

УДК 621.396: 519.21

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ МОДЕМА ПРИ ПРИЁМЕ СИГНАЛА С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПО ЗАКОНУ ТИХОНОВА

Вешкурцев Ю.М., д.т.н., профессор, президент Института радиозлектроники, сервиса и диагностики, чл.-корр. Академии Инженерных Наук им. А.М. Прохорова, e-mail: yum1940@mail.ru.

NOISE IMMUNITY OF THE MODEM WHEN RECEIVING A SIGNAL WITH THE DISTRIBUTION OF INSTANTANEOUS VALUES ACCORDING TO TIKHONOV'S LAW

Veshkurtsev Yu.M.

The search for alternative methods of transmission and processing of information using digital technologies continues. A modem for data transmission by modulation of the characteristic function of the signal with moderate randomness, instantaneous values of which are distributed according to the Tikhonov law, is proposed. Noise immunity of a new generation modem when working in a channel with noise is qualitatively and quantitatively estimated. It is theoretically established that the noise immunity of the modem is at least two orders of magnitude higher than this characteristic of the known device.

Key words: modem, characteristic function, randomness, noise immunity, signal-to-noise ratio, Tikhonov's law.

Ключевые слова: модем, характеристическая функция, хаотичность, помехоустойчивость, отношение сигнал/шум, закон Тихонова.

Введение

Поиск методов надёжной передачи, хранения и обработки информации ведётся постоянно. Уже предложены к рассмотрению информационные технологии на основе динамического хаоса [1] и другие. В частности, очень близко к направлению динамического хаоса находится статистическая радиотехника с большим арсеналом случайных процессов и случайных величин, распределенных по законам теории вероятности и математической статистики. Сигналы систем с хаотической динамикой (хаотические сигналы) эквивалентны случайным процессам. Поэтому информационные технологии в равной мере можно применить к случайным процессам и к сигналам с умеренной хаотичностью, например, к квазидетерминированным сигналам. Известно [2] теоретическое описание работы модема в канале с шумами и модулированными сигналами, мгновенные значения которых распределены по закону Тихонова. При этом модулируются не параметры сигнала (амплитуда, фаза, частота), а характеристическая функция. В данной статье продолжено исследование с целью построения модема с использованием нового алгоритма модуляции характеристической функции сигнала с умеренной хаотичностью. Терминология и математические зависимости из работы [2] сохранены и дополнены.

Структура модема

Рассмотрим квазидетерминированный сигнал с математической моделью вида

$$u_1(t) = a \sin(\omega_0 t + \eta), \quad (1)$$

где ω_0 – постоянная круговая частота сигнала; a – случайная величина (амплитуда сигнала); η – случайная

Проводится поиск альтернативных методов передачи, обработки информации с использованием цифровых технологий. Предложен модем для передачи данных путем модуляции характеристической функции сигнала с умеренной хаотичностью, мгновенные значения которого распределены по закону Тихонова. Качественно и количественно оценивается помехоустойчивость модема нового поколения при работе в канале с шумами. Теоретически установлено, что помехоустойчивость модема, как минимум, на два порядка превышает эту характеристику известного устройства.

величина (начальный угол сдвига фаз сигнала). Мгновенные значения сигнала (1) распределены по закону Тихонова в пределах $-\pi \dots +\pi$. Это удобно для построения модема, поскольку нет резких перепадов амплитуды сигнала, закон распределения которой определен в работе [2]. В дальнейшем потребуется характеристическая функция (ХФ) сигнала (1), которая равна

$$\Theta(V_m) = I_{V_m}(D) / I_0(D), \quad (2)$$

где V_m – параметр ХФ; $I_{V_m}(\cdot)$ – функция Бесселя V_m -го порядка первого рода; D – параметр закона распределения Тихонова. Для передачи цифровой информации эта функция модулируется телеграфным сигналом $s(t)$ в виде последовательности логических «0» и «1». В результате этого модель сигнала (1) принимает форму

$$u_2(t) = [a + e_0 \times s(t)] \sin(\omega_0 t + \eta), \quad (3)$$

где e_0 – математическое ожидание сигнала. ХФ сигнала (3) будет другой, она имеет следующий вид [2]

$$\Theta(V_m) = \frac{I_{V_m}(D)}{I_0(D)} \exp(jV_m e_0) = A(V_m) + jB(V_m), \quad (4)$$

где $A(V_m)$, $B(V_m)$ – действительная и мнимая части ХФ соответственно. В отличие от (3) ХФ (2) является вещественной, мнимая часть её равна нулю. Обе ХФ зависят от параметра D закона распределения Тихонова и параметра ХФ, который принимает целочисленные значения на всей числовой оси от $-\infty$ до ∞ . Примем значение $V_m = 1$.

