

НОВЫЙ АЛГОРИТМ ПОВЫШЕНИЯ КОНТРАСТА МЕЛКОМАСШТАБНЫХ ДЕТАЛЕЙ ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ВЕЙВЛЕТАМ

Лихачёв А.В., д.т.н., старший научный сотрудник Института автоматизации и электрометрии СО РАН, e-mail: ipm1@iae.nsk.su.

A NEW ALGORITHM FOR INCREASING CONTRAST OF SMALL IMAGE DETAILS BASED ON THE DECOMPOSITION ON WAVELETS

Likhachov A.V.

Based on the multiresolution signal representation the algorithm for processing of noisy images containing small structures is suggested. Detailing coefficients of the decomposition, with the order corresponding to the size of the investigated elements of the image are multiplied by a constant that is computed taking into account the level of noise and the difference between the amplitudes of the structure and the surrounding background. A computational experiment results confirmed the efficiency of the method, in particular, the contrast of small objects risen in 1,5 – 2 times.

Key words: contrast enhancement of the image elements, multiresolution analysis of signals.

Ключевые слова: повышение контраста элементов изображения, кратномасштабный анализ сигналов.

Введение

Работа посвящена методам анализа полутонных изображений, содержащих элементы малого размера, контраст которых относительно окружающего фона не позволяет их надежно обнаружить в присутствии интенсивного шума. Таковыми, в частности, являются рентгенограммы, имеющие важнейшее значение, в первую очередь, для медицинской диагностики. Именно в этой области очень часто применяются методы локализации и идентификации небольших низкоконтрастных объектов, таких как опухоли, особенно на ранних стадиях развития. В качестве математической модели здесь обычно используются функции двух переменных, значения которых определяют яркость, обозначаемую ниже как $G(x, y)$.

Для многих методов анализа и преобразования сигналов основой является разложение в ряд Фурье [1]. В одномерном случае оно имеет вид

$$g(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \langle g, \psi_n^F \rangle \psi_n^F(x). \quad (1)$$

Здесь $\psi_n^F(x) = \exp(inx\Delta\omega)$, $\Delta\omega = 2\pi/(x_2 - x_1)$; угловыми скобками обозначено скалярное произведение в Гильбертовом пространстве $H_{[x_1; x_2]}$, состоящем из квадратично интегрируемых функций, определенных на отрезке $[x_1; x_2]$:

$$\langle g, \psi_n^F \rangle = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} g(x) (\psi_n^F)^*(x) dx, \quad (2)$$

где $(\psi_n^F)^*(x)$ – комплексно сопряженная функция. Несмотря на достигнутые с его помощью успехи, базис $\psi_n^F(x)$ имеет ряд существенных недостатков [2]. Один из них, наиболее важный с точки зрения излагаемого

На основе кратномасштабного представления сигналов предложен новый алгоритм обработки зашумлённых изображений, содержащих мелкие структуры. Детализирующие коэффициенты разложения, имеющие порядок, соответствующий размеру исследуемых элементов изображения, умножаются на константу, которая вычисляется с учётом уровня шума и разности амплитуд структуры и окружающего фона. Проведён вычислительный эксперимент, результаты которого подтвердили эффективность метода, в частности, было получено повышение контраста малоразмерных объектов в 1,5 – 2 раза.

здесь метода, состоит в том, что совокупность коэффициентов разложения (спектр) практически не даёт возможности определить локализацию особенностей, в частности разрывов функции $g(x)$, поскольку информация о них распределяется по всем произведениям (2). До некоторой степени это можно преодолеть, выделяя определённые участки $g(x)$ оконными функциями, см. например, [3].

