

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СПЕКТРА СВЯЗАННОСТИ ЦИКЛОВ В ГРАФЕ ТАННЕРА НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ВЫИГРЫШ КОДИРОВАНИЯ ИЗВЕСТНЫХ LDPC КОДОВ

*Овинников А.А., н.с. кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: ovinnikov.a.a@tor.rsreu.ru.*

### ACE SPECTRUM INFLUENCE ON CHANNEL CODING GAIN OF KNOWN LDPC CODES

*Ovinnikov A.A.*

*The construction of finite-length irregular LDPC codes with low error floors is currently an attractive research problem. In particular, for the binary erasure channel (BEC), the problem is to find the elements of selected irregular LDPC code ensembles with the size of their minimum stopping set being maximized. Due to the lack of analytical solutions to this problem, a simple but powerful heuristic design algorithm, the approximate cycle extrinsic message degree (ACE) constrained design algorithm, has recently been proposed. Building upon the ACE metric associated with a cycle in a code graph, we use the ACE spectrum of LDPC codes as a useful tool for evaluation of codes from selected irregular LDPC code ensembles. We justify the ACE spectrum approach through examples and simulation results.*

**Key words:** LDPC, approximate cycle extrinsic, heuristic design algorithm, girth.

**Ключевые слова:** помехоустойчивое кодирование, итеративное декодирование, низкоплотностные коды, граф Таннера, обхват графа, связанность циклов графа, энергетический выигрыш от кодирования (ЭВК).

#### Введение

В связи с постоянным увеличением скорости передаваемой информации и, как следствие, ростом ёмкостей для её хранения повышаются требования к информационной достоверности. Увеличение этого показателя возможно при внедрении эффективных алгоритмов помехоустойчивого кодирования и декодирования, среди которых следует особенно отметить наиболее перспективные с точки зрения практической реализации турбо и LDPC коды. Широкое распространение в стандартах беспроводной связи [1] и передачи данных получил подкласс низкоплотностных кодов – двоичные квазициклические коды с малой плотностью проверок на чётность (QC-LDPC). Их основное преимущество заключается в возможности компактного хранения проверочных матриц, возможности реализации быстрых алгоритмов кодирования и параллельного вероятностного декодирования. Однако, как и для любых других итеративно-декодируемых кодов, открытым остаётся вопрос повышения энергетического выигрыша от кодирования в области малых шумов. Один из способов решения этой проблемы лежит в плоскости исследования свойств циклов и их взаимосвязей в графах Таннера низкоплотностных кодов. Этому вопросу и посвящена настоящая работа.

#### Теоретические аспекты

Информация, передаваемая от одних узлов графа Таннера к другим в процессе вероятностного декодирования, неизбежно попадает в замкнутые структуры с

*Рассматривается исследовательская задача оценки ряда параметров, присущих графам Таннера нерегулярных кодов с низкой плотностью проверок на чётность, для определения степени их влияния на энергетический выигрыш от кодирования. Эффективность кодов оценивается с помощью имитационного моделирования по методу Монте Карло в канале с белым шумом и итеративным вероятностным декодером, работающим по алгоритму «распространение доверия».*

наиболее простой конфигурацией в виде циклов. Известные по ряду работ [2-5] более сложные образования – множества «остановок» и «ловушек» фактически состоят из конечного числа связанных друг другом циклов различной длины. Для каналов со стираниями энергетический выигрыш от кодирования полностью определяется размером наименьшего множества «остановок» [4]. Для других каналов связи такая зависимость не столь очевидна и до настоящего времени однозначно не построена полная антология всех подграфов в структуре графа Таннера, которые негативно влияют на эффективность итеративных декодеров. С другой стороны интуитивно понятно, что уменьшение количества объектов, относящихся к множествам «ловушек» и «остановок», должно приводить к увеличению достоверности информации при переходе от одной итерации декодирования к другой. Однако, конфигурация рассматриваемых структур в графе Таннера, влияющих на ЭВК может значительно отличаться для двух разных кодов. В силу этого большой интерес представляет поиск и верификация критерия оценки меры внутренней связи циклов в графе Таннера без необходимости определения всех имеющихся конфигураций множеств «ловушек» и «остановок» с оценкой степени их влияния.

