

УДК 519.246.27

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ НА ОСНОВЕ ОБРАБОТКИ ЗНАКОВЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВРЕМЕННЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

Якимов В.Н., д.т.н., профессор Самарского государственного технического университета,
e-mail: yvnr@hotmail.com;

Машков А.В., старший преподаватель Самарского государственного технического университета,
e-mail: mavstu@list.ru.

ALGORITHM TO COMPUTE ESTIMATE OF A POWER SPECTRAL DENSITY BASED ON SIGN SIGNAL PROCESSING USING TIME-WEIGHTING FUNCTIONS

Yakimov V.N., Mashkov A.V.

Digital algorithm to compute estimates of a power spectral density random process based on sign signal processing. These signals are the result of the transformation of the investigated random process using the sign-function analog stochastic quantization. Using of a sign-analog stochastic quantization has given analytical integration operations calculation of Fourier cosine transformation of time-weighting functions in going from the continuous represent spectral estimates to implement it in digital form. Therefore multiplication is converted to procedures that require performing logical and simple arithmetic operations of addition and subtraction, which reduces the complexity of the digital estimation of power spectral density. Results of numerical experiment are given.

Key words: random process, power spectral density, time-weighting function, stochastic quantization, sign signal, time readout.

Ключевые слова: случайный процесс, спектральная плотность мощности, временная весовая функция, стохастическое квантование, знаковый сигнал, отсчет времени.

Введение

Прикладной статистический анализ непрерывных случайных процессов (СП) играет ключевую роль при решении практических задач во многих областях современной науки и техники. При этом целью такого анализа часто является вычисление оценки спектральной плотности мощности (СПМ), которая характеризует распределение мощности СП в пределах заданного частотного диапазона.

Согласно классическому подходу усредненную оценку СПМ вычисляют на конечном интервале времени наблюдения СП $X(t)$ длительностью T в следующем виде [1]:

$$\hat{S}_{XX}(f) = \frac{1}{T} |X(f, T)|^2. \quad (1)$$

В (1) функция $X(f, T)$ представляет собой результат прямого преобразования Фурье предварительно центрированной, т.е. имеющей нулевое математическое ожидание, текущей реализации $\overset{\circ}{x}(t)$ исследуемого СП $X(t)$:

$$X(f, T) = \int_0^T \overset{\circ}{x}(t) \exp(-j2\pi ft) dt.$$

Квадрат модуля $|X(f, T)|^2$ можно вычислить как произведение комплексно-сопряженных функций

Разработан цифровой алгоритм оценки спектральной плотности мощности на основе обработки знаковых сигналов, которые являются результатом знакового аналого-стохастического квантования исследуемого случайного процесса. Использование данного вида квантования обеспечило аналитическое вычисление косинус-преобразования Фурье временных весовых функций при переходе от непрерывной спектральной оценки к ее вычислению в цифровом виде. Вследствие этого операции умножения вырождаются в процедуры, которые требуют выполнения логических операций и арифметических операций суммирования и вычитания, что снижает трудоемкость цифрового оценивания спектральной плотности мощности. Приведены результаты численного эксперимента.

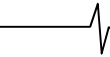
$X(f, T)$ и $X^*(f, T)$. Тогда:

$$\hat{S}_{XX}(f) = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^T \overset{\circ}{x}(t_1) \overset{\circ}{x}(t_2) \exp(-j2\pi f(t_1 - t_2)) dt_1 dt_2. \quad (2)$$

С учетом приведенного в [1, 2] доказательства существования взаимно однозначного соответствия между СПМ $S_{XX}(f)$ и корреляционной функцией (КФ) $R_{XX}(\tau)$ оценка (2) после перехода к переменным $\tau = t_1 - t_2$ и $t = t_2$ будет равна:

$$\begin{aligned} \hat{S}_{XX}(f) &= 2 \int_0^T \cos 2\pi f \tau \left[\frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} \overset{\circ}{x}(t) \overset{\circ}{x}(t + \tau) dt \right] d\tau = \\ &= 2 \int_0^T \cos 2\pi f \tau \hat{R}_{XX}(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\hat{R}_{XX}(\tau)$ представляет собой оценку КФ следующего вида:



$$\hat{R}_{XX}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} x(t) x(t+\tau) dt. \quad (4)$$

