

## АДАПТИВНЫЕ РЕЖЕКТОРНЫЕ ФИЛЬТРЫ С ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМИ ВЕСОВЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

*Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru.*

### ADAPTIVE REJECTOR FILTERS WITH REAL WEIGHTS

*Popov D.I.*

*The adaptation algorithms with real weights are synthesized and the relevant principles of the adaptive rejector filters (ARF) are considered. The region of the appropriate use of the ARF data determined. The analysis of the ARF efficiency conducted depending on the volume of training sample and clutter parameters.*

**Key words:** adaptation, real weights, training sample set, clutter, rejector filters, rejection efficiency.

**Ключевые слова:** адаптация, действительные весовые коэффициенты, обучающая выборка, пассивные помехи, режекторные фильтры, эффективность режектирования.

#### Введение

Пассивные помехи со времен Второй мировой войны и до настоящего времени являются эффективным средством противорадиолокационной маскировки [1, 2]. С тех пор одной из актуальных в радиолокации является проблема обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех. Априорная неопределенность спектрально-корреляционных характеристик помехи, а также их неоднородность и нестационарность в зоне обзора существенно затрудняют реализацию предельных возможностей основной операции при обнаружении сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех – режектирования спектральных составляющих помехи. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи в соответствии с методологией адаптивного байесовского подхода основывается на методах адаптации к неизвестным корреляционным параметрам помехи – аргументу и модулю коэффициентов межпериодной корреляции – путем замены этих параметров их состоятельными оценками [3, 4], что приводит к алгоритмам адаптивного режектирования с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующим адаптивным режекторным фильтрам (АРФ) [5]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродействия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работе [6] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе [7]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа [8].

Поиски вариантов упрощения процедуры адаптации сохраняют свою актуальность. Одним из вариантов

*Синтезированы алгоритмы адаптации с действительными весовыми коэффициентами и рассмотрены принципы построения соответствующих адаптивных режекторных фильтров (АРФ). Определена область целесообразного применения данных АРФ. Проведен анализ эффективности АРФ в зависимости от объема обучающей выборки и параметров помехи.*

упрощения является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным. Представляет интерес синтез и анализ АРФ с действительными весовыми коэффициентами и определение области целесообразного их использования.

#### Синтез адаптивных режекторных фильтров

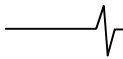
Синтез АРФ с действительными весовыми коэффициентами состоит в определении оптимального по критерию эффективности выделения сигнала на фоне поступающей помехи вектора весовых коэффициентов  $\{G_k\}$  при ограничивающем условии, согласно которому его проекции являются действительными величинами, т.е.  $G_k = g_k$ . Аналогично [5] в качестве критерия эффективности используем коэффициент улучшения отношения сигнал/помеха, который для нерекурсивного АРФ рассматриваемого типа  $m$ -го порядка принимает вид

$$\mu(\varphi) = \frac{\sum_{j,k=0}^m g_j g_k R_{jk}^c}{\left( \sum_{j,k=0}^m g_j g_k R_{jk}^n + \lambda \sum_{j=0}^m g_j^2 \right)},$$

где  $R_{jk}^c$ ,  $R_{jk}^n$  – элементы корреляционных матриц сигнала и помехи соответственно, причем  $R_{jk} = \rho_{jk} e^{i(j-k)\theta}$ ;

$\rho_{jk} = \rho[(j-k)T]$  – коэффициенты межпериодной корреляции;  $\theta$  – доплеровский сдвиг фазы за период повторения  $T$  для сигнала ( $\theta_c = \varphi$ ) или помехи ( $\theta_n = \psi$ );  $\lambda = \sigma_{ш}^2 / \sigma_n^2$  – отношение собственной шум/пассивная помеха на входе фильтра.

