УДК 621.37 (075.5)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И АНАЛИЗ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Кошелев В.И., заведующий кафедрой РТС РГРТУ, д.т.н., профессор, e-mail: koshelev.v.i@rsreu.ru.

COMPUTATIONAL ALGORITHMS OF DIGITAL FILTRATION AND ANALYSIS OF ITS EFFECTIVENESS

Koshelev V.I.

The problem of organizing computations in digital signal processing systems taking into account the accumulation of sampling errors is solved, and it makes it possible to significantly improve the accuracy of calculations both in real-time systems and in analyzing the efficiency of filtering processes whose correlation matrix is poorly conditioned. Two calculation schemes are proposed, using methods for sorting data arrays before they are summed. The aim of the paper is to analyze the accuracy of calculations, to develop sorting algorithms and to estimate their computational costs.

Key words: accumulation of discretization errors, the eigenvalues and the conditionality of the correlation matrix of the process, summable methods for sorting arrays.

Решается задача организации вычислений в цифровых системах обработки сигналов, учитывающей накопление ошибок дискретизации и позволяющая значительно повысить точность вычислений как в системах реального времени, так и при анализе эффективности фильтрации процессов корреляционная матрица которых плохо обусловлена. Предложены две схемы вычислений, использующие методы сортировки массивов данных перед их суммированием.

Ключевые слова: накопление ошибок дискретизации, число обусловленности корреляционной матрицы процесса, методы сортировки суммируемых массивов.

Введение

Во многих задачах цифровой фильтрации больших массивов данных ввиду накопления ошибок дискретизации данных по амплитуде важное значение имеет последовательность выполнения вычислений. Вначале рассмотрим анализ эффективности систем первичной межпериодной обработки радиолокационных сигналов с точки зрения порядка выполнения арифметических операций и его влияния на точность получаемого решения [1].

Проанализируем точность расчета эффективности алгоритмов межпериодной обработки сигналов на фоне некоррелированных помех. Покажем, что при относительно большой размерности решаемой задачи не всегда целесообразно проводить анализ эффективности по известным из [2, 3] расчетным соотношениям, т.к., при представлении чисел в ЭВМ ограниченным количеством разрядов, точность решения оказывается в ряде случаев недостаточной для решения поставленной задачи. В рассматриваемом классе задач причиной этого является плохая обусловленность матриц корреляций, используемых в расчетах в качестве ядра квадратичной формы.

В связи с этим в статье ставится актуальная задача построения вычислительных алгоритмов, отличающихся от прямых методов расчета более высокой точностью решения при приемлемых с практической точки зрения затратах машинного времени. В целом рациональное распределение вычислительных ресурсов может обеспечивать в одних ситуациях сокращение времени вычислений и объема занимаемой памяти ЭВМ, а в других – повышение точности типовых вычислительных процессов, характерных для анализа систем фильтрации радиолокационных сигналов [3]. Кроме того, модификация типовых вычислительных алгоритмов фильтрации радиолокационных и навигационных сигналов [4-6] может обеспечить повышение точности при обработке сигнала в реальном масштабе времени.

Решение задачи

Как известно [7], эффективность системы оптимальной обработки при гауссовской статистике полезного сигнала и коррелированной помехи наиболее полно характеризуется вероятностями правильного D и ложного F обнаружения. При флюктуирующем сигнале вероятностные характеристики однозначно связаны с коэффициентом улучшения сигнал-(помеха+шум) γ формулой $D = F^{1/(1+\gamma Q)}$, где Q – пороговое отношение сигнал-(помеха+шум). В свою очередь величина

$$\gamma = \left|\mathbf{s}^H \mathbf{w}\right|^2, \tag{1}$$

где $\mathbf{w} = \left(\mathbf{R}_c + \lambda \mathbf{E}\right)^{-1} \mathbf{s}$ – вектор обработки с элементами $w_j = \sum_{i=1}^{n} r_{ji} e^{-\mathrm{i} i \varphi_s}$, r_{ji} – элементы матрицы $\left(\mathbf{R}_c + \lambda \mathbf{E}\right)^{-1}$.