Соотношения (2)-(4) фактически определяют известную процедуру косвенного подхода к оцениванию СПМ, связанную с необходимостью предварительного оценивания КФ. В процессе вычисления такой оценки СПМ с целью уменьшения эффекта размывания спектральных компонент, как правило, дополнительно используют временные весовые функции – корреляционные окна $w(\tau)$:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \int_0^T w(\tau) \hat{R}_{XX}(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau. \quad (5)$$

В настоящее время, в виду очевидных преимуществ, широкое распространение получил цифровой подход к оцениванию СПМ [3]. Это приводит к необходимости построения цифровых алгоритмов спектрального оценивания. В своем классическом варианте переход от непрерывной формы представления оценки (5) к ее дискретному аналогу предполагает замену операции интегрирования на операцию суммирования отсчетов подынтегрального выражения с заданным постоянным шагом дискретизации. Полученный таким образом цифровой алгоритм оценивания СПМ первоначально требует формирования последовательности цифровых отсчетов СП, по которым предварительно должна быть вычислена конечная последовательность дискретных значений оценки КФ. Только затем с учетом выполнения операции взвешивания с отсчетами дискретно-временной функции окна вычисляется оценка СПМ. В результате такая процедура спектрального оценивания приводит к необходимости выполнения существенного числа цифровых операций умножения. Вследствие этого может быть поставлена задача разработки цифрового алгоритма оценивания СПМ, который в ходе его выполнения приводил бы к экономии вычислительных затрат.

Предлагаемый подход

Достаточно эффективно решить поставленную задачу можно, если в качестве первичного преобразования исследуемого СП использовать знаковое аналого-стохастическое квантование. Основу такого квантования составляет процедура сравнения исследуемого СП с вспомогательным равномерно распределенным случайным сигналом, выступающим в роли порога квантования. Особенностью такого квантования является то, что оно позволяет осуществлять предельно грубое двухуровневое квантование без систематической погрешности независимо от статистических свойств СП [4-6].

В результате перехода к знаковому аналого-стохастическому квантованию и выполнения двух процедур такого квантования сформируем на интервале времени $0 \leq t \leq T$, в пределах которого осуществляется спектральный анализ, два знаковых сигнала:

$$z_1(t) = \begin{cases} -1, & \overset{o}{x(t) + \xi_1(t)} < 0; \\ +1, & \overset{o}{x(t) + \xi_1(t)} \geq 0. \end{cases} \quad \text{и}$$

$$z_2(t) = \begin{cases} -1, & \overset{o}{x(t) + \xi_2(t)} < 0; \\ +1, & \overset{o}{x(t) + \xi_2(t)} \geq 0. \end{cases}$$

где $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ – случайные вспомогательные сигналы, которые являются независимыми по отношению друг к другу и исследуемому СП $X(t)$.

Мгновенные значения сигналов $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ распределены равномерно внутри интервала от $-\xi_{\max}$ до $+\xi_{\max}$. При этом выполняется условие $|\overset{o}{x(t)}|_{\max} \leq \xi_{\max}$, где $|\overset{o}{x(t)}|_{\max}$ – максимальное по абсолютной величине значение, которое может принять в ходе проведения спектрального анализа наблюдаемая реализация $\overset{o}{x(t)}$ СП $X(t)$.

В качестве оценки КФ будем использовать оценку следующего вида [7-9]:

$$\hat{R}_{XX}(\tau) = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^{T-\tau} z_1(t) z_2(t+\tau) dt. \quad (6)$$

Оценку СПМ (5) запишем следующим образом:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \int_0^T g(\tau, f) \hat{R}_{XX}(\tau) d\tau, \quad (7)$$

где

$$g(\tau, f) = w(\tau) \cos 2\pi f \tau. \quad (8)$$

Подставим оценку $\hat{R}_{XX}(\tau)$ (6) в выражение для $\hat{S}_{XX}(f)$ (7). Тогда будем иметь:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T g(\tau, f) \int_0^{T-\tau} z_1(t) z_2(t+\tau) dt d\tau. \quad (9)$$

В (9) изменим порядок интегрирования по переменным t и τ :

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2 \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(t) \int_0^{T-t} g(\tau, f) z_2(t+\tau) d\tau dt. \quad (10)$$

Дальнейшая задача оценивания СПМ сводится к практической реализации операций интегрирования. Отметим, что выполнение этих операций во многом будет определять вычислительную эффективность цифрового алгоритма оценивания СПМ [10-12].