При этом для каждого положения окна также получается набор коэффициентов (2), анализируя которые можно делать выводы о свойствах $g(x)$ в рассматриваемой области. Однако в случае, когда ставится относительно простая задача обнаружения включения с амплитудой, значительно отличающейся от среднего, сложный спектральный анализ представляется нецелесообразным. Альтернативой является разложение по вейвлетам, развитие теории которых было стимулировано ограничениями, присущими преобразованию Фурье [2, 4, 5]. Они получаются из функции $\psi(x)$, обладающей определёнными свойствами [5], путём масштабирования и сдвига:

$$\psi_{m,k}(x) = a^{m/2} \psi(a^m x - k), \quad (3)$$

где a – вещественное число; m и k – целые.

Базисы (3), ввиду их разнообразия, предоставляют более широкие исследовательские возможности. В частности, для решения упомянутой выше задачи обнаружения достаточно перенести начало координат и подобрать значение m таким образом, чтобы носитель

$\psi_{m,0}(x)$ полностью покрывал предполагаемую область неоднородности, а носители $\psi_{m,k}(x)$ с $k \neq 0$ не пересекались с ней. Тогда, если скалярное произведение $\langle (g - \bar{g}), \psi_{m,0} \rangle$ будет заметно превосходить остальные $\langle (g - \bar{g}), \psi_{m,k} \rangle$ с $k \neq 0$, то это будет свидетельствовать в пользу наличия неоднородности. Здесь \bar{g} – это среднее значение функции $g(x)$.

Современные способы хранения, преобразования и воспроизведения сигналов, основанные на компьютерных технологиях, подразумевают, что они представляются в виде упорядоченного набора чисел. Применительно к рассматриваемому случаю это означает, что $G(x, y)$ задаётся в узлах сетки с координатами (x_p, y_q) . Каждый узел соответствует пикселю изображения, а значение $G(x_p, y_q)$ – его яркости. Кроме того, сама функция $G(x, y)$ может принимать лишь определённый ряд значений (так называемые уровни квантования). Последним обстоятельством будем пренебрегать, считая $G(x, y)$ функцией, непрерывной по амплитуде.

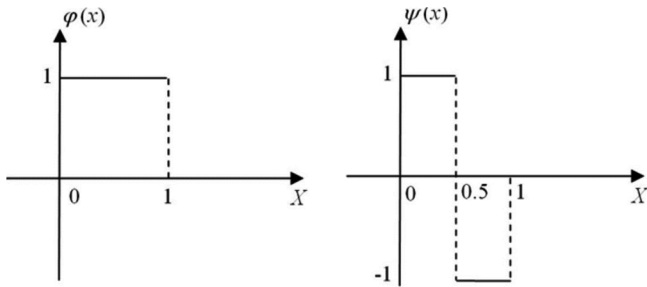


Рис. 1. Функции, порождающие используемые базисы

Обработка оцифрованных данных подробно излагается, например, в работах [3, 6, 7]. Одним из её инструментов является кратномасштабный анализ, обеспечивающий быстрое и эффективное решение ряда задач, связанных с выявлением частотно-координатной структуры [8]. При этом используются два взаимосвязанных ортонормированных автомодельных базиса $\varphi_{m,k}(x)$ и $\psi_{m,k}(x)$, построенных согласно (3) с константой a , равной 2. Пусть получено $N = 2^M$ отсчётов. Имеет место следующее разложение, [8]:

$$g(x) = \sum_{k=0}^{2^n-1} c_{n,k} \varphi_{n,k}(x) + \sum_{m=n}^{M-1} \left(\sum_{k=0}^{2^m-1} d_{m,k} \psi_{m,k}(x) \right). \quad (4)$$