Используем другую форму записи выражения (1):

$$\gamma = \left|\mathbf{s}^H \mathbf{w}\right|^2 \Big/ \mathbf{w}^H \left(\mathbf{R}_c + \lambda \mathbf{E}\right) \mathbf{w},$$

которая в случае произвольной корреляционной матрицы сигнала имеет вид

$$\gamma = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w} \big/ \mathbf{w}^H \left(\mathbf{R}_c + \lambda \mathbf{E}\right) \mathbf{w} . \tag{2}$$

Вычисление γ при заданных параметрах сводится к расчету отношения двух квадратичных форм. Для определения потенциальной эффективности обработки необходимо найти экстремум (максимум) выражения (2).

Пусть минимальное собственное значение матрицы $\mathbf{R}_c$ равно μ. Тогда с увеличением размерности задачи при неизменном характере корреляции и $\mu \le \lambda$ имеется возможность рассчитать выражение (2) по упрощенной формуле, сократив непроизводительные затраты машинного времени. При $\lambda < \mu$ происходит частичная или полная потеря точности решения [8]. Причем для заданной величины μ величина n, при которой справедливы данные рассуждения, оказывается связанной с длиной разрядной сетки операндов ЭВМ. Аналогичная связь имеет место для параметра μ при заданном n. Как показано в [1], соотношение точности представления операндов в ЭВМ и число обусловленности играет определяющую роль в числе правильно вычисленных десятичных знаков результата вычислений линейных систем уравнений.

Рассмотрим упрощенный расчет эффективности систем фильтрации при $\lambda \ge \mu$. Пусть при минимальном собственном значении матрицы $\mathbf{R}_c$, равном $\mu = \alpha$, максимальное собственное значение матрицы $\mathbf{R}_s$ $\beta \le \mu$. Тогда на основании результатов [8]

$$\mu \le m/(\alpha+\lambda), \tag{3}$$

а если кроме того $\alpha << \lambda$, то $\mu \le n/\lambda$, где величина n/λ определяет максимально достижимый коэффициент улучшения отношения сигнал-(помеха+шум), а вероятность правильного обнаружения для флуктуирующих сигналов определяется как

$$D = F^{\frac{1}{1+nQ/\lambda}}.$$

Наиболее близкое приближение к границе параметра μ (или D) наблюдается в задаче радиолокации при оптимальной скорости цели, чему соответствуют значения доплеровского сдвига фазы сигнала за период повторения импульсов $\varphi_s = j2\pi \pm \pi$, при $j = 0, 1, 2\ldots$

На рис. 1 приведены предельные зависимости $\gamma(n)$ при различных λ, позволяющие без громоздких расчетов ориентировочно оценить необходимый объем обрабатываемой выборки, при которой достигается заданная эффективность. Пунктиром обозначены зависимости предельной эффективности от объема обрабатываемой пачки, а сплошными кривыми – аналогичные зависимости при различных значениях dF_cT относительной ширины гауссовского спектра флюктуаций помехи. При увеличении уровня некоррелированного шума расширяется диапазон изменения n, в пределах которого сравниваемые характеристики сливаются друг с другом. Так, при $\lambda=10^{-6}$ они сближаются при $n>6$, а при $\lambda=10^{-4}$ – уже при $n \ge 5$, что позволяет использовать упрощенный метод расчета для ориентировочных расчетов.

