

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОПороГОВОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ОШИБОК В БЕСПРОВОДНЫХ КАНАЛАХ СВЯЗИ

Овечкин Г.В., д.т.н., доцент кафедры ВПМ Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ), e-mail: g_ovechkin@mail.ru;

Шевляков Д.А., аспирант кафедры ВПМ РГРТУ, e-mail: dima-shevlyakov@yandex.ru.

USING OF MULTITHRESHOLD DECODING FOR ERROR CORRECTION IN WIRELESS CHANNELS

Ovechkin G.V., Shevlyakov D.A.

The article deals with multithreshold decoders (MTD) for self-orthogonal codes. The lower bounds for multithreshold decoders bit error probability in uncorrelated Rayleigh and Rician channels are presented. The simulation results show these bounds are tight enough in field of suboptimal MTD performance. A using MTD with OFDM and MIMO technologies with precoding over wireless fading channels is discussed. It's shown MTD with precoding provides significant performance improvement in such channels.

Key words: multithreshold decoders, self-orthogonal codes, bit error probability, precoding, wireless fading channels.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, самоортогональные коды, многопороговые декодеры, энергетический выигрыш кодирования, канал связи, прекодирование, MIMO, OFDM.

Введение

Помехоустойчивое кодирование или кодирование с прямым исправлением ошибок применяется в системах связи, в которых отсутствует или недоступен обратный канал для передачи запросов на повторную передачу, задержки в канале при запросах повторной передачи оказываются недопустимо большими или, наконец, уровень помех настолько велик, что количество повторных передач становится чрезвычайно большим. В настоящее время существуют множество кодов и алгоритмов их декодирования, например, блочные коды Боуза-Чоудхури-Хоквигема, коды Рида-Соломона, сверточные коды, коды с низкой плотностью проверок на четность (Low-Density Parity-Check, LDPC), каскадные коды и турбо коды [1]. Новое и очень эффективное решение проблемы высокой сложности декодирования при одновременной реализации высоких энергетических характеристик систем кодирования на базе многопороговых декодеров (МПД) самоортогональных кодов (СОК) предлагается российскими специалистами [2, 3].

В настоящее время характеристики МПД широко исследованы для каналов с независимыми ошибками, в которых данные методы обеспечивают близкое по эффективности к оптимальному декодирование даже очень длинных кодов всего лишь с линейной от длины кода сложностью реализации [2, 3]. Для таких каналов известен ряд способов улучшения эффективности МПД, позволяющих приблизить область эффективной работы МПД к пропускной способности канала. В результате, как аппаратные, так и программные версии МПД оказываются способными обеспечивать уровни энергетиче-

Рассмотрены многопороговые алгоритмы декодирования самоортогональных помехоустойчивых кодов. Представлены аналитические оценки их эффективности в некоррелированном релейском и райсовском канале и получены результаты компьютерного моделирования. Рассмотрены возможности применения многопороговых декодеров совместно с такими технологиями повышения эффективности систем передачи данных в беспроводных каналах с замираниями, как OFDM, MIMO, прекодирование. Показано, что применение прекодирования в таких условиях обеспечивает существенное улучшение энергетических характеристик системы передачи данных.

ского выигрыша, сопоставимые с выигрышем лучших методов декодирования турбо и низкоплотностных кодов при в десятки раз более высоком быстродействии [4]. Вместе с тем в соответствии с теорией кодирования, эффективность МПД в гауссовских каналах может быть еще несколько улучшена. Кроме того, перспективные сети связи работают в гораздо более сложных условиях, возникающих из-за многолучевого распространения сигналов, доплеровского сдвига и многих других причин. В результате возникающие в канале ошибки группируются в пакеты. В таких условиях эффект от применения кодирования оказывается много больше, чем в каналах с независимыми ошибками, поскольку здесь, в ряде случаев, только за счет повышения мощности передатчика вообще невозможно увеличить достоверность передаваемых данных. Следовательно, разработка алгоритмов повышения эффективности многопороговых декодеров в каналах с группирующимися ошибками, **являющаяся целью данной работы**, позволит повысить энергетический выигрыш от применения кодирования, который можно использовать для улучшения технических характеристик систем передачи данных и значительно расширит область применения данного метода. При этом особенно важным является сохранение или лишь незначительное увеличение сложности реализации исходного многопорогового декодера, поскольку только самые простые методы коррекции оши-

бок смогут обеспечить уже требуемые в настоящее время скорости декодирования цифровых потоков, составляющие десятки Гбит/с.