Рассмотрим несколько различных множеств символьных вершин в графе Таннера, содержащих в своём составе циклы. Пусть  $C_d$  – множество, состоящее из  $d$

символьных вершин, таких, что оно содержит в своём составе минимум один цикл. Максимальная длина цикла в  $C_d$  при этом ограничена и равна  $2d$ . Если в дополнении к вышесказанному добавить условие, что каждая из вершин в составе  $C_d$  связана с остальными как минимум дважды, то из  $C_d$  получается множество «остановки»  $S_d$ . Пусть цикл длиной  $g \leq 2d$  содержит в своём составе вершины из  $C_d$ , тогда связанность  $g$  с остальными вершинами определяется как:

$$\eta = \sum_i (d_i - 2), \quad i = 1, 2, \dots, g/2, \quad (1)$$

где  $d_i$  – вес  $i$ -й вершины графа Таннера. Метрика связанности  $\eta$  цикла с графом показывает общее количество ветвей, по которым может транслироваться информация, не подверженная влиянию цикла. Для регулярных LDPC кодов параметр  $\eta$  является постоянным для групп циклов одной длины и равен:

$$\eta_r = \frac{g}{2} (d_s - 2). \quad (2)$$

Таким образом, оценка влияния метрики связанности на эффективность декодирования регулярных кодов затруднительна, т.к. она является постоянной величиной для заданного графа Таннера. В тоже время использование параметра  $\eta$  может оказаться продуктивным при определении энергетической характеристики нерегулярных кодов. Проанализируем причины появления эффекта насыщения вероятности ошибки декодирования для заданного графа Таннера. Для этого воспользуемся распределением минимального значения метрик связанности – спектром  $S(\eta)$ , для циклов длиной от обхвата  $g_{min}=g_0$  до некоторого максимального значения  $g_{max}$ . Таким образом, исследование ЭВК при вероятностном декодировании будет заключаться в оценке спектра метрик связанности и определении его корреляции с наличием эффекта насыщения, появление которого фиксируется по результатам моделирования в канале с АБГШ по методу Монте Карло. Для нахождения значения  $\eta$  требуется идентифицировать все циклы, имеющиеся в проверочной матрице вплоть до определённой длины. Поэтому первоначально требуется выбрать наиболее подходящий алгоритм поиска и нумерации замкнутых структур в двудольных разреженных графах.

#### Алгоритм идентификации коротких циклов в двудольных графах

Известно, что реализация алгоритмов подсчёта циклов в произвольных графах представляет значительную сложность [6]. Однако, разреженность структуры проверочной матрицы позволяет снизить вычислительные затраты традиционных алгоритмов [7] подсчёта циклов. В силу того, что наибольшее влияние на ЭВК оказывают короткие циклы, то целесообразно использовать алгоритмы, способные за ограниченное время оценивать длину циклов с длиной вплоть до  $2g_0$ . В литературе представлен ряд алгоритмов, способных оценивать длину цикла [8], однако большинство из них либо имеют ограничение на максимальную длину цикла ( $g_{max}$ ) с привязкой к размеру обхвата, причём  $g_{max} < 2g_0$  либо требу-

ют значительных затрат памяти, которые как минимум линейно растут с длиной кода. С учётом рассмотренных выше ограничений для оценки метрик связанности используется алгоритм «цепей» для идентификации всех циклов в графе Таннера вплоть до  $2g_0$  включительно.

Суть алгоритма цепей заключается в последовательном построении дерева цепей из каждой символьной вершины  $V$  на глубину  $k$ , наиболее актуально для  $k \leq 2g_0$ , с последующим поиском всех циклов, проходящих через анализируемую вершину. Путём поиска в ширину из заданной вершины  $V$  строится дерево цепей высоты  $k/2 - 1$ , так что вершины дерева, образующие уровень  $l$  (нумерация – с нуля), соответствуют всевозможным цепям длиной  $l$  с началом  $V$  в исходном графе. Далее находятся все пары листьев построенного дерева, для каждой из которых соответствующие цепи образуют цикл при соединении их концов с какой-либо общей смежной вершиной  $V$ . Необходимо проверить, чтобы обе цепи не «пересекались», а также не проходили через вершину  $V$ . В [8] предписывается перебирать только пары листьев из разных поддеревьев с корнями, составляющими первый уровень дерева. В противном случае цепи заведомо «пересекаются».