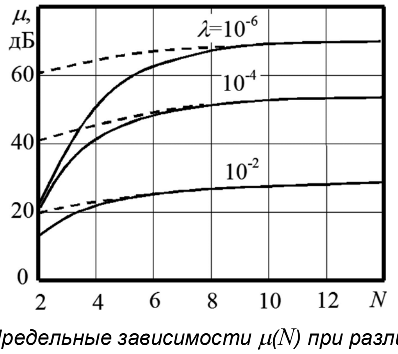

Рис. 1 Предельные зависимости $\mu(N)$ при различных λ

Более сложным и практически важным является вопрос обеспечения необходимой точности расчета качественных показателей фильтрации при $\lambda<\mu$.

Как известно [9], операции умножения и сложения величин с ограниченным числом разрядов на ЭВМ не являются коммутативными, ассоциативными и не связаны между собой законами дистрибутивности.

При расчете эффективности обычно пользуются формулой (2). При вычислении на ЭВМ числителя $\mathbf{w}^H\mathbf{R}_s\mathbf{w}$, имеющего порядок величины n, обычно не возникает проблем обеспечения точности решения, т.к. при этом вычисляется величина, близкая максимальному собственному числу матрицы $\mathbf{R}_s$. Напротив, при вычислении знаменателя формулы (2), ввиду плохой обусловленности матрицы (значение μ мало), возможна потеря катастрофическая точности решения.

Для ее предотвращения разделим при вычислениях знаменатель выражения (2), представляющий собой сумму вида $\beta_{j\,i} = \omega_j\omega_i(r_{ji}^c+\lambda\delta_{ji})$, на сумму положительных β^+ и сумму отрицательных β^- слагаемых. Тогда

$\beta^+ + \beta^- = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\beta_{ji}^+ + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\beta_{ji}^-$, где $\beta_{ji}^+ = (\beta_{ji}+|\beta_{ji}|)/2$, . $\beta_{ji}^- = (\beta_{ji}-|\beta_{ji}|)/2.$

Рассмотрим более сложный случай, соответствующий вычислениям с плавающей запятой. При вычислении каждого из слагаемых β^+ и β^- получаем после округления мантиссы числа β до t-го разряда после запятой конечную дробь $fl(\beta)$:

$$fl(\beta) = (\ldots((\beta_{11}^+ + \beta_{12}^+)(1+\varepsilon_1^+) + \beta_{13}^+)(1+\varepsilon_2^+) + \ldots\beta_{nn}^+)(1+\varepsilon_{n^2-1}^+) =$$

$$=(\beta_{11}^+ + \beta_{12}^+)\prod_{i=1}^{n-1}\left(1+\varepsilon_i^+\right) + \beta_{13}^+\prod_{i=1}^{n-1}\left(1+\varepsilon_i^+\right) + \ldots + \beta_{nn}^+(1+\varepsilon_{n^2-1}^+) +$$

$$+ (\ldots(\beta_{11}^- + \beta_{11}^-)(1+\varepsilon_1^-) + \beta_{13}^-)(1+\varepsilon_2^-) + \ldots\beta_{nn}^-)(1+\varepsilon_{n^2-1}^-).$$

Здесь величина ε_j – погрешность округления числа, $|\varepsilon_j| \le 0{,}5\cdot10^{-t+1}$. С некоторым приближением можно считать, что относительное возмущение решения имеет вид:

$$\left|E_1\right| \le \frac{n^2-1}{2}10^{-t+1},$$

$$\left|E_{ji}\right| \le \frac{n^2+1-j(n-1)+i}{2}10^{-t+1}.$$

Тогда, как показано в [9], суммирование в ЭВМ чисел, имеющих одинаковый знак в режиме с плавающей запятой, эквивалентно точному суммированию возмущенных чисел с относительным возмущением E_{ji}. Величина возмущения максимальна в первых слагаемых (j, i – малы) и минимальна в последних (j, k приближается к n).