Учитывая инвариантность параметров АРФ к корреляционным характеристикам сигнала и предполагая равномерное распределение величины  $\varphi$  в интервале  $(-\pi, \pi)$ , соответствующем интервалу однозначности доплеровской частоты  $(-1/2T, 1/2T)$  [2], найдем



$$\mu = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mu(\varphi) d\varphi = \sum_{j,k=0}^m g_j g_k \tilde{R}_{jk}^c / \left( \sum_{j,k=0}^m g_j g_k R_{jk}^n + \lambda \sum_{j=0}^m g_j^2 \right),$$

где  $\tilde{R}_{jk}^c = \rho_{jk}^c \text{sinc}[(j-k)\pi]$  – преобразованные в результате интегрирования элементы корреляционной матрицы сигнала.

С учетом свойства sinc-функции

$$\text{sinc}[(j-k)\pi] = \frac{\sin[(j-k)\pi]}{(j-k)\pi} = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases}$$

окончательно получаем

$$\mu = \sum_{j,k=0}^m g_j^2 / \left( \sum_{j,k=0}^m g_j g_k R_{jk}^n + \lambda \sum_{j=0}^m g_j^2 \right) = \left[ \left( \sum_{j,k=0}^m g_j g_k r_{jk} / \sum_{j=0}^m g_j^2 \right) + \lambda \right]^{-1}, \quad (1)$$

где  $r_{jk} = \text{Re } R_{jk}^n = \rho_{jk}^n \cos(j-k)\psi$ .

Оптимальный вектор  $\{g_k\}$  для АРФ невысоких порядков ( $m \leq 3$ ) найдем из условия

$$\mu_{\max} \rightarrow \max_{\{g_k\}} \mu.$$

В соответствии с экстремальными свойствами характеристических (собственных) чисел матриц [9] минимум отношения Релея в выражении (1) является наименьшее собственное число  $\alpha_{\min}$  матрицы  $[r_{jk}]$ . При этом

$\mu_{\max} = (\alpha_{\min} + \lambda)^{-1}$ , а оптимальный вектор  $\{g_k\}$  не зависит от  $\lambda$  и определяется как собственный вектор матрицы  $[r_{jk}]$ , соответствующий  $\alpha_{\min}$ , из системы уравнений

$$\sum_{k=0}^m (r_{jk} - \alpha_{\min} \delta_{jk}) g_k = 0, \quad j = \overline{0, m},$$

где  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера,  $\alpha_{\min}$  – наименьший корень характеристического уравнения

$$\det[r_{jk} - \alpha_{\min} \delta_{jk}] = 0.$$

Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на адаптивном байесовском подходе [3], в соответствии с которым неизвестные величины  $r_{jk}$  заменяются их состоятельными оценками  $\hat{r}_{jk}$ .

Оптимальные весовые коэффициенты  $\hat{g}_k$  определяются при условии  $\hat{g}_0 = g_0 = 1$  оценками  $\hat{r}_{jk}$  в соответствии с конкретными в зависимости от порядка фильтра адаптивными алгоритмами. В частности, при  $m=1$  получаем  $\hat{g}_1 = g_1 = -1$ . С учетом свойства симметрии коэффициентов  $\hat{g}_k = (-1)^m \hat{g}_{m-k}$  найдем конкретный вид адаптивных алгоритмов для других порядков АРФ канонического типа:

$$\text{при } m=2 \quad g_0 = g_2 = 1, \quad \hat{g}_1 = -\frac{2\hat{r}_{12}}{1 - \hat{\alpha}_{\min}},$$

$$\text{где } \hat{\alpha}_{\min} = 1 + \frac{\hat{r}_{13}}{2} \left( 1 - \sqrt{1 + \left( \frac{\hat{r}_{12}}{\hat{r}_{13}} \right)^2} \right);$$

при  $m=3 \quad g_0 = -g_3 = 1, \quad \hat{g}_1 = -\hat{g}_2 =$

$$-\left( 1 + \frac{\hat{r}_{12} - \hat{r}_{14}}{1 - \hat{r}_{13} - \hat{\alpha}_{\min}} \right) \cong -\left( 1 + \frac{\hat{r}_{12} - \hat{r}_{14}}{1 - \hat{r}_{13}} \right),$$

где величина  $\hat{\alpha}_{\min}$  по сравнению с  $r_{jj} = 1$  пренебрежимо мала. Это позволяет не учитывать ее, что практически не влияет на эффективность режектирования помехи.

