

## АЛГОРИТМ СТАБИЛИЗАЦИИ УРОВНЯ ЛОЖНЫХ ТРЕВОГ ПРИ МЕЖОБЗОРНОМ НАКОПЛЕНИИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

*Кошелев В.И., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: koshelev.v.i@rsreu.ru;*

*Белокуров В.А., к.т.н., доцент кафедрой радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru.*

### ALGORITHM FOR STABILIZING THE LEVEL OF FALSE ALARMS WITH MULTI-FRAME ACCUMULATION OF RADAR SIGNALS

*Koshelev V.I., Belokurov V.A.*

The paper considers the synthesis of the algorithm for stabilizing the level of false alarms with the multi-frame accumulation of reflected radar signals, which allows analytically calculating the detection threshold. A feature of the proposed algorithm is the use of the apparatus of characteristic functions, which makes it possible to calculate the detection threshold analytically excluding time-consuming numerical calculations of the convolution of distribution densities at each survey. At the final stage of the algorithm, linear interpolation of the dependence of the probability of a false alarm is performed. The effectiveness of the proposed algorithm is estimated by comparing the results of the analytical calculation of the detection thresholds and the thresholds obtained by the method of extremal statistics. Using simulation modeling, it is shown that the use of linear interpolation allows for a gain in the threshold signal-to-noise ratio of about 0,2 dB.

**Key words:** multi-frame accumulation, CFAR, characteristic functions.

**Ключевые слова:** межобзорное накопление, стабилизация уровня ложных тревог, характеристическая функция.

#### Введение

Актуальной задачей современной радиолокации является повышение дальности обнаружения и точности оценки параметров малоотражающих целей. Основным способом ее решения является использование межобзорного накопления [1, 2] отражённых радиолокационных сигналов. При этом необходимо учитывать, что за время между обзорами цель может перемещаться по каналам обработки. При использовании корреляционно-фильтровой схемы обработки радиолокационной информации на вход обнаружителей, использующих межобзорное накопление, поступают отсчёты с выхода блоков БПФ с последовательно чередующихся каналов дальности. При этом законы распределения отсчётов отличаются от нормальных [3] и меняются в процессе межобзорного накопления, что приводит к сложностям вычислений плотностей распределения на входе порогового устройства при гипотезе  $H_0$  (отсутствии цели) и характеристик обнаружения при межобзорном накоплении. Для решения этих проблем в работе предлагается использовать аппарат характеристических функций.

Применим алгоритм межобзорного накопления отражённых радиолокационных сигналов в координатах «дальность-скорость», который имеет вид [4]:

$$L(\mathbf{X}, \hat{m}_\tau^K, \hat{m}_f^K) = \max_{\substack{m_\tau^0 \dots m_\tau^{K-1} \in N_R \\ m_f^0 \dots m_f^{K-1} \in N_F}} \sum_{i=0}^{K-1} |r(m_\tau^i, m_f^i)|^2 \geq T(\sigma_{\text{ш}}^2), \quad (1)$$

Рассмотрен синтез алгоритма стабилизации уровня ложных тревог при межобзорном накоплении отражённых радиолокационных сигналов, который позволяет аналитически вычислять порог обнаружения. Особенностью предлагаемого алгоритма является использование аппарата характеристических функций, что позволяет вычислять порог обнаружения аналитически исключив трудоемкие численные вычисления свёртки плотностей распределения на каждом обзоре. На заключительном этапе работы алгоритма производится линейная интерполяция зависимости вероятности ложной тревоги. Эффективность предлагаемого алгоритма оценивается путём сравнения результатов аналитического вычисления порогов обнаружения и порогов, получаемых методом экстремальных статистик. При помощи имитационного моделирования показано, что использование линейной интерполяции позволяет обеспечить выигрыш в пороговом отношении сигнал-шум около 0,2 дБ.