Результат знакового аналого-стохастического квантования можно рассматривать как непрерывную во времени функцию, ограниченную по уровню двумя ее возможными значениями «-1» и «+1», которые последовательно сменяют друг друга. Поэтому динамику изменения знаковых сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$ на интервале времени их формирования $0 \leq t \leq T$ можно однозначно описать с помощью значений $z_1(t_0)$ и $z_2(t_0)$, соответствующих начальному моменту времени квантования $t_0 = 0$, и множеств отсчетов моментов времени $\{t_i^{z_1}\}$ и $\{t_j^{z_2}\}$, в которые каждый из них меняет свое значение на противоположное, где $1 \leq i \leq I$ и $1 \leq j \leq J$. При этом $t_0^{z_1} = t_0^{z_2} = t_0 = 0$, $t_I^{z_1} = t_J^{z_2} = T$ [6].

Принимая во внимание, что знаковый сигнал $z_1(t)$ остается постоянным в пределах интервалов времени $t_i^{\tau_1} \leq t \leq t_{i+1}^{\tau_1}$ и при этом принимает значения только «-1» или «+1», внешний интеграл по переменной t в (10) можно представить в виде суммы интегралов:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \int_{t_i^{\tau_1}}^{t_{i+1}^{\tau_1}} \int_t^T z_2(\tau) g(\tau - t, f) d\tau dt. \quad (11)$$

Вновь изменим порядок интегрирования по переменным τ и t . В этом случае (11) примет вид:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left(\int_{t_i^{\tau_1}}^{t_{i+1}^{\tau_1}} z_2(\tau) \int_{t_i^{\tau_1}}^{\tau} g(\tau - t, f) dt d\tau + \int_{t_{i+1}^{\tau_1}}^T z_2(\tau) \int_{t_i^{\tau_1}}^{\tau} g(\tau - t, f) dt d\tau \right). \quad (12)$$

Пусть существует такая непрерывная функция $Q(t, f)$, для которой в пределах интервала изменения ее вещественной переменной t от нуля до T выполняется условие дифференцируемости (т.е. она имеет производную в любой точке этого интервала по переменной t), и при этом выполняется равенство:

$$dQ(t, f) = g(t, f) dt.$$

В этом случае интегралы по переменной t в (12) могут быть вычислены аналитически. После их вычисления будем иметь:

$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \lambda_i \times \int_{t_i^{\tau_1}}^T z_2(\tau) Q(\tau - t_i^{\tau_1}, f) d\tau - 2Q(0, f) \hat{R}_{XX}(0), \quad (13)$$

где

$$\lambda_i = \begin{cases} 1, & i = 0 \text{ и } i = I; \\ 2, & 1 \leq i \leq I-1. \end{cases}$$

В (13) $\hat{R}_{XX}(0)$ – оценка КФ для $\tau = 0$, которая определяется следующим образом [7]:

$$\hat{R}_{XX}(0) = \xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \int_{t_i^{\tau_1}}^{t_{i+1}^{\tau_1}} z_2(\tau) d\tau = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(\tau) z_2(\tau) d\tau \quad (14)$$

Введем обозначение:

$$W_i(t_i^{\tau_1}, f) = \int_{t_i^{\tau_1}}^T z_2(\tau) Q(\tau - t_i^{\tau_1}, f) d\tau. \quad (15)$$

Тогда (13) можно записать в более компактном виде:

$$\hat{S}_{XX}(f) = \quad (16)$$

$$2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^I (-1)^i \lambda_i W_i(t_i^{\tau_1}, f) - 2Q(0, f) \hat{R}_{XX}(0).$$

Фактически разработка алгоритма оценивания СПМ свелась к разработке алгоритма вычисления величин $W_i(t_i^{\tau_1}, f)$ в пределах интервалов времени $t_i^{\tau_1} \leq t \leq T$.