Здесь $c_{n,k} = \langle g, \varphi_{n,k} \rangle$ и $d_{m,k} = \langle g, \psi_{m,k} \rangle$ – масштабирующие и детализирующие коэффициенты соответственно; n может принимать значения от нуля до M , однако при $M = n$ второй член в (4) отсутствует. Первый из индексов, нумерующих $c_{m,k}$ и $d_{m,k}$, определяет их уровень. Практической ценности выражения (4) во многом способствует тот факт, что, независимо от базисных функций, выполняются соотношения [8]

$$\begin{aligned} c_{m-1,k} &= (1/\sqrt{2})(c_{m,2k} + c_{m,2k+1}), \\ d_{m-1,k} &= (1/\sqrt{2})(c_{m,2k} - c_{m,2k+1}), \end{aligned} \quad (5 \text{ а})$$

$$\begin{aligned} c_{m,2k} &= (1/\sqrt{2})(c_{m-1,k} + d_{m-1,k}), \\ c_{m,2k+1} &= (1/\sqrt{2})(c_{m-1,k} - d_{m-1,k}). \end{aligned} \quad (5 \text{ б})$$

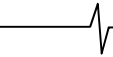
Таким образом, зная высшие масштабирующие коэффициенты $c_{M,k}$, по формулам (5а) можно найти все $c_{m,k}$ и $d_{m,k}$ в разложении (4) до любого уровня n , не используя явного вида функций $\varphi(x)$ и $\psi(x)$. При проведении исследований часто порождающей функцией базиса $\varphi_{m,k}(x)$ выбирается прямоугольный импульс, тогда базис $\psi_{m,k}(x)$ образуется из вейвлета Хаара, см. рис. 1. Обычно в этом случае в качестве $c_{M,k}$ используются значения самого сигнала, т.е. полагается $c_{M,k} = g(x_k)$.

Предлагаемый метод

Пример, приведённый во введении, показывает, что, применяя кратномасштабный анализ, неоднородность на квазипостоянном фоне можно охарактеризовать единственным параметром – скалярным произведением $g(x)$ на соответствующую базисную функцию. Это наблюдение явилось идейной основой предлагаемого в работе метода, суть которого состоит в следующем. Каждая строка изображения представляется в виде (4), где n , определяется размером исследуемых включений. Предположим, что одному из них соответствует коэффициент $d_{n,k'}$, при этом $|d_{n,k'} - d_{n,k'-1}| \approx |d_{n,k'} - d_{n,k'+1}| \approx \beta_{n,k'}$. Величина $\beta_{n,k'}$ зависит, в частности, от разности амплитуд включения и окружающего фона, которая будет обозначаться как δ . По формуле (4) проведём сборку строк, используя вместо каждого $d_{n,k}$ его произведение на некоторое число $\alpha_n > 1$. В полученном изображении рассматриваемые разности детализирующих коэффициентов будут порядка $\alpha_n \beta_{n,k'}$. Поскольку базис остаётся прежним, это изменение будет обусловлено, в первую очередь, увеличением δ . Следовательно, после такого преобразования контрастность включений заданного размера повысится, что будет способствовать улучшению условий их обнаружения и идентификации. Далее в этом разделе поэтапно описывается алгоритм, реализующий метод, изложенный выше на качественном уровне.

Пусть изображение $N \times N$ пикселей, содержащее достаточно большой фрагмент фона с амплитудой G_0 , на котором располагаются L включений Δ_j , $j = 1, \dots, L$, искажено аддитивным стационарным центрированным некоррелированным шумом с дисперсией σ^2 . Обозначим через l_j характерный размер в пикселях области Δ_j , а через δ_j – величину её превышения над фоном. Таким образом, яркость в пределах Δ_j определяется значениями функции $G(x, y)$ равными $G_0 + \delta_j$. Упорядочим индексы следующим образом: $l_1 \leq l_2 \leq \dots \leq l_L$. При этом предполагается, что включения занимают небольшую площадь, так что выполняется условие $l_L \ll N$.

