

УДК 621.3.018.51

## АЛГОРИТМ ЧАСТОТНОЙ И ВРЕМЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ДЛЯ ПРИЕМА OFDM СИГНАЛОВ ПО МНОГОЛУЧЕВЫМ КАНАЛАМ СВЯЗИ

**Бакке А.В.**, к.т.н., доцент Рязанского государственного радиотехнического университета,  
e-mail: usr37ru@yandex.ru.

### FREQUENCY AND TIMING SYNCHRONIZATION ALGORITHM FOR OFDM SYSTEMS FOR COMMUNICATION OVER MULTIPATH CHANNELS

**Bakker A.V.**

*In this paper, a novel synchronization algorithm based on constant amplitude zero auto correlation (CAZAC) sequence is presented for orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems. It uses the CAZAC sequence weighted by a pseudo noise (PN) sequence to obtain a new timing metric, which eliminates the side lobes. The proposed algorithm has a more accurate time and frequency offset estimation suitable for communication over multipath channels. This is verified by computer simulations.*

**Key words:** CAZAC Sequence; OFDM; PN Sequence; time synchronization; frequency offset.

**Ключевые слова:** OFDM сигнал, многолучевой канал, частотная, временная синхронизация.

#### Введение

Технология ортогонального частотного разделения с мультиплексированием потока данных (OFDM – Orthogonal frequency-division multiplexing) получила широкое распространение в высокоскоростных системах передачи данных благодаря высокой спектральной эффективности, устойчивости к многолучевому распространению и межсимвольной интерференции. Вместе с тем, эта технология демонстрирует высокую чувствительность к ошибкам символьной (STO – Symbol Time Offset) и частотной синхронизации (CFO – Carrier Frequency Offset) [1], что приводит к существенному снижению качества работы демодулятора.

Все существующие методы синхронизации, применяемые в системах с OFDM сигналами, можно условно разделить на две группы. К первой, наиболее многочисленной, группе относятся алгоритмы, основанные на добавлении в передаваемый сигнал периодически повторяемых специальных вспомогательных символов (преамбулы) [2-4] или пилотных поднесущих (Pilot Subcarriers) [5]. Ко второй группе имеют отношение методы синхронизации, не требующие наличия в сигнале какой-либо дополнительной информации и использующие, как правило, для своих целей имеющийся в OFDM сигналах циклический префикс (CP – Cyclic Prefix) [6]. Способы синхронизации, основанные на циклическом префиксе, обладают простотой реализации и нетребовательны к вычислительным затратам, однако в условиях многолучевого распространения характеризуются значительным ухудшением качества работы.

В предлагаемой статье рассматривается новый способ построения алгоритма синхронизации OFDM сигналов, заключающийся в использовании символа преамбулы специальной структуры на основе взвешенных псевдослучайным кодом последовательностей Задова-Чу. Как будет показано ниже, применение псевдослучайно-

*Статья посвящена исследованию свойств нового алгоритма синхронизации OFDM сигналов. Приводятся результаты имитационного моделирования разработанного алгоритма синхронизации для многолучевой модели беспроводного канала связи, подтверждающие преимущество предложенного алгоритма синхронизации.*

го кода в преамбуле приводит к существенному снижению дисперсии оценки STO, а введение дополнительной обработки, ограничивающей интервал поиска начала символа, обеспечит устойчивость функционирования предлагаемого алгоритма синхронизации в условиях многолучевого распространения.

#### Модель сигнала

В общем случае, OFDM символ с  $N$  поднесущими может быть записан в виде:

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N X(k) e^{j2\pi kn/N}, \quad -N_g \leq n \leq N-1, \quad (1)$$

где  $X(k)$  – последовательность комплексных данных, передаваемых на  $k$ -й поднесущей, определяемая заданным видом квадратурной модуляции (BPSK, QPSK, 16-QAM и т.д.);  $N_g$  – количество отсчетов, приходящихся на CP. После прохождения через канал связи сигнал на входе приемного устройства может быть представлен в виде:

$$r(n) = e^{j2\pi \varepsilon n/N} \sum_{m=0}^{M-1} h(m) x(n - \alpha_m) + \omega(n), \quad (2)$$

где  $h(m)$  – значения импульсной характеристика многолучевого канала связи с  $M$  лучами;  $\alpha_m$  – задержка сигнала  $m$ -го луча;  $\omega(n)$  – шумовая составляющая принимаемого сигнала;  $\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_f$  – нормированное к расстоянию между поднесущими значение частотного рассогласования, отражающее доплеровское смещение частоты, а также несоответствие задающих генераторов приемного и передающего устройств;  $\varepsilon_i, \varepsilon_f$  – целая и дробная части частотного рассогласования соответственно.

## Методы оценки STO и CFO с использованием вспомогательных символов

Из многочисленных работ, посвященных методам синхронизации OFDM сигналов с использованием вспомогательных синхросимволов, можно выделить ряд основополагающих методов, отражающих концептуальный подход к решению поставленной задачи.

Наиболее широкую известность и распространение получил подход [2], предложенный Schmid T. и Cox D. (далее метод SC). Этот метод состоит в периодической передаче символа преамбулы вида  $S=[A A]$ , состоящего из циклического префикса и двух идентичных последовательностей  $A$  длиной  $N/2$  (рис. 1).

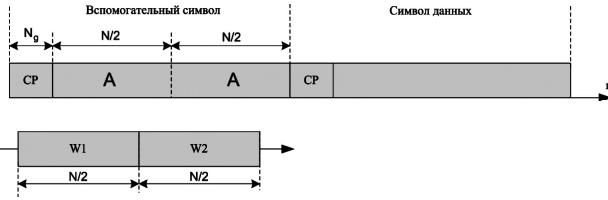


Рис. 1. Структура вспомогательного символа метода SC

Для определения момента начала OFDM символа достаточно выявить в принимаемом сигнале факт минимальной разницы двух блоков отсчетов  $W_1$  и  $W_2$ , разнесенных на  $N/2$  выборок. Соответствующий критерий оценки временного положения STO  $\hat{\delta}$  OFDM символа может быть определен максимумом функции правдоподобия вида [2]:

$$\hat{\delta} = \arg \max_{\delta} (M(\delta)) = \arg \max_{\delta} \left( \frac{|P(\delta)|}{R(\delta)} \right)^2, \quad (3)$$

$$P(\delta) = \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} r(i) \cdot r^*(N/2+i), \quad (4)$$

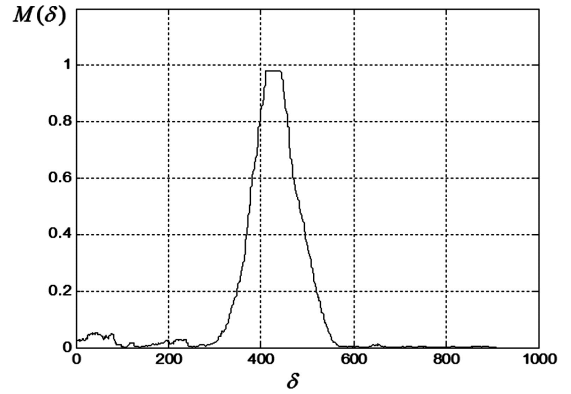
$$R(\delta) = \frac{1}{2} \sum_{i=\delta}^{N/2-1+\delta} |r(N/2+i)|^2, \quad (5)$$

где  $M(\delta)$  – временная метрика обнаружения OFDM символа;  $\hat{\delta}$  – номер отсчета, на котором достигается максимум функции  $M(\delta)$ ;  $r^*(n)$  – комплексно-сопряженная функция (2). Особенностью данного способа оценки STO является неоднозначность точной оценки  $\hat{\delta}$  вследствие наличия в функции (3) плоского участка длиной  $N_g$  (рис 2 а, иллюстрация функции  $M(\delta)$  для канала связи с белым шумом, отношение сигнал/шум  $q=20$  дБ), связанного с наличием в символе циклического префикса. Это обстоятельство приводит к существенному увеличению дисперсии оценок  $\hat{\delta}$ .

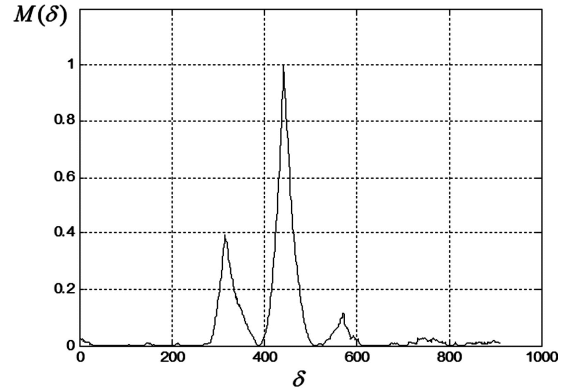
Это обстоятельство приводит к существенному увеличению дисперсии оценок  $\hat{\delta}$  (рис. 2 а, иллюстрация функции  $M(\delta)$  для канала связи с белым шумом, отношение сигнал/шум  $q=20$  дБ).

В соответствии с [2], оценка дробной составляющей CFO  $\hat{\varepsilon}_f$  может быть получена вычислением аргумента значения  $P(\hat{\delta})$ :

$$\hat{\varepsilon}_f = -\frac{1}{2\pi} \arctan \left\{ \frac{\text{Im}(P(\hat{\delta}))}{\text{Re}(P(\hat{\delta}))} \right\}. \quad (6)$$



а)



б)

Рис. 2. Примеры временных метрик  $M(\delta)$  обнаружения OFDM символа для методов SC (а) и Minn (б)

Выражение (6) обеспечивает однозначное определение CFO в диапазоне нормированных рассогласований  $|\hat{\varepsilon}_f| < 0.5$ , т.е. с точностью до половины расстояния между поднесущими.

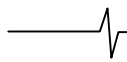
Дальнейшим развитием метода SC стали алгоритмы синхронизации, обеспечивающие существенное меньшее значение дисперсии оценки  $\hat{\delta}$  за счет использования преамбулы специальной структуры. К примеру, авторами в [3] (далее метод Minn) для уменьшения дисперсии оценки  $\hat{\delta}$  предложено использовать вспомогательные синхросимволы в виде комбинации  $L$  идентичных блоков  $A$  размером  $N/L$  отсчетов, взвешенных элементами  $p(l)$  некоторой бинарной последовательности  $\{p(l)\}_{l=0}^{L-1}$ . В этом случае автокорреляционные свойства  $\{p(l)\}_{l=0}^{L-1}$  будут определять форму результирующей метрики  $M(\delta)$ . К примеру, для случая  $L=4$  и взвешивающей последовательности  $p=[1 -1 1 1]$  символ преамбулы может быть представлен в виде  $s = [A -A A A]$ .

С учетом (3), выражение для оценки STO по методу Minn будет иметь вид [3]:

$$\hat{\delta} = \arg \max_{\delta} (M(\delta)) = \arg \max_{\delta} \left( \frac{L |P(\delta)|}{L-1 R(\delta)} \right)^2, \quad (7)$$

$$P(\delta) = \sum_{j=0}^{L-2} b(j) \sum_{i=\delta}^{N_1-1+\delta} r(jN_1+i) \cdot r^*(N_1(j+1)+i), \quad (8)$$

$$R(\delta) = \sum_{j=0}^{L-1} \sum_{i=\delta}^{N_1-1+\delta} |r(jN_1+i)|^2, \quad (9)$$



где  $b(j) = p(j)p(j+1)$ ,  $j = \overline{0, L-2}$ ;  $N_1 = N/L$ . Пример метрики  $M(\delta)$  для  $L=4$  и последовательности  $p = [1 -1 1 1]$  представлен на рис. 2 б. Указанный способ синтеза символа преамбулы обеспечивает существенно меньшее значение дисперсии оценки  $\hat{\delta}$  по сравнению с методом SC, однако в силу наличия в  $M(\delta)$  боковых пиков это уменьшение может оказаться недостаточно низким. Оценка дробной составляющей CFO  $\varepsilon_f$  для алгоритма Minn может быть получена аналогично (6), но с той лишь разницей, что рассматриваемая структура символа преамбулы ( $L=4$ ) дает однозначное определение CFO в диапазоне нормированных рассогласований  $|\varepsilon_f| < 1$ , т.е. с точностью до расстояния между поднесущими.

Дальнейшее уменьшение дисперсии оценки  $\hat{\delta}$  достигается возможным при использовании в составе символов преамбулы псевдослучайных последовательностей, обладающих низким уровнем боковых выбросов автокорреляционной функции (АКФ), или последовательностей Задова-Чу с нулевыми боковыми выбросами АКФ. Для уменьшения боковых выбросов в методе Minn в работе [4] предложен способ формирования преамбулы, характеризующийся низкой дисперсией оценки  $\hat{\delta}$ . Тем не менее, в условиях быстро меняющегося многолучевого канала связи, отмечается снижение точности оценки этого метода.

В работе [7] рассматривается вариант применения вспомогательного символа вида  $S = [A D^*]$ , в котором  $D^*$  является комплексно-сопряженной последовательностью, полученной зеркальным отражением последовательности  $A$ . Особенностью этого метода является применение в качестве  $A$  последовательности Задова-Чу [8], характеризующейся нулевыми боковыми выбросами периодической АКФ. Экспериментальная проверка такого способа синхронизации при достаточно большой длине символа ( $N=1024$ ) показывает низкие значения дисперсии оценки  $\hat{\delta}$  в условиях быстро меняющегося многолучевого канала связи [7], однако такая структура преамбулы не позволяет формировать какие-либо оценки частотного рассогласования  $\varepsilon$  и, следовательно, приводит к быстрой деградации качества оценивания  $\hat{\delta}$  с ростом  $\varepsilon$ .

### Разработка алгоритма синхронизации OFDM сигналов

В данной работе предлагается новый алгоритм синхронизации (далее PR), который, как будет показано ниже, при относительно короткой длине символа преамбулы обеспечивает получение устойчивых оценок STO и CFO в условиях быстро меняющегося многолучевого канала связи. Предлагаемый способ синхронизации является развитием идей работ [3, 9] и состоит в применении преамбулы следующего вида:

$$s = [B - A B A], \quad (10)$$

где  $A = \{a(k)\}_{k=0}^{N_1}$  – матрица строка, состоящая из значений последовательности Задова-Чу,  $a(k) = \exp(j\pi(N_1 - 1)k^2 / N_1)$ ,  $N_1 = N/4$ ; матрица  $B$  является копией  $A$ , взвешенной псевдослучайным ко-

дом:  $B = A \cdot PN^T = \{a(k) \cdot pn(k)\}_{k=0}^{N_1}$ ;  $PN = \{pn(k)\}_{k=0}^{N_1-1}$  – матрица строка, состоящая из элементов бинарной псевдослучайной последовательности. Взвешивание блоков преамбулы кодом  $p = [1 -1 1 1]$ , согласно методу Minn [3], а также первого и третьего блоков псевдослучайным кодом позволяет сконцентрировать отклик функции правдоподобия  $M(\delta)$  в узком диапазоне возможных оценок STO  $\hat{\delta}$ . Такое решение позволит обеспечить надежное определение временного положения символа преамбулы, необходимое для оценки и последующей компенсации частотного рассогласования CFO.

Процедура синхронизации по синхросимволу (10) будет включать в себя следующие этапы.

#### 1. Предварительная (грубая) временная синхронизация.

Согласно (7-9) критерий оценки временного положения STO  $\delta$  для символа (10) определяется максимумом функции правдоподобия следующего вида:

$$\hat{\delta} = \arg \max_{\delta} (M(\delta)) = \arg \max_{\delta} \left( \frac{4 |P(\delta)|}{3 R(\delta)} \cdot |F(\delta)| \right)^2, \quad (11)$$

$$P(\delta) = \sum_{j=0}^2 b(j^{(0)}) \times \sum_{i=\delta}^{N_1-1+\delta} W(i) \cdot r(jN_1 + i) \cdot r^*(N_1(j+1) + i), \quad (12)$$

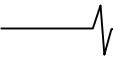
$$R(\delta) = \sum_{j=0}^3 \sum_{i=\delta}^{N_1-1+\delta} |r(jN_1 + i)|^2, \quad (13)$$

$$F(\delta) = \frac{\sum_{k=1}^{L-2} \left( \sum_{j=0}^{L-k-2} \mathbf{b}^{(k)}(j) \sum_{i=\delta}^{N_1-1+\delta} r(jN_1 + i) \cdot r^*(N_1(j+k+1) + i) \right)}{2 \sum_{i=\delta}^{N_1-1+\delta} |r(i)|^2} = \frac{P_F(\delta)}{R_F(\delta)}, \quad (14)$$

где  $W = [PN I PN]$  – матрица строка, состоящая из матриц псевдослучайного кода и единичной матрицы строки  $I$  размером  $N_1$  элементов;  $b^{(k)}(j) = p(j)p(j+k+1)$ ,  $j = \overline{0, L-k-2}$ ,  $k = \overline{1, L-2}$ . Отличительной особенностью предлагаемого критерия оценки STO является наличие в функции правдоподобия дополнительного множителя  $F(\delta)$ , который в целом соответствует метрике (5), рис. 2 б. На рис. 3. ( $q=0$  дБ, используется релейевская модель 6-и лучевого канала связи;  $N=256$ ) наглядно поясняется роль этой функции: использование в (11)  $F(\delta)$  приводит к эффективному ограничению области принятия решения относительно  $\delta$  и к преимущественному подавлению побочных выбросов функции  $P(\delta)$ .

#### 2. Определение и компенсация дробной составляющей CFO $\varepsilon_f$ .

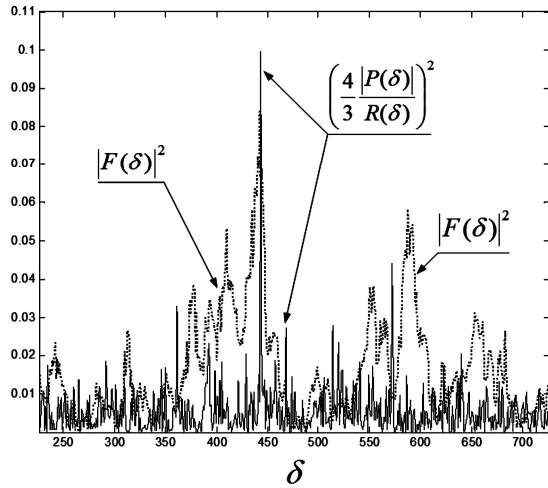
Фактическое частотное смещение согласно (2) можно представить в виде суммы двух компонент: целочисленной и дробной:  $\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_f$ . В соответствии с [2], оценка  $\varepsilon_f$  может быть получена вычислением аргумента зна-



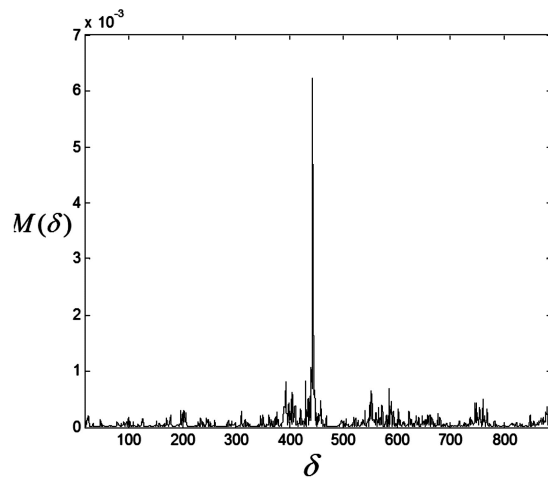
чения функции  $P_F(\hat{\delta})$  из (14):

$$\hat{\varepsilon}_f = -\frac{1}{\pi} \arctan \left\{ \frac{\text{Im}(P_F(\hat{\delta}))}{\text{Re}(P_F(\hat{\delta}))} \right\}. \quad (15)$$

В отличие от (6) выражение (15) обеспечивает однозначное определение CFO в диапазоне нормированных рассогласований  $|\hat{\varepsilon}_f| < 1$ , т.е. с точностью до расстояния между поднесущими. После получения оценки  $\hat{\varepsilon}_f$  осуществляется компенсация дробной составляющей CFO в принятом сигнале:  $r(k) \cdot \exp(-j2\pi k \hat{\varepsilon}_f / N)$ , где  $k$  – порядковый номер отсчета сигнала.



а)



б)

Рис. 3. Иллюстрации компонент метрики  $M(\delta)$  (а) и результирующий вид  $M(\delta)$

(б) в 6-и лучевом нестационарном канале связи ( $q=0$  дБ,  $N=256$ )  
3. Определение и компенсация целочисленной составляющей CFO  $\varepsilon_i$ .

Для определения частотного рассогласования  $\varepsilon_i$ , выраженного в единицах расстояния между поднесущими, используется взаимная корреляция спектров символа преамбулы (10) и принятого синхрослова:

$$G(\varepsilon) = \frac{\left| \sum_{n=0}^{N-1} X(n+\varepsilon) \cdot S(n) \right|^2}{\left( \sum_{n=0}^{N-1} |X(n+\varepsilon)|^2 \right)^2}, \quad \varepsilon = \overline{0, N-1}, \quad (16)$$

где  $S(n) = FFT \{s(k)\}_{k=0}^{N-1}$  и  $X(n) = FFT \{r(k)\}_{k=\hat{\delta}}^{N+\hat{\delta}-1}$  – спектры преамбулы (10) и принятого синхрослова соответственно,  $s(k)$  – отсчеты символа преамбулы;  $FFT$  – операция быстрого преобразования Фурье. В качестве примера на рис. 4 представлена иллюстрация функции

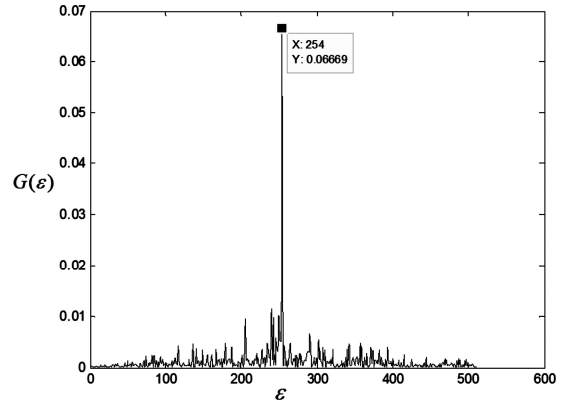


Рис. 4. Пример функции  $G(\varepsilon)$  для фактического значения  $\varepsilon_i = -2$  ( $q=0$  дБ,  $N=256$ )

$G(\varepsilon)$ , отражающая случай фактического значения  $\varepsilon_i = -2$  ( $q=0$  дБ, используется релейевская модель 6-и лучевого канала связи;  $N=256$ ). На основании (16) может быть получена оценка  $\hat{\varepsilon}_i$  в форме:

$$\hat{\varepsilon}_i = \arg \max_{\varepsilon} (G(\varepsilon)) - N. \quad (17)$$

После получения оценки  $\hat{\varepsilon}_i$  осуществляется компенсация целочисленной составляющей CFO в принятом сигнале (аналогично п. 2).

#### 4. Точная временная синхронизация.

На последнем этапе синхронизации выполняется точное определение начала принятого символа преамбулы. Эта операция состоит в поиске максимума функции взаимной корреляции символа преамбулы (10) и принятого синхрослова:

$$\hat{\delta}' = \arg \max_{\delta'} \left( \sum_{k=0}^{N-1} r(k+\delta') \cdot s(k) \right), \quad k = \overline{0, N-1}, \quad (18)$$

где  $\hat{\delta}'$  – точная оценка времени начала принятого символа преамбулы.

#### Результаты численного моделирования

Цель эксперимента состояла в проверке эффективности работы рассмотренного выше алгоритма синхронизации PR в условиях нестационарного многолучевого канала связи. В качестве модели канала связи была выбрана типовая 6-лучевая модель распространения радиоволн для высокоскоростных транспортных средств (Vehicular Test Environment) [10]. Моделирование проводилось для OFDM сигналов с количеством поднесущих  $N = 256$  и величиной циклического префикса  $N_g = 32$  отсчета.

На рис. 5 представлены результаты моделирования первого этапа синхронизации: зависимости среднеквадратической ошибки (СКО) получаемых оценок STO  $\hat{\delta}$  от отношения сигнал-шум  $q$  согласно алгоритму Minn (7) и предлагаемому методу PR (11). Полученные данные указывают на высокую эффективность предлагаемого

алгоритма в условиях многолучевости: начиная с отношения сигнал-шум 5 дБ использование взвешивания двух блоков преамбулы псевдослучайным кодом и применение нормирующего множителя  $F(\delta)$  в (9) обеспечивают резкое снижение СКО.

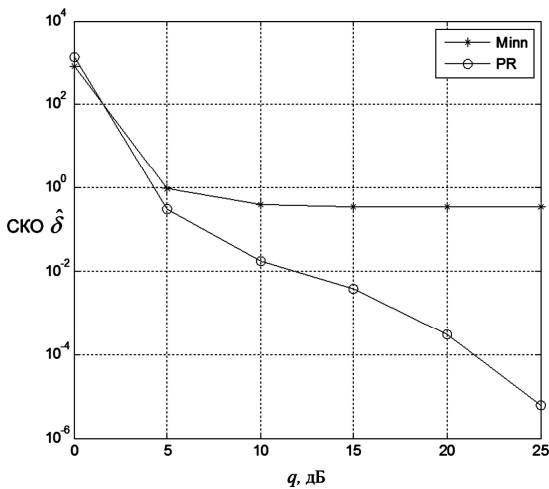


Рис. 5. Зависимости СКО  $\hat{\delta}$  в условиях многолучевой модели канала связи для методов Minn и PR

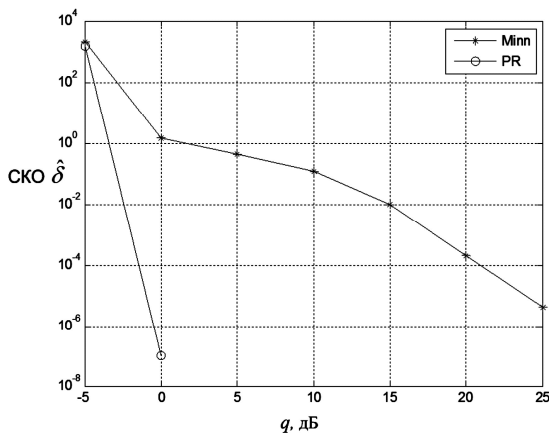


Рис. 6. Зависимости СКО  $\hat{\delta}$  в условиях стационарного канала с белым шумом для методов Minn и PR

Для сравнения на рис. 6 отражены аналогичные зависимости для стационарного канала связи с белым шумом. В этом случае значения оценок STO  $\hat{\delta}$  для предлагаемого алгоритма стремятся к нулю начиная с  $q=0$  дБ.

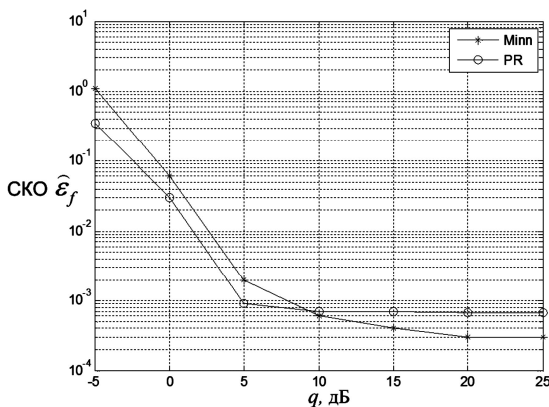


Рис. 7. Зависимости СКО  $\hat{\epsilon}_f$  в условиях многолучевой модели канала связи для методов Minn и PR

На рис. 6 представлены зависимости нормированной среднеквадратической ошибки *дробной составляющей* CFO  $\hat{\epsilon}_f$  от отношения сигнал-шум для алгоритма Minn (8) и предлагаемого метода PR (2) в условиях многолучевого канала связи с заданным смещением частоты  $\epsilon_f = 0.3$ . Аналогичные зависимости для стационарного канала связи с белым шумом изображены на рис. 8.

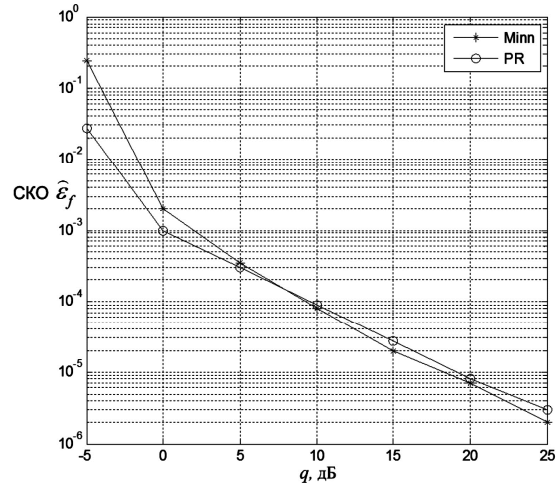


Рис. 8. Зависимости СКО  $\hat{\epsilon}_f$  в условиях стационарного канала с белым шумом для методов Minn и PR

О качестве оценки *целочисленной составляющей* CFO  $\hat{\epsilon}_i$  позволяет судить рис. 9, на котором приведены зависимости вероятности правильного определения  $P_\epsilon$  оценки  $\hat{\epsilon}_i$  от отношения сигнал-шум согласно (17) для многолучевого канала связи (кривая MP) и канала связи с белым шумом (кривая AWGN).

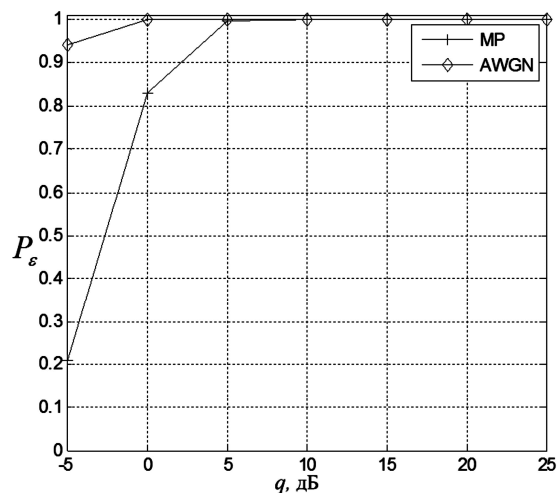


Рис. 9. Зависимости вероятности правильного определения  $P_\epsilon$  оценки  $\hat{\epsilon}_i$  от отношения сигнал-шум для многолучевого канала связи и канала связи с белым шумом

Как следует из результатов вычислительного эксперимента, применение предложенного алгоритма синхронизации с использованием относительно короткого ( $N=256$ ) символа преамбулы (10) и функции правдоподобия (11) позволяет весьма успешно решать задачу оценки частотного и временного рассогласований как для каналов связи с белым шумом, так и в условиях многолучевого распространения. Эффект от применения рассматриваемого алгоритма проявляется в существен-



но меньших значениях оценок STO  $\hat{\delta}$  по сравнению с алгоритмом Minn при сопоставимой точности определения CFO  $\hat{\varepsilon}_f$ ,  $\hat{\varepsilon}_i$ .

### Заключение

Предлагаемый в статье алгоритм синхронизации обеспечивает получение устойчивых оценок частотного и временного рассогласований в условиях нестационарного многолучевого канала связи при относительно короткой длине символа преамбулы. Было достигнуто существенное улучшение точности оценки временного рассогласования благодаря использованию в символах преамбулы псевдослучайной последовательности и применению функции правдоподобия вида (11).

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект 14-19-01263) в Рязанском государственном радиотехническом университете

### Литература

1. T. Pollet, M. Van Bladel, and M. Moeneclaey. Ber sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise, IEEE Trans. Commun., vol. 43, pp. 191-193, 1995.
2. Schmidl T.M., Cox D.C. Robust Frequency and Timing Synchronization for OFDM. IEEE Trans. Communications, vol. 45, no.12, pp. 1613-1621, 1997.
3. Hlaing Minn, Vijay K. Bhargava, Khaled Ben Letaief. A

Robust Timing and Frequency Synchronization for OFDM Systems, IEEE Transactions on Wireless communications, vol. 2, no. 4, pp. 822-838, 2003.

4. B. Park and H. Cheon, C.G. Kang, and D. S. Hong. A Novel Timing Estimation Method for OFDM systems, IEEE Commun. Lett., vol. 7, pp. 239-241, May 2003

5. Classen, F. and Myer, H. Frequency synchronization algorithm for OFDM systems suitable for communication over frequency selective fading channels. IEEE VTC'94, pp. 1655-1659, 1994.

6. J.J. van de Beek, M. Sandell, and P.O. Bojesson, ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 45, no. 7, pp. 1800-1805, 1997.

7. S.D. Choi, J.M. Choi, J.H. Lee. An initial timing offset estimation method for OFDM systems in Rayleigh fading channel, IEEE 64th Vehicular Technology Conference, pp. 1-5, September 2006.

8. D.C. Chu. Polyphase codes with good periodic correlation properties, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-18, pp. 531-532, July 1972.

9. H. Wang, L. Zhu, Y. Shi, T. Xing, and Y. Wang. A novel synchronization algorithm for OFDM systems with weighted CAZAC sequence. J. Comput. Inf. Syst. 8(6), pp. 2275-2283, 2012.

10. IEEE 802.20 Mobile Broadband Wireless Access Working Group, "Channel Models for IEEE 802.20 MBWA System Simulations", Version 9, Revision 1, July 2005.