

## ВЛИЯНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ НА ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ КООРДИНАТ ОБЪЕКТОВ НА КОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

*Бузев К.В., начальник сектора АО «РКЦ «Прогресс»;*

*Мятов Г.Н., д.т.н., заместитель главного конструктора АО «РКЦ «Прогресс», e-mail: miatov@mail.ru;*

*Платошин И.В., ведущий инженер АО «РКЦ «Прогресс».*

## THE INFLUENCE OF ANGULAR EXTERNAL ORIENTATION ELEMENTS PRECISION ON GEODETIC REFERENCE OF IMAGES ACCURACY

*Buzuev K.V., Miatov G.N., Platoshin I.V.*

*The problem of estimating the influence of angular external elements on geolocation of satellite images is discussed. The problem solution via search algorithm and mathematical simulation is presented.*

**Key words:** satellite, remote sensing images, geodetic reference of images, angular external orientation elements.

**Ключевые слова:** космический аппарат, дистанционное зондирование Земли, точность оценки координат объекта, точность определения угловых элементов внешнего ориентирования, алгоритм, обратная геодезическая задача.

### Введение

В настоящее время космические аппараты (КА), предназначенные для дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне, например, такие как КА «Ресурс-П», применяются для решения следующих научно-технических задач [1]:

- составление и обновление общегеографических, тематических и топографических карт;
- контроль загрязнения и деградации окружающей среды, в том числе, экологический контроль в районах геологоразведочных работ и добычи полезных ископаемых, выявление и изучение загрязнений окружающей среды, контроль водоохранных и заповедных районов;
- наблюдение районов чрезвычайных ситуаций с целью предупреждения развития стихийных бедствий, аварий, катастроф, а также оценка их последствий с целью планирования восстановительных мероприятий;
- контроль застройки территорий, получение данных для инженерной оценки местности в интересах хозяйственной деятельности и многих других.

Каждая из этих задач накладывает определенные требования к основным тактико-техническим характеристикам КА ДЗЗ: линейному разрешению на местности, производительности КА, оперативности доставки информации потребителю и точности определения координат объектов на снимке.

Для решения задач создания и обновления топографических карт к КА «Ресурс-П» впервые были предъявлены требования к обеспечению привязки снимков с точностью СКО 10-15 м.

Один из параметров, который оказывает существенное влияние на точность определения координат объек-

*Рассматривается задача оценки влияния точности определения угловых элементов внешнего ориентирования на точность оценки координат объекта, находящегося на пересечении центральной линии визирования с общеземным эллипсоидом. Рассматривается решение задачи с помощью поискового алгоритма. Определены условия математического моделирования. В соответствии с предложенным алгоритмом проведена оценка влияния точности определения угловых элементов внешнего ориентирования на точность определения координат объекта для определенных условий.*

та (ТОКО) на снимке является точность оценки угловых элементов внешнего ориентирования (УЭВО) КА [2].

### Постановка задачи

В статье решается задача оценки влияния точности определения УЭВО на ТОКО, находящегося на пересечении центральной линии визирования с общеземным эллипсоидом.

Для ее решения предлагается следующий алгоритм:

1) Из определенного диапазона околокруговых солнечно-синхронных орбит, как основного класса орбит для КА оптико-электронного наблюдения (ОЭН), выбирается орбита с заданной средней высотой.

2) Для выбранной орбиты проводится интегрирование уравнений движения центра масс КА на интервале одного витка его полета с фиксированным шагом интегрирования.

3) На каждом шаге интегрирования (соответствующем моменту времени  $t_i \in [0; T_{\text{оск}}]$ , где  $T_{\text{оск}}$  – оскулирующий период обращения КА по орбите) выполняется построение векторов дальности ( $\vec{D}_j$ ) до поверхности общеземного эллипсоида (ОЗЭ) по поверхности конуса наведения (рис. 1), определяемого углом отклонения линии визирования от надира ( $\xi$ ) и углом отклонения линии визирования от курса ( $\zeta$ ). Здесь  $\xi$  – угол между радиус-вектором центра масс КА, взятым с обратным знаком, и вектором дальности до наблюдаемой точки,  $\zeta$  – угол между проекцией вектора дальности на плос-

кость  $OX_0Z_0$  и направлением оси  $OX_0$  орбитальной системы координат (ОСК). За положительное направление  $\zeta$  принимается вращение по часовой стрелке, если смотреть с положительного направления оси  $OY_0$ . Для каждого вектора  $\vec{D}_j$  находятся координаты точки  $M_{j0}^i$  пересечения вектора дальности и поверхности ОЗЭ –  $(\varphi_{j0}^i; \lambda_{j0}^i)$ .