Пусть для знакового сигнала $z_2(t)$ границам такого интервала соответствуют моменты времени $t_{m(i)}^{\tau_2} = t_i^{\tau_1}$ и

$t_{m(i)+r(i)+1}^{\tau_2} = T$, где $m(i)$ и $r(i)$ являются целыми числами и обозначены именно так, чтобы показать их зависимость от номера текущего интервала. В соответствии с этими обозначениями будем иметь множество отсчетов времени $\{t_{m(i)+1}^{\tau_2}, t_{m(i)+2}^{\tau_2}, \dots, t_{m(i)+r(i)}^{\tau_2}\} \in \{t_j^{\tau_2}\}$, которые определяют те моменты времени, в которые знаковый сигнал $z_2(t)$ в пределах интервала времени $t_i^{\tau_1} \leq t \leq T$ последовательно пересекает нулевой уровень. С учетом этого множества, а также вследствие того, что знаковый сигнал $z_2(t)$ принимает значения равные только «-1» или «+1», интеграл в (15) представим в виде суммы интегралов:

$$W_i(t_i^{\tau_1}, f) = z_2(t_i^{\tau_1}) \sum_{j=m(i)}^{m(i)+r(i)} (-1)^{j-m(i)} \int_{t_j^{\tau_2}-t_i^{\tau_1}}^{t_{j+1}^{\tau_2}-t_i^{\tau_1}} Q(\tau, f) d\tau. \quad (17)$$

Пусть существует такая функция $G(\tau, f)$, для которой в пределах интервала времени $0 \leq t \leq T$ выполняется условие дифференцируемости, и при этом справедливо равенство:

$$dG(\tau, f) = Q(\tau, f) d\tau.$$

Тогда интегралы в (17) могут быть вычислены аналитически. Вследствие этого будем иметь:

$$W_i(t_i^{\tau_1}, f) = z_2(t_i^{\tau_1}) \sum_{j=m(i)}^{m(i)+r(i)+1} (-1)^{j-m(i)+1} \gamma_j G(t_{j_i}, f), \quad (18)$$

где

$$t_{j_i} = t_j^{\tau_2} - t_i^{\tau_1},$$

$$\gamma_j = \begin{cases} 1, & j = m(i) \text{ и } j = m(i) + r(i) + 1 = J; \\ 2, & m(i) + 1 \leq j \leq m(i) + r(i). \end{cases}$$

С учетом (18) получаем:

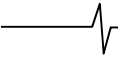
$$\hat{S}_{XX}(f) = 2\xi_{\max}^2 T^{-1} z_1(t_0) \sum_{i=0}^I (-1)^i \lambda_i z_2(t_i^{\tau_1}) \times \sum_{j=m(i)}^J (-1)^{j-m(i)+1} \gamma_j G(t_{j_i}, f) - 2Q(0, f) \hat{R}_{XX}(0). \quad (19)$$

Для того чтобы иметь возможность использовать соотношение (19) на практике, перейдем к числовому представлению дискретных отсчетов времени $\{t_i^{\tau_1}\}$ и $\{t_j^{\tau_2}\}$.

Это можно сделать, используя классический подход к цифровому представлению интервалов времени с заданной точностью. Согласно этому подходу будем иметь:

$$t_i^{\tau_1} = \eta_i^{\tau_1} \Delta t \text{ и } t_j^{\tau_2} = \eta_j^{\tau_2} \Delta t,$$

где Δt – период следования счетных импульсов.



Значение Δt выбирается исходя из априорных сведений о динамических и частотных характеристиках исследуемого СП. В частности должно выполняться условие $\Delta t < kf_{\max}^{-1}$, где f_{\max}^{-1} – верхняя граничная частота в спектре СП и $k \geq 2$.