На первом этапе разработанного алгоритма вычисляются коэффициенты разложения (4), при этом полагается



$$\begin{cases} n = M - [\log_2 l_L] - 2; \log_2 l_L - [\log_2 l_L] > 0,5, \\ n = M - [\log_2 l_L] - 1; \log_2 l_L - [\log_2 l_L] \leq 0,5, \end{cases} \quad (6)$$

где квадратные скобки означают целую часть числа. В соответствии со сказанным в конце предыдущего раздела, за высшие масштабирующие коэффициенты $c_{M,k}$ полагаются значения функции $G(x, y)$, т.е. яркости пикселей исходного изображения. Например, в разложении для q -ой строки $c_{M,k} = G(x_k, y_q)$, $k = 0, 1, \dots, N-1$. Коэффициенты низших уровней находятся по формулам (5а). В частности,

$$\begin{aligned} c_{M-1,k} &= (1/\sqrt{2})(G(x_{2k}, y_q) + G(x_{2k+1}, y_q)), \\ d_{M-1,k} &= (1/\sqrt{2})(G(x_{2k}, y_q) - G(x_{2k+1}, y_q)). \end{aligned} \quad (7)$$

и т.д. В выражениях (7) индекс k изменяется от 0 до $N/2-1$, таким образом, при понижении порядка на единицу количество коэффициентов уменьшается в два раза. Заметим, что в (4) из масштабирующих коэффициент входят только $c_{n,k}$, однако для того чтобы найти $d_{m,k}$ с $n \leq m < M$ по второму из уравнений (5а), требуется также вычислить все $c_{M,k}$ при $n+1 \leq m < M$.

На втором этапе путём замены в (6) l_L на l_j для каждого Δ_j определяется уровень детализирующих коэффициентов m_j , отвечающих его размеру, причём, как это нетрудно видеть из (6), имеет место $2^{M-m_j-3/2} < l_j \leq 2^{M-m_j-1/2}$. Далее выбираются один или несколько масштабов неоднородностей (соответствующие им индексы будут обозначаться через m_s), контрастность которых нужно повысить. Все коэффициенты $d_{m_s,k}$ каждого из выбранных уровней преобразуются путём умножения на константу большую единицы: $d_{m_s,k} \rightarrow \tilde{d}_{m_s,k} \equiv \alpha_{m_s} d_{m_s,k}$. При этом числа α_{m_s} в общем случае различны для различных уровней.

Чтобы получить оценки параметров α_{m_s} допустим, что рассматриваемая строка пересекает единственную неоднородность Δ_j по отрезку, имеющему длину $l_j = 2^{M-m_s-1}$, левый край которого приходится на пиксель с номером $k'l_j - 1$. Остальную часть занимает фон. При таких условиях, с учётом того, что $c_{M,k}^0$ равны либо G_0 , либо $G_0 + \delta_j$, прямое вычисление по (5а) даёт

$$\begin{aligned} c_{m_s+1,2k}^0 &= 2^{(M-m_s)/2}(G_0 + \delta_j), \quad c_{m_s+1,2k'+1}^0 = 2^{(M-m_s)/2}G_0; \\ d_{m_s,k'}^0 &= (1/\sqrt{2})(c_{m_s+1,2k}^0 - c_{m_s+1,2k'+1}^0) = 2^{(M-m_s-1)/2}\delta_j. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь верхний индекс «0» указывает, что значения коэффициентов определяются в отсутствие шума. При его наличии $c_{m_s,k'}$ и $d_{m_s,k'}$ являются случайными величинами, причём, учитывая предположенные выше свойства шума, $M\{c_{m_s,k'}\} = c_{m_s,k'}^0$ и $M\{d_{m_s,k'}\} = d_{m_s,k'}^0$, где $M\{\circ\}$ – математическое ожидание. Для вычисления дисперсии, воспользуемся формулами (5а). Поскольку

$$\begin{aligned} D\{c_{M,k}\} &= \sigma^2, \text{ получаем} \\ D\{c_{M-1,k}\} &= (1/2)(D\{c_{M,2k}\} + D\{c_{M,2k+1}\}) = \\ &= (1/2)(\sigma^2 + \sigma^2) = \sigma^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Отсюда по индукции имеем $D\{c_{m,k}\} = \sigma^2$ для любого m . Тогда