Очевидно, для уменьшения суммарной ошибки вычисления положительные и отрицательные суммы целесообразно образовывать в порядке возрастания их абсолютных значений и произвести вычитание на последнем шаге. Однако для реализации такого алгоритма, являющегося в процессорах обработки данных составной частью стандартной операции MAC – суммирования с накоплением, необходимо вначале вычислить и запомнить все слагаемые суммы, что требует дополнительно n^2 ячеек памяти. После формирования массива слагаемых необходима его сортировка. Отметим, каждое слагаемое вносит свой вклад в суммарную ошибку столько раз, сколько раз оно участвует в суммировании.

Для устранения неравноправности слагаемых, следуя [9], произведем m-кратное попарное суммирование слагаемых, где $n = 2^m$ – число суммируемых слагаемых. При этом достигается повышение точности в $n/2\log_2 n$ раз. Так, при n = 8 точность увеличивается примерно на порядок, а при n = 32 – на два порядка. В последнем случае занимаемая память сокращается вдвое и отпадает необходимость в сортировке массива.

В развитие этого подхода в [8] предложен рассматриваемый ниже метод, позволяющий в еще большей степени сократить необходимый объем памяти. Такое сокращение достигается при организации вспомогательного количества $2t$ ячеек (по числу десятичных разрядов мантиссы) для положительных и отрицательных слагаемых, в которые слагаемые вначале записываются, а затем полученные частичные суммы переписываются в ячейку, номер которой соответствует порядку суммируемого числа. Данный алгоритм не требует полной сортировки и связанного с этим выделения большого числа ячеек памяти. Это обеспечивает, как показали расчеты, погрешность вычисления квадратичной формы, не превышающей $\Delta \approx 10^{-8}$ при длине слова в 4 байта и 10^{-16} при длине слова в 8 байт, что вполне приемлемо для большинства практических задач [10-13].

Повышение точности при вычислении и обработке сигналов методом сортировки мультипликаций

Рассмотрим подробнее вопрос повышения точности при выполнении алгоритмов цифровой фильтрации процессов в реальном времени при плохо обусловленных матрицах случайного процесса. Очевидно, погрешность вычислений растет с увеличением количества обрабатываемых отсчетов сигнала и разброса их абсолютных величин. Типичным примером таких вычислений являются рассмотренные выше операции над данными, характеризуемыми плохо обусловленными корреляционными матрицами. Им соответствуют математические и эмпирические модели реальных узкополосных физических процессов. Ниже при решении практической задачи цифровой обработки узкополосных сигналов проиллюстрировано использование методов частичной и полной сортировки данных промежуточных вычислений и показано, что их применение приводит к существенному уменьшению погрешности вычислений или снижению требований к числу разрядов представления операндов.

Данные в вычислительных устройствах могут быть представлены в одном из двух форматов: с фиксированной точкой или с плавающей точкой. В случае представления значений в формате с фиксированной точкой при реальной длине разрядной сетки ($l \le 16$) динамический диапазон $D = D_{\max} - D_{\min} = 2^l - 2$, а следовательно и разброс абсолютных величин значений получается небольшим (до 5 десятичных порядков). Все числа представляются с одинаковой абсолютной погрешностью $\varepsilon_{\text{fix}} = 2^{l-1}$. При этом потеря точности при ЦОС может происходить уже на этапе представления чисел в двоичном коде из-за ошибок ограничения.

Формат с плавающей точкой при p-разрядном порядке и m-разрядной мантиссе позволяет представлять числа с одинаковой относительной погрешностью (при этом абсолютная погрешность $\varepsilon_{\text{fl}} = 2^{m-l} = 2^{p-l+2}$) в значительно более широком динамическом диапазоне $D = 3 \cdot 2^{2-l}$. Однако в этом случае практически полное исключение ошибок ограничений сопровождается потерями в точности вычислений, т.к. абсолютная погрешность представления чисел возрастает в $\varepsilon_{\text{fl}}/\varepsilon_{\text{fix}} = 2^{p-l+2}/2^{1-l} = 2^{p-l}$ раз в результате резервирования части разрядов для представления порядка операндов. Независимо от способа представления чисел источники возникновения погрешностей вычислительных операций следующие: квантование результатов перемножения (мультипликаций) и отбрасывание части младших разрядов меньшего слагаемого при сложении чисел, абсолютные величины которых различаются на число порядков, соизмеримое с динамическим диапазоном их представления в процессоре обработки сигналов. В дальнейших рассуждениях будем пренебрегать погрешностью квантования мультипликаций, которая относительно невелика и, как правило, не приводит к катастрофической потери точности вычислений. Рассмотрим основной источник погрешности, который связан с суммированием большого числа мультипликаций. Подразумеваем также, что значения хранятся и обрабатываются в формате с плавающей точкой.