В результате получаем два множества целых чисел $\{\eta_i^{\bar{z}_1}\}$ и $\{\eta_j^{\bar{z}_2}\}$, где $1 \leq i \leq I-1$ и $1 \leq j \leq J-1$. При этом $\eta_0 = \eta_0^{\bar{z}_1} = \eta_0^{\bar{z}_2} = 0$. Продолжительность времени анализа определяется, как $T = N\Delta t$. Поэтому $\eta_i^{\bar{z}_1} = \eta_j^{\bar{z}_2} = N$.

Оценку $\hat{S}_{XX}(f)$ будем вычислять на частотах $f_n = n\Delta f$, где $\Delta f = T^{-1}$ – предельное разрешение по частоте. Тогда с учетом того, что $t_{ji} = (\eta_j^{\bar{z}_2} - \eta_i^{\bar{z}_1})\Delta t = \eta_{ji}\Delta t$, (19) примет вид:

$$\hat{S}_{XX}(f_n) = 2\xi_{\max}^2 \Delta f z_1(\eta_0) \sum_{i=0}^I (-1)^i \lambda_i z_2(\eta_i^{\bar{z}_1}) \times \quad (20)$$

$$\times \sum_{j=m(i)}^J (-1)^{j-m(i)+1} \gamma_j G(\eta_{ji}, f_n) - 2Q(0, f_n) \hat{R}_{XX}(0).$$

Соотношение (20) представляет собой цифровой алгоритм для вычисления оценок СПМ на дискретных частотах $f_n = n\Delta f$. Согласно этому алгоритму необходимо иметь оценку КФ $\hat{R}_{XX}(0)$, которая по существу представляет собой оценку дисперсии исследуемого СП. Эту оценку можно достаточно просто вычислить по отсчетам $\{\eta_i^{\bar{z}_1}\}$ и $\{\eta_j^{\bar{z}_2}\}$ с использованием цифрового алгоритма, разработанного в [7].

Для примера рассмотрим некоторые из наиболее известных оконных функций $w(\tau)$, которые используются при оценивании СПМ [13,14]. Для каждого из них приведем функции $Q(\tau, f)$ и $G(\tau, f)$, а также значение $Q(0, f_n)$ и соотношение для вычисления $G(\eta_{ji}, f_n)$.

1) Естественное окно:

$$w(\tau) = \begin{cases} 1, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = \frac{\sin 2\pi f \tau}{2\pi f} \quad \text{и} \quad Q(0, f_n) = 0.$$

$$G(\tau, f) = -\frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} \quad \text{и}$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -\Delta t^2 \left(\frac{N}{2\pi n}\right)^2 \cos \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji}.$$

2) Окно Бартлетта (треугольное окно):

$$w(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T}, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \frac{\sin 2\pi f \tau}{2\pi f} - \frac{1}{T} \frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} \quad \text{и}$$

$$Q(0, f_n) = -\frac{N\Delta t}{(2\pi n)^2}.$$

$$G(\tau, f) = -\left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} - \frac{2}{T} \frac{\sin 2\pi f \tau}{(2\pi f)^3}.$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -\Delta t^2 \left(\frac{N}{2\pi n}\right)^2 \left(\left(1 - \frac{\eta_{ji}}{N}\right) \cos \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji} - \frac{1}{\pi n} \sin \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji} \right).$$

3) Косинусное окно:

$$w(\tau) = \begin{cases} \cos \frac{\pi \tau}{2T}, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} (4f - \Delta f) \tau}{(4f - \Delta f)} + \frac{\sin \frac{\pi}{2} (4f + \Delta f) \tau}{(4f + \Delta f)} \right) \quad \text{и}$$

$$Q(0, f_n) = 0.$$

$$G(\tau, f) = -\frac{2}{\pi^2} \left(\frac{\cos \frac{\pi}{2} (4f - \Delta f) \tau}{(4f - \Delta f)^2} + \frac{\cos \frac{\pi}{2} (4f + \Delta f) \tau}{(4f + \Delta f)^2} \right).$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -2\Delta t^2 \left(\frac{N}{\pi}\right)^2 \left(\frac{\cos \frac{\pi}{2N} (4n-1)\eta_{ji}}{(4n-1)^2} + \frac{\cos \frac{\pi}{2N} (4n+1)\eta_{ji}}{(4n+1)^2} \right).$$