$$\begin{aligned} D\{d_{m_s,k'}\} &= D\{(1/\sqrt{2})(c_{m_s+1,2k'} + (-1)c_{m_s+1,2k'+1})\} = \\ &= (1/2)(\sigma^2 + (-1)^2\sigma^2) = \sigma^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Исходя из последнего равенства (8), введём случайную величину ξ , характеризующую среднее отклонение амплитуды от фона:

$$\xi = 2^{(m_s-M+1)/2} d_{m_s,k'}. \quad (11)$$

Она является несмещённой оценкой параметра δ_j , так как из сказанного выше видно, что $M\{\xi\} = \delta_j$ для всех m . Дисперсия величины (11) равна $D\{\xi\} = 2^{m_s-M+1}\sigma^2$. При умножении $d_{m_s,k'}$ на α_{m_s} , приходим к случайной величине ξ_α с $M\{\xi_\alpha\} = \alpha_{m_s}\delta_j$ и $D\{\xi_\alpha\} = 2^{m_s-M+1}\alpha_{m_s}^2\sigma^2$. Значение α_{m_s} следует определить из условия

$$M\{\xi\} + \sqrt{D\{\xi\}} = M\{\xi_\alpha\} - \sqrt{D\{\xi_\alpha\}}, \quad (12)$$

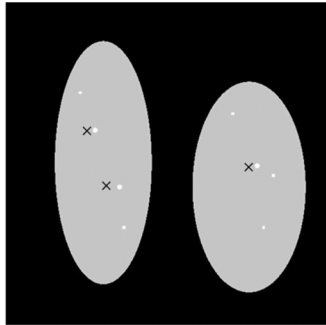
откуда получаем

$$\begin{aligned} \alpha_{m_s} &= (M\{\xi\} + \sqrt{D\{\xi\}}) / (M\{\xi\} - \sqrt{D\{\xi\}}) = \\ &= (\delta_j + 2^{(m_s-M+1)/2}\sigma) / (\delta_j - 2^{(m_s-M+1)/2}\sigma). \end{aligned} \quad (13)$$

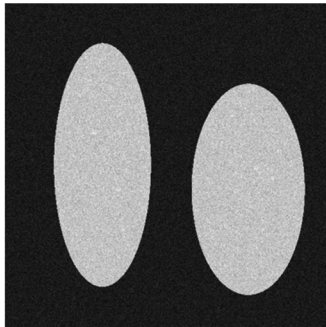
Согласно (13), с ростом уровня m_s (что соответствует уменьшению размера неоднородности) и при увеличении шума, множитель α_{m_s} растёт. По мере приближения δ_j к $2^{(m_s-M+1)/2}\sigma$ он стремится к бесконечности, а в случае $2^{(m_s-M+1)/2}\sigma > \delta_j$ величина α_{m_s} становится отрицательной. В то же время вычислительный эксперимент показал, что при $\alpha_{m_s} > 4 \div 6$ (в зависимости от m_s) изображение сильно искажается. На нём появляются характерные артефакты в виде чередования светлых и ярких сегментов, занимающих 2^{M-m_s-1} пикселя. В связи с этим, формулу (13) предлагается использовать, пока полученные по ней α_{m_s} не превосходят некоторого числа α^c , которое каждый раз определяется по результатам расчетов (в частности, в данной работе было выбрано $\alpha^c = 5$). Если же оказывается $\alpha_{m_s} > \alpha^c$, то знаменатель нужно заменить на δ_j .

Следует заметить, что α_{m_s} вычисляется по формуле (13) для неоднородности с фиксированной амплитудой $G_0 = \delta_j$. Когда на изображении имеются структуры одинакового масштаба, но различной яркости, для каждой из них, вообще говоря, требуется свой множитель. Если эта разница незначительна, то точные δ_j можно заменить некоторым единым усреднённым значением. В противном случае для эффективного применения метода нужна более подробная информация о локализации включений. В

частности, если известны положения и амплитуды всех неоднородностей, то α_{m_s} можно находить отдельно для каждой строки. Однако такие знания об исследуемом объекте на практике, как правило, недоступны.