где  $\hat{m}_\tau^K, \hat{m}_f^K$  – каналы по дальности и скорости соответственно, в которых формируется максимальное значение статистики  $\sum_{i=0}^{K-1} |r(\bullet)|^2$ ;  $K$  – число обзоров, данные с которых накапливаются;  $|r(\bullet)|^2$  – квадрат модуля комплексного отсчёта на выходе канала  $m_f^i$  по скорости и  $m_\tau^i$  канала по дальности на  $i$ -м обзоре;  $N_R, N_F$  – зона формирования отношения правдоподобия по дальности и скорости. Размер данной зоны определяется моделью движения цели (ее маневренными возможностями);  $\sigma_{\text{ш}}^2$  – дисперсия шума.

Обозначим  $\mathbf{X} = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]^T$  – вектор состояний цели. Изменение вектора состояний между  $k$ -м и  $(k-1)$ -м обзорами определяется соотношением:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{F}\mathbf{X}_{k-1},$$

где  $\mathbf{F}$  – переходная матрица, имеющая вид:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T_{обз} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_{обз} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $T_{обз}$  – период обзора. Используя параметр  $T_{обз}$ , размер строба по дальности  $dR$  и ширину полосы пропускания фильтра по частоте  $df$ . Величины  $N_R, N_f$  определяются следующим образом:

$$N_R = \frac{\dot{R}_{max} T_{обз}}{dR}, N_f = \frac{\dot{F}_{max} T_{обз}}{df},$$

где  $\dot{R}_{max}$  – максимальная скорость изменения дальности до цели за время  $T_{обз}$ ;  $\dot{F}_{max}$  – максимальная скорость изменения доплеровской частоты за время  $T_{обз}$ . На рис. 1 показан процесс возможных перемещений области  $N_R, N_f$  цели между  $k$ -м и  $(k-1)$ -м обзорами.

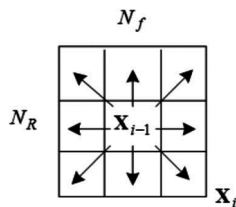


Рис. 1. Формирование области возможных перемещений цели между обзорами

На рис. 2 показан процесс формирования возможных перемещений цели за  $K$  обзоров. В узлах сетки расположены статистики  $|r(\bullet)|^2$ , соответствующие различным каналам по дальности и скорости, которые формируются в корреляционно-фильтровой схеме.

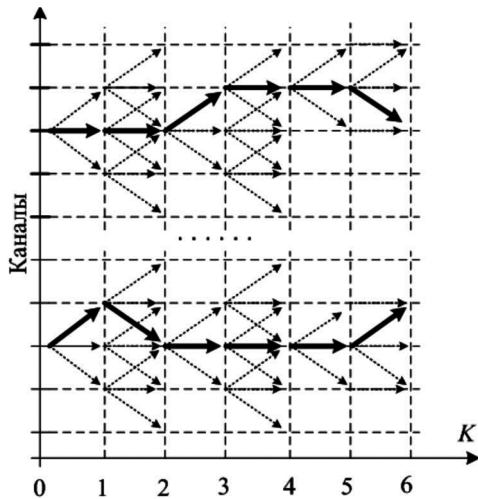


Рис. 2. Процесс формирования возможных перемещений цели за  $K$  обзоров

В настоящее время вычисление порога обнаружения для алгоритмов, подобных (1), выполняется методами имитационного моделирования [5], что затрудняет их практическое использование при изменении дисперсии входного шума.

### Постановка задачи

Опираясь на критерий Неймана-Пирсона разработать аналитический алгоритм стабилизации уровня ложных тревог при межобзорном накоплении. В соответствии с (1), с порогом обнаружения сравнивается максимальная сумма статистик  $|r(\bullet)|^2$ , соответствующая возможному перемещению цели за  $K$  обзоров. Для стабилизации уровня ложных тревог необходимо определить распределение статистики  $\mathbf{L}(\mathbf{X}, \hat{m}_r^K, \hat{m}_f^K)$  по гипотезе  $H_0$ . Дополнительной особенностью решаемой задачи является негауссовский закон распределения статистик  $|r(\bullet)|^2$ .