Дерево цепей высоты  $k/2 - 1$  позволяет найти не только циклы длиной  $k$ , но и более короткие циклы. Для поиска циклов длиной  $l < k$  можно воспользоваться уровнем  $l=2$  (вместо  $l/2 - 1$ ) и рассматривать пары вершин этого уровня, соответствующих цепям с общим концом. С целью унификации процедуры поиска циклов различной длины дерево цепей удобно строить до высоты  $k/2$ .

Подсчёт всех циклов длиной не более  $k$  осуществляется путём запуска указанной процедуры для каждой вершины одной доли графа. Здесь также применим общий оптимизационный приём: не рассматривать вершину после того как найдены все циклы, проходящие через неё.

Таким образом, используя алгоритм «цепей» для идентификации циклов длиной вплоть до  $2g_0$ , можно подготовить исходные данные для алгоритма определения спектра  $S(\eta)$  циклов в графе Таннера.

#### Исследования влияния спектра связанности циклов на ЭВК известных LDPC кодов

Исследование эффективности метрик связанности циклов для быстрой оценки наличия порога проводилось на псевдослучайных кодах [9, 10] и трёх ансамблях из стандартов [11, 12]. Параметры исследуемых кодов представлены табл. 1 во второй колонке. Аббревиатуры кодов, полученных на базе известных алгоритмов синтеза, имеют следующую расшифровку – Мак [9] (псевдослучайные коды Маккая) и PEG [10] (алгоритм последовательно расширения графа с максимизацией минимального локального цикла). К кодам из стандартов относятся: RAVIS – нерегулярные LDPC коды наименьшей длины из спецификации [12], Wi1 – коды, используемые на физическом уровне стандарта беспроводного широкополосного доступа WiMAX [11] и, наконец, Wi2 – помехоустойчивые коды из спецификации для беспроводных локальных вычислительных сетей 802.11n/ac [11]. В качестве алгоритма обнаружения и исправления ошибок использовался итеративный вероятностный декодер

ИВР с мягким входом и выходом [1] и максимальным количеством итераций равным 20. Сигнал на выходе кодера модулировался низкочастотной двоичной фазовой модуляцией и поступал в канал с двоичным входом и непрерывным выходом с АБГШ. При расчёте вероятностей ошибки на бит для получения достоверных оценок накапливалось не менее 1000 ошибок для построения каждой точки. Графические зависимости вероятность битовой ошибки от отношения сигнал шум представлены на рис. 1-5. Для определения эффективности ис-

пользования спектра метрик для каждого в отдельности взятого кода с помощью алгоритма «цепей» были идентифицированы циклы с длинами от  $g_0$  до  $g_0+6$  и составлена соответствующая табл. 2. На основании этих данных был выполнен расчёт метрик связности по каждой пронумерованной замкнутой структуре графа. В работе определено количество циклов ( $n(\cdot)$ ) с длинами вплоть до  $2g_0+2$ . Также были определены минимальные значения метрик связности  $S(\eta_i)$  для всех идентифицированных циклов.