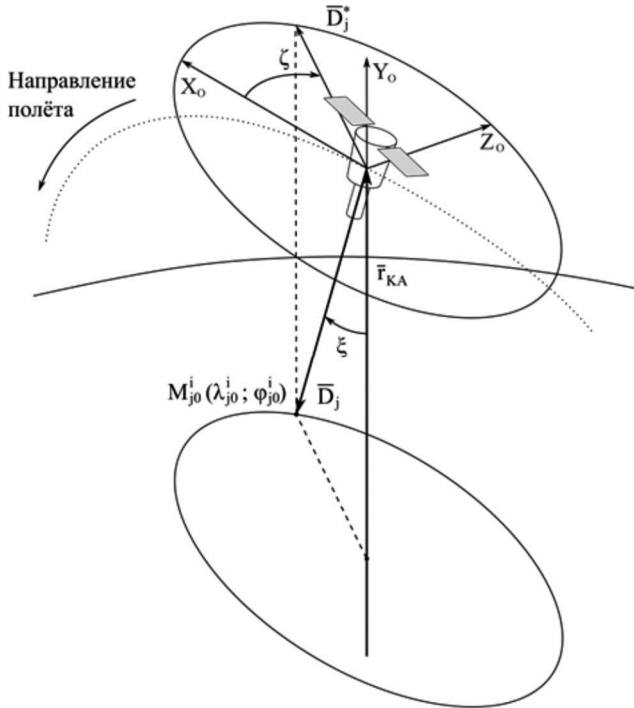


Рис. 1. Конус наведения КА

Для каждого вектора дальности строится набор векторов вспомогательных линий ( $\vec{A}_k$ ) по поверхности конуса рассеяния (рис. 2), определяемого углом отклонения вспомогательной линии от линии визирования ( $\Delta\xi$ ) и углом отклонения вспомогательной линии от курса ( $\Delta\zeta$ ). Здесь  $\Delta\xi$  – угол между вектором дальности и вектором вспомогательной линии,  $\Delta\zeta$  – угол между проекцией вектора вспомогательной линии на плоскость, перпендикулярную вектору дальности и направлением оси  $OX_D$  вспомогательной системы координат (ВспСК). Центр ВспСК находится в центре масс КА, ось  $OY_D$  противоположно направлена вектору дальности, ось  $OX_D$  лежит в плоскости, образованной осями  $OY_D$  и  $OY_0$ , перпендикулярна оси  $OY_D$  и направлена в сторону оси  $OY_0$  (для случая  $\xi = 0$  принимается, что ось  $OX_D$  совпадает с осью  $OX_0$ ), ось  $OZ_D$  дополняет систему до правой ортогональной. Для каждого вектора  $\vec{A}_k$  находятся координаты точки  $M_{jk}^i$  пересечения вспомогательной линии и поверхности ОЗЭ –  $(\varphi_{jk}^i; \lambda_{jk}^i)$ .

5. Находится расстояние  $L_{jk}^i$  между точками  $M_{jk}^i$  и  $M_{j0}^i$ .

6. Находится точность определения координат объекта для вектора дальности  $\vec{D}_j$  на момент времени  $t_i$ :

$$L_j^i = \max\{L_{jk}^i\}.$$

7. Находится точность определения координат объекта на момент времени  $t_i$ :  $L^i = \max\{L_j^i\}$ .

8. Находится точность определения координат объекта для текущей рабочей орбиты:  $L_{H=X} = \max\{L^i\}$ .