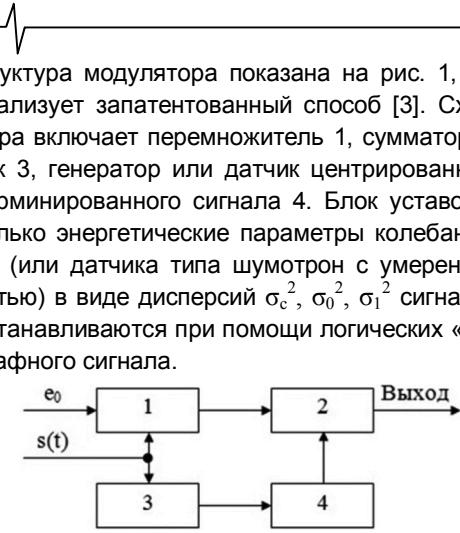


Рис. 1. Структурная схема модулятора

Математическое ожидание e_0 вводится с помощью телеграфного сигнала $s(t)$ по другому каналу, содержащему множитель 1 и сумматор 2, на который поступает центрированный квазидетерминированный сигнал (ЦКС) от датчика (или генератора). В результате этих преобразований на выходе модулятора получим нецентрированный квазидетерминированный сигнал (НКС). Сигналы ЦКС и НКС являются продуктами цифровой технологии. В результате этого характеристическая функция сигнала (3) будет модулирована, причем дисперсия сигнала (3) постоянна и равна $\sigma_c^2 = \sigma_0^2 = \sigma_1^2$. Значение σ_c^2 – дисперсии сигнала известно [4, с. 348]

$$\sigma_c^2 = \frac{\pi^2}{3} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} I_n(D)}{n^2 I_0(D)}. \quad (5)$$

Установим в модуляторе следующий алгоритм модуляции сигнала: при значении $s(t) = 0$ параметр $D = 2$, дисперсия $\sigma_c^2 = \sigma_0^2 = 0,7645$, $e_0 = 0$; при значении $s(t) = 1$ параметр $D = 2$, дисперсия $\sigma_c^2 = \sigma_1^2 = 0,7645$, $e_0 = 0,8$. Применительно к ХФ сигнала (3) при значении $V_m = 1$ получим: если $s(t) = 0$, то имеем функции вида $A(1, t) = I_1(2) / I_0(2)$, $B(1, t) = 0$;

когда $s(t) = 1$, то имеем функции вида

$$\begin{aligned} A(1, t) &= I_1(2) / I_0(2) \cos(e_0), \\ B(1, t) &= I_1(2) / I_0(2) \sin(e_0), \end{aligned} \quad (7)$$

причем функция $A(1, t)$ и функция $B(1, t)$ изменяются во времени в противофазе. Кстати, область времени появляется за счет телеграфного сигнала.

Для преобразования квазидетерминированного сигнала (3), ХФ которого модулирована телеграфным сигналом, нами на уровне изобретения разработано устройство [5], структура которого показана на рис. 2.

Дадим краткое пояснение. Демодулятор содержит АЦП 1, множитель 2, функциональные преобразователи синус 3 и косинус 4, накапливающие усредняющие сумматоры 5, 6, пороговые устройства 7, 8, шину управления «Синхронизация». В выходной цепи устройства 8 стоит инвертор. Другие обозначения показаны на рис. 2. Поясним, что демодулятор измеряет оценку дей-

ствительной части и оценку мнимой части ХФ сигнала (3), которые соответственно равны

$$\hat{A}(V_m, t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \cos[V_m u_2(k\Delta t)], \quad (8)$$

$$\hat{B}(V_m, t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sin[V_m u_2(k\Delta t)], \quad (9)$$

где N – объем выборки дискретных мгновенных значений сигнала $u_2(k\Delta t)$; Δt – интервал дискретизации сигнала. При поступлении команды «Синхронизация» значения этих оценок сравниваются в пороговых устройствах с порогами Π_{1c} , $\Pi_{2к}$, а решения принимаются в соответствии с выполнением следующих неравенств:

- 1) если $\hat{B}(V_m, t) < \Pi_{1c}$, то считают, что принят логический «0»;
- 2) если $\hat{B}(V_m, t) \geq \Pi_{1c}$, то считают, что принята логическая «1»;
- 3) если $\hat{A}(V_m, t) \geq \Pi_{2к}$, то считают, что принята логическая «1»;
- 4) если $\hat{A}(V_m, t) < \Pi_{2к}$, то считают, что принят логический «0».

