sigma_n^2 = N_0/2T$ ,  $N_0$  – спектральная плотность мощности.

## Процедура поиска сигнала

Практика функционирования многих систем такова, что на начальном этапе приёма сигнал  $y_s(t - \tau)$  имеет неизвестную случайную задержку  $\tau$ , оценку которой, как уже было сказано во введении, необходимо получить с грубой точностью – то есть необходимо решить задачу поиска сигнала по задержке, что реализуется на основе оптимального правила распознавания (различения) сигналов [1, стр. 166]. Распознавание сигналов основано на параллельном либо последовательном вычислении взаимных корреляционных функций (ВКФ) аддитивной смеси (1) и копий полезного сигнала, отличающихся вносимой задержкой. По наибольшему значению ВКФ находится оценка задержки  $\hat{\tau}$  сигнала, содержащегося в смеси (1) [1, стр. 166]. Используя известный подход к вычислению ВКФ [7], можно записать выражение для выходного эффекта беспороговой процедуры поиска:

$$Z = \left| \text{ОДПФ} \left\{ \text{ДПФ} \left\{ \dot{Y}_\Sigma \right\} \cdot \text{ДПФ}^* \left\{ \dot{S}_0 \right\} \right\} \right|, \quad (3)$$

где ОДПФ $\{\cdot\}$  и ДПФ $\{\cdot\}$  – операторы обратного и прямого дискретного преобразования Фурье соответственно;  $|\cdot|$  – операция вычисления модуля; звёздочка означает комплексное сопряжение;  $\dot{Y}_\Sigma$  и  $\dot{S}_0$  – комплексные векторы, содержащие  $N$  отсчётов, получаемые соответственно путём квадратурного гетеродинамирования отсчётов входных наблюдений  $y_\Sigma(kT)$  и дискретизированного опорного сигнала  $s_0(kT)$  (являющегося несмещённой копией полезного сигнала  $y_s(kT)$ ), с последующим объединением квадратур с использованием мнимой единицы  $j = \sqrt{-1}$

$$\begin{aligned} \dot{Y}_\Sigma &= \{y_\Sigma(kT) \cos(2\pi f_s kT) + jy_\Sigma(kT) \sin(2\pi f_s kT)\}_{k=1}^N, \\ \dot{S}_0 &= \{s_0(kT) \cos(2\pi f_s kT) + js_0(kT) \sin(2\pi f_s kT)\}_{k=1}^N \end{aligned} \quad (4)$$

Сравнение значений выходного эффекта (3) с пороговым уровнем не используется, поскольку факт присутствия сигнала полагается известным, что характерно для систем с непрерывным сигналом, присутствующим в течение длительного интервала наблюдения. Ожидаемые потери в помехоустойчивости процедуры поиска  $\gamma$ , появляющиеся при учёте влияния АЦП – учёте эффекта квантования по уровню смеси (1), объясняются некоторым ухудшением условий приёма из-за присутствия шума квантования. Нетрудно показать, что при многоуровневом квантовании, потери в помехоустойчивости, обусловленные шумом квантования, составят

$$\begin{aligned} \gamma &= \left( 1 + \frac{\sigma_{\text{нкв}}^2}{\sigma_n^2} \right)^{-1} = \left( 1 + \frac{U^2/12}{\sigma_n^2} \right)^{-1} = \left( 1 + \frac{D^2}{12 \cdot 2^{2q_{\text{ант}}} \sigma_n^2} \right)^{-1}, \\ 10 \lg(\gamma) &= -10 \lg \left( 1 + \frac{D^2}{12 \cdot 2^{2q_{\text{ант}}} \sigma_n^2} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\sigma_{\text{нкв}}^2$  – дисперсия шума квантования, равная  $U^2/12$  [6, стр. 41]; [8, стр. 380].

Допуская возможным корректный априорный выбор диапазона  $D$ , проведём исследование влияния разрядности АЦП  $q_{\text{ант}}$  на качество беспороговой процедуры

поиска псевдослучайного сигнала  $y_s(t - \tau)$  по задержке, реализуемой на основе (3) и (4), с учётом предварительной обработки смеси (1) согласно (2). Для оценки качества процедуры поиска сигнала выбрана вероятность правильного выполнения поиска  $P$ , которая оценивалась методом статистического моделирования с применением ранее разработанной методики [9].