Таблица 1. Параметры исследуемых LDPC кодов

$N$	Сокращение	$R$	$g_0$	$\lambda(x)$
1066	Mak	1/2	6	$0,206 \cdot x^7 + 0,293 \cdot x^2 + 0,5 \cdot x + 0,001$
	PEG			
	RAVIS			
1312	Mak	1/2	6	$0,206 \cdot x^7 + 0,29 \cdot x^2 + 0,5023 \cdot x + 0,0007$
	PEG			
	RAVIS			
1056	Mak	1/2	8	$0,2083 \cdot x^5 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
	PEG		6	
	Wi1		6	
1248	Mak	1/2	6	$0,2083 \cdot x^5 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
	PEG		8	
	Wi1		6	
1344	Mak	1/2	6	$0,2083 \cdot x^5 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
	PEG		8	
	Wi1		6	
648	Mak	1/2	4	$0,125 \cdot x^{11} + 0,4167 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3		$0,125 \cdot x^7 + 0,0417 \cdot x^5 + 0,2083 \cdot x^3 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4		$0,2083 \cdot x^5 + 0,25 \cdot x^3 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6		$0,7917 \cdot x^3 + 0,0833 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
	PEG	1/2	6	$0,125 \cdot x^{11} + 0,4167 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3		$0,125 \cdot x^7 + 0,0417 \cdot x^5 + 0,2083 \cdot x^3 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4		$0,2083 \cdot x^5 + 0,25 \cdot x^3 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6		$0,7917 \cdot x^3 + 0,0833 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
	Wi2	1/2	4	$0,125 \cdot x^{11} + 0,4167 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3		$0,125 \cdot x^7 + 0,0417 \cdot x^5 + 0,2083 \cdot x^3 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4		$0,2083 \cdot x^5 + 0,25 \cdot x^3 + 0,3333 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6		$0,7917 \cdot x^3 + 0,0833 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
1296	Mak	1/2	6	$0,125 \cdot x^{10} + 0,0417 \cdot x^3 + 0,375 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3		$0,125 \cdot x^7 + 0,0833 \cdot x^6 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4		$0,2917 \cdot x^3 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6		$0,6667 \cdot x^3 + 0,2083 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
	PEG	1/2	6	$0,125 \cdot x^{10} + 0,0417 \cdot x^3 + 0,375 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3		$0,125 \cdot x^7 + 0,0833 \cdot x^6 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4		$0,2917 \cdot x^3 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6		$0,6667 \cdot x^3 + 0,2083 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
	Wi2	1/2	6	$0,125 \cdot x^{10} + 0,0417 \cdot x^3 + 0,375 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3	4	$0,125 \cdot x^7 + 0,0833 \cdot x^6 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4	6	$0,2917 \cdot x^3 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6	6	$0,6667 \cdot x^3 + 0,2083 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
1944	Mak	1/2	6	$0,125 \cdot x^{10} + 0,0417 \cdot x^3 + 0,375 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3		$0,1667 \cdot x^7 + 0,0417 \cdot x^6 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4		$0,25 \cdot x^3 + 0,5417 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6		$0,4167 \cdot x^3 + 0,4583 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
	PEG	1/2	6	$0,125 \cdot x^{10} + 0,0417 \cdot x^3 + 0,375 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3		$0,1667 \cdot x^7 + 0,0417 \cdot x^6 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4		$0,25 \cdot x^3 + 0,5417 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6		$0,4167 \cdot x^3 + 0,4583 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$
	Wi2	1/2	6	$0,125 \cdot x^{10} + 0,0417 \cdot x^3 + 0,375 \cdot x^2 + 0,4583 \cdot x$
		2/3	4	$0,1667 \cdot x^7 + 0,0417 \cdot x^6 + 0,5 \cdot x^2 + 0,2917 \cdot x$
		3/4	6	$0,25 \cdot x^3 + 0,5417 \cdot x^2 + 0,2083 \cdot x$
		5/6	6	$0,4167 \cdot x^3 + 0,4583 \cdot x^2 + 0,125 \cdot x$

Таблица 2. Оценка количества циклов и их метрик связанности в исследуемых графах Таннера