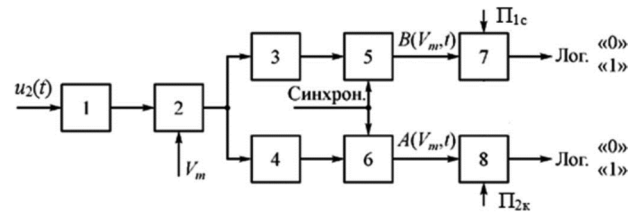


Рис. 2. Структурная схема демодулятора

При невыполнении записанных выше неравенств возникают ошибки в решении относительно принятого символа телеграфного сигнала. Для удобства описания последовательное соединение блоков 3, 5, 7 назовем синусным каналом демодулятора, а блоков 4, 6, 8 – косинусным каналом демодулятора. Таким образом, демодулятор имеет два независимых канала.

Пороги в блоках 7, 8 устанавливаются в соответствии с рекомендациями

$$\begin{aligned} \Pi_{1c} &= K_1 \Pi_1, \quad \Pi_{2к} = K_2 \Pi_2, \\ \Pi_1 &= I_1(2) / I_0(2) \sin(e_0), \quad \Pi_2 = I_1(2) / I_0(2), \end{aligned} \quad (10)$$

где K_1 , K_2 – вариативные коэффициенты. С их помощью можно настраивать демодулятор подобно музыкальному инструменту. Можно повышать его помехоустойчивость для слабых сигналов, понижая при этом помехоустойчивость для сильных сигналов, или наоборот. Этому способствует свойство ХФ [6].

Помехоустойчивость модема

Перейдем к анализу помехоустойчивости демодулятора при действии на его входе аддитивной смеси квазидетерминированного сигнала (3) и «белого» шума

$$z(t) = u_2(t) + n(t), \quad (11)$$

где $u_2(t)$ – сигнал; $n(t)$ – «белый» шум с ХФ вида $\Theta(V_m) = \exp(-V_m^2 \sigma_u^2 / 2)$.

С помощью выражений (10) рассчитаем пороги в демо-

дуляторе. В итоге, при значении $V_m = 1$ и $D = 2$, $e_0 = 0,8$ получим

$$\Pi_1 = \frac{I_1(D)}{I_0(D)} \sin(e_0) = 0,5, \quad \Pi_2 = \frac{I_1(D)}{I_0(D)} = 0,7.$$

При значении $V_m = 1$, $s(t) = 0$ определим для аддитивной смеси (11) действительную часть ХФ

$$A_z(1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(z)W(z)dz = \frac{I_1(D)}{I_0(D)} \exp\left(-\frac{\sigma_c^2}{2h^2}\right), \quad (12)$$

где $h = \sigma_c / \sigma_w$ – отношение сигнал/шум. Когда $s(t) = 0$, аналогично (12) вычислим при значении $V_m = 1$ для аддитивной смеси (11) мнимую часть ХФ

$$B_z(1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sin(z)W(z)dz = 0, \quad (13)$$

Результаты (12), (13) нуждаются в количественном анализе. В табл. 1, 2 представлены результаты вычислений при $\Pi_1 = 0,5$, $\Pi_2 = 0,7$, $K_1 = 0,5$, $K_2 = 0,715$.

Анализ данных табл. 1 показывает, что в косинусном канале демодулятора логический «0» определяется без ошибок в диапазоне отношений по мощности сигнал/шум от 10 до 100 раз или от 10 дБ до 20 дБ. В табл. 2 представлены идеальные результаты, т.к. логический «0» в синусном канале демодулятора определяется без ошибок, т.е. с предельной помехоустойчивостью, при любом отношении по мощности сигнал/шум. Это позволяет говорить о том, что простые команды управления типа включить-выключить, открыть-закрыть и другие будут приняты с достоверностью, равной единице, в любых условиях работы модема.