Для реализации предложенного алгоритма построена математическая модель.

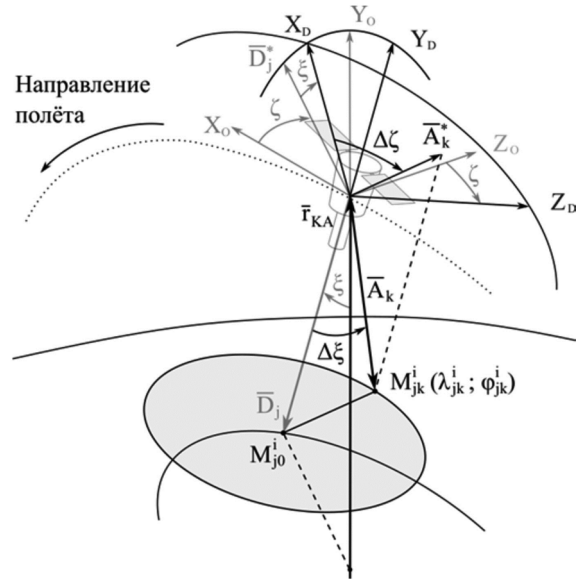


Рис. 2. Конус рассеяния

**Построение вектора дальности и вспомогательной линии**

Единичный вектор дальности может быть записан в проекции на оси ОСК в следующем виде:

$$\vec{l}_D^{OSK} = \frac{\vec{D}}{|\vec{D}|} = (\cos \zeta \cdot \sin \xi \quad -\cos \xi \quad \sin \zeta \cdot \sin \xi)^T. \quad (1)$$

Единичный вектор вспомогательной линии может быть записан в проекции на оси ВспСК в виде:

$$\vec{l}_A^{BcnCK} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = (\cos \Delta \zeta \cdot \sin \Delta \xi \quad -\cos \Delta \xi \quad \sin \Delta \zeta \cdot \sin \Delta \xi)^T. \quad (2)$$

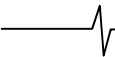
Матрица перехода от ОСК к ИСК записывается в виде  $M_{OI} = (\vec{X}_0 | \vec{Y}_0 | \vec{Z}_0)$ , где  $X_0, Y_0, Z_0$  – оси ОСК, вычисляемые по формулам [3]:

$$\vec{Y}_0 = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad \vec{Z}_0 = -\frac{\vec{r} \times \vec{V}}{|\vec{r} \times \vec{V}|}, \quad \vec{X}_0 = \vec{Y}_0 \times \vec{Z}_0. \quad (3)$$

Матрица перехода от ВспСК к ОСК записывается в виде  $M_{DO} = (\vec{X}_D | \vec{Y}_D | \vec{Z}_D)$ , где  $X_D, Y_D, Z_D$  – оси ВспСК, вычисляемые по формулам:

$$\vec{Y}_D = -\frac{\vec{D}}{|\vec{D}|} = -\vec{l}_D^{OSK}, \quad \vec{Z}_D = -\frac{\vec{Y}_D \times \vec{Y}_0^{OSK}}{|\vec{Y}_D \times \vec{Y}_0^{OSK}|}, \quad \vec{X}_D = \frac{\vec{Y}_D \times \vec{Z}_D}{|\vec{Y}_D \times \vec{Z}_D|}, \quad \vec{Y}_0^{OSK} = (0 \quad 1 \quad 0)^T. \quad (4)$$

Проекции единичного вектора дальности на оси ИСК вычисляются как



$$\vec{l}_D^{ИСК} = M_{OH} \cdot \vec{l}_D^{ОСК} \quad (5)$$

Проекции единичного вектора вспомогательной линии на оси ИСК вычисляются по формуле:

$$\vec{l}_A^{ИСК} = M_{OH} \cdot M_{DO} \cdot \vec{l}_A^{ВенСК} \quad (6)$$

### Нахождение координат точки пересечения линии визирования с ОЗЭ

Для нахождения радиус-вектора ( $\vec{R}_3$ ), исходящего из центра ОЗЭ в точку пересечения линии визирования с ОЗЭ, представим его как сумму радиус-вектора центра масс КА ( $\vec{r}_{КА}$ ) и вектора дальности  $\vec{D}$ :

$$\vec{R}_3 = \vec{r}_{КА} + \vec{D} \quad (7)$$

и подставим в уравнение ОЗЭ:

$$R_{3X}^2 + R_{3Y}^2 + \frac{R_{3Z}^2}{(1 - \alpha_{СЖ})^2} = R_3^2, \quad (8)$$