4) Окна Хана, Хэмминга, Блэкмана и Наттолла. Они представляют собой частные случаи временной функции (значения параметров см. табл. 1):

$$w(\tau) = \begin{cases} a_0 + \sum_{k=1}^K a_k \cos \frac{k\pi \tau}{T}, & |\tau| \leq T; \\ 0, & |\tau| > T. \end{cases}$$

$$Q(\tau, f) = a_0 \frac{\sin 2\pi f \tau}{2\pi f} + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^K a_k \left(\frac{\sin \pi (2f - k\Delta f) \tau}{(2f - k\Delta f)} + \frac{\sin \pi (2f + k\Delta f) \tau}{(2f + k\Delta f)} \right) \quad \text{и}$$

$$Q(0, f_n) = 0.$$

$$G(\tau, f) = -a_0 \frac{\cos 2\pi f \tau}{(2\pi f)^2} - \frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^K a_k \left(\frac{\cos \pi (2f - k\Delta f) \tau}{(2f - k\Delta f)^2} + \frac{\cos \pi (2f + k\Delta f) \tau}{(2f + k\Delta f)^2} \right).$$

$$G(\eta_{ji}, f_n) = -\frac{\Delta t^2}{2} \left(\frac{N}{\pi}\right)^2 \left(a_0 \frac{\cos \frac{2\pi n}{N} \eta_{ji}}{2n^2} + \sum_{k=1}^K a_k \left(\frac{\cos \frac{\pi}{N} (2n-k)\eta_{ji}}{(2n-k)^2} + \frac{\cos \frac{\pi}{N} (2n+k)\eta_{ji}}{(2n+k)^2} \right) \right).$$

Отметим, что для естественного окна, косинусного окна, а также окон Хана, Хэмминга, Блэкмана и Наттолла $Q(0, f_n) = 0$. Следовательно, $2Q(0, f_n) \hat{R}_{XX}(0) = 0$, что приводит к упрощению алгоритма (20).

Таблица 1. Параметры окон Хана, Хэмминга, Блэкмана и Наттолла

Название окна	K	a_0	a_1	a_2	a_3
Хана	1	0,5	0,5	–	–
Хэммига	1	0,54	0,46	–	–
Блэкмана	2	0,42	0,5	0,08	–
Наттолла	3	0,3635819	0,4891775	0,1365995	0,0106411

Эксперимент

Экспериментальные исследования по оценке СПМ проводились с помощью специально разработанного программного обеспечения, реализующего процедуры по обработке измерительной информации согласно алгоритму (20). Для имитации процедуры знакового аналого-стохастического квантования был дополнительно разработан программный модуль. В качестве модели центрированной реализации СП использовалась сумма независимых в статистическом смысле гармонических составляющих в аддитивном шуме $e(t)$:

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k^H \cos(2\pi f_k^H t + \varphi_k) + e(t),$$

где f_k^H – нормированные частоты, A_k^H – нормированные амплитуды, φ_k – начальные фазы.

Нормированные частоты f_k^H задавались в пределах от нуля до 0,5. Они интерпретировались как отношение $f_k^H = f_k / 2F_{\max}$, где частота F_{\max} рассматривалась как верхняя граничная частота диапазона оценивания СПМ. Использование понятия нормированных частот обеспечило постоянство частотного диапазона представления результатов оценивания СПМ для моделей СП, имеющих в априори различные частотные диапазоны. Амплитуды A_k^H также интерпретировались как нормированные и задавались в пределах от нуля до единицы. Начальные фазы φ_k задавались из интервала $-\pi \leq \varphi_k \leq \pi$ с помощью генератора равномерно распределенных величин. Аддитивный шум $e(t)$ представлял собой белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_e^2 .