С учетом ограничения  $g_0 = 1$ , исключая тривиальное решение  $\{g_k\} = 0$ , весовые коэффициенты могут быть определены в соответствии с модифицированным критерием

$$\gamma = \sum_{j,k=0}^m g_j g_k r_{jk}, \quad (2)$$

который представляет собой упрощенный вариант критерия (1).

Оптимальный по критерию (2) вектор  $\{g_k\}$ , соответствующий условию  $\gamma_{\min} \rightarrow \min_{\{g_k\}} \gamma$ , определяется из

уравнения

$$\nabla_{\{g_k\}} \left( \sum_{j,k=0}^m g_j g_k r_{jk} \right) = 0,$$

где  $\nabla_{\{g_k\}} = \left\{ \frac{\partial}{\partial g_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial g_s} \right\}$  – оператор градиента по варьируемым компонентам вектора  $\{g_k\}$ ,  $s = m/2$  или  $(m-1)/2$  соответственно при четном или нечетном  $m$ .

Используя оценочные значения коэффициентов  $\hat{r}_{jk}$ , с учетом симметрии весовых коэффициентов  $\hat{g}_k$  для адаптивных алгоритмов при  $m \leq 3$  получаем:

$$\text{при } m=1 \quad g_0 = 1, \quad \hat{g}_1 = -\hat{r}_{12};$$

$$\text{при } m=2 \quad g_0 = g_2 = 1, \quad \hat{g}_1 = -2\hat{r}_{12};$$

$$\text{при } m=3 \quad g_0 = -g_3 = 1, \quad \hat{g}_1 = -\hat{g}_2 = -\frac{\hat{r}_{12} - \hat{r}_{13}}{1 - \hat{r}_{12}}.$$

### Принципы построения адаптивных режекторных фильтров

Структуру АРФ удобно синтезировать в канонической форме в соответствии с системной функцией (8) в  $z$ -плоскости работы [5] при  $e^{i\psi} = 1$ . Исключив из приведенной в [5] на рис. 2 структурной схемы блок оценивания доплеровской фазы помехи и соответствующие комплексные перемножители, приходим к АРФ с действительными весовыми коэффициентами. Фильтры высоких порядков ( $m > 2$ ) могут быть также реализованы в виде каскадного включения звеньев 1-го и 2-го порядков. Аналогично работе [8] адаптация последующего звена осуществляется по оценкам остатков помехи на выходе предыдущего звена.

Оценки  $\hat{r}_{jk}$  вычисляются по цифровым отсчетам по-

мехи  $U_{jl} = x_{jl} + iy_{jl}$ , поступающим с  $n$  смежных элементов разрешения по дальности, в соответствии с предложенным в работе [7] для получения оценок максимального правдоподобия (ОМП) действительной части комплексного коэффициента корреляции алгоритмом  $\hat{r}_{1k} = \text{Re } X_{1k} / (a_1 a_k)^{1/2}$ ,  $k = \overline{2, m}$ , (3) где

$$\begin{aligned} \text{Re } X_{1k} &= \text{Re} \sum_{l=1}^{n+1} U_{jl}^* U_{j+k-1, l} = \\ &= \sum_{l \neq n/2+1}^{n+1} (x_{jl} x_{j+k-1, l} + y_{jl} y_{j+k-1, l}), \\ a_1 &= \sum_{l=1}^{n+1} |U_{jl}|^2 = \sum_{l \neq n/2+1}^{n+1} (x_{jl}^2 + y_{jl}^2), \\ a_k &= \sum_{l=1}^{n+1} |U_{j+k-1, l}|^2 = \sum_{l \neq n/2+1}^{n+1} (x_{j+k-1, l}^2 + y_{j+k-1, l}^2). \end{aligned}$$

где  $n$  – объем обучающей выборки, определяемый числом независимых отсчетов со смежных элементов разрешения по дальности, за исключением отсчета с номером  $l = n/2 + 1$ .

Так как адаптивную обработку на основе поступающих оценок для уменьшения ошибок рассогласования следует осуществлять после предварительной задержки исходных данных для среднего элемента разрешения временного строба, образующего обучающую выборку, то целесообразно исключить из обучающей выборки соответствующий этому элементу отсчет  $U_{jl}$  с номером

$l = n/2 + 1$ . Тогда в случае сигнала, соизмеримого с помехой, или разрывной помехи при обработке элемента разрешения, содержащего сигнал, ослабление или подавление сигнала за счет его влияния на используемые оценки не происходит.