а) без шума



б) при наличии аддитивного белого шума, $\sigma = 0,1$

Рис. 2. Модельное изображение

Наконец, на последнем этапе алгоритма проводится сборка строк изображения после преобразования $d_{m_s,k} \rightarrow \tilde{d}_{m_s,k}$. Для этого по формулам (5б) последовательно находятся масштабирующие коэффициенты вплоть до высшего порядка M . При этом для выбранных уровней m_s берутся новые детализирующие коэффициенты $\tilde{d}_{m_s,k}$. Полученные таким образом $\tilde{c}_{M,k}$ принимаются за новые значения функции $G(x,y)$, характеризующей яркость изображения.

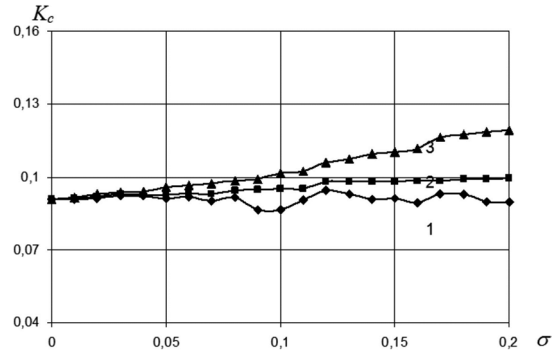
Вычислительный эксперимент

Численное моделирование проводилось с математическим фантомом, изображённым на рис. 2,а. Разрешение составляет 1024×1024 . На фоне с $G_0 = 1$ располагаются пять квадратов со стороной 9 и три круга диаметром 16 (здесь и далее размеры указываются в пикселях). Для того чтобы было удобнее визуально различить эти структуры, на рис. 2а слева от кругов поставлены крестики. Значение δ для всех включений одинаково и составляет 0,1. Таким образом, $M = 10$, для квадратов $m = 6$, а для кругов $m = 5$. Формально фантом задаётся уравнением:

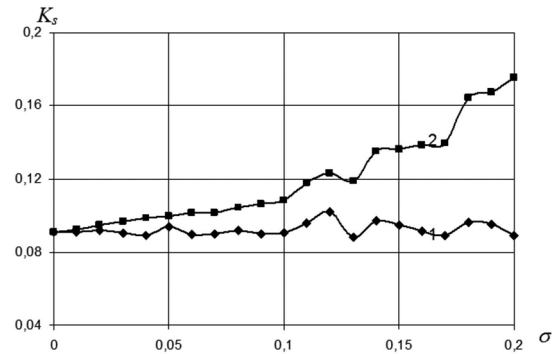
$$G(x,y) = G_0 \sum_{j=1}^2 \chi_j^e(x,y) + \delta \sum_{j=1}^3 \chi_j^c(x,y) + \delta \sum_{j=1}^5 \chi_j^s(x,y), \quad (14)$$

где $\chi^e(x,y)$, $\chi^c(x,y)$ и $\chi^s(x,y)$ характеристические функции эллипса, круга и квадрата. В процессе вычислительного эксперимента к фантому добавлялся белый шум с дисперсией σ^2 , имеющий в каждой точке гауссо-

во распределение. Пример представлен на рис. 2 б. Для него величина стандартного отклонения σ равна 0,1.