N	Сокр.	R	$n(g_0)$	$n(g_0+2)$	$n(g_0+4)$	$n(g_0+6)$	$S(\eta_0)$	$S(\eta_1)$	$S(\eta_2)$	$S(\eta_3)$
1066	Mak	1/2	2577	45712	895095	18151786	0	0	0	0
	PEG		383	38787	656038	12377406	7	6	6	2
	RAVIS		3047	58188	1208187	25906904	1	1	1	1
1312	Mak		2486	45268	881218	17839027	0	0	0	0
	PEG		96	37908	643199	12079373	7	6	6	6
	RAVIS		2972	55693	1143747	24338489	1	1	1	1
1056	Mak		663	7099	91191	1168366	1	0	1	0
	PEG		5042	74607	868060	10795584	1	1	1	0
	Wi1		440	6886	75758	967230	8	5	5	2
1248	Mak		631	7436	90667	1171857	1	0	0	0
	PEG		4016	75351	861152	10624572	1	1	1	1
	Wi1		312	7644	75244	974818	8	5	5	3
1344	Mak	649	7347	92005	1186190	1	1	0	0	
	PEG	3523	76346	866175	10650354	1	0	1	1	
	Wi1	280	7476	75712	974568	8	5	5	2	
648	Mak	1/2	86	8661	227711	6517545	2	0	0	0
		2/3	28	10306	279512	8508927	3	0	0	1
		3/4	203	21525	778058	30183786	2	1	0	0
		5/6	2522	180478	12708504	-	1	0	1	-
	PEG	1/2	4038	130027	2971601	76809500	1	1	1	1
		2/3	7259	200451	5511750	-	1	1	1	-
		3/4	13780	430972	14561200	-	1	1	1	-
		5/6	36105	1509866	69638364	-	2	1	2	-
	Wi2	1/2	3942	123012	2760507	70568721	11	11	10	2
		2/3	8046	193023	5288679	-	3	2	2	-
		3/4	54	13662	433431	14510070	3	3	2	3
		5/6	32346	1574775	68153562	-	2	1	3	-
1296	Mak	1/2	4787	105988	2551778	-	0	1	0	-
		2/3	10390	295511	9223157	-	1	0	1	-
		3/4	17274	588316	21731924	-	0	1	0	-
		5/6	6	31339	1297670	58085184	3	0	1	1
	PEG	1/2	22	82419	1528348	34502257	27	0	1	1
		2/3	4253	256305	7025399	-	1	1	1	-
		3/4	13609	510308	17851513	-	1	1	1	-
		5/6	26607	1096676	47002182	-	1	1	1	-
	Wi2	1/2	2754	68229	1470906	33283602	10	10	3	2
		2/3	108	7830	237627	6885540	11	6	6	6
		3/4	14040	512433	17523054	-	3	2	3	-
		5/6	22842	1141830	46268496	-	2	1	3	-
1944	Mak	1/2	4613	101626	2426214	60052447	1	1	1	1
		2/3	10621	297956	9305797	-	0	0	0	-
		3/4	12472	384127	12824133	-	0	1	0	-
		5/6	16711	573719	21080924	-	0	1	0	-
	PEG	1/2	77959	1518877	34302934	-	1	1	1	-
		2/3	160	273336	7193269	-	6	1	1	-
		3/4	4124	379411	11427397	-	1	1	1	-
		5/6	12644	549913	19465562	-	1	0	1	-
	Wi2	1/2	3321	70551	1465371	33089445	10	10	4	3
		2/3	81	6399	251667	7072515	12	7	5	5
		3/4	9558	346923	11269044	-	3	2	2	-
		5/6	14418	563193	19125801	-	3	1	2	-

В соответствии с результатами, представленными в табл. 2, можно обратить внимание на то, что коды, обозначенные аббревиатурами Wi1 и Wi2, обладают относительно высоким средним уровнем спектра  $S(\eta_i)$ . Кроме этого на общем фоне выделяются некоторые коды, синтезированные по алгоритму PEG, обладающие аналогичной особенностью. Объяснение относительно высокого среднего уровня спектральных составляющих только для 2-х кодов PEG из всего ансамбля заключено

в самом алгоритме синтеза, согласно которому циклы короткой длины будут появляться по мере увеличения общего количества вершин. Поэтому если начинать построение графа с вершин с меньшим весом, то короткие циклы будут по большей части содержаться в наименее разреженной области проверочной матрицы. Это в свою очередь способствует увеличению среднего значения спектра  $S(\eta_i)$ .

Рассмотрим кривые энергетической эффективности

исследуемых кодов с низкой плотностью проверок на чётность в канале с АБГШ и сопоставим графические и табличные результаты. На каждом из графиков представлены зависимости вероятности битовой ошибки ( $p_b$ ) от отношения сигнал-шум для 3-х категорий кодов, обозначенных соответствующими аббревиатурами, значения которых описаны ранее. Целью сопоставления результатов декодирования и анализа кодовых конструкций является выявление корреляционных связей между значениями метрик связанности и уровнем порога насыщения битовой ошибки на кривых энергетической эффективности.