Структурная схема измерителя оценки  $\hat{r}_{12}$  в соответствии с алгоритмом (3) приведена на рис. 1, где  $ЗУ_T$  – запоминающее на период повторения  $T$  устройство, Н – накопитель, осуществляющий скользящее по дальности накопление; БО – блок объединения, вычисляющий сумму квадратов проекций; Д – делитель. При  $\psi \neq 0$  данный измеритель вычисляет действительные части комплексных коэффициентов корреляции.

В целом структура синтезированного АРФ оказывается существенно проще структуры АРФ с комплексными весовыми коэффициентами и является ее упрощенным вариантом. Адаптация к модулю и аргументу коэффициентов корреляции, входящих в оценки  $\hat{r}_{1k}$ , осуществляется совместно путем оптимизации взаимного положения нулей системной функции АРФ без их общего поворота на угол  $\psi$ , что приводит к деформациям АЧХ и потерям в эффективности по сравнению с инвариантными к величине  $\psi$  АРФ с комплексными весовыми коэффициентами.

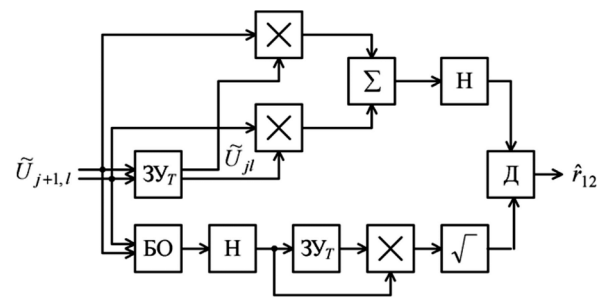


Рис. 1. Структурная схема измерителя оценки коэффициента корреляции помехи

### Анализ адаптивных режекторных фильтров

Эффективность рассматриваемого типа АРФ 2-го порядка ( $m = 2$ ) характеризуется приведенными на рис. 2 зависимостями коэффициента улучшения отношения сигнал/помеха  $\mu$  от доплеровского сдвига фазы  $\psi$  помехи для различных значений нормированной ширины  $\beta$  гауссовского спектра помехи. Сплошные кривые

соответствуют  $\lambda = 0$ , штриховые –  $\lambda = 10^{-4}$ . Как видно, эффективность данных АРФ падает с ростом сдвига фазы  $\psi$  помехи, приводя к существенным потерям по отношению к АРФ с комплексными весовыми коэффициентами (штрихпунктирные прямые). Только в области малых доплеровских сдвигов фазы помехи эффективность АРФ обоих типов сближается. С расширением спектра помехи эта область увеличивается, а потери уменьшаются. Наличие некоррелированного шума снижает эффективность АРФ в целом и величину рассматриваемых потерь, особенно при узкополосной помехе и возрастании порядка АРФ.

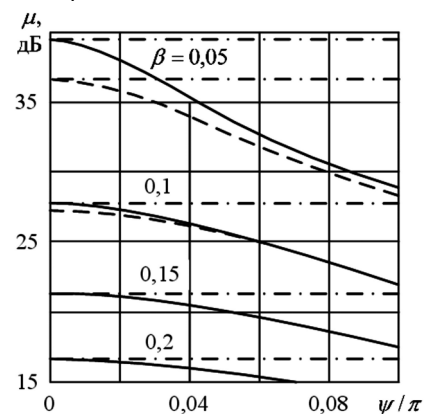


Рис. 2. Зависимости эффективности АРФ от доплеровской фазы помехи

Таким образом, применение АРФ с действительными весовыми коэффициентами оправдано при ограниченной и сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровского сдвига фазы.

