

РЕКУРРЕНТНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ В КАЧЕСТВЕ МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Соловьева Е.Б., д.т.н., профессор, заведующая кафедрой теоретических основ электротехники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), e-mail: selenab@hotmail.ru.

RECURRENT NEURAL NETWORKS AS BEHAVIORAL MODELS OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS

Solovyeva E. B.

The classification of recurrent neural networks used as the mathematical models of nonlinear dynamic systems described by the input-output ratio is proposed. The structures, properties, advantages and disadvantages of different types of recurrent networks are considered. The presented analysis is useful for choosing the mathematical model of a nonlinear dynamical system a priori, when it is necessary to evaluate which of the known neural network structures meets the requirements for model characteristics, such as accuracy, computational complexity, robustness, hardware implementation, more than others do.

Key words: neural networks, recurrent, models of nonlinear dynamical systems, classification of neural networks, model characteristics.

Ключевые слова: нейронная сеть, рекуррентная, модель динамической системы, классификация сетей, характеристики модели.

Введение

В последние десятилетия нейронные сети находят применение во многих областях техники, где они используются для решения многочисленных задач, включая идентификацию, моделирование и синтез нелинейных динамических систем (НДС). Указанные задачи можно сформулировать в аппроксимационной постановке, когда требуется построить математическую модель нелинейного оператора, однозначно отображающего множество входных сигналов во множество выходных сигналов динамической системы [1-14]. Нейронные сети привлекательны в ситуации, когда полиномиальные модели нелинейного оператора с ростом степени дают медленно уменьшающуюся погрешность аппроксимации оператора.

Рекуррентные нейронные сети (recurrent neural network, RNN) [1], [4], [7-14] считаются развитием односторонних перцептронных сетей (или сетей прямого распространения, feed-forward neural networks) путем добавления обратных связей. В каждом контуре (петле) обратной связи присутствует элемент единичной задержки, благодаря которому поток сигналов может считаться однонаправленным (выходной сигнал предыдущего временного цикла рассматривается как априори заданный, который просто увеличивает размерность входного вектора). С помощью обратной связи можно накапливать информацию и использовать ее при обработке сигналов. Таким образом, в сети реализуется «память», что принципиально меняет характер ее работы и позволяет анализировать любые последовательности данных, в которых важно, в каком порядке идут значения (например, речь, текст, изображение и т.д.). В итоге, порядок следования сигналов играет существенную роль в задаче.

Предложена классификация рекуррентных нейронных сетей, применяемых в качестве математических моделей нелинейных динамических систем, описываемых по соотношению вход-выход. Рассмотрены структуры, свойства, достоинства и недостатки разных видов рекуррентных сетей. Представленный анализ полезен для выбора математической модели нелинейной динамической системы априори, когда следует оценить, какая из известных структур нейронных сетей более других отвечает требованиям, предъявляемым к характеристикам модели, таким как точность, вычислительная сложность, робастность, аппаратная реализация.

Рекуррентная нейронная сеть может содержать меньшее число параметров по сравнению с многослойной перцептронной сетью, выполняющей ту же задачу. Однако алгоритм обучения RNN, адаптирующий значения синаптических весов, более сложен вследствие зависимости сигналов в текущий момент времени от их значений в предыдущие моменты и соответственно ввиду более громоздкой формулы для расчета вектора градиента. Кроме того, из-за наличия обратных связей необходимо исследовать вопрос устойчивости сети [1], [4], [7-14].

Несмотря на указанные трудности, за последние годы достигнут значительный успех в применении рекуррентных нейронных сетей для решения задач моделирования, синтеза, распознавания, предсказания, управления и т.д. [3].

В зависимости от расположения обратных связей, влияющих на организацию взаимодействия нейронов, можно выделить два класса RNN [15]:

– глобально рекуррентные сети, в которых допускаются обратные связи между нейронами одного слоя или разных слоев;

– локально рекуррентные сети, содержащие обратные связи внутри нейронов. Обратные связи между нейронами одного слоя или разных слоев отсутствуют.

Рассмотрим структуры, модели и свойства сетей, образующих выделенные классы.

Глобально рекуррентные сети

К глобально рекуррентным сетям относятся четыре вида сетей:

- полностью рекуррентная сеть, называемая также рекуррентной сетью реального времени (real time recurrent network, RTRN) [4], [8];
- частично рекуррентные сети, к которым относятся, например, сеть Элмана (Elman network), сеть Джордана (Jordan network), многослойная рекуррентная перцептронная сеть (recurrent multi-layer perceptron network, RMLPN) [1], [4], [8-14];
- сети в пространстве состояний [1], [4], [8];
- клеточные нейронные сети (cellular neural networks, CNN) [10], [16-21].

Полносвязная рекуррентная сеть

Наиболее общая структура глобальной рекуррентной нейронной сети, в которой присутствуют любые связи между нейронами, предложена Уильямсом и Зипсером. Такая полностью рекуррентная структура часто называется сетью Уильямса-Зипсера (Williams-Zipser network) или рекуррентной сетью реального времени (RTRN), поскольку она предназначена для обработки сигналов в реальном времени [4], [8].

Структура RTRN показана на рис. 1. Обратная связь RTRN включает задержанные выходные сигналы сети.

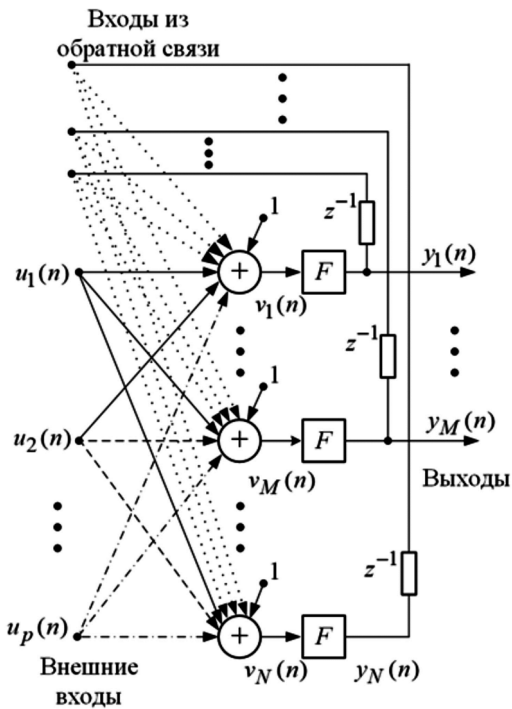


Рис. 1. Структура RTRN

RTRN описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X}_i(n) &= [u_1(n), u_2(n), \dots, \\
 &u_p(n), 1, y_1(n-1), y_2(n-1), \dots, y_N(n-1)]^t = \\
 &= [x_1(n), x_2(n), \dots, x_{p+N+1}(n)]^t, \\
 v_i(n) &= \sum_{l=1}^{p+N+1} w_{i,l} x_l(n) = \mathbf{W}_i^t \mathbf{X}_i(n), \quad i = 1, 2, \dots, N,
 \end{aligned}$$