Анализируя полученные зависимости можно сделать ряд умозаключений, а именно:

1. Низкий уровень порога для рассмотренных ансамблей нерегулярных кодов наблюдается в том случае, когда минимальные значения метрик  $\eta_0, \eta_1, \eta_2$  оказываются менее трёх для скорости кодирования  $R = 0.5$ . При этом играет роль именно совокупное значение метрик для циклов разной длины. В частности для кода PEG с параметрами  $N = 1296, g_0 = 6, R = 0.5$  минимальное значение метрики связанности для цикла длиной с обхват графа равно 27, что является максимальной величиной для всех возможных кодов. Однако, это не приводит к существенному снижению эффекта дна согласно рис. 2, т.к. остальные отсчёты спектра  $S(\eta_i), i \neq 0$  принимают значения нуля либо единицы.

2. Увеличение обхвата графа не приводит к снижению уровня порога насыщения вероятности битовой ошибки, что характерно для кодов PEG с длинами  $N=1056, 1296$  и  $1344$ .

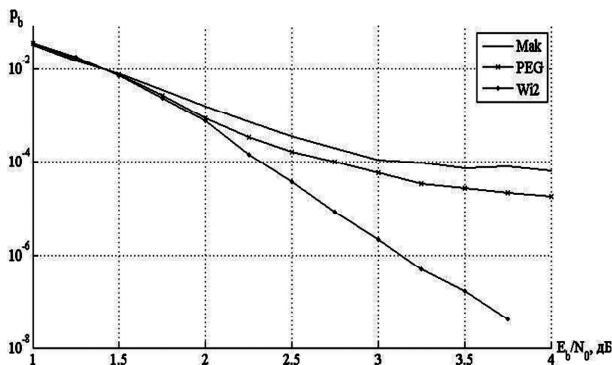


Рис. 1. Эффективность декодирования коротких ( $N = 648$  бит) LDPC кодов с различными способами синтеза проверочных матриц при  $R = 1/2$

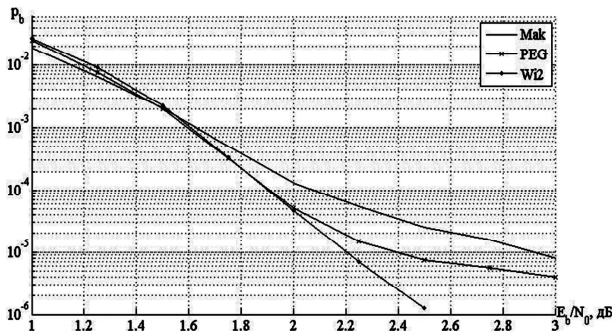


Рис. 2. Эффективность декодирования ( $N = 1296$  бит) LDPC кодов с различными способами синтеза проверочных матриц при  $R = 1/2$

3. Увеличение скорости спада характеристик  $p_b(E_b/N_0)$  в области относительно малых шумов достигается из-за двух факторов: увеличения значений метрик связанности для циклов разной длины, а также уменьшения общего количества коротких циклов в графе Таннера.

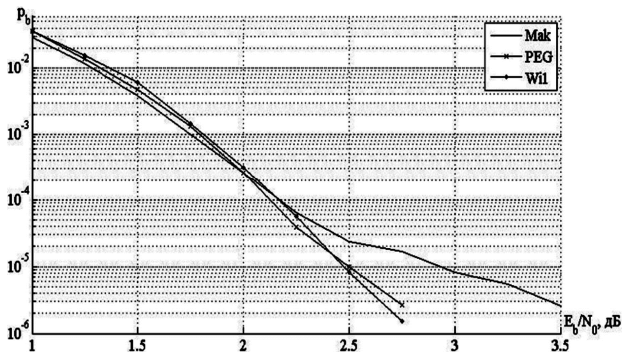


Рис. 3. Эффективность декодирования ( $N = 1056$  бит) LDPC кодов с различными способами синтеза проверочных матриц при  $R = 1/2$