Пусть на входе демодулятора аддитивная смесь (11) содержит нецентрированный квазидетерминированный сигнал, это соответствует условию $s(t) = 1$. Аналогично

(12) при значении $V_m = 1$ определим

$$A_z(1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(z)W(z - e_0)dz = \frac{I_1(D)}{I_0(D)} \exp\left(-\frac{\sigma_c^2}{2h^2}\right) \cos(e_0). \quad (14)$$

или аналогично (13) при значении $V_m = 1$ вычислим

$$B_z(1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sin(z)W(z - e_0)dz = \frac{I_1(D)}{I_0(D)} \exp\left(-\frac{\sigma_c^2}{2h^2}\right) \sin(e_0). \quad (15)$$

Результаты (14), (15) нуждаются в количественном анализе. В табл.3, 4 приведены данные вычислений при $\Pi_1 = 0,5$, $\Pi_2 = 0,7$, $K_1 = 0,5$, $K_2 = 0,715$.

При выбранных значениях порогов по данным табл. 3 и табл. 4 различие логической «1» от нуля в синусном канале демодулятора происходит без ошибок в диапазоне отношений по мощности сигнал/шум от 1 до 100 раз, т.е. в диапазоне, равном 20 дБ. При этом в косинусном канале демодулятора предельная помехоустойчивость сохраняется при отношении по мощности сигнал/шум от 0,001 до 1, т.е. при отношении по мощности сигнал/шум 30 дБ. При отношении по мощности сигнал/шум больше единицы в косинусном канале демодулятора появляются ошибки, а при значениях $h^2 > 10$ ошибки доминируют.

Перейдем от качественного анализа данных к количественной оценке помехоустойчивости модема. В табл.1-4 приняты следующие обозначения: P_0 – вероятность ошибок при приёме логического «0»; P_1 – вероятность ошибок при приёме логической «1»;

Таблица 1

Порог Π_{2k}	0,7 · 0,715 = 0,5					
Оценка $A_z(1, t)$	0	0	0,015	0,48	0,67	0,7
Отношение h^2	0,001	0,01	0,1	1,0	10	100
Вероятность ошибок P_1	1	1	1	1	$2 \cdot 10^{-45}$	$2 \cdot 10^{-45}$

Таблица 2

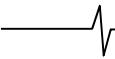
Порог Π_{1c}	0,5 · 0,5 = 0,25					
Оценка $B_z(1, t)$	0	0	0	0	0	0
Отношение h^2	0,001	0,01	0,1	1,0	10	100
Вероятность ошибок P_0	$8 \cdot 10^{-32}$	$8 \cdot 10^{-32}$	$8 \cdot 10^{-32}$	$8 \cdot 10^{-32}$	$8 \cdot 10^{-32}$	$8 \cdot 10^{-32}$

Таблица 3

Порог Π_{1c}	0,5 · 0,5 = 0,25					
Оценка $B_z(1, t)$	0	0	0	0,34	0,48	0,5
Отношение h^2	0,001	0,01	0,1	1,0	10	100
Вероятность ошибок P_1	1	1	1	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-27}$	$8 \cdot 10^{-32}$

Таблица 4

Порог Π_{2k}	0,7 · 0,715 = 0,5					
Оценка $A_z(1, t)$	0	0	0,01	0,33	0,47	0,49
Отношение h^2	0,001	0,01	0,1	1,0	10	100
Вероятность ошибок P_0	0	0	0	0	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^{-1}$



$P = 1/2(P_0 + P_1)$ – суммарная вероятность ошибок устройства.

Количественная оценка помехоустойчивости модема

В выражениях (8, 9) вместо оператора математического ожидания применён идеальный сумматор. И, как результат этого, получаем оценки действительной и мнимой частей ХФ. Обе оценки – это случайные величины, имеющие свои свойства и законы распределения. Напомним, что оценки действительной и мнимой частей ХФ являются эффективными, состоятельными и не смещёнными. Это показано в более ранних работах автора, например [7], в которых эффективность оценок характеризуется с помощью их дисперсий. В книге [7, с. 95-96] приведена зависимость дисперсии оценок (8,9) от безразмерного времени $S = T \cdot \Delta F_s$, где T – длительность реализации сигнала; ΔF_s – ширина энергетического спектра сигнала. При значении $S = 100$ дисперсия оценки действительной части ХФ. $\sigma_A^2 = 10^{-4}$, дисперсия оценки мнимой части ХФ. $\sigma_B^2 = 10^{-3}$. Значение $S = 100$ получим тогда, когда примем $T = N \cdot \Delta t = 10^3 \cdot 0,1 \text{ мс} = 0,1 \text{ с}$ и $\Delta F_s = 1000 \text{ Гц}$. Здесь обозначения заимствованы из выражений (8, 9).