$$y_i(n) = F(v_i(n)), \quad i = 1, 2, \dots, M,$$

где $\mathbf{X}_i(n)$ – вектор-столбец, содержащий для i -го нейрона в момент времени n входные сигналы, сигнал смещения с единичным значением, сигналы с выводов обратной связи; $\mathbf{W}_i^t = [w_{i,1}, w_{i,2}, \dots, w_{i,p+N+1}]$ – вектор синаптических весов i -го нейрона; t – знак транспонирования вектора; F – функция активации; p, N, M – количество внешних входов, выводов обратной связи и выходных сигналов сети соответственно.

Сеть, изображенная на рис. 1, содержит M выходов и $(N - M)$ скрытых нейронов.

RTRN может моделировать широкий класс динамических систем [4], [8]. Однако, структура RTRN оказывается слишком сложной для практических применений. Действительно, наличие непосредственной связи между числом нейронов и числом выводов обратной связи не позволяет отдельно регулировать порядок динамики и нелинейные свойства модели. Кроме того, обучение сети сложное, медленно сходящееся к решению, сопровождаемое необходимостью поддержания устойчивости сети [4], [8].

Частично рекуррентные сети

Архитектура частично рекуррентных сетей основана на многослойном перцептроне, включающем дополнительный слой, называемый контекстным слоем. Сигналы этого слоя описывают внутреннее состояние сети.

Обратные связи частично рекуррентных сетей более структурированы по сравнению с полностью рекуррентными сетями, поэтому они быстрее обучаются и имеют меньшее число проблем потери устойчивости. Тем не менее, число состояний сети по-прежнему зависит от количества скрытых или выходных нейронов, что существенно ограничивает гибкость сети.

Среди частично рекуррентных сетей наиболее популярны три структуры [1], [4], [8], [9]:

- сеть Элмана (Elman network);
- сеть Джордана (Jordan network);
- рекуррентная многослойная перцептронная сеть (recurrent multi-layer perceptron network, RMLPN).

Рассмотрим упомянутые структуры и соответствующие им математические модели.

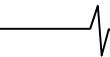
Сеть Элмана

Сеть Элмана, вероятно, является самым известным примером частично рекуррентной нейронной сети. Она часто применяется в системах управления движущимися объектами для обнаружения изменений характеристик сигналов [4], [8].

Структура сети Элмана показана на рис. 2. В структуре присутствуют частичная рекуррентность в виде обратной связи в скрытом слое и однонаправленная связь между скрытым и выходным слоями.

Сеть Элмана описывается системой рекуррентных уравнений:

$$v_j(n+1) = \sum_{i=1}^p w_{ji}^{(1)} u_i(n) + \sum_{i=1}^N w_{ji}^c x_i(n) + b_j^{(1)},$$



$$x_j(n+1) = F_1(v_j(n+1)), \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

$$y_j(n+1) = F_2\left(\sum_{i=1}^N w_{ji}^{(2)} x_i(n+1) + b_j^{(2)}\right), \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

или уравнениями в матричной форме:

$$\mathbf{X}(n+1) = \mathbf{F}_1(\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{U}(n) + \mathbf{W}^c \mathbf{X}(n) + \mathbf{B}^{(1)}),$$

$$\mathbf{Y}(n+1) = \mathbf{F}_2(\mathbf{W}^{(2)}\mathbf{X}(n+1) + \mathbf{B}^{(2)}),$$

где $\mathbf{U}(n)$ – вектор внешних входных сигналов в момент времени n ; p – число внешних входов сети; $\mathbf{X}(n)$ – вектор сигналов контекстного слоя в момент времени n ; N – число сигналов в контекстном слое; $\mathbf{W}^{(1)}$, \mathbf{W}^c , $\mathbf{W}^{(2)}$ – матрицы синаптических весов внешних входных сигналов, сигналов контекстного и выходного слоя соответственно; $\mathbf{B}^{(1)}$, $\mathbf{B}^{(2)}$ – векторы весов смещений в нейронах скрытого и выходного слоя соответственно; \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 – векторы функций активации в скрытом и выходном слое соответственно; $\mathbf{Y}(n+1)$ – вектор выходных сигналов сети в момент времени $(n+1)$; M – количество выходов сети.

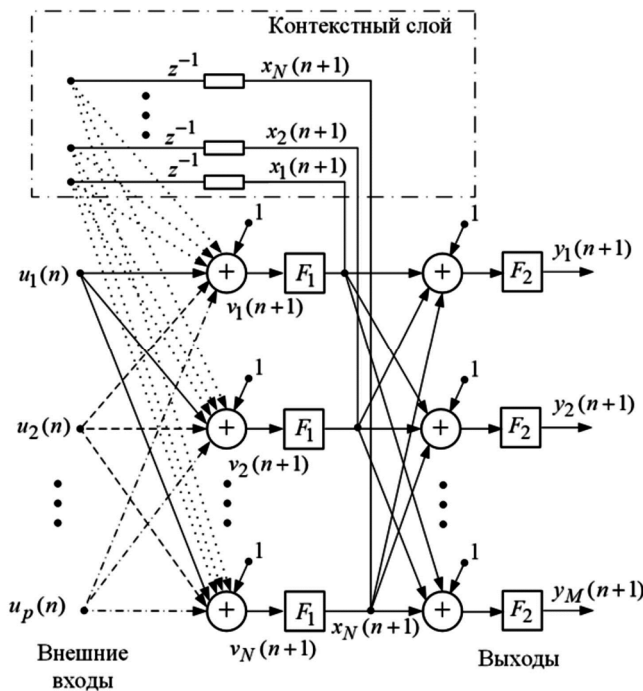


Рис. 2. Структура сети Элмана

Сеть Джордана

Сеть Джордана решает тот же класс задач, что и сеть Элмана, однако обладает лучшими аппроксимирующими и предсказывающими свойствами благодаря более «глубокой» памяти и дополнительному слою нелинейных функций активации. Сеть Джордана успешно применяется для распознавания, различения и классификации временных последовательностей [4], [8].