Очевидный аппаратный метод уменьшения погрешности вычислений, связанный с увеличением разрядности запоминающих устройств и АЛУ, не всегда оправдан, т.к. ведет к усложнению и удорожанию аппаратных средств. Более целесообразным является программный метод, связанный с разработкой специальных алгоритмов с повышенной точностью и вычислительной эффективностью. При этом следует иметь в виду, что такие алгоритмы могут резко снизить скорость вычислений, что также не всегда оправдано практически. Поэтому необходимо находить компромисс между точностью вычислений и быстродействием [14].

Проанализируем повышение точности вычислений путем организации специального алгоритма формирования суммы мультипликаций, при котором исключается суммирование операндов, абсолютные величины которых различаются на несколько порядков. Одной из мер на пути к этому является раздельное накопление положительных и отрицательных слагаемых, начиная от наименьших значений к большим с последующим объединением результата. При формировании однополярных сумм S^+ и S^- и расчете выражения

$$\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1} w_j w_k w_{ji} = \sum_{j=0}^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1} d_{ji} = \sum_{j=0}^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1} d_{ji}^{+} + \sum_{j=0}^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1} d_{ji}^{-} = S^{+} + S^{-}$$

применим методы полной или частичной сортировки, а также метод частичных сумм.

Вычислительный эксперимент показывает, что применение метода полной сортировки позволяет значительно увеличить точность вычислений. На рис 2 представлен график зависимости числа λ обусловленности корреляционной матрицы от относительной ширины спектра узкополосного процесса dFT при различном числе обрабатываемых отсчетов.

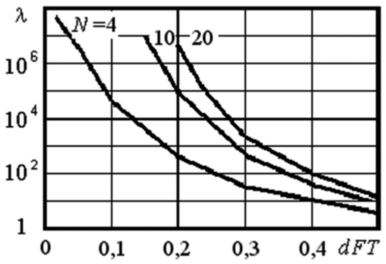

Рис. 2. Зависимость числа обусловленности от относительной ширины полосы процесса ($\lambda(\Delta fT)$) при различном числе обрабатываемых отсчетов N

При хорошо обусловленных матрицах (числе обусловленности более 10^4) применение алгоритма сортировки нецелесообразно, т.к. точность вычислений достаточна без применения специальных алгоритмов. Его следует применять при числе обусловленности меньшем, чем 10^7.

Оценим время вычислений, затрачиваемое на сортировку массива мультипликаций, для чего также требуется дополнительный объем памяти для хранения всех промежуточных результатов. График, отражающий число операций при сортировке, пропорциональное увеличению времени вычислений t в зависимости от длины сортируемого массива, приведен на рис. 3. На графике по оси ординат отложен аппаратно независимый параметр, имеющий смысл количества операций перестановки, необходимое для сортировки массива. Известные быстрые алгоритмы сортировки обеспечивают сокращение времени сортировки в среднем и непригодны в синхронной обработке данных в условиях лимита времени [10].