## Результаты исследования

На рис. 1-4 представлены семейства зависимостей вероятности правильного выполнения поиска  $P$  от энергетического потенциала – отношения мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума  $q_{\text{эп}} = 10 \lg(P_s/N_0)$ , характеризующего условия приёма. Непронумерованными сплошными линиями на рис. 1-4 показаны кривые вероятностей, полученных при подстановке в (4) наблюдений  $y_\Sigma(kT)$  – то есть при отсутствии квантования по уровню. На рис. 1 пронумерованные пунктирные кривые соответствуют различным вариантам ограничения разрядности наблюдений. Кривая 1 соответствует знаковому ограничению наблюдений  $\text{sign}(y_\Sigma(kT))$ , где  $\text{sign}(\cdot)$  – функция знака; кривая 2 соответствует квантованной смеси  $y_{\Sigma_{\text{кв}}}(kT)$  при разрядности АЦП, равной  $q_{\text{ант}} = 2$ ; кривая 3 –  $q_{\text{ант}} = 3$ ; кривая 4 получена при  $q_{\text{ант}} = 4$ . Кривые вероятностей, полученные при  $4 < q_{\text{ант}} \leq 12$ , совпадают с кривой, рассчитанной для случая отсутствия квантования по уровню и на рисунке не показаны. Кривые 2-4 на рис. 1 получены при  $\alpha = 0,5$ , то есть при использовании квантования по уровню с округлением.

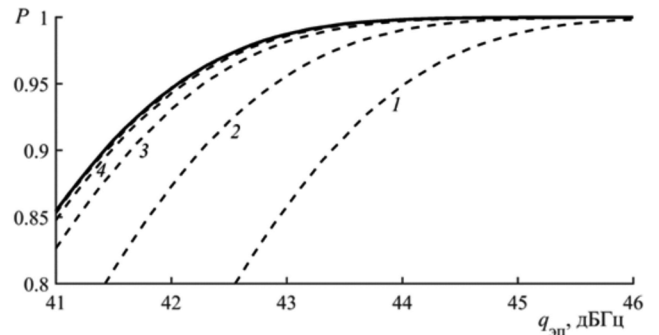


Рис. 1. Зависимости вероятности правильного выполнения поиска от энергетического потенциала

На рис. 2-4 кривые вероятностей пронумерованы парами, в каждой из которых сплошная линия означает использование квантования по уровню с округлением ( $\alpha = 0,5$ ), а пунктир – квантование по уровню с усечением ( $\alpha = 0$ ). Нумерация кривых на рис. 2-4 имеет следующий смысл: кривые 1 соответствует квантованной смеси  $y_{\Sigma_{\text{кв}}}(kT)$  при разрядности АЦП, равной  $q_{\text{ант}} = 2$ ; кривые 2 – соответствует  $q_{\text{ант}} = 3$ ; кривые 3 получены при  $q_{\text{ант}} = 4$ .

Все кривые на рис. 1, и рис. 2 получены при числе статистических испытаний  $10^6$ , амплитуде полезного

сигнала на входе процедуры поиска  $A_s \ll \sigma_n$ , значениях  $(Tf_s)^{-1} = 4$ ,  $N = 4096$ ,  $L = 511$ . Шаг изменения отношения  $q_{\text{эп}}$  равен 0,1 дБ. Диапазон  $D = 6\sigma_n$  выбран таким образом, чтобы максимальные шумовые выбросы оказывались в пределах «раскрыва» квантователя. Семейства вероятностей правильного выполнения поиска, показанные на рис. 3 и рис. 4, получены при числе статистических испытаний  $10^7$ , а другие условия статистического эксперимента аналогичны условиям, при которых получен рис. 2. Рис. 4 является «продолжением» рис. 3.