Многopороговые декодеры

Многopороговые декодеры используются для декодирования блочных или сверточных самоортogonalных кодов. Основные принципы работы МПД, используемого для декодирования блочного СОК с кодовой скоростью 1/2 и длиной 34 бита, заданного образующим полиномом $g(x) = 1 + x^3 + x^7 + x^8$, иллюстрируются схемой, представленной на рис. 1 [2]. Отметим, что в состав МПД входят регистры, полусумматоры и пороговый элемент, суммирующий свои входы и сравнивающий полученную сумму с порогом. Это делает МПД простейшим для реализации устройством, способным обеспечить предельно возможные скорости декодирования.

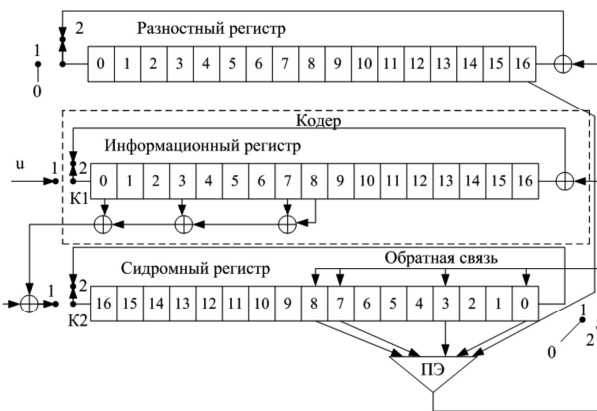


Рис. 1. Схема МПД блочного СОК

При работе МПД в двоичном симметричном канале на пороговом элементе для текущего декодируемого символа u_j вычисляется функция правдоподобия L_j , зависящая от элементов синдрома s_{jk} и соответствующего элемента разностного регистра d_j :

$$L_j = \sum_{s_{jk} \in \{S_j\}} s_{jk} + d_j, \tag{1}$$

где $\{S_j\}$ – множество проверок (элементов синдрома) относительно ошибки e_j в декодируемом символе u_j . При превышении функцией правдоподобия некоторого порога (в общем случае равного половине числа слагаемых) осуществляется изменение декодируемого символа, соответствующего элемента разностного регистра и участвующих в вычислении функции правдоподобия элементов синдрома.

При работе МПД в гауссовском канале для текущего символа u_j также вычисляется функция правдоподобия L_j . При этом элементы синдрома и элемент разностного регистра суммируются с некоторыми коэффициентами, отражающими их надежность:

$$L_j = \sum_{s_{jk} \in \{S_j\}} (2s_{jk} - 1)w_{jk} + (2d_j - 1)w_j, \tag{2}$$

где w_{jk} – коэффициент, отражающий надежность проверки s_{jk} ; w_j – коэффициент, отражающий надежность принятого символа u_j . В качестве оценок надежности принятых из канала символов можно использовать,

например, логарифм отношения правдоподобия

В [2, 3] показано, что МПД с каждым изменением декодируемого символа приближает собственное решение к решению оптимального (по максимуму правдоподобия) декодера. Это объясняется тем, что при изменении символа суммарный вес синдрома и разностного вектора обязательно уменьшается и, таким образом, происходит переход к кодовому слову, которое более правдоподобно, чем кодовое слово, находившееся в МПД в предыдущий момент времени. Однако ввиду возникновения эффекта размножения ошибок [2, 3] процесс перехода от одного кодового слова к другому, более правдоподобному, может прекратиться до того, как МПД достигнет решения оптимального декодера. Данный эффект заключается в том, что после совершения декодером ошибки через ветви обратной связи в синдром попадает большое число ошибок декодера, которые мешают правильному декодированию информационных символов на последующих итерациях. Это приводит к тому, что вероятность второй ошибки декодирования существенно возрастает, и появляются пакеты ошибок. Следовательно, для того чтобы вероятность исправления ошибок МПД была близка к решению оптимального декодера, необходимо использовать коды, в максимальной степени устойчивые к размножению ошибок [2, 3]. При построении таких кодов можно использовать методику оценки размножения ошибок, описанную в [2].

Аналитическая оценка вероятности ошибки МПД в релейских и райсовских каналах

Простейшими моделями каналов с замираниями являются модели каналов с релейскими и райсовскими замираниями, которые получаются при наличии множества путей распространения сигнала. При этом в релейском канале отсутствует прямая видимость между передатчиком и приемником, а в райсовском канале присутствует.

Для оценки возможностей МПД в таких каналах получим нижнюю границу вероятности ошибки декодирования. Для простоты предположим, что используется модуляция типа BPSK (или QPSK) и демодулятор формирует только жесткие решения относительно принятых битов. Отметим, что для МПД нижняя оценка вероятности ошибки в двоичном симметричном канале, в котором каждый бит независимо от других искажается с вероятностью p , определяется вероятностью ошибки оптимального декодера (ОД), вычисляемой в соответствии с выражением [2, 3]:

$$P_b = \sum_{i=(d+1)/2}^d C_d^i p^i (1-p)^{d-i}, \tag{3}$$

где d – кодовое расстояние используемого СОК (предполагается нечетным); p – вероятность ошибки в канале.

Для некоррелированного релейского канала известно выражение для вероятности ошибки [5]

$$p = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{E_s/N_0}{1+E_s/N_0}} \right), \tag{4}$$

где E_s/N_0 – символьное (безразмерное) отношение сигнал/шум. Данная оценка справедлива, когда при пере-

даче используются модуляция типа BPSK и частота доплеровского сдвига $F_d = 0$. В случае канала с райсовскими замираниями вероятность ошибки в соответствии с [5] определяется как

$$p = 2Q\left(\sqrt{\frac{2kE_s/N_0}{k+E_s/N_0}}\right), \quad (5)$$

где k – коэффициент Райса, а функция $Q(x)$ определяется как

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (6)$$

Учитывая, что МПД способен работать почти как ОД даже при достаточно высоком уровне шума в канале, подставляем (4) в (3) и получаем нижнюю оценку вероятности битовой ошибки для МПД в релейском канале:

$$P_b = \sum_{i=(d+1)/2}^d C_d^i \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{E_s/N_0}{1+E_s/N_0}}\right)^i \times \left(1 - \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{E_s/N_0}{1+E_s/N_0}}\right)\right)^{d-i}. \quad (7)$$

Аналогично вероятность битовой ошибки в райсовском канале определяется как

$$P_b = \sum_{i=(d+1)/2}^d C_d^i Q\left[\sqrt{\frac{2kE_s/N_0}{k+E_s/N_0}}\right]^i \times \left(1 - Q\left[\sqrt{\frac{2kE_s/N_0}{k+E_s/N_0}}\right]\right)^{d-i}. \quad (8)$$

Отметим, что в таком виде выражения позволяют получить оценку вероятности ошибки МПД при использовании СОК с нечетным кодовым расстоянием.

На рис. 2 кривыми 5 и 6 показаны оценки вероятности ошибки в некоррелированном релейском канале и вероятности ошибки после декодера для СОК с минимальным кодовым расстоянием $d=9$. Отметим, что по сравнению с гауссовским каналом в обсуждаемых условиях наблюдаются потери в энергетике порядка 1,5 дБ. На этом же рисунке кривыми 1 и 2 показаны оценки вероятности ошибки в канале после декодера, полученные путем компьютерного моделирования при использовании блочного СОК с длиной 20000 бит, кодовой скоростью $R=1/2$ и минимальным кодовым расстоянием $d=9$ и МПД с 15 итерациями декодирования. Отметим, что экспериментальная оценка вероятности ошибки в канале хорошо согласуется с аналитической, что позволяет использовать последнюю в полученных формулах. Кроме того, видно, что предложенная аналитическая оценка вероятности ошибки декодирования при использовании МПД в некоррелированном релейском канале оказывается достаточно точной для области эффективной работы МПД. Аналогичные результаты для райсовского канала при $k=5$ показаны на рис. 2 кривыми 7, 8 для аналитических оценок и 3, 4 для результатов моделирования. И в данном случае полученная оценка является хорошей для области эффективной работы МПД.

Отметим, что при наличии коррелированных замираний или использовании модуляции более высокого

порядка для большого шума получить аналитические оценки с приемлемой точностью не представляется возможным. Поэтому в таких условиях для оценки эффективности МПД следует использовать компьютерное моделирование.

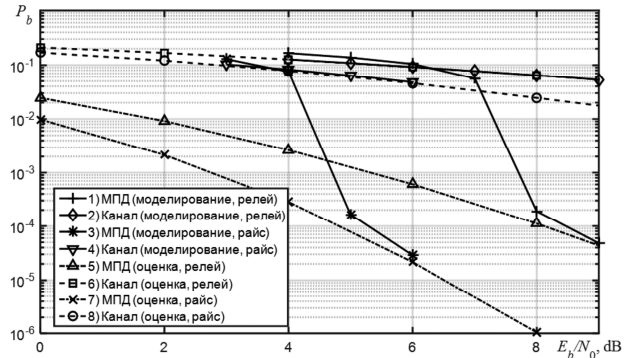


Рис. 2. Аналитические оценки вероятности ошибки и результаты моделирования

для МПД в релейском и райсовском канале

Все результаты в данном разделе получены в рамках гранта РФФИ №15-37-50568.

Результаты моделирования многопороговых декодеров в релейском и райсовском каналах

На рис. 3 кривыми 2, 4 и 6 показаны результаты моделирования для райсовских и релейских замираний при доплеровской частоте 100 и 150 Гц и использовании модуляции типа BPSK и демодулятора, формирующего жесткие решения. Здесь использовался МПД для того же кода, что и на ранее представленном рисунке. Отметим, что наличие коррелированных замираний существенно (для релейских замираний на 6 дБ) ухудшает рабочее отношение сигнал/шум. Это объясняется тем, что в данном случае использовался код с параллельным каскадированием и данные из кодера выдавались через модулятор в канал «по строкам» без использования перемежителя. В результате при возникновении замираний могли искажаться целые ветви с большей размерностью проверок, что приводило к появлению после декодирования блоков со значительным числом ошибок. Для улучшения эффективности МПД следует либо использовать дополнительный перемежитель, что не всегда удобно, либо организовать внутреннее перемежение, выдавая данные с кодера «по столбцам». Кривыми 1, 3 и 5 на рис. 3 представлены результаты моделирования, соответствующие предлагаемой параллельной передаче бит. Из анализа графиков видно, что в случае использования передачи бит «по столбцам» в канале с райсовскими замираниями уменьшение вероятности ошибки декодирования по сравнению с первоначальным вариантом, например, при отношении сигнал/шум равном 7 дБ при $k=5$ и $F_d=150$, оказывается большим двух десятичных порядков. Выигрыш наблюдается и для других условий моделирования. Это объясняется тем, что при такой параллельной передаче ошибки, вызванные замираниями сигнала, оказываются разнесенными по разным ветвям. При этом ветви с большой размерностью проверок искажаются гораздо меньше, и МПД оказывается способным обеспечить меньшую вероятность

ошибки декодирования.

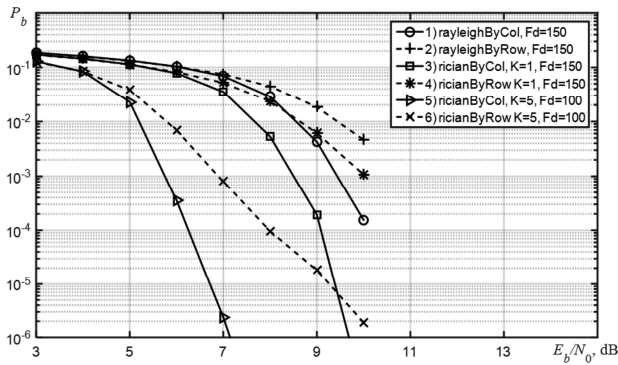


Рис. 3. Характеристики МПД в канале с замираниями при последовательной и параллельной передаче бит

Работа МПД в беспроводных системах связи с предварительным кодированием

Следует отметить, что рассмотренные случаи применения МПД позволяют успешно бороться только с замираниями, при которых нет межсимвольной интерференции. Если же присутствует межсимвольная интерференция, то для борьбы с такими замираниями необходимо использовать дополнительные средства, например мультиплексирование с ортогональным частотным разделением (OFDM). Кроме того, из анализа представленных в [6] графиков видно, что для каналов с замираниями свойственно значительно более медленное уменьшение вероятности ошибки с ростом отношения сигнал/шум по сравнению с гауссовским каналом. Это объясняется тем, что при длительном замирании даже при большом отношении сигнал/шум на входе декодера появляется большой пакет ошибок, с которым он справиться не в состоянии. Для уменьшения влияния данного эффекта часто используется технология пространственного разнесения, когда в системе связи используются несколько передающих и несколько приемных антенн (технология Multiple Input Multiple Output – MIMO). При правильном построении такой системы можно считать, что получающиеся при этом подканалы оказываются независимыми. Следовательно, вероятность того, что все подканалы одновременно будут подвержены замираниям будет много меньше по сравнению с одноканальной системой. Это позволяет существенно улучшить достоверность передачи данных. Отметим, что при использовании технологии MIMO появляется дополнительная возможность выполнять пространственно-временное кодирование (STC – Space-Time Coding) [7] – кодирование, выполняющее отображение передаваемых символов сигнального созвездия на передающие антенны, использование которого позволяет существенно улучшить характеристики системы, использующей МПД [8, 9].

Так же отметим, что полученные ранее результаты предполагали, что на приемной стороне известно точное состояние канала, т.е. известна мультипликативная составляющая шума для каждого передаваемого символа. На практике для оценки канала обычно применяются пилот символы, добавляемые в передаваемый сигнал. Демодулятор использовал эту точную инфор-

мацию при оценке принятых из канала символов. В некоторых случаях такая информация известна и на передающей стороне (например, в том случае, если канал меняется достаточно медленно, можно организовать передачу этой информации по обратному каналу). Передатчик может использовать информацию о состоянии канала для перераспределения энергии сигнала по пространственным каналам, загружая «хорошие» каналы и освобождая «плохие». Данные действия выполняются с помощью так называемого предварительного кодирования (прекодирования) передаваемого сигнала. Рассмотрим процесс прекодирования более подробно.

В случае использования MIMO архитектуры передатчика, когда каждая антенна передает свой символ, модель канала описывается выражением

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (7)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^M$ – передаваемый вектор из M комплексных значений; $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^N$ – вектор некоррелированного комплексного гауссовского шума; $\mathbf{H} = (\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_N) \in \mathbb{C}^{M \times N}$ – комплексная матрица канала; M – число передающих антенн; N – число приемных антенн. Отметим, что величины $h_{i,j}$ являются случайными, но для обсуждаемого варианта они точно известны и на приемной и на передающей стороне.

Для такой модели канала вектор информационных символов $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^L$ из некоторого алфавита прекодируется с помощью линейной операции

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{s}, \quad (8)$$

где $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ – комплексная матрица прекодера; $L \leq \text{rank}(\mathbf{H})$ – число активных каналов.

Оптимальный MMSE приемник для такого канала и прекодера представляет собой винеровский фильтр с матрицей

$$\mathbf{G} = \mathbf{B}^* \mathbf{H}^* (\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{B}^* \mathbf{H}^* + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N)^{-1}, \quad (9)$$

где $(\cdot)^*$ – комплексное сопряжение; σ_n^2 – дисперсия гауссовского шума; \mathbf{I}_N – единичная матрица размером $N \times N$.

Данный фильтр на выходе дает оптимальную оценку переданных символов

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{G}\mathbf{y}. \quad (10)$$

Существует большое число различных алгоритмов прекодирования, различающихся, в том числе, сложностью оптимального приемника. Несколько интересных оптимальных по некоторому критерию прекодеров, приемник для которых имеет линейную сложность, предложены в работе [10].

Первый из этих алгоритмов минимизирует суммарную среднеквадратическую ошибку на выходе приемника. Для такого прекодера матрица прекодирования имеет вид

$$\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{V}}\mathbf{\Phi}^{1/2}, \quad (11)$$

где $\tilde{\mathbf{V}} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ – комплексная матрица, составленная из первых L столбцов унитарной матрицы, входящей в сингулярное разложение симметричной матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^*$, в котором все собственные числа λ_{mm} диагональной матрицы $\Lambda = \text{diag}(\lambda_{11}, \lambda_{22}, \dots, \lambda_{NN})$ неотрицательны и упорядочены по убыванию; $\mathbf{\Phi} \in \mathbb{R}^{L \times L}$ – диагональная матрица, состоящая из L неотрицательных чисел

$$\phi_{ii} = \left(\frac{P_0 + \sigma_n^2 \sum_{n=1}^{\bar{L}} \lambda_{nn}^{-1}}{\sum_{n=1}^{\bar{L}} \lambda_{nn}^{-1/2}} \lambda_{ii}^{-1/2} - \frac{\sigma_n^2}{\lambda_{ii}} \right)^+, \quad i = 1, \dots, L, \quad (12)$$

где $(x)^+ = \max(x, 0)$, $\bar{L} \leq L$ выбирается так, что $\phi_{nn} > 0$ для $n \in [1, \bar{L}]$ и $\phi_{nn} = 0$ для всех других n ; P_0 – средняя мощность передаваемого сигнала.

Второй прекодер максимизирует взаимную информацию между переданными и принятыми данными. В отличие от первого варианта здесь элементы матрицы $\Phi \in \mathbb{R}^{L \times L}$ определяются следующим образом

$$\phi_{ii} = \left(\frac{P_0 + \sigma_n^2 \sum_{n=1}^{\bar{L}} \lambda_{nn}^{-1}}{\bar{L}} \lambda_{ii}^{-1} - \frac{\sigma_n^2}{\lambda_{ii}} \right)^+ \quad i = 1, \dots, L. \quad (11)$$

Далее рассмотрим эффективность применения данных алгоритмов совместно с МПД. При моделировании использовался МПД с 30 итерациями декодирования для построенного СОК с кодовой скоростью $R = 8/16$, кодовым расстоянием 17 и длиной 43200 битов. Совместно с МПД применялось OFDM мультиплексирование с 1024 несущими. Защитный интервал составлял 1/16 от длины OFDM символа. В качестве модуляции использовалась обычная QPSK. При получении результатов использовалась модель канала Spatiat Channel Model типа Urban micro [11]. Максимальная доплеровская частота F_d была равна 0. На рис. 4 показаны характеристики МПД в вышеописанных условиях при использовании различного числа передающих и приемных антенн и различных алгоритмов прекодирования.

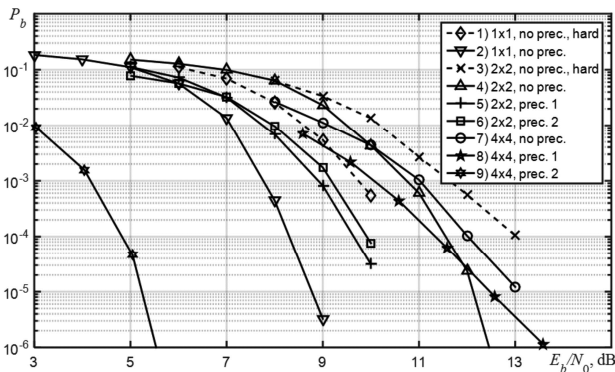


Рис. 4. Характеристики МПД для разного числа приемных и передающих антенн и различных алгоритмов прекодирования

На данном рисунке при получении кривых 1 и 3 демодулятор формировал только жесткие решения, а при получении остальных кривых оценивал и надежность решений. Отметим, что переход к мягким решениям демодулятора обеспечивает увеличение энергетического выигрыша кодирования до 2 дБ по сравнению с использованием только жестких решений. Также заметим, что 2x2 вариант по энергетике оказывается хуже одноканального на 3 дБ, но при этом спектральная эффективность системы оказывается в два раза лучше.

Использование прекодирования вместе с двумя передающими антеннами уменьшает проигрыш по энергетике до 1 дБ. Интересные результаты наблюдаются для четырех передающих антенн. Здесь при использовании второго прекодера результаты существенно улучшаются. Это оказывается возможным за счет того, что более эффективно по сравнению с первым прекодером отключаются «плохие» пространственные каналы (например, при отношении сигнал/шум 5 дБ используется в среднем 2,5 пространственных канала из четырех, а для первого прекодера 3,5 канала). В результате энергетические характеристики оказываются лучше одноканального варианта более, чем на 3,5 дБ при почти в 2,5 раза лучшей спектральной эффективности.

Таким образом, полученные результаты позволяют утверждать, что за счет применения ММО и прекодирования можно существенно улучшить эффективность МПД в многолучевых каналах с замираниями по сравнению с одноканальным вариантом. Отметим, что полученные в данном разделе результаты получены в рамках НИР, выполненной при поддержке Российского научного фонда (проект №14-19-01263).

Заключение

В работе получены новые результаты исследования эффективности МПД в ряде многолучевых каналах связи с Рейсовскими и Релеевскими замираниями. Для этих каналов даны рекомендации по наилучшему согласованию кодера и канала, для некоррелированного релеевского и райсовского каналов получены нижние оценки вероятности ошибки многопорогового декодирования. Выполнено исследование эффективности применения прекодирования совместно с многопороговыми декодерами и технологией ММО.

Анализ результатов, представленных в работе, показал, что МПД, обеспечивающие высокую эффективность в гауссовских каналах, оказываются способными бороться с ошибками и в значительно более сложных условиях применения. При этом эффект от применения помехоустойчивого кодирования в данных случаях многократно превышает эффект от применения кодирования в гауссовском канале.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №14-07-00859 и №15-37-50568), гранта Президента РФ (грант МД-639.2014.9) и Российского научного фонда в Рязанском государственном радиотехническом университете (проект №14-19-01263). Большой объем дополнительной информации о МПД можно найти на веб-сайтах [12].

Литература

1. Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование в цифровых системах передачи данных // Электросвязь. М., 2008. №12. С. 2–11.
2. Золотарёв В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. 239 с.

3. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Повышение надежности передачи и хранения данных с использованием многопороговых методов декодирования помехоустойчивых кодов // Цифровая обработка сигналов, 2012, №1, С.16–21.
4. Золотарёв В.В., Назиров Р.Р., Чулков И.В., Овечкин Г.В. Алгоритмы МПД // Российский космос. 2009. №1. С. 60–63.
5. Viswanathan M. Simulation of Digital Communication Systems Using Matlab [eBook] – Second Edition, 2013.
6. Овечкин Г.В., Шевляков Д.А. Эффективность многопороговых методов коррекции ошибок в каналах связи с замираниями // Успехи современной радиоэлектроники, М.: Радиотехника, 2014. №6, С.37–43.
7. Giosic S. Advanced wireless communications. 4G technologies // S. Giosic Wiley & Sons. 2004. – 878 p.
8. Овечкин Г.В., Шевляков Д.А. Эффективность применения многопороговых декодеров с пространственно-временным кодированием // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: Межвуз. сб. науч. тр./под ред. Пылькина – Рязань: РГРТУ, 2013. С.115–121.
9. Золотарев В.В., Овечкин Г.В., Шевляков Д.А. Исследование эффективности многопороговых декодеров при совместном использовании с пространственно-временным кодированием // Материалы 17-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение». Москва, 2015. С. 83–87.
10. Scaglione A., Stoica P., Barbarossa S., Giannakis G.B., Sampath H. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders // IEEE Trans. Signal Process., vol. 50, no. 5, pp. 1051–1064, May 2002.
11. 3GPP TR 25.996. Spatial channel model for Multiple Input Multiple Output (MIMO) Simulations.
12. Веб-сайты www.mtdbest.ru и www.mtdbest.iki.rssi.ru.