Структура сети Джордана представлена на рис. 3. Сеть Джордана – это многослойная перцептронная сеть с одним скрытым слоем и контурами обратной связи между выходами и дополнительными входами сети, сформированными в контекстном слое. Контекстный слой содержит также повторные контуры обратной связи

с коэффициентом ослабления памяти α , $0 \leq \alpha \leq 1$. В итоге, на выходе контекстного слоя присутствуют как текущие, так и взвешенные предыдущие сигналы обратной связи. Описанное свойство обеспечивает более «глубокую» память сети Джордана по сравнению с сетью Элмана.

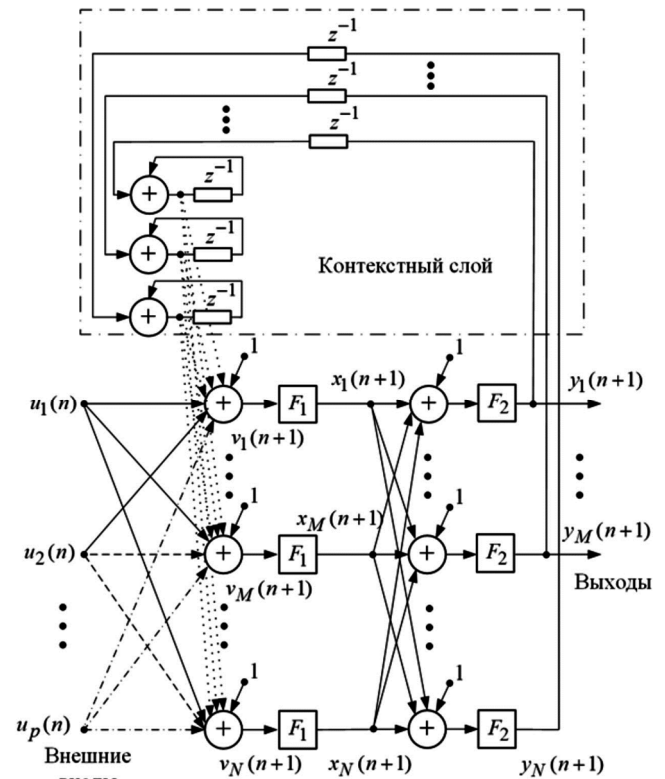


Рис. 3. Структура сети Джордана

Сеть Джордана описывается системой рекуррентных уравнений:

$$v_j(n+1) = \sum_{i=1}^p w_{ji}^{(1)} u_i(n) +$$

$$+ \sum_{i=1}^N w_{ji}^c (y_i(n) + \alpha y_i(n-1)) + b_j^{(1)}$$

$$x_j(n+1) = F_1(v_j(n+1)), \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

$$y_j(n+1) = F_2\left(\sum_{i=1}^N w_{ji}^{(2)} x_i(n+1) + b_j^{(2)}\right), \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

или уравнениями в матричной форме:

$$\mathbf{X}(n+1) = \mathbf{F}_1(\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{U}(n) + \mathbf{W}^c(\mathbf{Y}(n) - \alpha\mathbf{Y}(n-1)) + \mathbf{B}^{(1)}),$$

$$\mathbf{Y}(n+1) = \mathbf{F}_2(\mathbf{W}^{(2)}\mathbf{X}(n+1) + \mathbf{B}^{(2)}),$$

где $\mathbf{U}(n)$ – вектор внешних входных сигналов в момент времени n ; p – число внешних входов сети; $\mathbf{X}(n+1)$ – вектор выходных сигналов скрытого слоя в момент времени $(n+1)$; N – число сигналов в контекстном слое;

$\mathbf{W}^{(1)}$, \mathbf{W}^c , $\mathbf{W}^{(2)}$ – матрицы синаптических весов внешних входных сигналов, сигналов контекстного и выходного слоя соответственно; $\mathbf{B}^{(1)}$, $\mathbf{B}^{(2)}$ – векторы весов смещений в нейронах скрытого и выходного слоя соот-

ответственно; F_1, F_2 – векторы функций активации в скрытом и выходном слое соответственно; $Y(n+1)$ – вектор выходных сигналов сети в момент времени $(n+1)$; M – количество выходов сети.

Рекуррентная многослойная персептронная сеть

Рекуррентная многослойная персептронная сеть (RMLPN) построена на основе MLPN (multi-layer perceptron network) путем добавления обратных связей между соседними нейронами внутри скрытых слоев, а также обратных связей нейронов на себя. Нелинейные свойства сети формируются в прямых связях, а динамические свойства – в обратных связях.

Сеть RMLPN успешно применяется для идентификации динамических систем [1], [4], [8], [9].

Блок-схема RMLPN с двумя скрытыми слоями показана на рис. 4.

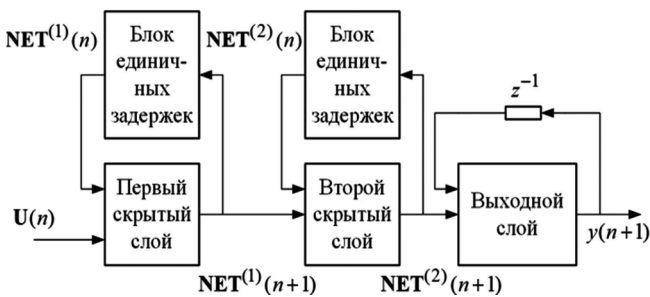


Рис. 4. Блок-схема RMLPN с двумя скрытыми слоями

Модель RMLPN имеет вид системы уравнений:

$$NET^{(1)}(n+1) = F_1(W_a^{(1)}NET^{(1)}(n), W_b^{(1)}U(n)),$$

$$NET^{(2)}(n+1) = F_2(W_a^{(2)}NET^{(2)}(n), W_b^{(2)}NET^{(1)}(n+1)),$$

$$y(n+1) = F_3(w_a^{(3)}y(n), W_b^{(3)}NET^{(2)}(n+1)),$$

где $U(n)$ – вектор входных сигналов в момент времени n ; $NET^{(i)}(n)$ – вектор выходных сигналов i -го скрытого слоя в момент времени n ; $W_a^{(i)}, i=1,2$ – матрица синаптических весов нейронов, соединенных с узлами обратной связи в i -м скрытом слое; $W_b^{(i)}$ – матрица синаптических весов нейронов, соединенных с узлами прямой связи в i -м скрытом ($i=1,2$) или в выходном ($i=3$) слое сети; F_1, F_2, F_3 – векторы функций активации двух скрытых слоев и выходного слоя соответственно; $y(n+1)$ – выходной сигнал сети в момент времени $(n+1)$.

Недостатками RMLPN является повышенная сложность, зависящая от количества скрытых нейронов, и высокая длительность процесса обучения сети.