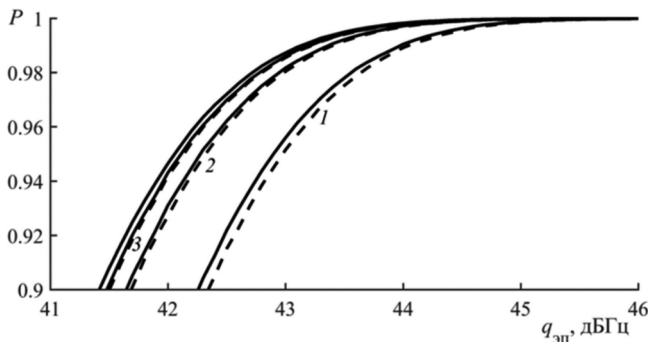


Рис. 2. Зависимости вероятности правильного выполнения поиска от энергетического потенциала

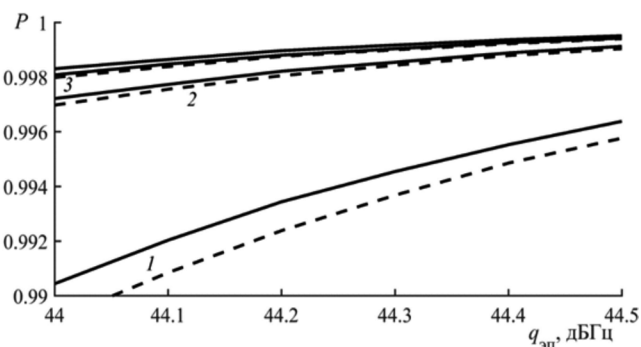


Рис. 3. Зависимости вероятности правильного выполнения поиска от энергетического потенциала

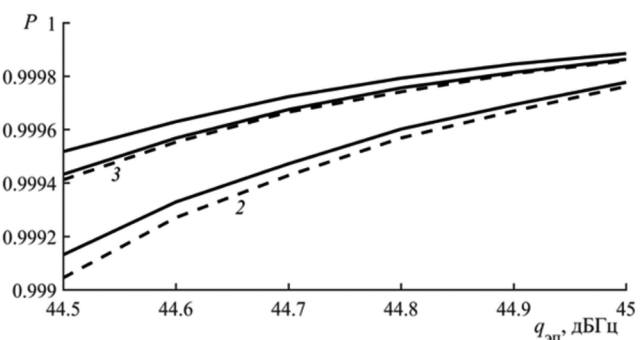


Рис. 4. Зависимости вероятности правильного выполнения поиска от энергетического потенциала

### Обсуждение результатов

Как видно из рис. 1, для принятых условий статистического эксперимента ограничение разрядности (2) наблюдений аддитивной смеси (1) оказывает заметное влияние на выбранный показатель качества – на вероятность правильного выполнения поиска сигнала по задержке на основе (3), (4). Полученные зависимости поз-

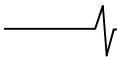
воляют определить значения энергетического потенциала  $Q_{\text{эп}}$ , при которых обеспечивается заданный уровень качества процедуры поиска – вероятности правильного выполнения поиска  $P$ , и, таким образом оценить необходимые параметры для (2). В табл. 1 внесены требуемые значения энергетического потенциала  $Q_{\text{эп}}$ , при которых обеспечивается вероятность правильного выполнения поиска  $P = 0,9$  и  $P = 0,99$  для различных вариантов разрядности АЦП, в том числе и для случая отсутствия АЦП – то есть без ограничения (б/о) разрядности. Как видно из данных таблицы 1, для фиксированных уровней  $P$  максимальные потери в помехоустойчивости процедуры поиска псевдослучайного сигнала по задержке ожидаемо соответствуют случаю знакового ограничения аддитивной смеси  $\text{sign}(y_\Sigma(kT))$  и составляют 2 дБ, что совпадает с аналитической оценкой (1,96 дБ) данной в [10, стр. 101]. При разрядности АЦП равной  $q_{\text{ацп}} = 2$  потери в помехоустойчивости не превышают 0,9 дБ; при разрядности АЦП  $q_{\text{ацп}} = 3$  потери составляют 0,3 дБ. Дальнейшее увеличение разрядности АЦП приводит к исчезающе малым потерям, исчисляемым значениями, меньшими 0,1 дБ. Указанные экспериментально полученные значения потерь в помехоустойчивости процедуры беспорогового поиска для  $q_{\text{ацп}} \geq 2$  хорошо совпадают (расхождение менее 0,1 дБ) со значениями  $10 \lg(\gamma)$ , полученными согласно (5), а также не противоречат оценкам общего характера [3, стр. 490]; [4, стр. 383]; [10, стр. 101]; [11, стр. 252].