где  $R_{3X}$ ,  $R_{3Y}$ ,  $R_{3Z}$  – проекции радиус-вектора  $\vec{R}_3$  на оси ИСК,  $R_3 = 6378,136$  км – экваториальный радиус,

$\alpha_{СЖ} = \frac{1}{298,25784}$  – коэффициент полярного сжатия

ОЗЭ [4]. В результате получим уравнение:

$$(r_X + D_X)^2 + (r_Y + D_Y)^2 + \frac{(r_Z + D_Z)^2}{(1 - \alpha_{СЖ})^2} = R_3^2, \quad (9)$$

где  $r_X, r_Y, r_Z, D_X, D_Y, D_Z$  – проекции векторов  $\vec{r}_{КА}$  и  $\vec{D}$  на оси ИСК.

Раскроем скобки и проведем группировку слагаемых относительно модуля вектора дальности ( $D$ ), учитывая, что  $D_X = D \cdot l_{DX}^{ИСК}$ ,  $D_Y = D \cdot l_{DY}^{ИСК}$ ,  $D_Z = D \cdot l_{DZ}^{ИСК}$ . Получим уравнение:

$$\begin{aligned} & \left( l_{DX}^2 + l_{DY}^2 + \frac{l_{DZ}^2}{(1 - \alpha_{СЖ})^2} \right) \cdot D^2 + \\ & + 2 \cdot \left( r_X \cdot l_{DX}^{ИСК} + r_Y \cdot l_{DY}^{ИСК} + \frac{r_Z \cdot l_{DZ}^{ИСК}}{(1 - \alpha_{СЖ})^2} \right) \cdot D + \\ & + \left( r_X^2 + r_Y^2 + \frac{r_Z^2}{(1 - \alpha_{СЖ})^2} \right) - R_3^2 = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$l_{DX}^2 = l_{DX}^{ИСК} \cdot l_{DX}^{ИСК}, \quad l_{DY}^2 = l_{DY}^{ИСК} \cdot l_{DY}^{ИСК}, \quad l_{DZ}^2 = l_{DZ}^{ИСК} \cdot l_{DZ}^{ИСК}, \quad l_{DX}^{ИСК}, l_{DY}^{ИСК}, l_{DZ}^{ИСК} - \text{проекции вектора } \vec{l}_D^{ИСК} \text{ на оси ИСК.}$$

Введем следующие обозначения:

$$\vec{r}_{II} = \left( r_X \quad r_Y \quad \frac{r_Z}{(1 - \alpha_{СЖ})} \right)^T - \text{приведенный радиус-вектор КА;}$$

вектор КА;

$$\vec{l}_{II} = \left( l_{DX}^{ИСК} \quad l_{DY}^{ИСК} \quad \frac{l_{DZ}^{ИСК}}{(1 - \alpha_{СЖ})} \right)^T - \text{приведенный единичный вектор дальности;}$$

вектор дальности;

$$C_{rI} = \vec{r}_{II} \cdot \vec{l}_{II} - \text{скалярное произведение векторов } \vec{r}_{II} \text{ и } \vec{l}_{II}.$$

Тогда уравнение (10) запишется в виде:

$$l_{II}^2 \cdot D^2 + 2 \cdot C_{rI} \cdot D + (r_{II}^2 - R_3^2) = 0. \quad (11)$$

Корни этого квадратного уравнения находятся в виде:

$$D_{1,2} = \frac{-C_{rI} \pm \sqrt{C_{rI}^2 + l_{II}^2 \cdot (R_3^2 - r_{II}^2)}}{l_{II}^2}. \quad (12)$$

Введем обозначения:  $d = C_{rI}^2 + l_{II}^2 \cdot (R_3^2 - r_{II}^2)$ ,

$$a = \frac{-C_{rI}}{l_{II}^2}, \quad b = \frac{\sqrt{d}}{l_{II}^2}. \quad \text{Отметим, что } a > 0 \text{ и } b > 0. \text{ Для слу-}$$

чая  $d > 0$  (пересечение линией визирования поверхности ОЗЭ) формула (12) запишется как  $D_1 = a - b$ ,  $D_2 = a + b$ , а искомым корнем будет  $D_1$ .