Рекуррентные сети в пространстве состояний

Блок-схема рекуррентной сети в пространстве состояний показана на рис. 5. Выходные сигналы скрытого слоя (сигналы пространства состояний) проходят через блок единичных задержек и поступают на вход сети. Размерность пространства состояний задает порядок

сети. Пользователь может выбрать количество нейронов скрытого слоя, формирующих сигналы для контура обратной связи.

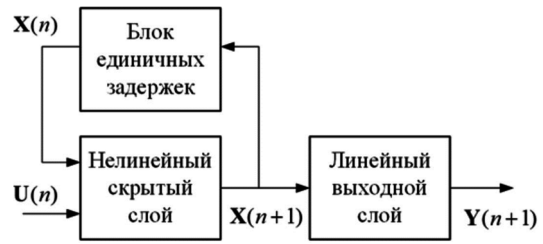


Рис. 5. Блок-схема рекуррентной сети в пространстве состояний

Математическая модель сети, блок-схема которой представлена на рис. 5, имеет вид:

$$X(n+1) = F(W_a X(n), W_b U(n)),$$

$$Y(n+1) = C X(n+1),$$

где $X(n), U(n), Y(n)$ – векторы сигналов соответственно скрытого слоя, а также на входе и выходе сети в дискретный момент времени n ; W_a, W_b – матрицы синаптических весов нейронов скрытого слоя, которые соединены с узлами соответственно обратной связи и источника входного слоя (предполагается, что внешнее смещение, применяемое к скрытым нейронам, учтено в матрице весов W_b); F – вектор нелинейных функций активации в скрытом слое; C – матрица синаптических весов линейных нейронов выходного слоя, в которой учитывается внешнее смещение, применяемое к выходным нейронам.

Отметим, что сходную с показанной на рис. 5 структуру имеет сеть Элмана за исключением того факта, что выходной слой сети Элмана в общем случае нелинейный.

Математическими моделями рекуррентных сетей в пространстве состояний являются системы нелинейных разностных (с дискретным временем) или дифференциальных (с непрерывным временем) уравнений состояния. Среди моделей данного типа можно выделить модели Хопфилда и Гроссберга, широко применяемые на практике [1], [4], [8].

Рекуррентные сети в пространстве состояний обладают рядом преимуществ [1], [8]:

- модели данных сетей описывают широкий класс нелинейных динамических систем;
- число состояний (порядок) сети не равно числу скрытых нейронов. Только те скрытые нейроны, выходные сигналы которых поступают в обратную связь, проходят через элементы задержки и приходят на вход, определяют состояния сети. Нейроны выходного слоя не влияют на пространство состояний;
- поскольку сигналы состояния поступают через обратную связь на вход сети, эти сигналы доступны для измерения или определения. Данное свойство полезно для нахождения начальных условий сети в разные моменты времени.

Несмотря на то, что рассматриваемые сети кажутся более перспективными по сравнению с полностью связанными и частично рекуррентными сетями, их применение стал-

квивается со следующими трудностями [1], [8]:

- построение математической модели в пространстве состояний возможно на компактных подмножествах сигналов и на конечных временных интервалах, в результате динамические характеристики сети не всегда описываются в полной мере;

- неточные начальные условия сети замедляют ее обучение, особенно при коротких последовательностях входных и выходных сигналов;

- возможно появление неустойчивости сети в процессе ее обучения.

Отмеченные недостатки ярко проявляются в тех случаях, когда начальные условия не известны и их невозможно оценить.

Клеточные нейронные сети

Клеточная нейронная сеть (cellular neural network, CNN) – это объединение локально связанных клеток (нейронов), где каждая клетка – нелинейная динамическая система со входом, выходом и некоторым состоянием, описываемым динамическим уравнением. Каждая клетка взаимодействует непосредственно с соседними клетками. Взаимодействие клеток, не являющихся соседними, возникает из-за эффекта распространения динамики в сети [10], [16-21].

CNN с локально связанными клетками производит параллельную обработку сигналов. Данное свойство отличает CNN от других сетей и является преимуществом, позволяющим чрезвычайно быстро выполнять сложные преобразования одномерных и многомерных сигналов в телевидении, робототехнике, дистанционном управлении, нейрофизиологии. CNN широко применяются для линейной и нелинейной фильтраций, детектирования различных свойств изображений (очертаний, цвета, глубины, движения и т.д.), генерирования нелинейных колебаний и хаотических процессов, распознавания образов и решения нелинейных частных дифференциальных уравнений. На основе аналоговых и дискретных сетей разработана CNN-технология (высоко интегрированные чипы) и создана сотовая архитектура компьютера [10], [16-21].

Клеточные нейронные сети содержат обратные связи, поэтому они являются рекуррентными сетями. Обратные связи могут приводить к возникновению неустойчивости, которая проявляется в блуждающей смене состояний нейронов, не приводящей к стационарным состояниям. В общем случае ответ на вопрос об устойчивости динамики произвольной системы с обратными связями крайне сложен и до настоящего времени является открытым.

CNN-модели разнообразны. Они различаются параметрическим и динамическим описаниями клеток, а также топологиями сетей [10], [16-21].

Рассмотрим стандартную двумерную (2-dimensional, 2-D) CNN в непрерывном времени. Клетку, расположенную на позиции (i, j) в двумерной области с размером

$M \times N$, обозначим C_{ij} . Окрестность клетки N_{ij}^r , где r – размер окрестности (положительное целое число), формируется согласно выражению

$$N_{ij}^r = \{C_{kl} \text{ при } \max(|k-i|, |l-j|) \leq r, \\ 1 \leq k \leq M; 1 \leq l \leq N\}.$$

Например, при $r=1$ создается окрестность размером 3×3 , показанная на рис. 6, при $r=2$ – окрестность размером 5×5 .

Нелинейный динамический процесс в клетке C_{ij} описывается двумя уравнениями (дифференциальным уравнением 1-го порядка и нелинейным уравнением на выходе клетки):

$$\frac{dx_{ij}(t)}{dt} = -\gamma x_{ij}(t) + \\ + \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{A}_{ij,kl} y_{kl}(t) + \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{B}_{ij,kl} u_{kl}(t) + I_{ij}. \quad (2)$$

$$y_{ij}(t) = F(x_{ij}(t)),$$

где $x_{ij}(t)$, $u_{ij}(t)$, $y_{ij}(t)$ – переменная состояния, входной и выходной сигналы клетки соответственно; γ – константа; I_{ij} – постоянная смещения клетки; $\mathbf{A}_{ij,kl}$ – матрица трафарета обратной связи; $\mathbf{B}_{ij,kl}$ – матрица трафарета прямой связи (входного трафарета или трафарета управления); F – нелинейная функция.