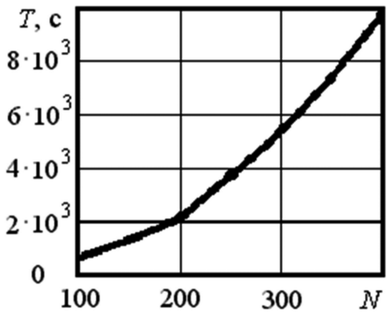

Рис. 3. Зависимость числа операций при сортировке от длины сортируемого массива

Временные затраты можно снизить, применив вместо полной сортировки частичную, при которой сортировке подвергаются мультипликации при учете только их порядков, т.е. без учета мантиссы. Это позволяет в l/p раз уменьшить вычислительные (временные) затраты. Структурная схема алгоритма вычислений приведена на рис. 4.

Другим предлагаемым алгоритмом, более экономичным по временным затратам, является алгоритм формирования частичных сумм. Каждая частичная сумма складывается из значений одного порядка. Как только порядок частичной суммы превышает порядок составляющих ее значений, она переносится в старшую частичную сумму и обнуляется, а затем накапливается снова. Таким образом, осуществляется один «проход» по всему массиву значений, в результате которого большой массив исходных значений превращается в значительно меньший отсортированный массив частичных сумм. На последнем этапе частичные суммы складываются от младших (меньших) к старшим (большим), т.е. в порядке возрастания. При этом любые два суммируемых значения различаются по абсолютной величине не более, чем на один порядок, и их суммирование не приводит к ощутимой потере точности.

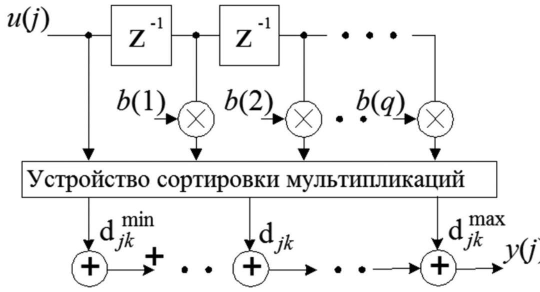

Рис. 4. Схема алгоритма сортировки массивов при обработке сигналов

Использование алгоритма формирования частичных сумм позволяет увеличить точность вычисления минимального собственного числа на 10^{-5} дБ, что несколько меньше, чем при использовании алгоритма с полной сортировкой данных. Однако при этом методе временные затраты растут пропорционально n, а не n^2, как при полной сортировке. Таким образом, в отличие от известных методов безусловной сортировки предлагается условная сортировка в зависимости от промежуточных результатов вычислений. Кроме того, отличие данного метода от предложенного Кнутом 1973 г. метода M-разрядной сортировки состоит в том, что в данном случае производится динамическая сортировка мультипликаций, которую возможно встроить в стандартный алгоритм MAC.

Сформулируем критерий относительной вычислительной эффективности E, отражающий приоритет временных и аппаратных затрат. Для этого введем обозначения: T – относительные временные затраты, V – относительные аппаратные затраты. Тогда $E = (1/T)\alpha + V(1-\alpha)$, где α – коэффициент, изменяющийся в диапазоне [0…1] и определяющий приоритет между временными и аппаратными затратами. В свою очередь временные затраты можно оценить следующим образом:

$$T = it_{o} + (n^2-1)(lt_{o}) + n^2(l^2 t_{o}), \qquad (4)$$

где i – количество пересылок, (n^2-1) – количество сложений, n^2 – количество умножений, t_{o} – время выполнения элементарной операции.

В таблице для рассматриваемых методов вычислений приведены числовые данные по E и T, которые позволяют выбрать компромиссный вариант схемы организации вычислений.

Таблица

Относительные временные затраты	Без сортировки	С полной сортировкой	С частичной сортировкой
T	$184t_0$	$2744t_0$	$2488t_0$

Таким образом, при числе обусловленности менее 10^4 применение специальных алгоритмов нецелесообразно. Если число обусловленности превышает 10^7, выбор алгоритма производится исходя из требований к точности и быстродействию.