Тогда геоцентрические координаты точки пересечения линии визирования с поверхностью ОЗЭ находятся по формуле:

$$\begin{cases} \varphi = \arcsin \frac{R_{3Z}}{R_3} \\ \lambda = \arcsin \frac{R_{3X}}{R_3 \cdot \cos \varphi}, \text{sign}(\cos \lambda) = \text{sign}(R_{3X}), \end{cases} \quad (13)$$

где  $R_{3i} = r_i + D_1 \cdot l_{Di}^{ИСК}$ ,  $i = X, Y, Z$ , а

$$R_3 = \sqrt{R_{3X}^2 + R_{3Y}^2 + R_{3Z}^2}.$$

Геоцентрические координаты точки пересечения вспомогательной линии с поверхностью ОЗЭ находятся аналогично, путем замены в формулах (10)-(13) вектора  $\vec{l}_D^{ИСК}$  на вектор  $\vec{l}_A^{ИСК}$ , вычисленный по формуле (6).

Перевод геоцентрической широты в геодезическую (долготы в геоцентрической и геодезической системах координат совпадают) осуществляется по формуле:

$$\text{tg} B = \frac{\text{tg} \varphi}{(1 - \alpha_{СЖ})^2}. \quad (14)$$

### Нахождение расстояния между точками пересечения $\vec{D}_j$ и $\vec{A}_k$ с поверхностью ОЗЭ

Нахождение расстояния между точками пересечения линии визирования и вспомогательной линии с поверхностью ОЗЭ является частью решения обратной геодезической задачи на малые расстояния по формулам со средними аргументами и проводится в соответствии с [5] по формулам:

$$b = \frac{B_2 - B_1}{\rho''}; \quad l = \frac{L_2 - L_1}{\rho''}, \quad (15)$$

где  $b$  – разность геодезических широт, выраженная в радианах,  $l$  – разность долгот, выраженная в радианах,

$\rho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 3600$  – коэффициент перевода угловых секунд в радианы;

кунд в радианы;

$$B_m = \frac{B_1 + B_2}{2}; \quad \eta_m^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_m, \quad (16)$$

где  $B_m$  – средняя широта,  $\eta_m$  – вспомогательная функ-

ция эксцентриситета для средней точки,  $e' = \frac{\sqrt{R_3^2 - R_{II}^2}}{R_{II}}$  –

второй эксцентриситет,  $R_{II} = 6356,75136$  км – полярный радиус ОЗЭ;

$$Q = b \cdot M_m \cdot \left( 1 - (e'^2 - 2 \cdot \eta_m^2) \frac{R_{II}^2}{8} - (1 + \eta_m^2) \cdot \frac{(l \cdot \cos B_m)^2}{12} - \frac{(l \cdot \sin B_m)^2}{8} \right), \quad (17)$$

$$P = l \cdot \cos B_m \cdot N_m \times \left( 1 + (1 - 9 \cdot e'^2 + 8 \cdot \eta_m^2) \frac{b^2}{24} - \frac{(l \cdot \sin B_m)^2}{24} \right), \quad (18)$$

где  $M_m$  и  $N_m$  – главные радиусы кривизны. Эти параметры вычисляются в средней точке по формулам:

$$M_m = \frac{R_{\text{Э}} \cdot (1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \cdot \sin^2 B_m)^3}}, \quad N_m = \frac{R_{\text{Э}}}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B_m}},$$

$$e = \frac{\sqrt{R_{\text{Э}}^2 - R_{II}^2}}{R_{\text{Э}}}. \quad (19)$$

Искомое кратчайшее расстояние ( $s$  – длина геодезической линии) между точками находится как

$$s = \sqrt{Q^2 + P^2}. \quad (20)$$

### Исходные данные и результаты моделирования

В качестве исходных данных для проведения оценки были выбраны:

- около круговые солнечно-синхронные орбиты со средней высотой от 300 до 800 км с шагом 50 км;
- количество расчетных точек для каждой орбиты: 100 точек;
- распределение точек по орбите: равномерное;
- углы отклонения линии визирования от надира ( $\xi$ ) от 0 до 30° с шагом 5°;
- углы отклонения линии визирования от курса ( $\zeta$ ) от 0 до 360° с шагом 1°;
- половины углов при вершине конуса рассеяния ( $\Delta\xi$ ): 1'', 2'', 3'', 4'', 5'', 10'', 20'', 30'', 40'', 50'', 1';
- углы отклонения вспомогательной линии от курса ( $\Delta\zeta$ ) от 0 до 360° с шагом 1°.

Некоторые результаты оценки влияния точности определения УЭВО на ТОКО приведены на рис. 3-5.

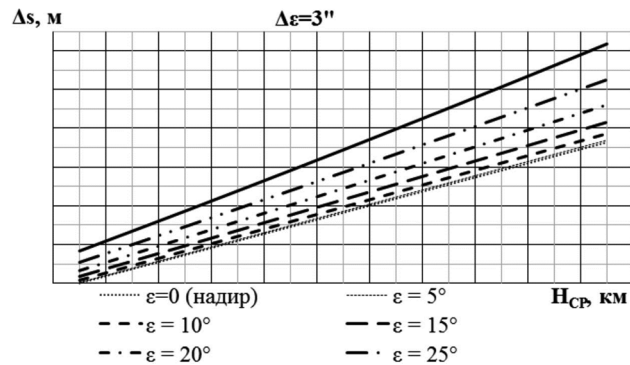


Рис. 3. Зависимость ТОКО от угла отклонения ЦЛВ от надира и средней высоты рабочей орбиты для точности определения УЭВО в 3''

На рис. 3 показано, что зависимость ТОКО для высоких точностей определения УЭВО носит линейный характер, угол наклона прямой к оси абсцисс определяется  $\varepsilon$  – углом отклонения ЦЛВ от надира. При малых углах отклонения от надира (от 0 до 10°) разница в ТОКО измеряется в единицах сантиметров вне зависи-

мости от средней высоты рабочей орбиты. По мере возрастания  $\varepsilon$  (от 10 до 30°) разница в ТОКО достигает десятков сантиметров для орбит со средней высотой от 300 до 450 км, а для орбит со средней высотой 500 км и более – единиц метров.

Точность определения УЭВО в 3'' была подтверждена для приборов БОКЗ-М, входящих в состав системы управления движением КА «Ресурс-П» как при наземной экспериментальной отработке [6], так и при его летной эксплуатации. Как видно из рис. 3, для такой точности определения УЭВО и углах отклонения от надира не более 25° значение ТОКО не превышает величины 8 м и позволяет выполнить предъявленные к КА «Ресурс-П» требования в части точности привязки снимков.

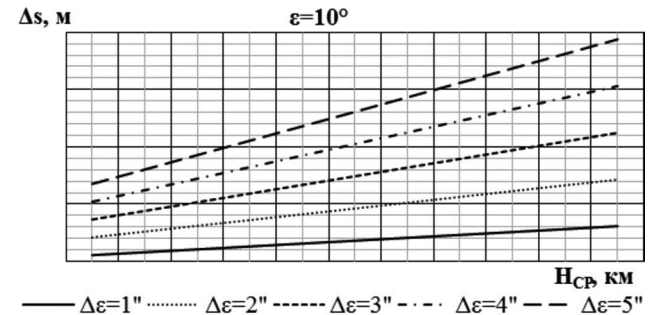


Рис. 4. Зависимость ТОКО от точности определения УЭВО и средней высоты рабочей орбиты для угла отклонения ЦЛВ от надира 10°