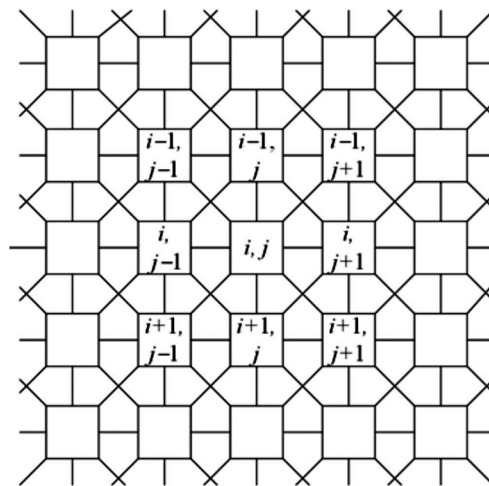


Рис. 6. Клетка C_{ij} и ее окрестность размером 3×3

Структура клетки с моделью (2), изображена на рис. 7, где \int – операция интегрирования.

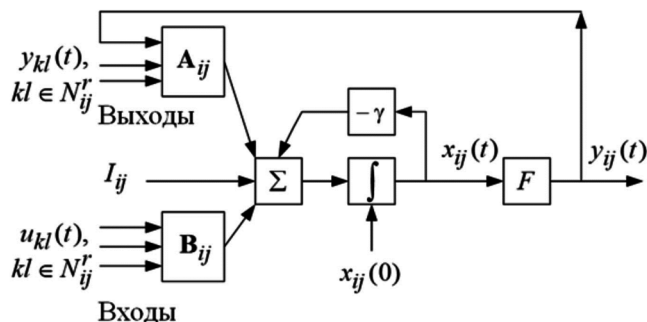


Рис. 7. Структура клетки CNN в непрерывном времени

Во многих приложениях CNN изотропна, т.е. пространственно инвариантна [10], [16-21]. Изотропная сеть

управляется повторяющимся трафаретом (A, B, I) , содержащим фиксированные для всей нейронной сети матрицы $\mathbf{A}_{ij,kl}$, $\mathbf{B}_{ij,kl}$ размером $(2r+1) \times (2r+1)$ и смещение I_{ij} . В случае изотропной CNN слагаемые в модели (2) представляются как

$$\sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{A}_{ij,kl} y_{kl}(t) = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r a_{i-k, j-l} y_{kl}(t),$$

$$\sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{B}_{ij,kl} u_{kl}(t) = \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r b_{i-k, j-l} u_{kl}(t),$$

$$I_{ij} = I,$$

где $a_{i-k, j-l}$, $b_{i-k, j-l}$ – элементы матриц $\mathbf{A}_{ij,kl}$, $\mathbf{B}_{ij,kl}$ соответственно.

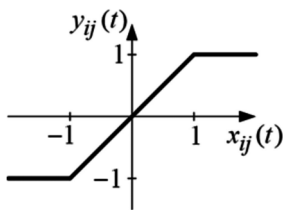


Рис. 8. Кусочно-линейная функция с насыщением

Функция F в выражении (2) часто задается в виде [10], [16-21]:

– кусочно-линейной функции с насыщением, изображенной на рис. 8 и описываемой уравнением

$$y_{ij}(t) = F(x_{ij}(t)) = \frac{1}{2} (|x_{ij}(t) + 1| - |x_{ij}(t) - 1|);$$

– знаковой функции

$$y_{ij}(t) = F(x_{ij}(t)) = \text{sgn}(x_{ij}(t)) = \begin{cases} +1 & \text{для } x_{ij}(t) \geq 0, \\ -1 & \text{для } x_{ij}(t) < 0, \end{cases}$$

– ступенчатой функции;

– функции из класса сигмоидальных, обладающих следующими свойствами:

$$|F(x_{ij}(t))| \leq \text{Const},$$

$$\frac{dF(x_{ij}(t))}{dx_{ij}(t)} \geq 0.$$

CNN преобразовывает сигналы при ограничении, действующем на начальное состояние клетки:

$$|x_{ij}(0)| \leq 1,$$

и при ограничении, действующем на входной сигнал:

$$|u_{ij}(t)| \leq 1.$$

Описание CNN в дискретной временной области формируется из выражения (2) в результате следующих преобразований:

– аппроксимации производной

$$\frac{dx_{ij}(t)}{dt} \approx \frac{x_{ij}(t) - x_{ij}(t - \Delta t)}{\Delta t} = x_{ij}(n) - x_{ij}(n - 1),$$

где n – нормированное дискретное время, пусть $\Delta t = 1$;

– перехода от дифференциального уравнения к рекурсивному разностному уравнению

$$x_{ij}(n) - x_{ij}(n-1) = -\gamma x_{ij}(n-1) + \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{A}_{ij,kl} y_{kl}(n-1) + \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{B}_{ij,kl} u_{kl}(n-1) + I_{ij}. \quad (3)$$

В итоге, при $\gamma = 1$ на основе (2) и (3) записывается модель клетки C_{ij} дискретной CNN (discrete-time CNN, DTCNN):

$$x_{ij}(n) = \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{A}_{ij,kl} y_{kl}(n-1) + \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{B}_{ij,kl} u_{kl}(n-1) + I_{ij}, \quad (4)$$

$$y_{ij}(n) = F(x_{ij}(n)).$$

Модель (4) соответствует структуре клетки DTCNN, изображенной на рис. 9, где z^{-1} – элемент задержки.

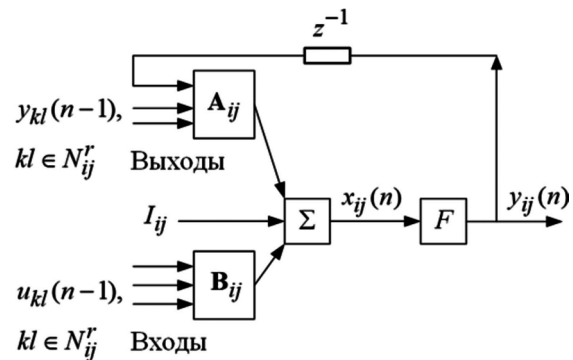


Рис. 9. Структура клетки DTCNN

При независимом от времени воздействии из выражения (4) формируется модель клетки изотропной DTCNN:

$$x_{ij}(n) = \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{A}_{ij,kl} y_{kl}(n-1) + \sum_{kl \in N_{ij}^r} \mathbf{B}_{ij,kl} u_{kl} + I,$$

$$y_{ij}(n) = F(x_{ij}(n)).$$

Локально рекуррентные сети

Локально рекуррентные сети содержат обратные связи внутри нейронов, при этом отсутствуют обратные связи между нейронами одного слоя и разных слоев.