Закон распределения оценок действительной и мнимой частей ХФ зависит от плотности вероятности аддитивной смеси сигнала и шума. Пусть в первом приближении он будет нормальным, поскольку точно решить математически эту задачу сложно, а может быть даже и не возможно. По словам профессора С.Я. Виленкина, который долгие годы решал подобные задачи, «... точное решение возможно только в отдельных случаях [8, с.106] ». Например, там же автор вывел точный закон распределения оценки корреляционной функции гауссова сигнала, а затем после некоторых допущений предлагал считать его приближенно нормальным. Последуем этому примеру.

Далее поступаем аналогично процедуре дискретизации непрерывной величины по уровню, причем один уровень равен порогу, а второй уровень не ограничен порогом, т.е. он вариативен без отрицательных последствий для вероятности ошибок. При этом считаем, что центр закона распределения совпадает со значением оценки ХФ, записанной в табл. 1-4, т.к. оценки являются не смещёнными. Между значением оценки и порогом есть коридор, он разный при изменении h^2 . Если значение оценки ХФ выходит за границу коридора, то появляется ошибка при приёме логического элемента. Например, коридор равен 0,17 в табл. 1 при значении $h^2 = 10$. Значение коридора делим на «сигму», т.е. на σ_A оценки действительной или на σ_B оценки мнимой части ХФ в зависимости от рассматриваемого канала демодулятора. Среднее квадратичное значение оценки в косинусном канале равно $\sigma_A = 0,01$, поэтому получа-

ем количество «17 сигм», разделяющих эти два значения. Затем применяем правило, аналогичное правилу «трех сигма», и рассчитываем значение интеграла ошибок при «L сигмах». В нашем примере $L = 17$. Вероятность ошибки, интересующая нас, будет равна разности между единицей и значением интеграла ошибок. К сожалению, в справочниках по специальным функциям [9] значения интеграла ошибок ограничены размером $L \leq 10$. Поэтому в табл. 1-4 значения вероятности ошибок местами завышены, например, в табл.1 при $h^2 \geq 10$. На самом деле ошибки будут ещё меньше.

Суммарная вероятность ошибок синусного (кривая 1, 2, 3) и косинусного (кривая 4, 5, 6) каналов демодулятора при разных значениях параметра D показана на рис. 3. Для сравнения там же из работы [4, с. 478] приведена вероятность ошибок (кривая 7) идеальной фазовой модуляции (ФМ), рассчитанная в канале с шумами. Главные фрагменты этой помехоустойчивости занесены в табл. 5.

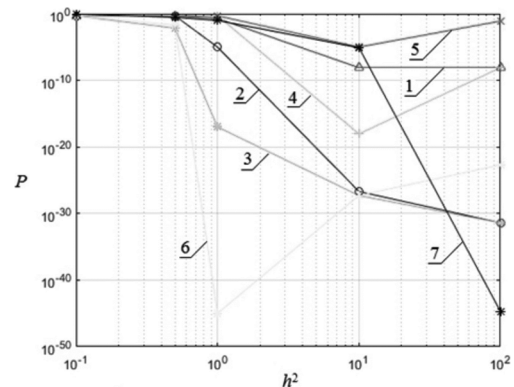


Рис. 3. Суммарная вероятность ошибок синусного и косинусного каналов

Анализ кривых на рис.3 подтверждает, что помехоустойчивость синусного и косинусного каналов демодулятора разная и зависит от D – параметра закона Тихонова. По данным табл.5 желательно значение параметра брать большим, причем оптимальное значение его можно получить только в результате проведения дополнительных исследований. Сравнение помехоустойчивости нового модема с помехоустойчивостью известного устройства, в котором применена идеальная ФМ, показывает превосходство его характеристик, как минимум, на десять порядков, если анализировать слабые сигналы, когда $h^2 \leq 10$. При сильных сигналах, когда $h^2 > 10$, помехоустойчивость идеальной ФМ выше. Косинусный и синусный каналы модема настроены с помощью вариативных коэффициентов по разному. В косинусном канале модема самая высокая помехоустойчивость при значении $D = 5$ получается при отношении $h^2 = 1$ (кривая 6), а с увеличением значения h^2 она понижается. Этот канал модема пригоден для работы с предельной помехоустойчивостью со слабыми сигналами. В синусном канале модема сделано наоборот (кривая 3). Сопоставление полученных данных с результатами других работ [10] выявляет их превосходство, как минимум, на два порядка.