### Решение поставленной задачи

Проанализируем стабилизацию уровня ложных тревог в алгоритме (1) при помощи характеристических функций. На первом этапе необходимо определить закон распределения  $|r(\bullet)|^2$ . Известно [6], что плотность распределения вероятностей  $p_r(x)$  величины  $|r(\bullet)|^2$  соответствует экспоненциальному закону распределения:

$$p_r(x) = \frac{1}{\sigma_{uu}^2} e^{-\frac{x}{\sigma_{uu}^2}}, \theta_r(t, \sigma_{uu}^2) = (1 - \frac{it}{\sigma_{uu}^2})^{-1}; \quad (2)$$

где  $\theta_r(it, \sigma_{uu}^2)$  – характеристическая функция величины  $|r(\bullet)|^2$ .

Выражение (1) описывает последовательность действий над статистиками  $|r(\bullet)|^2$ . На первом этапе осуществляется суммирование данных статистик по возможным перемещениям цели за  $K$  обзоров. На втором этапе происходит выбор максимального значения  $\mathbf{L}(\mathbf{X}, \hat{m}_r^K, \hat{m}_f^K)$  и его последующее сравнение с порогом обнаружения.

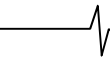
Рассмотрим преобразование плотностей распределения на первом этапе. В соответствии с [6] плотность распределения суммы двух случайных величин определяется свёрткой их плотностей. Таким образом, на каждом обзоре необходимо вычислять свёртку плотности распределения вероятностей, полученной на  $(k-1)$ -м обзоре с плотностью распределения вероятностей  $p_r(x)$  шума на  $k$ -м обзоре. С другой стороны, известно [4], что характеристическая функция суммы случайных величин равна произведению характеристических функций случайных величин.

Обозначим  $\theta_L(t)$  – характеристическую функцию суммы статистик  $|r(\bullet)|^2$  за  $K$  обзоров по гипотезе  $H_0$ :

$$H_0 : \theta_L(t) = \prod_{k=0}^{K-1} \theta_k(t, \hat{\sigma}_{uu}^2),$$

где  $\hat{\sigma}_{uu}^2$  – оценка мощности шума на  $k$ -м обзоре.

Характеристическая функция  $\theta_L(t)$  и плотность распределения  $p_K(x)$  суммы статистик  $|r(\bullet)|^2$  связаны обратным преобразованием Фурье [2]:



$$p_K(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta_L(t) e^{-itx} dt. \quad (3)$$

После вычисления  $p_K(x)$  с использованием БПФ необходимо найти плотность распределение  $p_{\max K}(x)$  максимальной статистики  $L()$ . Данное распределение имеет вид:

$$p_{\max K}(x) = n P_K(x)^{n-1} p_K(x), \quad (4)$$

где  $P_K(x)$  – функция распределения суммы статистик  $|r()|^2$ ;  $n$  – общее количество возможных перемещений за  $K$  обзоров. После этого, вычисляется порог обнаружения  $T(\sigma_{\text{ш}}^2)$ , соответствующий заданной вероятности ложной тревоги.

Рассмотрим применение метода численного интегрирования для вычисления интеграла (3).

Аппроксимация при помощи БПФ основана на простейшем численном интегрировании, в частности, методе прямоугольников.

$$p_K(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ixt} \theta_K(t) dt \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c e^{-ixt} \theta_K(t) dt,$$

где  $c, a, b$  – интервалы интегрирования. Разобьем интервал интегрирования  $[a, b]$  на  $N$  частей. Шаг сетки интегрирования и координаты узлов имеют вид:

$$h = \frac{b-a}{N}, \quad c = \frac{\pi}{h}, \quad x_k = a + h \cdot k,$$

где  $k = 0 \dots N-1$ .