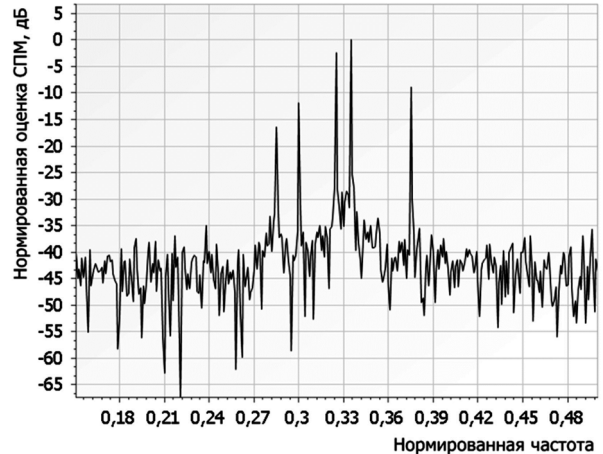
В частности, модель $x(t)$ содержала пять гармонических составляющих, значения параметров которых приведены в табл. 2. Дисперсия шума $e(t)$ была равной $\sigma_e^2 = 0,25$.

Таблица 2. Параметры модели реализации $x(t)$

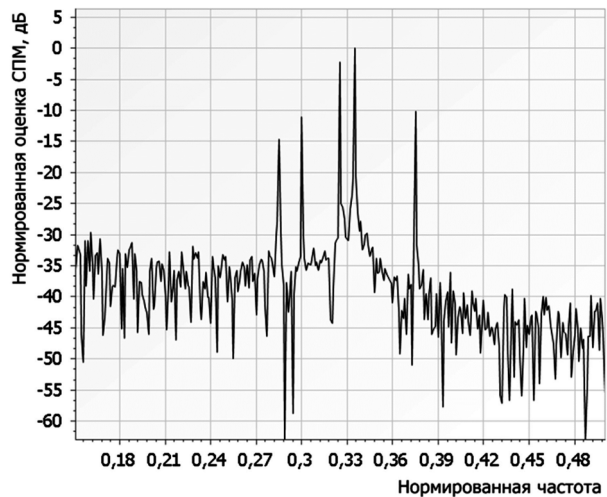
Номер гармонической составляющей, k	A_k^H	f_k^H	A_k^2 / A_{\max}^2 , дБ
1	0,15	0,285	-16,478
2	0,25	0,3	-12,042
3	0,75	0,325	-2,499
4	1,0	0,335	0
5	0,35	0,375	-9,119

Для примера ниже на рис. 1 представлены нормированные оценки СПМ, полученные для естественного окна, а также окон Хана, Хэмминга, Блэкмана.

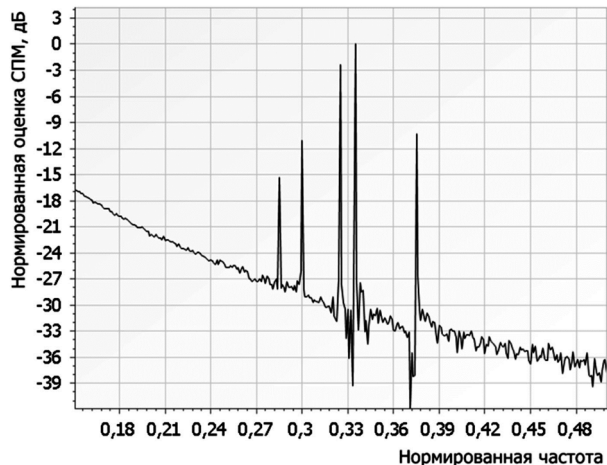
Хорошо видно, что на всех графиках имеется устойчивая идентификация всех пяти гармонических составляющих. При этом их положение в спектре соответствует исходным значениям. Ложных спектральных линий не наблюдается, также не наблюдается их расщепление. Каждая спектральная линия четко различима, и сильные гармонические составляющие не маскируют слабые.