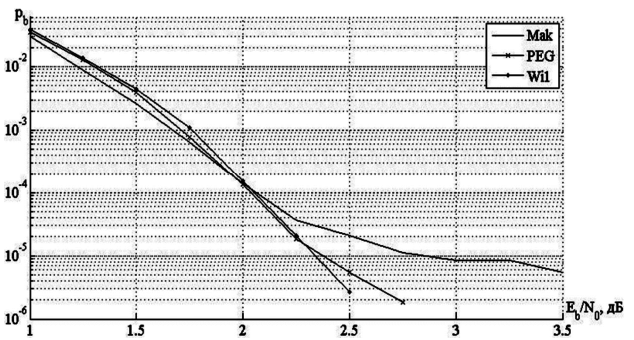


Рис. 4. Эффективность декодирования ( $N = 1248$  бит) LDPC кодов с различными способами синтеза проверочных матриц при  $R = 1/2$

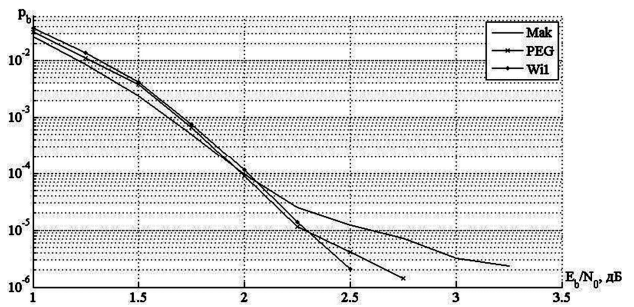


Рис. 5. Эффективность декодирования ( $N = 1344$  бит) LDPC кодов с различными способами синтеза проверочных матриц при  $R = 1/2$

## Заключение

В работе проведено исследование эффективности декодирования нерегулярных квазициклических LDPC кодов, полученных из современных стандартов беспроводной передачи данных либо синтезированных на основе известных алгоритмов. Оценка энергетического выигрыша от кодирования в области малых шумов привязывалась к критерию минимизации спектра метрик связанности графа Таннера. Также был ограничен обхват графа на уровне 6 либо 8. Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности использования предлагаемого подхода и требуют дополнительных под-

тверждений для кодов различной скорости и весовых распределений, что является одним из направлений дальнейших исследований.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-19-01263) в Рязанском государственном радиотехническом университете.

#### Литература

1. Ryan W.E. and S. Lin. «Channel Codes. Classical and Modern», Cambridge University Press, 2009.
2. MacKay D. and Postol M.S., «Weaknesses of Margulis and Ramanujan-Margulis low-density parity-check codes», Electronic Notes Theoretical Computer Science, vol. 74, 2003.
3. Richardson T.J., «Error floors of LDPC codes», in Proc. 41th Allerton Conf. Commun., Computing Control, Oct. 2003.
4. Di C., Proietti D., Telatar E., Richardson T., and Urbanke R., «Finitelength analysis of low-density parity-check codes on the binary erasure channel», IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 48, no. 6, pp. 1570–1579, Jun. 2002.
5. Vasic B., Chilappagari S., Nguyen D., and Planjery S., «Trapping set ontology», Proc. 47th Annual Allerton Conf. on Commun., Control and Computing, Monticello, IL, Sept. 2009, pp. 1-7.
6. Harary F., Manvel B. On the Number of Cycles in a Graph. *Matematický časopis*, 1971, vol. 21, no. 1, pp. 55-63.
7. Halford T.R., Chugg K.M. An Algorithm for Counting Short Cycles in Bipartite Graphs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, vol. 52, no. 1, pp. 287–292.
8. Воропаев А.Н., Учёт обхвата при подсчёте коротких циклов в двудольных графах, *Информационные процессы*, Том 11, № 2, 2011, стр. 225–252.
9. MacKay D., «Good error-correcting codes based on very sparse matrices», *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 399-431, Mar. 1999.
10. Hu X.-Y., Eleftheriou E., and Arnold D.-M., «Progressive edge-growth Tanner graphs», in Proc. IEEE GlobeCom, Nov. 2001, vol. 2, pp. 995-1001.
11. Declercq D., Fossorier M., Biglieri E., Channel Coding. Theory, Algorithms, and Applications. Academic Press Library in Mobile and Wireless Communications, 2014.
12. ГОСТ Р 54309-2011. «Аудиовизуальная система реального времени (РАВИС). Процессы формирования кадровой структуры, канального кодирования и модуляции для системы цифрового наземного узкополосного радиовещания в ОВЧ диапазоне. Технические условия».