Значения плотности распределения вероятностей в узлах сетки  $x_k$  имеют вид:

$$p_K(x_k) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c e^{-ix_k t} \theta_K(t) dt = \int_{-\frac{N}{2(b-a)}}^{\frac{N}{2(b-a)}} e^{-2\pi i u x_k} \theta_K(2\pi u) du. \quad (5)$$

Используя правило левых прямоугольников в выражении (5) получим:

$$p_K(x_k) \approx \frac{\sum_{j=0}^{N-1} e^{-2\pi i u_j x_k} \theta_K(2\pi u_j)}{b-a} = \frac{\sum_{j=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i}{N} (\frac{a+k}{h})(j-\frac{N-1}{2})} \theta_K(\frac{2\pi}{b-a} (j-\frac{N}{2}))}{b-a} = \frac{(-1)^{\frac{a+k}{b-a} N} \sum_{j=0}^{N-1} (-1)^{\frac{2a}{b-a} j} \theta_K(\frac{2\pi}{b-a} (j-\frac{N}{2})) e^{-\frac{2\pi i}{N} jk}}{b-a}, \quad (6)$$

где  $u_j = (j - \frac{N}{2})(b-a)^{-1}$  – шаг сетки в координатах характеристической функции.

Выражение (6) определяет следующий алгоритм вычисления плотности распределения вероятностей при помощи численного интегрирования характеристической функции:

1) умножим отсчёты характеристической функции

$$\theta_{Kj} = \theta_K(u_j) \text{ на отсчёты } \left\{ (-1)^{\frac{2a}{b-a} j} \right\}_{j=0}^{N-1} :$$

$$\hat{\theta}_{Kj} = (-1)^{\frac{2a}{b-a} j} \theta_{Kj};$$

2) вычислим  $N$ -точечное БПФ последовательности  $\{\hat{\theta}_{Kj}\}_{j=0}^{N-1}$ :

$$\{\tilde{\theta}_{Kj}\}_{j=0}^{N-1} = \text{FFT}(\{\hat{\theta}_{Kj}\}_{j=0}^{N-1}),$$

где FFT() – операция вычисления БПФ;

3) умножим отсчёты  $\{\tilde{\theta}_{Kj}\}_{j=0}^{N-1}$  на отсчёты последо-

$$\text{вательности } \left\{ \frac{(-1)^{\frac{a}{b-a} + \frac{j}{N} N}}{b-a} \right\}_{j=0}^{N-1} :$$

$$\{p_{Kj}\}_{j=0}^{N-1} = \left\{ \frac{(-1)^{\frac{a}{b-a} + \frac{j}{N} N}}{b-a} \tilde{\theta}_{Kj} \right\}_{j=0}^{N-1}.$$

На рис. 3 показана структурная схема предлагаемого алгоритма стабилизации уровня ложных тревог, имеющая следующие обозначения: БОПШ – блок оценки параметров шума; БВХФ – блок вычисления характеристических функций; БВФРВ – блок вычисления функции распределения вероятности; БВПРВ – блок вычисления плотности распределения вероятностей; БВП – блок вычисления порога обнаружения;  $F$  – заданная вероятность ложной тревоги.

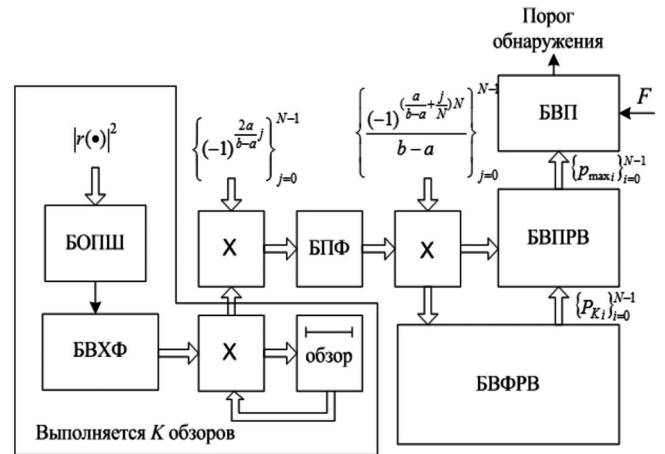


Рис. 3. Структурная схема предлагаемого алгоритма стабилизации уровня ложных тревог