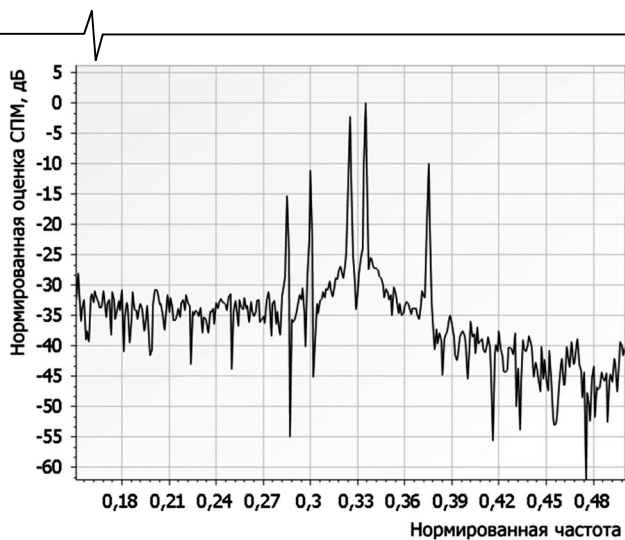
а) естественное окно



б) окно Ханна



в) окно Хэмминга



г) окно Блэкмана

Рис. 1. Нормированные оценки СПМ

Заключение

Подводя общий итог, отметим, что благодаря использованию знакового аналого-стохастического квантования операции интегрирования в ходе разработки цифрового алгоритма оценивания СПМ вычислены аналитически. Данное обстоятельство исключает методическую погрешность, вызванную выполнением этих операций в цифровом виде. При практической реализации разработанного алгоритма нет необходимости формировать и осуществлять обработку многоуровневых отсчетов исследуемого СП с выполнением операций умножения характерных для классического цифрового оценивания СПМ. В результате аналитического вычисления операций интегрирования операции умножения фактически вырождаются в процедуры, которые в своей основе требуют выполнения логических операций и простых арифметических операций суммирования и вычитания значений функции $G(\eta_{ji}, f_n)$ для целочисленных отсчетов времени $\{\eta_i^{z_1}\}$ и $\{\eta_j^{z_2}\}$, что значительно снижает трудоемкость оценивания СПМ.

Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
2. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотех-

ника. Справочное пособие. – М.: Горячая линия-Телеком, 2005 – 704 с.

3. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

4. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. – Т.1. – М.: Мир. 1983 – 312 с.

5. Мирский Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с.

6. Якимов В.Н. Обобщенная математическая модель двухуровневого знакового преобразования // Техника машиностроения. – 2000. – № 4. – С. 72–74.

7. Якимов В.Н. Цифровой корреляционный анализ на основе интервального представления результата знакового преобразования случайных процессов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2001. – № 11. – С. 61–66.

8. Якимов В.Н. Структурное проектирование цифровых коррелометров для оперативного корреляционного анализа на основе знакового аналого-стохастического квантования // Измерительная техника. – 2007. – №4. – С. 6-11.

9. Yakimov V.N. The structural design of digital correlometers for operational correlation analysis based on sign-function analog-stochastic quantization // Measurement Techniques. – Publisher: Springer New York. 2007. Vol. 50, No. 4. Pp. 356-363.

10. Якимов В.Н. Цифровой спектральный анализ на основе знакового двухуровневого преобразования непрерывных случайных процессов и асимптотически несмещенной оценки корреляционной функции // Измерительная техника. – 2005. – № 12. – С. 18-23.

11. Yakimov V.N. Digital spectral analysis based on sign two-level transformation of continuous random processes and asymptotically unbiased estimation of the correlation function // Measurement Techniques. – Publisher: Springer New York. 2005. Vol. 48, No 12. Pp. 1171-1178.

12. Yakimov V.N. Digital spectral analysis based on signed two-level quantization of continuous random processes // In Proceedings of the 13th International Metrology Congress (On CD-ROM); 18-21 June 2007, Lille (France).

13. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. – М.: Техносфера, – 2014. – 112 с.

14. Prabhu K. M. M. Window Functions and Their Applications in Signal Processing. – CRC Press, Taylor & Francis Group, 2014. – XXII, 382 p.

Уважаемые коллеги!

Для тех, кто не успел оформить подписку на первое полугодие 2017 года через ОАО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: г. Москва, ул. Авиамоторная, дом 8, Научный Центр МТУСИ, ком. 612. Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, метро «Авиамоторная», или оформить Заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: www.dsra.ru.

Справки по телефонам:

(8-495) 362-42-75; (+7 903) 221-79-79 (Алексеева Любовь Ильинична).

E-mail: rntores@mail.ru