Среди локально рекуррентных сетей выделяются два вида структур:

– сети со статическими прямыми связями и, так называемыми, динамическими нейронами [4];

– блочно-ориентированные нейронные сети Винера, Гаммерштейна, Винера–Гаммерштейна и т.д. [12].

Рассмотрим упомянутые структуры и соответствующие им нелинейные модели.

Сети с динамическими нейронами

В локальных рекуррентных сетях нейроны, описываемые динамическими моделями, соединены статическими связями. Различия между динамическими моделями нейронов обусловлены локализацией обратных связей.

Динамическая модель нейрона с обратной связью между выходом и входом

Структура нейрона с локальной обратной связью между выходом и входом, предложенная Гори, показана на рис. 10 [4]. В данной структуре выходной сигнал нейрона обрабатывается фильтром с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтром), выходные сигналы фильтра суммируются со взвешенными внешними сигналами, поступающими на нейрон, и суммарный сигнал преобразуется в блоке активации.

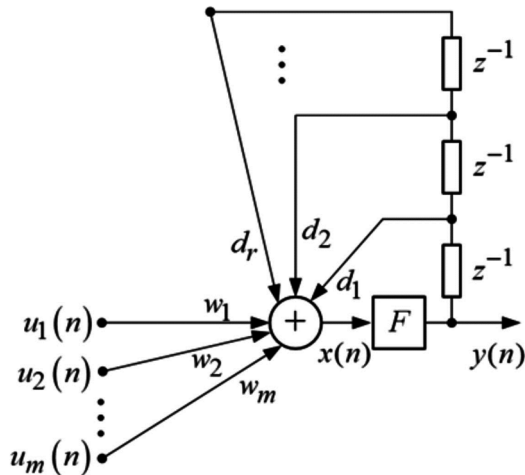


Рис. 10. Структура нейрона с обратной связью между выходом и входом

Рассматриваемый динамический нейрон описывается моделью:

$$x(n) = \sum_{i=1}^m w_i u_i(n) + \sum_{i=1}^r d_i y(n-i),$$

$$y(n) = F(x(n)),$$

где $u_i(n)$, $i=1, 2, \dots, m$ – входные сигналы нейрона; w_i , $i=1, 2, \dots, m$ – синаптические веса входных сигналов; d_i , $i=1, 2, \dots, r$ – синаптические веса сигналов обратной связи; $x(n)$ – сигнал активации; F – нелинейная функция активации; $y(n)$ – выходной сигнал нейрона.

На основе динамических нейронов строится сеть Хопфилда обычно в виде структуры, изображенной на рис. 11 [1], [4], [8], [22]. В структуре задержанные в контурах обратной связи выходные сигналы нейронов собираются на узлах входа сети и направляются к нейронам. Каждый нейрон суммирует взвешенные сигналы, обрабатывает суммарный сигнал $x_i(n+1)$ функцией активации F и в результате формирует выходной сигнал $y_i(n+1)$.

Дискретная модель для сети Хопфилда (рис. 11) имеет вид:

$$x_i(n+1) = \sum_{j=1}^r d_{ij} y_j(n) + b_i,$$

$$y_i(n+1) = F(x_i(n+1)),$$

где $x_i(n+1)$ – сигнал активации i -го нейрона в момент времени $(n+1)$; d_{ij} , $j=1, 2, \dots, r$ – синаптические веса входных сигналов i -го нейрона; b_i – вес смещения i -го нейрона; F – функция активации; $y_i(n+1)$ – выходной сигнал i -го нейрона в момент времени $(n+1)$.

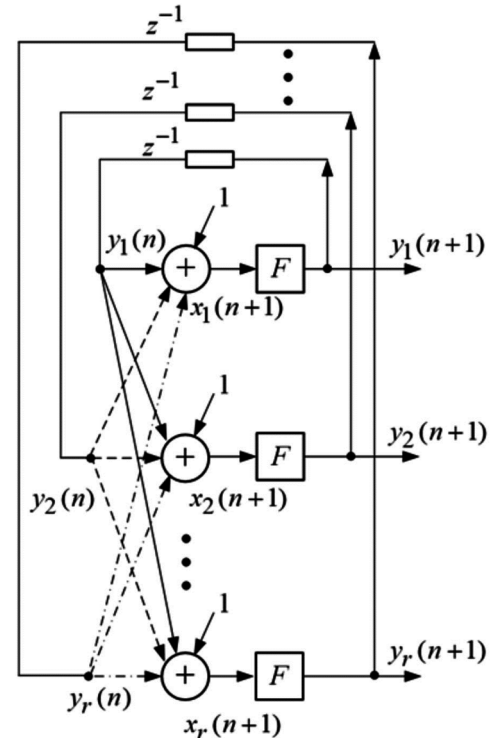


Рис. 11. Структура сети Хопфилда

Соответствующая непрерывная модель Хопфилда представляется в виде:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^r d_{ij} y_j(t) + b_i,$$

$$y_i(t) = F(x_i(t)),$$

где t – переменная непрерывного времени.

Модель Хопфилда – это система нелинейных разностных или обыкновенных дифференциальных уравнений, которую можно использовать для описания нелинейных динамических устройств в пространстве состояний.

Сеть Хопфилда применяется [1], [4], [8] в качестве – интерфейса между аналоговыми и цифровыми устройствами, где входные сигналы сети являются аналоговыми, а выходные сигналы – дискретными. Нейронный интерфейс обладает способностью к обучению, поэтому нейронный аналого-цифровой преобразователь адаптируется, чтобы компенсировать начальные несоответствия устройств или долгосрочные дрейфы;

- ассоциативной памяти;
- аппарата для решения задач комбинаторной оптимизации.

Физичность топологии аналоговой сети Хопфилда обуславливает возможность ее аппаратной реализации на СБИС [22].

Динамическая модель нейрона с обратной связью между активацией и входом

Структура нейрона с локальной обратной связью, между блоком активации и входом, изображена на рис. 12. На вход нейрона поступают внешние сигналы и состояния сигнала активации из обратной связи. Сумма взвешенных входных сигналов преобразуется функцией активации в выходной сигнал нейрона.