В БВФРВ происходит вычисление функции распределения вероятностей:

$$P_{Kk} = \sum_{i=0}^k p_{Ki}.$$

В БВПРВ происходит вычисление плотности распределения вероятностей в узлах сетки с шагом  $h$ :

$$\{p_{\max i}\}_{i=0}^{N-1} = \{n P_{Ki}^{n-1} p_{Ki}\}_{i=0}^{N-1}.$$

В БВП происходит вычисление зависимости вероятности ложной тревоги  $\hat{F}$  от порога обнаружения в узлах сетки с шагом  $h$ :

$$\hat{F} = \int_T^{\infty} p_{\max}(x) dx \approx \sum_{k=k_0}^{N-1} p_{\max k} h,$$

где  $k_0$  – узел сетки, соответствующий порогу обнаружения.

Вычисление зависимости вероятности ложной тревоги от порога обнаружения в узлах сетки с шагом  $h$  приводит к ошибкам квантования порога обнаружения  $T(\sigma_{\text{ш}}^2) = k_0 h$ , смысл которых поясняется на рис. 4. При численном интегрировании выражения (7) значение величины порога обнаружения представляет собой случайную величину, равномерно распределённую в диапазоне значений порога обнаружения  $T(\sigma_{\text{ш}}^2)$ , соответствующего точкам 1 и 2, показанным на рис. 4.

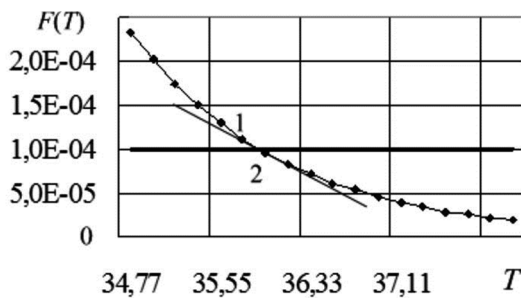


Рис. 4. Аппроксимация вероятности ложной тревоги

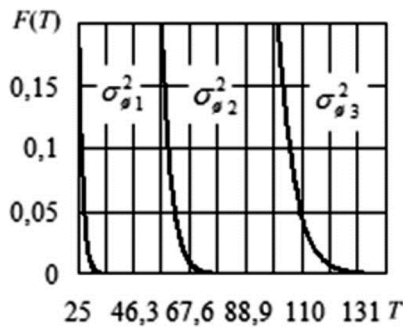


Рис. 5. Зависимость вероятности ложной тревоги от порога обнаружения при разных дисперсиях шума

На рис. 5 показана зависимость вероятности ложной тревоги от порога обнаружения при различных значениях дисперсии шума:  $\sigma_{\text{ш}2}^2 = 1,5\sigma_{\text{ш}1}^2$ ;  $\sigma_{\text{ш}3}^2 = 2\sigma_{\text{ш}1}^2$ . Данная зависимость показывает, что при изменении дисперсии шума в два раза порог обнаружения увеличился также примерно в два раза. Зависимости на рис. 4 и 5 построены при  $N = 1024$  точках БПФ.

С целью уменьшения эффекта шумов квантования порога обнаружения, предлагается использовать линейную интерполяцию, т.е. аппроксимировать зависимость вероятности ложной тревоги (7) в окрестности значения заданной  $F$  прямой линией, проходящей через две точки: 1 и 2, показанные на рис. 4:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1},$$

где  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  – первой и второй точек.