а)



а)

Рис. 3. Зависимости контраста от стандартного отклонения шума

Определим для каждого вида неоднородностей контраст Вебера

$$K_c = (\bar{I}_c - \bar{B}) / \bar{I}_c, \quad K_s = (\bar{I}_s - \bar{B}) / \bar{I}_s, \quad (15)$$

где \bar{I}_c , \bar{I}_s и \bar{B} – средние значения:

$$\bar{I}_c = \sum_{(x_p,y_q) \in S_c} \frac{G(x_p,y_q)}{N_c}, \quad \bar{I}_s = \sum_{(x_p,y_q) \in S_s} \frac{G(x_p,y_q)}{N_s},$$

$$\bar{B} = \sum_{(x_p,y_q) \in S_b} \frac{G(x_p,y_q)}{N_b}. \quad (16)$$

В (16) суммирование ведётся в областях, занятых кругами, квадратами и эллипсами:

$$S_c = \bigcup_{j=1}^3 \chi_j^c, \quad S_s = \bigcup_{j=1}^5 \chi_j^s, \quad S_b = (\chi_1^e \cup \chi_2^e) \setminus (S_c \cup S_s). \quad (17)$$

Количества пикселей, содержащихся в S_c , S_s и S_b , обозначены как N_c , N_s и N_b . Из описания фантома и формул (15), (16) следует, что в отсутствии искажений

$$K_c = K_s = (\delta + G_0 - G_0) / (\delta + G_0) = \delta / (\delta + G_0) \approx 0,09. \quad (18)$$

На рис. 3 а,б приведены зависимости значений K_c и K_s от σ . Кривые 1 показывают контрасты на исходном (зашумленном) изображении, все остальные – на обработанном. По характеру кривых 1 видно, что наличие шума не влияет существенно на усреднённые величины, вычисленные согласно (15). Они испытывают случайные колебания, амплитуда которых больше для рис. 3 б, поскольку число пикселей занимаемых квадратами недостаточно велико – 405 (на круги их приходится 603). Сопоставление кривых 1 с кривыми 2 и 3 показывает, что применение предлагаемого метода поднимает K_c и K_s пропорционально дисперсии σ^2 .

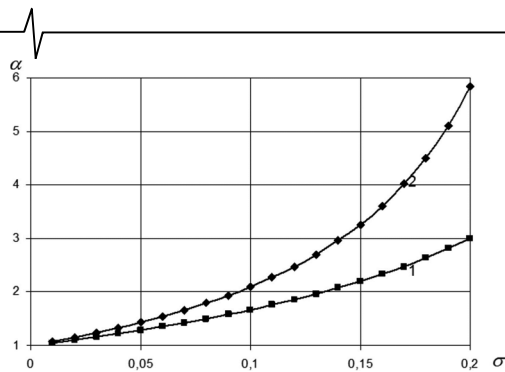
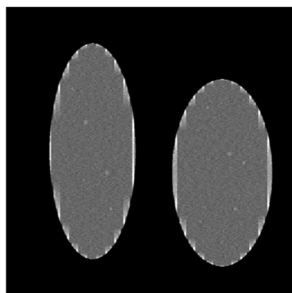
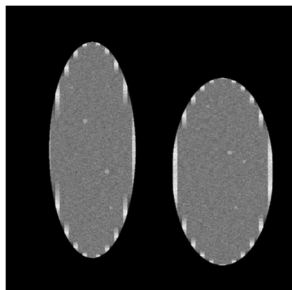


Рис. 4. Зависимости множителей α_5 и α_6 от стандартного отклонения шума

Как было указано в предыдущем разделе, разработанный алгоритм позволяет одновременно изменять $d_{m,k}$ для нескольких m . Именно этому случаю соответствуют кривые 2. Для их получения преобразовывались коэффициенты двух уровней: $d_{6,k} \rightarrow \alpha_6 d_{6,k}$, $d_{5,k} \rightarrow \alpha_5 d_{5,k}$. При этом для больших σ , как это видно из (13), множитель α_6 существенно превосходит α_5 , см. также рис. 4. Следовательно, контраст мелких структур, отвечающих шестому уровню, увеличивается сильнее. Более крупные детали, масштаб которых определяется значением индекса $m = 5$, напротив, будут вуалироваться из-за усиления флуктуаций, имеющих размер в два раза меньший. Поэтому если шум достаточно интенсивный, то для исследования изображения на уровне $m = 5$ целесообразно преобразовать только коэффициенты $d_{5,k}$, что иллюстрирует кривая 3 на рис. 3 а. Она проходит выше кривой 2. Таким образом, одновременный рост $d_{6,k}$ и $d_{5,k}$ приводит к тому, что контраст кругов, имеющих больший размер по сравнению с квадратами, усиливается слабее, чем при увеличении лишь $d_{5,k}$.