Заключение

Выполнен анализ влияния точности представления операндов в задачах цифровой обработки сигналов на погрешность анализа эффективности систем первичной обработки радиолокационных и навигациолнных сигналов. Проведено сопоставление выигрыша в точности с «платой» за выигрыш в виде увеличения сложности вычислений. Сформулирован критерий относительной вычислительной эффективности E, позволяющий разработчику перераспределять требования между такими ресурсами процессора, как быстродействие и объем аппаратной части.

Определена последовательности операций при вычислениях, позволяющая повысить точность, и исследованы особенности вычислительных алгоритмов расчета накопления мультипликаций при выполнении стандартной операции MAC.

Разработаны специализированные алгоритмы расчета эффективности систем фильтрации для хорошо и плохо обусловленных корреляционных матриц. Первый обеспечивает упрощенный инженерный метод приближенной оценки эффективности, а второй – повышение точности вычислений и расширение диапазона изменения параметров корреляции преобразуемых процессов, для которых возможно получение численных результатов с приемлемой погрешностью. Точность вычислений повышена путем организации специального алгоритма частичной сортировки при формировании суммы мультипликаций, при котором исключается суммирование операндов, абсолютные величины которых различаются на несколько порядков. При этом сортировке подвергаются порядки мультипликаций без учета мантиссы, что позволяет в l/p раз уменьшить непроизводительные временные затраты. Предложенный метод по сравнению с известным методом позволяет значительно сократить необходимый при вычислениях объем памяти и обеспечивает точность вычисления квадратичной формы $\Delta \approx 10^{-8}$ при длине слова в 4 байта и 10^{-16} при длине слова в 8 байт, что позволяет решить большинство практических задач. Важно, что в разработанном методе временные затраты растут пропорционально n, а не n^2, как при полной сортировке.

Литература

1. Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999. – 548 с.
2. Кошелев В.И., Кирдяшкин В.В., Сычев М.И, Ясенцев Д.А. Актуальные вопросы радиолокации // Под ред. П.А. Бакулева.- 2016, 216 с.
3. Кошелев В.И., Андреев В.Г., Белокуров В.А. Современные методы повышения эффективности обнаружения радиолокационных сигналов.- 2016, 154 с.
4. Кошелев В.И. Многоканальная доплеровская фильтрация радиолокационных сигналов // Радиотехника. – 2012. – № 4. – С. 30-35.
5. Кошелев В.И., Белокуров В.А. Синтез алгоритма обнаружения цели, совмещённого с устранением неоднозначности по дальности // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2012. – № 3. – С. 36-41.
6. Кошелев В.И., Белокуров В.А. Использование фильтра Калмана с перекрёстными связями в системе ориентации высокоманевренного объекта // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – Рязань: РГРТУ, 2011. – № 1. – вып. 35. – С. 3-7.
7. Адаптивная обработка радиолокационных сигналов на базе процессора БПФ Кошелев В.И. Цифровая обработка сигналов. 2001. № 4. с. 12.
8. Кошелев В.И. АРСС модели случайных процессов. Прикладные задачи синтеза и оптимизации.– М: Радио и связь, 2002.– 116 с.
9. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры.– М.: Наука, 1977.– 304 с.
10. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов.– М.: Мир, 1989.– 448 с.
11. Кошелев В.И., Козлов Д.Н. Оптимизация каналов ускорения многоканального обнаружителя при действии коррелированной помехи // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2014. – № 3. – С. 5-11.
12. Оценка вычислительных затрат при реализации алгоритма защиты радиолокационных систем от активных шумовых помех. Кошелев В.И., Штрунова Е.С. // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2011. № 2. С. 39-41.
13. Кошелев В.И. Параметры многоканального обнаружителя доплеровских сигналов Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2001. № 8. С. 18.
14. Витязев В.В. Многоскоростная обработка сигналов. – М.: Горячая линия -телеком, 2017. – 336 с.