Проведем анализ эффективности АРФ в зависимости от параметров помехи и погрешностей адаптации (объема обучающей выборки  $n$ ). Выходная величина АРФ с действительными весовыми коэффициентами  $\hat{g}_k$  имеет вид

$$V = \sum_{k=0}^m \hat{g}_k U_{m-k+1}.$$

Учитывая независимость оценок параметров помехи и отсчетов обрабатываемого элемента разрешения, исключаемых из обучающей выборки [7], для дисперсии помехи с шумом на выходе АРФ находим

$$\sigma_V^2 = \overline{VV^*} / 2 = \sigma_{\Pi}^2 \sum_{j,k=0}^m \overline{\hat{g}_j \hat{g}_k} r_{jk} + \sigma_{\Sigma}^2 \sum_{j=0}^m \overline{\hat{g}_j^2}. \quad (4)$$

Коэффициенты  $\hat{g}_j = g_j(\{\hat{r}_{l_l}\})$ , т.е. определяются вектором оценок  $\{\hat{r}_{l_l}\}$ , где  $l = \overline{2, m+1}$  для критерия (1) и  $l = \overline{2, m}$  для критерия (2). Для перехода от текущих значений оценок  $\hat{r}_{l_l}$  к параметрам их распределений произведем соответствующие усреднения в (4), используя асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия (ОМП). Разложив функцию  $g_j(\{\hat{r}_{l_l}\})$  в многомерный ряд Тейлора в окрестностях точки  $\{r_{l_l}\}$  и ограничившись ввиду малости  $\{\hat{r}_{l_l} - r_{l_l}\}$  двумя первыми членами, получим

$$\hat{g}_j = g_j(\{\hat{r}_{l_l}\}) = g_j(\{r_{l_l}\}) + \sum_{l=2}^{m+1} (\hat{r}_{l_l} - r_{l_l}) \frac{\partial g_j(\{r_{l_l}\})}{\partial r_{l_l}}.$$

С учетом  $g_j(\{r_{l_l}\}) = g_j$  и асимптотической нормальности распределения вектора оценок  $\{\hat{r}_{l_l}\}$  с вектором средних  $\{r_{l_l}\}$  найдем

$$\begin{aligned} \overline{\hat{g}_j \hat{g}_k} &= \overline{\left[ g_j + \sum_{l=2}^{m+1} (\hat{r}_{l_l} - r_{l_l}) \frac{\partial g_j}{\partial r_{l_l}} \right] \left[ g_k + \sum_{p=2}^{m+1} (\hat{r}_{l_p} - r_{l_p}) \frac{\partial g_k}{\partial r_{l_p}} \right]} = \\ &= g_j g_k + \sum_{l,p=2}^{m+1} K_{l-1,p-1} \frac{\partial g_j}{\partial r_{l_l}} \frac{\partial g_k}{\partial r_{l_p}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $K_{l-1,p-1} = \overline{(\hat{r}_{l_l} - r_{l_l})(\hat{r}_{l_p} - r_{l_p})}$  – элементы ковариационной матрицы оценок коэффициентов корреляции, определяемые с учетом асимптотической эффективности ОМП как элементы матрицы, обратной информационной матрице Фишера [3]. (Выражение для соответствующих элементов матрицы Фишера получено в работе [10].)

При известной форме огибающей корреляционной функции помехи оценивается только один коэффициент корреляции  $r_{12} = r$ , а матрица Фишера содержит единственный элемент. Величина, обратная этому элементу, является дисперсией  $\sigma_{\hat{r}}^2$  оценки  $\hat{r}$ .

Весовые коэффициенты АРФ теперь определяются зависимостями  $\hat{g}_j = g_j(\hat{r})$ , разложение которых в окрестности  $r$  принимает вид  $\hat{g}_j = g_j + (\hat{r} - r)g'_j$ , что приводит к упрощению выражения (5) в виде

$$\overline{\hat{g}_j \hat{g}_k} = g_j g_k + \sigma_{\hat{r}}^2 g'_j g'_k. \quad (6)$$

Используя в соотношении (4) выражение (5) или (6), получим соответствующие варианты окончательной формулы. При использовании (6) имеем

$$\frac{\sigma_V^2}{\sigma^2} = \sum_{j,k=0}^m g_j g_k r_{jk} + \lambda \sum_{j=0}^m g_j^2 +$$

$$+ \sigma_{\hat{r}}^2 \left\{ \sum_{j,k=1}^{m-1} g'_j g'_k r_{jk} + \lambda \sum_{j=1}^{m-1} g_j'^2 \right\}. \quad (7)$$