Точки 1 и 2, показанные на рис. 4, выбираются следующим образом. После вычисления значений плотности  $\{p_{\max i}\}_{i=0}^{N-1}$  в узлах сетки с шагом  $h$  в выражении (7) выполняется численное интегрирование до тех пор, пока

не выполнится условие  $1 - \sum_{k=0}^{N-1} p_{\max k} h \leq F$ , которому

соответствуют два узла сетки:  $k_0$  и  $k_0 + 1$ . Данным значениям соответствуют значения вероятности ложной тревоги, вычисленные в соответствии с (7):  $(1 - F_{k_0}) \geq F$  и  $(1 - F_{k_0+1}) \leq F$ . Используя данные значения, порог обнаружения можно определить согласно выражению:

$$T = \frac{(k_0 + 1)h - (k_0)h}{F_{k_0+1} - F_{k_0}} (F - F_{k_0}) + (k_0)h.$$

При вычислении порога обнаружения адаптация к дисперсии шума происходит в процессе определения узлов сетки  $k_0$  и  $k_0 + 1$  и численного интегрирования выражения (5).

### Имитационное моделирование

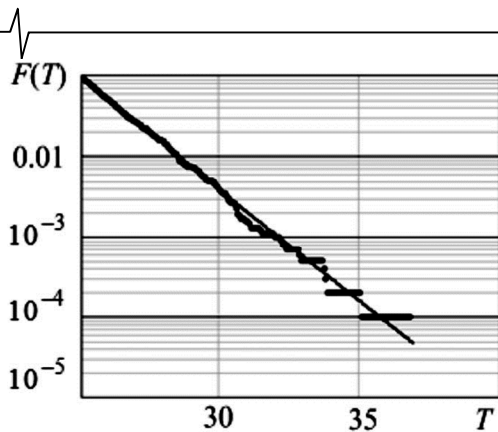
С целью проверки работоспособности предлагаемого алгоритма выполним имитационное моделирование. Моделирование статистик  $|r(\bullet)|^2$  при гипотезе  $H_0$  выполним методом обратной функции [6]. Значение порога обнаружения определим по зависимости вероятности ложной тревоги, вычисляемой на основе данных моделирования в соответствии с теоремой Гнеденко [7].

На рис. 6 показаны результаты имитационного моделирования, соответствующие вероятности ложной тревоги, вычисленной путём интегрирования гистограммы распределения статистик  $L(X, \hat{m}_c^K, \hat{m}_f^K)$ , вычисленных для гипотезы  $H_0$  при различных значениях дисперсий шума  $\sigma_{\text{ш}}^2$ . На этом же рисунке показана аппроксимация вероятности ложной тревоги, полученная путём оценки параметров обобщённого распределения Парето методом максимального правдоподобия.

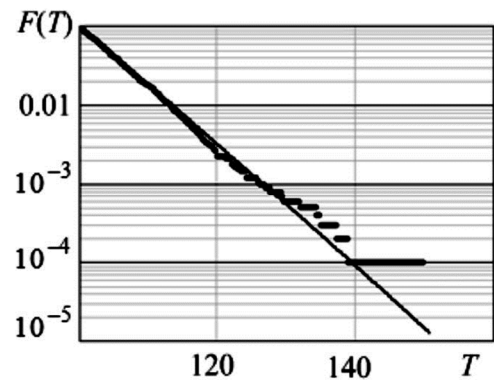
На рис. 6 а и 6 б тонкой сплошной линией показана зависимость вероятности ложной тревоги, вычисленная на основе обобщённого распределения Парето, толстая сплошная соответствует вероятности ложной тревоги, полученной путём интегрирования гистограммы.

Моделирование проводилось при следующих параметрах:  $N_{\text{hist}} = 10000$ ,  $F = 10^{-4}$ , число обзоров, используемых при накоплении  $K = 10$ , диапазон интегрирования  $[a, b] = [0, 120]$ ,  $N = 512$ .

Рассмотрим влияние шума квантования порога обнаружения на вероятность правильного обнаружения. На рис. 7 толстая кривая соответствует вероятности правильного обнаружения, вычисленной для случая порога обнаружения в соответствии с (8), тонкая кривая – без использования линейной интерполяции. Результаты получены путём численного моделирования при следующих условиях: модель флуктуаций амплитуды сигнала – модель Сверлинга I; число повторений опытов 1000; число обзоров, данные с которых накапливаются 10; вероятность ложной тревоги  $10^{-4}$ ; количество точек БПФ 64; диапазон интегрирования  $[0, 60]$ .