Как видно из рис. 2-4, способ квантования по уровню наблюдений аддитивной смеси (1) оказывает незначительное влияние на вероятность правильного выполнения поиска сигнала по задержке. При разрядности АЦП  $q_{\text{ацп}} \geq 4$ , кривые вероятностей, полученные для равных значений  $q_{\text{ацп}}$ , но разных  $\alpha$  (0 и 0,5), становятся практически неразличимыми. Автор признателен А.С. Глинченко за полезную консультацию по модификации модели квантователя [6, стр. 39] к виду (2).

### Заключение

Исследована эффективность процедуры беспорогового поиска псевдослучайного сигнала по задержке при учёте эффекта квантования по уровню наблюдений аддитивной смеси. Получены семейства зависимостей вероятности  $P$  правильного выполнения поиска псевдослучайного сигнала по задержке от значения энергетического потенциала  $q_{\text{эп}}$  для различных вариантов разрядности АЦП  $q_{\text{ацп}}$ . Результаты проведённого статистического моделирования позволяют сделать следующие выводы. Ограничение разрядности входных наблюдений, учитываемое квантованием по уровню аддитивной смеси, оказывает заметное влияние на ход зависимостей вероятности  $P(q_{\text{эп}})$ . При этом характеристики  $P(q_{\text{эп}})$ , полученные для квантования по уровню с округлением и усечением, отличаются несущественно.

Установлено, что потери в помехоустойчивости процедуры поиска псевдослучайного сигнала по задержке составляют 2 дБ для случая знакового ограничения ад-



дитивной смеси; 0,9 дБ при разрядности АЦП  $q_{\text{ацп}} = 2$ , и менее 0,5 дБ при  $q_{\text{ацп}} \geq 3$ . Экспериментально полученные значения потерь в помехоустойчивости процедуры поиска хорошо совпадают с аналитической оценкой (5) и согласуются с известными оценками общего характера.

Таблица 1 – Требуемые значения  $Q_{\text{эп}}$  для достижения вероятности  $P = 0,9; 0,99$  при различных вариантах  $q_{\text{ацп}}$

$q_{\text{ацп}}$	$Q_{\text{эп}}$ , дБГц	
	$P = 0,9$	$P = 0,99$
sign	43,4	45,1
2	42,3	44
3	41,7	43,4
4	41,5	43,2
5-12; б / о	41,4	43,1

### Литература

1. Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах / В.П. Ипатов, Ю.М. Казаринов, Ю.А. Коломенский, Ю.Д. Ульяницкий; под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Сов. радио, 1975. – 296 с.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функциониро-

вания / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.

4. Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems / Eds. Peter J.G. Teunissen, Oliver Montenbruck. – Springer International Publishing AG, 2017. – 1327 с.

5. Тузов Г.И. Статистическая теория приёма сложных сигналов / Г.И. Тузов. – М.: Сов. радио, 1977. – 400 с.

6. Глинченко А.С. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. / А.С. Глинченко. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2005. – 482 с.

7. J.N. Daigle and N. Xiang. A specialized fast cross-correlation for acoustical measurements using coded sequences / J. Acoust. Soc. Am., Vol. 119, No. 1, January 2006. P. 330-335.

8. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.

9. Кузьмин Е.В. Повышение вероятности правильного поиска шумоподобного сигнала по времени запаздывания на фоне тональной помехи / Е.В. Кузьмин, Ф.Г. Зограф // Успехи современной радиоэлектроники. – 2016. – №11. – С. 137-140.

10. Borio D. A statistical theory for GNSS signal acquisition. PhD thesis / D. Borio. – Politecnico di Torino, Marzo, 2008. – 291 с.

11. Understanding GPS: principles and applications / Eds. Elliott Kaplan, Christopher Hegarty. – 2nd ed. – ARTECH HOUSE, 2006. – 703 с.