Ввиду асимптотической эффективности ОМП коэффициента корреляции  $\hat{r}$  для определения дисперсии  $\sigma_{\hat{r}}^2$  используем выражение Крамера–Рао, в соответствии с которым:

$$\sigma_{\hat{r}}^2 = - \left[ \partial^2 \ln P(\{U_{jl}\} / r) / \partial r^2 \right]^{-1}.$$

Функция правдоподобия при этом имеет вид

$$\begin{aligned} P(\{U_{jl}\} / r) &= (2\pi)^{-2n} \det^n [W_{jk}] \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \sum_{j,k=1}^2 W_{jk} U_{jl}^* U_{kl} \right\}, \end{aligned}$$

где  $W_{jk}$  – элементы матрицы  $[W_{jk}]$ , обратной матрице помехи  $[R_{jk}]$ , т.е.  $[W_{jk}] = [R_{jk}]^{-1}$ .

Учитывая, что  $R_{jk} = \rho_{jk} e^{i(j-k)\psi} = \text{Re} R_{jk} + i \text{Im} R_{jk}$  и обозначая  $\rho_{12} = \rho$  и  $\text{Re} R_{12} = r_{12} = r$ , в результате соответствующих вычислений получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{r}}^2 &= \frac{\det^2 [R_{jk} + \lambda \delta_{jk}]}{2n(\det [R_{jk} + \lambda \delta_{jk}] + 2r^2)} = \\ &= \frac{[(1+\lambda)^2 - \rho^2]^2}{2n[(1+\lambda)^2 - \rho^2 + 2r^2]}. \end{aligned}$$

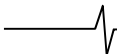
В целом эффективность АРФ характеризуется усредненным по доплеровской фазе сигнала коэффициентом улучшения отношения сигнал/помеха (1), который с учетом ошибок адаптации в соответствии с выражением (7) имеет вид

$$\mu = \sum_{j=0}^m g_j^2 \frac{\sigma_V^2}{\sigma^2}.$$

Погрешности оценивания неизвестных параметров помехи приводят к потерям  $\Delta\mu$  по отношению к предельной эффективности АРФ. Расчеты показывают, что влияние параметров помехи на величину потерь оказывается несущественным. Анализ влияния ошибок адаптации показывает, что эффективность АРФ приближается к предельной при сравнительно небольшом объеме обучающей выборки. В частности, при  $n \geq 4$  величина потерь составляет доли децибела.

### Заключение

Синтезированы алгоритмы адаптации с действительными весовыми коэффициентами и рассмотрены принципы построения соответствующих АРФ, адаптирующихся к действительной части комплексных коэффициентов корреляции пассивной помехи. Исследование эффективности АРФ показало целесообразность их применения при ограниченной и сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровской скорости. Проведенный анализ АРФ устанавливает связь между эффективностью АРФ и объемом обучающей выборки в зависимости от порядка и структуры АРФ и параметров поме-



хи. Показано, что эффективность АРФ приближается к предельной при сравнительно небольшом объеме обучающей выборки.

#### Литература

1. Степанов Ю.Г. Противорадиолокационная маскировка. – М.: Сов. радио, 1968. – 144 с.
2. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. – 924 p.
3. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио. 1977. – 432 с.
4. Попов Д.И. Оптимальная обработка многочастотных сигналов // Известия вузов России. Радиоэлектроника. – 2013. – Вып. 1. – С. 32–39.
5. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с комплексными весовыми коэффициентами // Вестник Концерна ПВО «Алмаз – Антей». – 2015. – № 2 (14). – С. 21-26.
6. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2009. – № 2. – С. 30–33.
7. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 4. – С. 32-37.
8. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа // Цифровая обработка сигналов. – 2016. – № 2. – С. 53-56.
9. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. – 552 с.
10. Попов Д.И. Анализ адаптивных систем обнаружения сигналов на фоне пассивных помех // Радиотехника. – 2016. – № 11. – С. 74-79.