Таблица 5

Синусный канал	D = 1	Кривая 1	0,5	0,5	$2 \cdot 10^{-1}$	$8 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{-9}$	
	D = 2	Кривая 2	0,5	0,5	$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-27}$	$4 \cdot 10^{-32}$	
	D = 5	Кривая 3	0,5	$7 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-17}$	$5 \cdot 10^{-28}$	$4 \cdot 10^{-32}$	
Косинусный канал	D = 1	Кривая 4	0,5	0,5	0,5	$9 \cdot 10^{-19}$	$8 \cdot 10^{-9}$	
	D = 2	Кривая 5	0,5	0,5	0,5	$1 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-2}$	
	D = 5	Кривая 6	0,5	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-45}$	$5 \cdot 10^{-28}$	$2 \cdot 10^{-23}$	
Идеальная ФМ	Кривая 7		0,9	$3 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-45}$	
Отношение h^2				0,1	0,5	1	10	100

Заключение

Предложен и исследован альтернативный метод передачи информации с использованием цифровой технологии и умеренной хаотичности. На уровне изобретения построен модем нового поколения для приема модулированных сигналов с распределением по закону Тихонова, количественно и качественно оценена его помехоустойчивость при работе в канале с «белым» шумом. Показано, что помехоустойчивость модема, как минимум, на два порядка лучше этой характеристики известного устройства с многопозиционной частотной манипуляцией, а также устройства с идеальной фазовой модуляцией.

Литература

1. Гуляев Ю.В. Информационные технологии на основе динамического хаоса для передачи, обработки, хранения и защиты информации / Ю.В. Гуляев, Р.В. Беляев, Г.Н. Воронцов, Н.Н. Зологин, В.И. Калинин, Э.Е. Кальянов, В.В. Кислов, В.Я. Кислов, В.В. Колесов, Е.А. Мясин, Е.П. Чигин // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии, 2018. Т. 10. – № 2. – С. 279 – 312.
2. Вешкурцев Ю. М. Построение теории модуляции с использованием нового статистического закона для формирования квазидетерминированного сигнала // Наука и Мир, 2019. – № 5 (69). Т. 2. – С. 17 – 26.
3. Вешкурцев Ю.М. Способ модуляции сигнала: пат. 2626554, Рос. Федерация. № 2016114366/5 / Вешкур-

цев Ю.М., Вешкурцев Н.Д., Алгазин Е.И.; заявл. 13.04.2016; опубл. 28.07.2017, Бюл. № 22. 5 с.

4. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 678 с.

5. Вешкурцев Ю.М. Способ демодуляции сигнала: пат. 2626332, Рос. Федерация. № 2016131149/27 / Вешкурцев Ю.М., Вешкурцев Н.Д., Алгазин Е.И.; заявл. 27.07.2016; опубл. 26.07.2017, Бюл. № 21. 5 с.

6. Вешкурцев Ю.М. Фильтрация в пространстве вероятностей аддитивной смеси нецентрированного квазидетерминированного сигнала и шума / Ю.М. Вешкурцев, Н.Д. Вешкурцев, Д.А. Титов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика, 2018. – № 3. – С. 18 – 23.

7. Вешкурцев Ю.М. Прикладной анализ характеристической функции случайных процессов. – М.: Радио и связь, 2003. – 204 с.

8. Виленкин С.Я. Статистическая обработка результатов исследования случайных функций. – М.: Энергия, 1979. – 320 с.

9. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. Пер. с англ. Под ред. В.А. Диткина и Л.Н. Карамзиной. – М.: глав. ред. физ. – мат. литер., 1979. – 832 с.

10. Пузырёв П.И., Завьялов С.А., Ерохин В.В., Шейн В.Ю. Низкоскоростной модем для передачи данных малого объема в средневолновом диапазоне частот для территории Арктики // Омский научный вестник, 2018. – № 4 (160). – С. 145 – 151.