Как видно из рис. 4, зависимость ТОКО для малых углов отклонения ЦЛВ от надира также носит линейный характер, а угол наклона прямой к оси абсцисс определяется  $\Delta\varepsilon$  – точностью оценки УЭВО. При высоких точностях определения УЭВО (на уровне единиц угловых секунд) разница в ТОКО пропорциональна величине  $\Delta\varepsilon$  и при увеличении точности определения УЭВО на 1'' изменяется в диапазоне от 1,5 м для рабочих орбит со средней высотой 300 км и до 4 м для рабочих орбит со средней высотой 800 км. Сравнивая рис. 3 и 4, можно отметить, что  $\Delta\varepsilon$  вносит больший вклад в значение ТОКО ( $\Delta s$ ) по сравнению с углом  $\varepsilon$ .

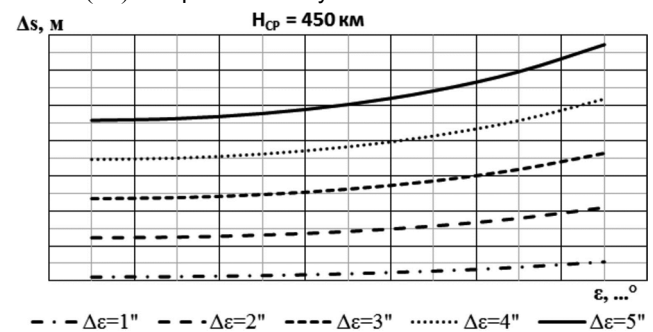
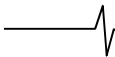


Рис. 5. Зависимость точности определения координат объекта от точности определения УЭВО и угла отклонения ЦЛВ от надира для рабочей орбиты со средней высотой 450 км

Приведенная на рис. 5 зависимость показывает наличие нелинейности в изменении ТОКО при увеличении угла  $\varepsilon$ . Причем, чем больше значение  $\Delta\varepsilon$ , тем раньше (при меньших  $\varepsilon$ ) начинает проявляться нелинейность. Так, для значений  $\Delta s$  не более 5 метров, требуется точность определения УЭВО на уровне 1-2'', при-



чем при  $\Delta\varepsilon = 2''$  угол  $\varepsilon$  должен находиться в диапазоне от 0 до  $17,5^\circ$ .

### **Заключение**

Таким образом, в работе предложен алгоритм оценки влияния точности оценки угловых элементов внешнего ориентирования КА на точность определения координат объекта, находящегося на пересечении центральной линии визирования с общеземным эллипсоидом. Представлена математическая модель предложенного алгоритма, проведена оценка влияния точности определения угловых элементов внешнего ориентирования КА на точность определения координат объекта. Результаты, приведенные в данной статье, подтверждаются данными летной эксплуатации КА «Ресурс-П» и могут быть использованы при проектировании перспективных КА оптико-электронного наблюдения.

### **Литература**

1. Кирилин А.Н., Аншаков Г.П., Ахметов Р.Н., Сторож А.Д. Космическое аппаратостроение: научно-техни-

ческие исследования и практические разработки ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс» / Под редакцией А.Н. Кирилина. – Самара: Издательский дом «АГНИ», – 2011. – 280 с.

2. Самойлов С.Ю. Модель определения географических координат объектов по космическим снимкам при помощи аналитического метода // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина, 2011. № 4. С. 58-65.

3. Основы теории полёта космических аппаратов / Под редакцией Г.С. Нариманова и М.К. Тихонравова. – М.: Машиностроение, 1976.– 608 с.

4. Параметры общего земного эллипсоида и гравитационного поля Земли (Параметры Земли 1990 года). – М: Ред.-изд. отдел ТС ВС РФ, – 2014. – 52 с.

5. Морозов В.П. Курс сфероидической геодезии – М.:Недра, 1979.–296 с.

6. Никитин А.В., Дунаев Б.С., Красиков В.А. Анализ функционирования трех приборов звездной ориентации БОКЗ-М при съемке звездного неба // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2013. Т. 10. № 4. С. 34-42.