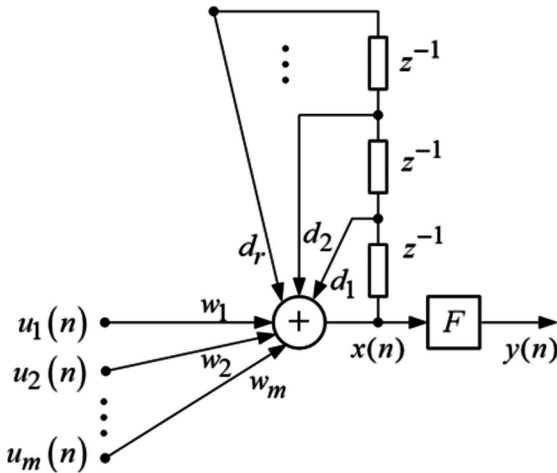


Рис. 12. Структура нейрона с обратной связью между активацией и входом

Модель рассматриваемого нейрона была исследована Фраскони и описана следующими уравнениями [4]:

$$x(n) = \sum_{i=1}^m w_i u_i(n) + \sum_{i=1}^r d_i x(n-i), \quad (5)$$

$$y(n) = F(x(n)),$$

где $u_i(n)$, $i = 1, 2, \dots, m$ – внешние входные сигналы; w_i , $i = 1, 2, \dots, m$ – синаптические веса внешних входных сигналов; d_i , $i = 1, 2, \dots, r$ – синаптические веса сигналов обратной связи; $x(n)$ – сигнал активации; F – нелинейная функция активации; $y(n)$ – выходной сигнал нейрона.

Суммирование во втором слагаемом правой части (5) можно интерпретировать как обработку сигнала активации фильтром с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтром).

Динамическая модель нейрона с двумя контурами обратной связи

На основе теории цифровых фильтров строятся более сложные структуры динамического нейрона, один вариант из которых показан на рис. 13. В данной структуре сигнал активации и выходной сигнал нейрона обрабатываются разными КИХ-фильтрами в соответствующих контурах обратной связи.

Нелинейная модель рассматриваемого нейрона имеет вид:

$$x(n) = \sum_{i=1}^m w_i u_i(n) + \sum_{i=1}^r d_i x(n-i) + \sum_{i=1}^k a_i y(n-i),$$

$$y(n) = F(x(n)),$$

где $u_i(n)$, $i = 1, 2, \dots, m$ – внешние входные сигналы

нейрона; w_i , $i = 1, 2, \dots, m$ – синаптические веса внешних воздействий; $x(n)$ – сигнал активации; d_i , $i = 1, 2, \dots, r$ – синаптические веса состояний сигнала активации в обратной связи; a_i , $i = 1, 2, \dots, k$ – синаптические веса состояний выходного сигнала в обратной связи; F – нелинейная функция активации; $y(n)$ – выходной сигнал нейрона.

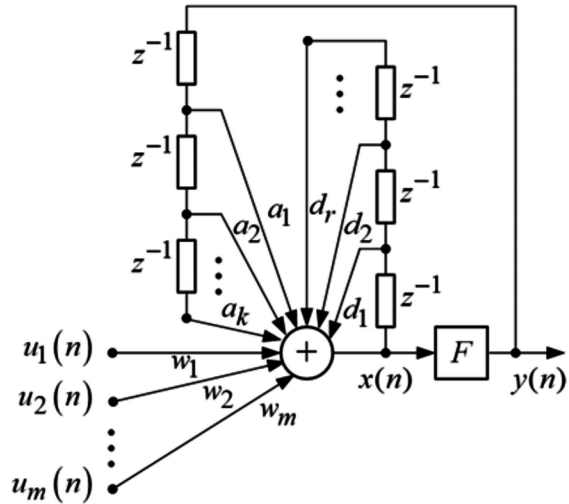


Рис. 13. Структура нейрона с двумя контурами обратной связи

Блочн-ориентированные сети

Выходной сигнал блочно-ориентированной сети является комбинацией выходных сигналов блоков (модулей) сети. Идентификация структуры, оценка параметров и проверка модели нейронной сети с применением подмоделей отдельных блоков часто более удобны, чем аналогичные операции, выполняемые с полной моделью сети.

Блочн-ориентированная сеть состоит из нелинейных статических и линейных динамических модулей. К простым соединениям таких модулей относятся [12]:

– Структура Винера, изображенная на рис. 14, а, в которой за линейным динамическим модулем следует безынерционная (с нулевой памятью) нелинейность.

Операторная модель Винера записывается в виде

$$y(n) = f(H(q^{-1})[u(n)]),$$

где $u(n)$, $y(n)$ – входной и выходной сигналы соответственно; $H(q^{-1})$ – линейный оператор рациональной формы, действующий на сигнал $u(n)$; q^{-1} – оператор временной задержки на один такт; f – нелинейная функция активации.

Линейный оператор описывается формулой

$$H(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}, \quad (6)$$

где $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ – линейные операторы, представленные соответственно в выражениях:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{N_a} q^{-N_a}, \quad (7)$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{N_b} q^{-N_b}. \quad (8)$$

– Структура Гаммерштейна, показанная на рис. 14, б, в которой за безынерционной нелинейностью следует линейный динамический модуль.

Операторная модель Гаммерштейна имеет вид $y(n) = H(q^{-1})[f(u(n))]$.

Согласно данной модели линейный оператор $H(q^{-1})$ действует на сигнал, являющийся результатом обработки воздействия $u(n)$ нелинейной функцией f .

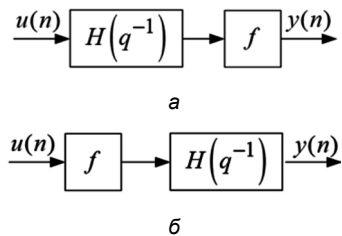


Рис. 14. Простые блочно-ориентированные структуры: а – структура Винера, б – структура Гаммерштейна

Структуры Винера и Гаммерштейна объединяются для создания более сложных соединений [12]. Рассмотрим некоторые из таких соединений.

Структура Винера–Гаммерштейна, представленная на рис. 15, а, включает в себя структуру Винера (модули $H_1(q^{-1})$ и f) и структуру Гаммерштейна (модули R и $H_2(q^{-1})$).