а)



б)

Рис. 5. Изображения, полученные

при использовании предлагаемого метода, шум $\sigma = 0,1$

Зависимости множителей α_5 и α_6 , полученных по формуле (13), от стандартного отклонения шума представлены на рис. 4, кривые 1 и 2 соответственно. Видно,

что пока шум незначительный (до $\sigma \approx 0,05$) величины α_5 и α_6 мало отличаются друг от друга. Однако при дальнейшем увеличении его дисперсии α_6 растёт существенно быстрее, чем α_5 . В частности, при $\sigma = 0,2$ параметр α_6 становится почти в три раза больше, чем α_5 . Он оказывается приблизительно равным 6, напомним, что это превышает выбранное критическое значение $\alpha^c = 5$, см. текст за формулой (13).

Примеры обработки изображения, представленного на рис. 2 б, даны на рис. 5 а,б. Первый из них получен посредством преобразования $d_{6,k} \rightarrow \alpha_6 d_{6,k}$, $d_{5,k} \rightarrow \alpha_5 d_{5,k}$, второй – путём изменения только коэффициентов с $m = 5$: $d_{5,k} \rightarrow \alpha_5 d_{5,k}$. Круги (структуры уровня $m = 5$) на рис. 5 б проявляются отчетливее, нежели на рис. 5 а. Это согласуется со сделанным выше выводом о том, что для анализа более крупных включений следует увеличивать лишь коэффициенты уровня, соответствующего их размеру.

Заключение

Работа посвящена актуальной проблеме обнаружения деталей изображения, занимающих несколько сотых процента от его площади. Предлагается новый метод повышения их амплитуды относительно окружающего фона, в основе которого лежит кратномасштабный анализ одномерных сигналов. В разложении строк коэффициенты при вейвлетах, имеющих носитель порядка размеров рассматриваемых объектов, умножаются на константу. Для её вычисления разработан алгоритм, использующий статистические характеристики, обусловленные наличием шума. В процессе численного моделирования для включений, превышающих фон на 10 % и имеющих протяженность $9 \div 16$ пикселей, при разрешении 1024×1024 , было достигнуто увеличение контраста в 1,5 – 2 раза.

Говоря о перспективах метода, следует отметить, что наиболее естественным его развитием является переход от построчного анализа изображения к его разложению по двумерным вейвлетам. Одно из преимуществ такого подхода состоит в том, что он позволяет использование базисных функций с различными масштабами по координатным осям, т.е. имеющих не квадратный, а прямоугольный носитель. Другое направление усовершенствования связано с применением более сложных процедур преобразования коэффициентов, в том числе масштабирующих, например, умножение каждого из них на определённое именно для него число. Это могло бы оказаться полезным при наличии нестационарного, а также коррелированного шума.

Литература

1. Толстов Г. П. Ряды Фурье. М.: Наука, 1980. 384 с.
2. Чуи К. Введение в вэйвлеты. М.: Мир, 2001. 412 с.
3. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. Издание второе, переработанное и дополненное. М.: Техносфера, 2016. 208 с.
4. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН. 1996. Т. 166, № 11. С. 1145-1170.
5. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Ижевск: РХД, 2001. 464 с.
6. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848
7. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. СПб.: Питер, 2007. 751 с.
8. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005. 672 с.