а) при  $\sigma_{ш}^2 = \sigma_{ш1}^2$



б) при  $\sigma_{ш}^2 = \sigma_{ш3}^2$

Рис. 6. Зависимость вероятности ложной тревоги от порога обнаружения

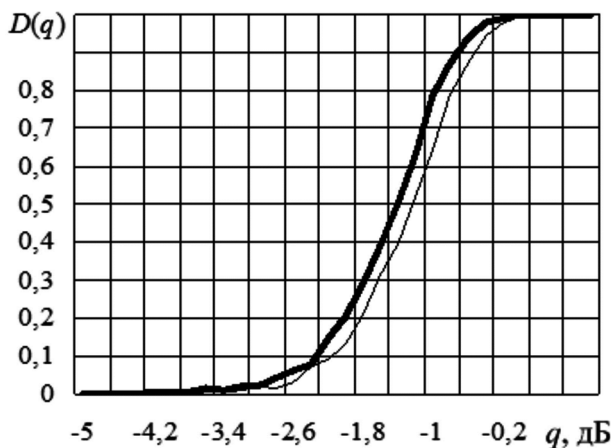


Рис. 7. Зависимость вероятности правильного обнаружения при различных порогах обнаружения

Анализ зависимостей на рисунке 7 позволяет сделать вывод, что наличие шума квантования порога обнаружения приводит к потерям в пороговом отношении сигнал шум 0,2 дБ. С другой стороны, вычисление порога обнаружения в соответствии с (8) обеспечивает выигрыш в порогом отношении сигнал-шум 0,2 дБ при вероятности правильного обнаружения 0,9.

### Заключение

Таким образом, предлагаемый алгоритм обеспечивает стабилизацию уровня ложных тревог в широком диапазоне изменения мощности входного шума. Его положительным свойством является то, что порог обнаружения, соответствующий заданной вероятности ложной тревоги, вычисляется аналитически, что выгодно отличает его от известных алгоритмов, в которых уровень порога задается априорно и не гарантирует заданной вероятности ложных тревог. Результаты имитационного моделирования подтверждают возможность стабилизации ложных тревог на заданном уровне, а использование линейной

интерполяции в процедуре вычисления порога обнаружения позволяет обеспечить дополнительный выигрыш в пороговом отношении сигнал-шум около 0,2 дБ при  $N = 64$ , что ориентировочно соответствует увеличению дальности действия РЛС на 2 %.

Работа поддержана Государственным заданием № 8.8445.2017/БЧ Минобрнауки на 2017-2019 гг. высшим учебным заведениям и научным организациям в сфере научной деятельности.

### Литература

1. Кричигин А. В., Маврычев Е. А. Метод двухэтапного многообзорного обнаружения траектории движущейся цели с некогерентным накоплением // Известия ВУЗов России. 2007. №4. с. 43-51.
2. Arnold J. Efficient Target Tracking Using Dynamic Programming // IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS VOL. 29, NO. 1 JANUARY 1993, PP. 44-56.
3. Ширман Я. Д. Теоретические основы радиолокации. Учебное пособие для вузов. М.: Советское радио. 1970. С. 560.
4. Buzzi S., Lops M., Venturino L. Track-before-detect procedures for early detection of moving target from airborne radars // IEEE Transaction on aerospace and electronic system. Vol. 41. No. 3. July 2005. PP. 937-954.
5. Shulin L., Xinliang Chen New analytical approach to detection threshold of a dynamic programming track-before-detect algorithm // IET Radar, Sonar and Navigation. Vol. 7. PP. 773-779.
6. Горяинов В.Т., Журавлёв А.Г., Тихонов В.И. Статистическая радиотехника: примеры и задачи. М.: Советское радио. 1980. С. 450.
7. Johnston A. Performance Analysis of a Dynamic Programming Track Before Detect Algorithm // IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS VOL. 38, NO. 1 JANUARY 2002. PP. 228-242.