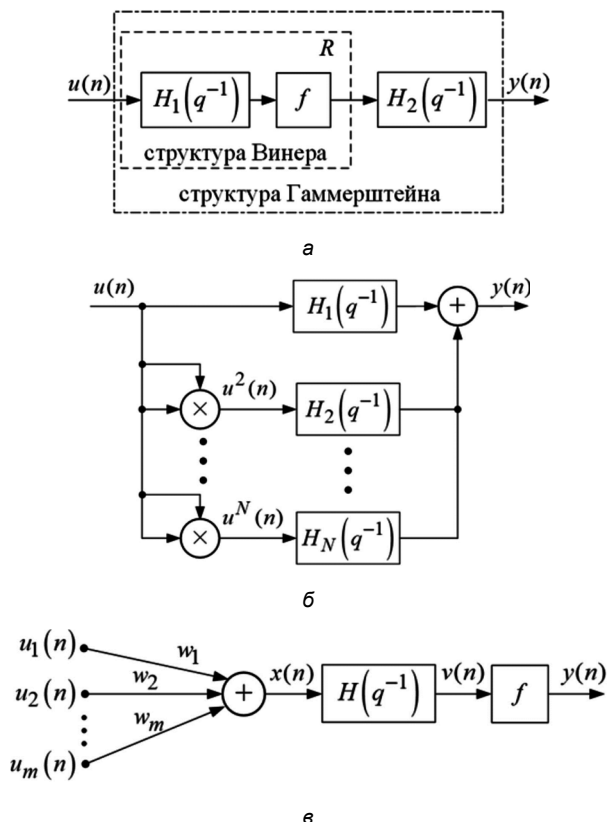


Рис. 15. Архитектуры сетей на основе структур Винера и Гаммерштейна: а – структура Винера–Гаммерштейна, б – обобщенная структура Гаммерштейна, в – динамический перцептрон

Модель Винера–Гаммерштейна записывается в виде операторного уравнения

$$y(n) = H_2(q^{-1})[f(H_1(q^{-1})[u(n)])].$$

Обобщенная структура Гаммерштейна, изображенная на рис. 15, б, описывается операторной моделью:

$$y(n) = \sum_{i=1}^N H_i(q^{-1})[u^i(n)].$$

Динамический перцептрон, представленный на рис. 15, в, имеет операторную модель:

$$y(n) = f\left(H(q^{-1})\left[\sum_{i=1}^m w_i u_i(n)\right]\right),$$

где $H(q^{-1})$ – линейный оператор из выражения (6).

Операторной модели динамического перцептрона соответствует система уравнений:

$$x(n) = \sum_{i=1}^m w_i u_i(n),$$

$$v(n) = \sum_{i=1}^{N_b} b_i x(n-i) - \sum_{j=1}^{N_a} a_j v(n-j),$$

$$y(n) = f(v(n)),$$

где a_i и b_i – параметры линейных операторов $A(q^{-1})$ и $B(q^{-1})$ из выражений (7) и (8) соответственно.

Заключение

Математическое моделирование нелинейных динамических систем рассмотрено как задача описания соотношения вход/выход систем с применением нейронных сетей, в частности, рекуррентных сетей. В зависимости от расположения обратных связей сети разделены на глобально и локально рекуррентные. Внутри указанных классов выделены виды рекуррентных сетей, для которых рассмотрены аппроксимирующие свойства, достоинства и недостатки, области применения.

Приведенный анализ полезен для выбора структуры нейронной сети априори (до ее обучения, т.е. до построения математической модели нелинейной системы). Данный аспект важен, поскольку задача моделирования нелинейных систем в общей постановке сложна, поэтому целесообразно априори выбрать конструктивную модель, обеспечивающую высокую точность аппроксимации соответствия вход/выход нелинейной динамической системы.

Отметим, что развитие RNN связано не только с моделированием нелинейных динамических сетей, но и с моделированием последовательностей, в которых соседние точки зависят друг от друга, и эту связь нельзя игнорировать. Для преобразования последовательностей с внутренними зависимостями разработаны специальные структуры RNN и методы их обучения, применяемые в задачах распознавания, классификации, предсказания и т.д. Указанному направлению развития RNN посвящена литература из области глубокого обучения нейронных сетей [23], [24].

Литература

1. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2016.
2. Janczak A. Identification of nonlinear systems using neural networks and polynomial models. A Block-Oriented Approach. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
3. Speech, audio, image and biomedical signal processing using neural networks / Ed.: B. Prasad, S. R. Mahadeva Prasanna. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
4. Patan K. Artificial neural networks for the modelling and fault diagnosis of technical processes. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
5. Tang H., Tan K. C., Yi Z. Neural networks: computational models and applications. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
6. Dreyfus G. Neural networks: methodology and applications. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
7. Нейронные сети. STATISTICA Neural Networks: Методология и технологии современного анализа данных / Под ред. В. П. Боровикова. – М.: Горячая линия-Телеком, 2008.
8. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2002.
9. Медведев В. С., Потемкин В. Г. Нейронные сети. MATLAB 6. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002.
10. Bianchini M., Maggini M., Jain L. C. Handbook on neural information processing. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013.
11. Michel A.N., Liu D. Qualitative analysis and synthesis of recurrent neural networks. – New York: Marcel Dekker, 2002.
12. Mandic D.P., Chambers J.A. Recurrent neural networks for prediction: learning algorithms, architectures and stability. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
13. Соловьева Е.Б. Полиномиальные и нейронные модели нелинейных дискретных систем. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014.
14. Bichkov U.A., Inshakov U.M., Solovyeva E.B., Scherbakov S.A. Analysis of mathematical models of continuous and discrete nonlinear systems. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017.
15. Solovyeva E. Types of recurrent neural networks for non-linear dynamic system modelling // Proceedings of 2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM2017). – St. Petersburg: Saint-Petersburg Electrotechnical University «LETI». Russia, St. Petersburg, May 24–26, 2017, P. 1–4.
16. Chaos, CNN, Memristors and beyond. A festschrift for Leon Chua. / Ed.: A. Adamatzky, G. Chen. – World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2013.
17. Chen W.K. Feedback, nonlinear and distributed circuits. – New York: Taylor & Francis Group, LLC., 2009.
18. Yalcin M.E., Suykens J.A.K., Vandewalle J.P.L. Cellular neural networks, multi-scroll chaos and synchronization. – Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2005.
19. Slavova A. Cellular neural networks: dynamics and modelling. – Dordrecht: Springer Science + Business Media, 2003.
20. Dogaru R. Universality and emergent computation in cellular neural networks. – Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003.
21. Chua L.O., Roska T. Cellular neural networks and visual computing: foundations and applications. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.
22. Du K.-L., Swamy M.N.S. Neural networks in a soft-computing framework. – London: Springer-Verlag London Ltd, 2006.
23. Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение. – М.: ДМК Пресс, 2017.
24. Николенко С., Кадуринов А., Архангельская Е. Глубокое обучение. – СПб.: Питер, 2018.

Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст – текстовый редактор Microsoft Word.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) – желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) – М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff.