

УДК 681.513.6

АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ЛИНЕЙНО-ОГРАНИЧЕННОЙ СЛЕПОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ЦИФРОВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ С НЕЧЕТНОЙ СИММЕТРИЕЙ

Джиган В.И., д.т.н., профессор кафедры микрорелектронных радиотехнических устройств и систем Национального исследовательского университета «Московский институт электронной техники», e-mail: djigan@yandex.ru.

ALGORITHMS OF LINEARLY CONSTRAINED BLIND ADAPTIVE SIGNAL PROCESSING IN DIGITAL ARRAYS WITH ODD SYMMETRY

Djigan V.I., Sc.D., Professor of the Department of the Microelectronic Radiotechnical Devices and Systems of the National Research University of Electronic Technology, e-mail: djigan@yandex.ru

The peculiarities of the signal processing in adaptive arrays with odd symmetry are considered. The computational procedures in real-valued arithmetic of the linearly constrained adaptive algorithms for the processing of the constant modulus signals, received by a multi-beam array, and the results of the algorithms simulation are presented. The simulation demonstrates the developed algorithms efficiency.

Key words: Adaptive array, RLS algorithm, LMS algorithm, Linear Constraints, Constant Modulus, real-valued arithmetic, complex-valued arithmetic.

Ключевые слова: Адаптивная антенная решетка, RLS-алгоритм, LMS-алгоритм, линейные ограничения, постоянная огибающая, арифметика действительных чисел, арифметика комплексных чисел.

Введение

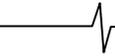
Адаптивная обработка сигналов [1-3] сегодня находит все более широкое применение в устройствах оборудования радиотехнических систем различного назначения. Среди этих устройств важное место занимают адаптивные антенные решетки (ААР) [4-6], которые, будучи использованными в качестве приемных антенн, не только обеспечивают немеханическое перемещение основного луча диаграммы направленности (ДН), повышение отношения сигнал шум в выходном сигнале решетки, но и позволяют уменьшить в этом сигнале уровень помех, принимаемых от внешних источников, пространственная ориентация которых отличается от пространственной ориентации источника полезного сигнала. Последнее свойство обеспечивается за счет изменения в процессе адаптации формы исходной ДН таким образом, что в неизвестных направлениях на источники помех в ней образуются провалы, часто именуемые «нулями», а в направлении на источник полезного сигнала поддерживается максимум основного луча. Форма ДН определяется значениями весовых коэффициентов (ВК), с помощью которых сигналы в каждом из каналов ААР взвешиваются перед суммированием (формированием выходного сигнала). ВК вычисляются с помощью различных адаптивных алгоритмов путем обработки входных и выходного сигналов ААР, а также использования дополнительной информации об источнике полезного сигнала. Сигналы в ААР описываются комплексными переменными, поскольку каждый из сигналов характеризуется не только амплитудой, но и фазой, отсчитываемой фазового центра [7]. Это обуслав-

Рассматриваются особенности обработки сигналов в адаптивных антенных решетках с нечетной симметрией. Приводятся вычислительные процедуры в арифметике действительных чисел адаптивных линейно-ограниченных алгоритмов, обрабатывающих сигналы с постоянной огибающей информационных символов, принимаемых многолучевой антенной решеткой. Также приводятся результаты математического моделирования, подтверждающие эффективность разработанных алгоритмов.

ливает необходимость применения арифметики комплексных чисел для обработки таких сигналов.

Если ААР обладает симметричными свойствами, то вычислительную сложность алгоритмов обработки ее сигналов можно уменьшить. В частности, если фазовый центр ААР совпадает с ее геометрическим центром, то решетка становится нечетно симметричной. В такой решетке сигналы, принимаемые симметричными относительно фазового центра антеннами, являются комплексно-сопряженными по отношению к друг другу. В этом случае большая часть операций адаптивного алгоритма в арифметике комплексных чисел может быть выполнена с помощью эквивалентного алгоритма в арифметике действительных чисел. Число операций этого алгоритма оказывается меньше эквивалентного числа действительных операций аналогичного алгоритма в арифметике комплексных чисел. Кроме того, с помощью такого алгоритма достигаются более короткий переходный процесс и в среднем на несколько децибел большее подавление помех в установившемся режиме, чем с помощью алгоритма в арифметике комплексных чисел. Математические основы обработки сигналов в антенных решетках с нечетной симметрией были заложены в работах [8-10]. Результаты этих работ в последствии были использованы в ряде приложений, включая ААР [11-13].

В основе функционирования ААР могут находиться разные критерии. В системах беспроводной передачи



цифровых данных часто используется критерий постоянства модуля (комплексной огибающей, Constant Modulus, CM) информационных символов в выходном сигнале решетки [14]. Адаптивные алгоритмы на базе этого критерия называются CM-алгоритмами. Они относятся к так называемым «слепым» адаптивным алгоритмам, в которых отсутствует физический требуемый сигнал. В качестве требуемого «сигнала» в этих алгоритмах используется известное значение модуля информационных символов.

Методы оптимизации с линейными ограничениями (Linearly Constrained, LC) также используются для построения ААР, в которых отсутствует требуемый сигнал. Эти методы применимы к большинству известных адаптивных алгоритмов [15-18]. Однако ААР на базе LC-алгоритмов плохо подавляют коррелированные помехи, например, помехи, обусловленные многолучевым распространением полезного сигнала, или помехи с CM-модуляцией от близко расположенных по углу источников [19].

ААР, использующие адаптивные алгоритмы на основе CM-критерия, лишены недостатков, свойственных ААР на основе LC-алгоритмов [20]. В тоже время, при наличии нескольких CM-сигналов, ААР, ВК которых вычисляются на основе CM-критерия, иногда могут «цепляться» за помеху и подавлять полезный сигнал [21], формируя основной луч в направлении на источник помехи и провал в направлении на источник полезного сигнала. Т.е. помеха может усиливаться, а полезный сигнал – подавляться. Принудительная ориентация основного луча ААР на источник полезного сигнала путем задания начальных значений ВК решетки, как правило, неэффективна, так как эти коэффициенты меняются в процессе адаптации.

Если направление на источник полезного сигнала известно, то введение линейного ограничения в адаптивный алгоритм на основе CM-критерия позволяет ААР правильно функционировать и при наличии коррелированных помех. Ограничение удерживает основной луч ДН ААР в направлении на источник полезного сигнала на каждой итерации, независимо от значений ВК, вычисляемых с помощью CM-алгоритма с целью подавления помех [22].

Адаптивные CM-алгоритмы базируются на минимизации многоэкстремальных целевых функций

$$J(p, q) = E \left\{ \left| s^p - |y(k)|^p \right|^q \right\}, \quad (1)$$

где $s = |a_i| = \sqrt{a_i^* a_i}$ – значение модуля информационных символов a_i , известное на приемной стороне;

$y(k) = \mathbf{h}_N^H(k) \mathbf{x}_N(k)$ – выходной сигнал антенной решетки; k – номер итерации алгоритма адаптивной фильтрации, совпадающий с номером отсчета обрабатываемых сигналов; p и q – параметры, используемые в обозначении CM-алгоритмов и их целевых функций;

$\mathbf{x}_N(k) = [x_1(k), \dots, x_n(k), \dots, x_N(k)]^T$ – вектор входных сигналов антенной решетки; $\mathbf{h}_N(k) = [h_1(k), \dots, h_n(k), \dots, h_N(k)]^T$ – вектор ВК антенной решетки; T – операция транспонирования; H – операция комплексного сопряже-

ния и транспонирования вектора или матрицы; $E\{\bullet\}$ – операция усреднения, а нижние индексы N или далее по тексту J указывают на число элементов в векторах [14].

В работе [23] было показано, что если $p = q = 2$, то многоэкстремальную функцию (1) можно преобразовать в квадратичную унимодальную функцию

$$J'(2, 2) = E \left\{ \left| s^2 - \mathbf{h}_N^H(k) \mathbf{z}_N(k) \right|^2 \right\}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k) \mathbf{h}_N(k-1) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k), \quad (3)$$

а $*$ – операция комплексного сопряжения переменной. Для минимизации этой функции можно использовать несколько модифицированные известные адаптивные алгоритмы, в которых требуемый сигнал определяется как $d(k) = s^2$, а вместо вектора входных сигналов $\mathbf{x}_N(k)$ используется вектор $\mathbf{z}_N(k)$.

Одновременное использование целевой функции (2) и линейных ограничений нашло широкое применение при разработке ряда алгоритмов вычисления ВК однолучевых и многолучевых ААР, представленных в работах [24-26], а также и в ряде других работ автора.

В настоящей работе рассматриваются LC-алгоритмы адаптивной обработки сигналов в арифметике действительных чисел в многолучевых цифровых антенных решетках (ЦАР) с нечетной симметрией на базе слепых алгоритмов с целевой функцией (2). Некоторые из рассмотренных здесь результатов также были представлены в трудах научно-технических конференций [27-29].

Многолучевая цифровая ААР

Сегодня ААР целесообразно реализовывать в виде ЦАР [30], поскольку современные цифровые сигнальные процессоры (ЦСП) [31, 32] уже позволяют не только формировать выходной сигнал решетки, но и выполнять различные алгоритмы адаптивной обработки ее сигналов в реальном масштабе времени [33].

В ЦАР каждый из сигналов, принимаемый антеннами на несущей частоте, должен быть усилен, преобразован до некоторой промежуточной или «нулевой» частоты и оцифрован. Взвешивание этих сигналов выполняется в цифровом виде путем умножения на комплексные числа. Формирование выходного сигнала ЦАР путем суммирования взвешенных сигналов также выполняется в цифровом виде. Вычислительная сложность этих операций равна N умножениям и N сложениям, что составляет лишь незначительную часть полной квадратичной сложности адаптивных рекурсивных алгоритмов по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) или половину сложности градиентных алгоритмов, например, алгоритма по критерию наименьшего квадрата (Least Mean Square, LMS), с помощью которых вычисляются ВК решетки. То есть, цифровое формирование выходного сигнала практически не увеличивает нагрузку на ЦСП при реализации ААР в виде ЦАР.

ЦАР также позволяют легко строить многолучевые ААР при наличии достаточных для этого вычислительных ресурсов. Для формирования каждого из лучей ис-

пользуются одни и те же сигналы, принятые N антеннами и преобразованные в цифровую форму, что заметно снижает стоимость многолучевой ААР. Архитектура многолучевой ААР приведена на рис. 1. Здесь преобразование сигналов в цифровой вид не показано.

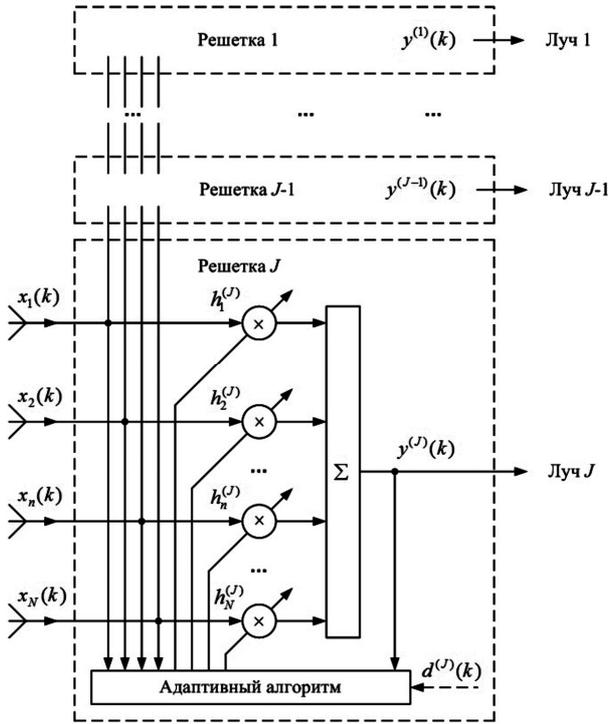


Рис. 1. Многолучевая ААР

На рис. 1 используются следующие обозначения: J – число лучей многолучевой ААР; $x_1(k)$, $x_2(k)$, ..., $x_n(k)$, ..., $x_N(k)$ – входные сигналы решетки (в информационной полосе частот); $h_1^{(j)}(k)$, $h_2^{(j)}(k)$, ..., $h_n^{(j)}(k)$, ..., $h_N^{(j)}(k)$ – ВК, формирующие j -й луч; $y^{(1)}(k)$, ..., $y^{(j-1)}(k)$, $y^{(j)}(k)$ – выходные сигналы однолучевых решеток; $d^{(1)}(k)$, ..., $d^{(j-1)}(k)$, $d^{(j)}(k)$ – требуемые сигналы (могут отсутствовать) решеток.

Для каждой из $j = 1, 2, \dots, J$ однолучевых решеток многолучевой ААР линейные ограничения формируются путем задания требуемых значений ДН $|F(\theta_S^{(j)})|$ в известных направлениях на источники СМ-сигналов как

$$\mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{h}_N^{(j)}(k) = \mathbf{f}_j^{(j)}, \quad (4)$$

где

$$\mathbf{C}_{NJ} = [\mathbf{c}_N^{(1)}, \mathbf{c}_N^{(2)}, \dots, \mathbf{c}_N^{(j)}, \dots, \mathbf{c}_N^{(J)}] \quad (5)$$

Матрица векторов фазирования $\mathbf{c}_N^{(j)}$. Каждый из векторов $\mathbf{c}_N^{(j)}$ в матрице (5) соотносится с лучами как

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_N^{(j)} &= [c_1(\theta_S^{(j)}), \dots, c_n(\theta_S^{(j)}), \dots, c_N(\theta_S^{(j)})]^T = \\ &= [e^{i\psi_n^{(j)}}, \dots, e^{i\psi_n^{(j)}}, \dots, e^{i\psi_n^{(j)}}]^T, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\psi_n^{(j)}$ – относительные фазы плоской волны $s^{(j)}(t)$ от источника полезного СМ-сигнала, расположенного под углом $\theta_S^{(j)}$, отсчитываемым от нормали к апертуре ре-

шетки [7]. Здесь и далее нижние индекс NJ в обозначении матриц указывают на число элементов $N \times J$ в прямоугольных нетранспонированных матрицах.

Векторы $\mathbf{f}_j^{(j)}$ в уравнении (4) определяются как

$$\mathbf{f}_j^{(j)} = [0, 0, \dots, 0, f^{(j)}, 0, \dots, 0]^T, \quad (7)$$

где $f^{(j)} = |F(\theta_S^{(j)})|$ – действительное положительное число, равное требуемому значению модуля ДН j -й решетки в направлении j -го источника полезного СМ-сигнала, а нулевые элементы вектора равны значениям этой ДН в направлениях остальных источников СМ-сигналов, т.е. коррелированных помех для этой решетки [26].

Из уравнения (7) следует, что векторы $\mathbf{f}_j^{(j)}$ взаимно ортогональны, т.к.

$$\mathbf{f}_j^{(l)T} \mathbf{f}_j^{(j)} = 0 \quad (8)$$

для всех $l \neq j$. Поэтому рассматриваемая LC-задача адаптивной фильтрации сигналов в многолучевой ААР распадается на одинаковые подзадачи для каждой из J решеток.

Сигналы и корреляционная матрица в ААР с нечетной симметрией

Если антенная решетка принимает плоскую волну $s^{(l)}(t) = A_a^{(l)}(t)e^{i\omega_0 t}$, где $A_a^{(l)}(t)$ – информационный сигнал, $\omega_0 = 2\pi f_0$ – круговая частота, f_0 – частота несущего сигнала, t – время, то, в случае приема L таких волн от источников полезного сигнала и помех, по принципу суперпозиции после преобразования по частоте, сигналы $x_n(k)$ на выходе каналов антенной решетки (см. рис. 1) в дискретные моменты времени k определяются как

$$x_n(k) = \sum_{l=1}^L x_n^{(l)}(k) + e_{o,n}(k) \approx \sum_{l=1}^L A^{(l)}(k)e^{i\omega_0 \tau_n^{(l)}} + e_{o,n}(k). \quad (9)$$

Здесь $A^{(l)}(k)$ – это информационный сигнал в дискретные моменты времени, $e_{o,n}(k)$ – аддитивный шум (подразумевается, что белый гауссов) в приемниках каналов ААР, $\tau_n^{(l)}$ – абсолютная задержка между сигналами на входах опорной, например, первой, и n -ой антеннами, которая, в случае одинакового расстояния d_0 между антеннами, в линейной решетке определяется как $\tau_n^{(l)} = d_0(n-1)\sin(\theta^{(l)})/v$, где $\theta^{(l)}$ – угол, указывающий на направление l -го источника сигнала, v – скорость распространения электромагнитной волны в свободном пространстве, равная скорости света.

Для узкополосной линейной ААР справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \psi_n^{(l)} &= \omega_0 \tau_n^{(l)} = \frac{2\pi f_0 d_0 (n-1) \sin(\theta_S^{(l)})}{v} = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} d_0 (n-1) \sin(\theta_S^{(l)}) \end{aligned} \quad (11)$$

В (6) относительные фазы $\psi_n^{(j)}$ сигналов, принимаемых антеннами решетки, определяются уравнением (11).

Аналогичные уравнения существуют и для решеток других конфигураций.

С учетом вышеизложенного, вектор входных сигналов ААР может быть представлен как

$$\mathbf{x}_N(k) = \sum_{l=1}^L A^{(l)}(k) \mathbf{c}_N^{(l)} + \mathbf{e}_{o,N}(k), \quad (12)$$

где вектор $\mathbf{c}_N^{(l)}$ определяется аналогично (6), а вектор

$\mathbf{e}_{o,N}(k)$ – как

$$\mathbf{e}_{o,N}(k) = [e_{o,1}, e_{o,2}, \dots, e_{o,n}, \dots, e_{o,N}]^T. \quad (13)$$

Корреляционная матрица сигналов ААР определяется как

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_N &= E \{ \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k) \} = \\ &= \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(N-1) \\ R^*(1) & R(0) & \dots & R(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R^*(N-1) & R^*(N-2) & \dots & R(0) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $R(n-m) = E \{ x_n(k) x_m^*(k) \}$ – отсчеты взаимокорреляционной функции сигналов $x_n(k)$ и $x_m(k)$. Здесь и далее один нижний индекс N в обозначении матриц указывает на квадратные матрицы с числом элементов $N \times N$. Для статистически независимых векторов $\mathbf{x}_N(k)$ оценка матрицы (14) определяется с помощью прямого усреднения как

$$\hat{\mathbf{R}}_N = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_N(k) \mathbf{x}_N^H(k), \quad (15)$$

где K – число отсчетов сигналов, принимающих участие в формировании этой оценки. При $K \rightarrow \infty$, для стационарных процессов

$$\hat{\mathbf{R}}_N \rightarrow \mathbf{R}_N. \quad (16)$$

Если фазовый центр линейной антенной решетки совпадет с ее геометрическим центром, то уравнение (10) можно представить как

$$\tau_n^{(l)} = d_0(n-1) \sin(\theta^{(l)}) / v - d_0(N-1) \sin(\theta^{(l)}) / 2v, \quad (17)$$

т.е.

$$\tau_n^{(l)} = -\tau_{N-n+1}^{(l)}. \quad (18)$$

Соотношение (18) справедливо и при не обязательно эквидистантном симметричном расположении антенных решеток.

Независимо от выбора фазового центра ААР, корреляционная матрица (14) является эрмитовой. Это означает, что для ее элементов выполняется соотношение

$$R_{nm} = R_{mn}^*, \quad (19)$$

т.е. эти элементы являются нечётно-симметричными относительно главной диагонали матрицы.

В работе [9] было показано, что если выполняется условие (18), то элементы матрицы \mathbf{R}_N также являются симметричными относительно и побочной диагонали, т.е.

$$R_{N-m+1, N-n+1} = \sum_{l=1}^L P^{(l)} e^{i\omega_0[\tau_{N-m+1}^{(l)} - \tau_{N-n+1}^{(l)}]} + \delta_{N-m+1, N-n+1} \sigma_{e_o}^2 =$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{l=1}^L P^{(l)} e^{i\omega_0[-\tau_m^{(l)} + \tau_n^{(l)}]} + \delta_{mn} \sigma_{e_o}^2 = \\ &= \sum_{l=1}^L P^{(l)} e^{i\omega_0[\tau_n^{(l)} - \tau_m^{(l)}]} + \delta_{nm} \sigma_{e_o}^2 = R_{nm}, \end{aligned} \quad (20)$$

где $P^{(l)}$ – мощность источника l -го сигнала, $\sigma_{e_o}^2$ – дисперсия (мощность) шумов в каналах решетки,

$$\delta_{nm} = \delta(n-m) = \begin{cases} 1, & \text{при } n = m \\ 0, & \text{при } n \neq m \end{cases} \quad \text{– дельта-функция, и}$$

$$\delta_{nm} = \delta_{mn}.$$

Корреляционная матрица \mathbf{R}_N , в которой выполняются соотношения (19) и (20), называется персимметричной эрмитовой матрицей. Корреляционная матрица $\mathbf{R}_N = E \{ \mathbf{z}_N(k) \mathbf{z}_N^H(k) \}$ сигналов $z(k)$, сформированная на основе векторов $\mathbf{z}_N(k)$, см. (3), также является персимметричной эрмитовой матрицей.

Преобразования, приводящие к арифметике действительных чисел

В работе [12] для компенсатора боковых лепестков на базе антенной решетки, входные сигналы которых образуют персимметричную корреляционную матрицу, был получен адаптивный алгоритм в арифметике действительных чисел.

В настоящей работе эти результаты использованы для получения адаптивных LC CM RLS- и LC CM LMS-алгоритмов на основе целевой функции (2) для многолучевых ААР с нечетной симметрией.

Для получения указанных алгоритмов в качестве оценки корреляционной матрицы $\tilde{\mathbf{R}}_N(k)$ сигналов $z_n(k)$ необходимо использовать прямое-обратное усреднение оценки персимметричной матрицы $\hat{\mathbf{R}}_N(k)$ и матрицы

$$\mathbf{J}_N \hat{\mathbf{R}}_N^*(k) \mathbf{J}_N:$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_N(k) &= \frac{1}{2} [\hat{\mathbf{R}}_N(k) + \mathbf{J}_N \hat{\mathbf{R}}_N^*(k) \mathbf{J}_N] = \\ &= \frac{1}{2k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} [\mathbf{z}_N(i) \mathbf{z}_N^H(i) + \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(i) \mathbf{z}_N^T(i) \mathbf{J}_N], \end{aligned} \quad (21)$$

а в качестве оценки вектора взаимной корреляции $\tilde{\mathbf{r}}_N(k)$ сигналов $z_n(k)$ и $d(k)$ – прямое-обратное усреднение вектора $\hat{\mathbf{r}}_N(k)$ и вектора $\mathbf{J}_N \hat{\mathbf{r}}_N^*(k)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}}_N(k) &= \frac{1}{2} [\hat{\mathbf{r}}_N(k) + \mathbf{J}_N \hat{\mathbf{r}}_N^*(k)] = \\ &= \frac{1}{2k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} [\mathbf{z}_N(i) d^*(i) + \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(i) d(i)], \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\mathbf{J}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Перестановочная матрица, а λ – параметр экспоненциального взвешивания обрабатываемых сигналов,

часто используемый в RLS-алгоритмах. В уравнении (15) этот параметр не использован.

Из-за наличия шума $e_{o,N}(k)$, см. (12), симметричные элементы вектора $x_N(k)$, а значит и вектора $z_N(k)$, см. (3), не являются комплексно-сопряженными даже в ААР с нечетной симметрией. Однако, согласно (22), вектор \tilde{r}_N является нечетно симметричным. Знаком « \sim » (тильда) в настоящей работе обозначены переменные, обладающие нечетной симметрией.

Матрицу $\tilde{\mathbf{R}}_N$ можно использовать в алгоритмах вычисленная ВК ААР в арифметике комплексных чисел. По сравнению с $\hat{\mathbf{R}}_N$ матрица, $\tilde{\mathbf{R}}_N$ является более точной оценкой матрицы \mathbf{R}_N в терминах евклидова расстояния [12]. Это обусловлено тем, что в (21) и аналогично в (22) на каждой итерации участвует удвоенное число векторов. На самом деле эквивалентное число этих векторов несколько меньше, так как векторы $z_N(k)$ и $\mathbf{J}_N z_N^*(k)$ не являются статистически независимыми [9].

Однако, как следует из (21) и (22), адаптивные алгоритмы на основе оценок с использованием прямого-обратного усреднения требуют в два раза большего числа арифметических операций, чем алгоритмы на основе прямого усреднения, что является ценой более точной оценок матрицы $\tilde{\mathbf{R}}_N$ и вектора \tilde{r}_N . Число этих операций можно уменьшить, выполнив (21) и (22) в арифметике действительных чисел, что возможно, благодаря персимметричной структуре матрицы (21) и нечетной симметрии вектора (22).

Для этого с помощью преобразующей матрицы вида

$$\mathbf{U}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N/2} & \mathbf{J}_{N/2} \\ j\mathbf{J}_{N/2} & -j\mathbf{I}_{N/2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

при четных N или вида

$$\mathbf{U}_N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(N-1)/2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2} & \mathbf{J}_{(N-1)/2} \\ \mathbf{0}_{(N-1)/2}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2}^T \\ j\mathbf{J}_{(N-1)/2} & \mathbf{0}_{(N-1)/2} & -j\mathbf{I}_{(N-1)/2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

при нечетных N [12] уравнения (21) и (22) в арифметике комплексных чисел необходимо преобразовать в уравнения в арифметике действительных чисел

$$\bar{\mathbf{R}}_N(k) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{R}}_N(k) \mathbf{U}_N^H = \lambda \bar{\mathbf{R}}_N(k-1) + \bar{z}_{N,1}(k) \bar{z}_{N,1}^T(k) + \bar{z}_{N,2}(k) \bar{z}_{N,2}^T(k) \quad (26)$$

и

$$\bar{\mathbf{r}}_N(k) = \mathbf{U}_N \tilde{r}_N(k) = \lambda \bar{\mathbf{r}}_N(k-1) + \bar{z}_{N,1}(k) \bar{d}_1(k) + \bar{z}_{N,2}(k) \bar{d}_2(k), \quad (27)$$

а затем использовать оценки (26) и (26) в адаптивных LC слепых алгоритмах в арифметике действительных чисел. Переменные, используемые в уравнениях (26) и (27), определяются как $\bar{z}_{N,1}(k) = \text{Re}[\mathbf{U}_N z_N(k)]$,

$$\bar{z}_{N,2}(k) = \text{Im}[\mathbf{U}_N z_N(k)] \quad , \quad \bar{d}_1(k) = \text{Re}[d(k)] \quad \text{и}$$

$$\bar{d}_2(k) = \text{Im}[d(k)]. \quad \text{Здесь и далее действительные переменные обозначены сверху прямой чертой.}$$

Полученные с помощью (21), (22) нечетно-симметричные комплексные векторы ВК $\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$ и полученные с помощью (26), (27) действительные векторы ВК $\bar{\mathbf{h}}_N(k)$ связаны между собою как

$$\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(k) \quad (28)$$

и

$$\mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N(k), \quad (29)$$

т.к. в силу унитарности матриц \mathbf{U}_N справедливо соотношение

$$\mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N = \mathbf{I}_N, \quad (30)$$

где \mathbf{I}_N – единичная матрица.

LC CM RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел

Оптимальный вектор комплексных ВК $\mathbf{h}_N(k)$, вычисляемый на базе LC RLS алгоритмов для ААР, как разновидности многоканального адаптивного фильтра, имеет вид

$$\mathbf{h}_N(k) = \hat{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \mathbf{r}_N(k) + \hat{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \mathbf{C}_{NJ} \left[\mathbf{C}_{NJ}^H \hat{\mathbf{R}}_N^{-1} \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1} \left[\mathbf{f}_J - \mathbf{C}_{NJ}^H \hat{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \hat{\mathbf{r}}_N(k) \right], \quad (31)$$

где матрица \mathbf{C}_{NJ} и вектор \mathbf{f}_J задаются уравнениями (5) – (7) для каждой из решеток многолучевой ААР [2].

Можно показать, что в ААР с нечетной симметрией комплексный вектор ВК $\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$, вычисляемый с использованием (21) и (22) как

$$\tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \tilde{r}_N(k) + \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \times \mathbf{C}_{NJ} \left[\mathbf{C}_{NJ}^H \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1} \left[\mathbf{f}_J - \mathbf{C}_{NJ}^H \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \tilde{r}_N(k) \right], \quad (32)$$

также обладает нечетной симметрией, что позволяет, используя (28), преобразовать уравнение (32) в уравнение ВК $\bar{\mathbf{h}}_N(k)$ в арифметике действительных чисел

$$\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{r}}_N(k) + \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{C}}_{NJ} \times \left[\bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{C}}_{NJ} \right]^{-1} \left[\mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(k) \bar{\mathbf{r}}_N(k) \right], \quad (33)$$

которое можно затем рекурсивно вычислять с помощью алгоритмов, представленных в [2].

В уравнениях (31) – (33), вектор \mathbf{f}_J изначально определен как действительный, см. (7). Поэтому прямой чертой сверху он не обозначен. Также отсутствует обозначение « \sim » в комплексной матрице \mathbf{C}_{NJ} , состоящей из J вектор-столбцов $\mathbf{c}_N^{(j)}$, не обязательно нечетно-симметричных в уравнении (32) и нечетно-симметричных в уравнении (33).

Согласно уравнениям (26) и (27), матрица $\bar{\mathbf{R}}_N(k)$ и вектор $\bar{\mathbf{r}}_N(k)$ на каждой итерации по времени k обновляются дважды с использованием действительных векторов $\bar{z}_{N,1}(k)$ и $\bar{z}_{N,2}(k)$. Поэтому, подобно RLS-алгоритмам, в которых эти вектор и матрица оцениваются на скользящем окне [2], в рассматриваемом далее LC CM RLS-алгоритме вычислительные процедуры, связанные с линейными ограничениями, а также с вычислением векторов коэффициентов Калмана, на каждой итерации k необходимо вы-

полнять дважды. Как следствие, результирующие алгоритмы состоят из двух однопоточных групп последовательно выполняемых вычислений, в каждой из которых используются только переменные $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k)$ и $\bar{d}_1(k)$ или переменные $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ и $\bar{d}_2(k)$. Эти же алгоритмы могут быть получены и в параллельной форме, ориентированной на выполнение с

помощью двух процессоров [2].

Следуя приемам [2], на базе уравнений (26), (27) и (33) был получен LC CM RLS-алгоритм адаптивной фильтрации для ААР с нечетной симметрией, большая часть которого выполняется в арифметике действительных чисел. Вычислительная процедура этого алгоритма для одной решетки многолучевой ААР приведена в табл. 1.

Таблица 1. LC CM RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел для ААР с нечетной симметрией

Вычисления	Ссылки
Initialization : $\tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0) = \delta^{-2} \mathbf{I}_N$, $\mathbf{Q}_{NJ}(0) = \mathbf{C}_{NJ} \left[\mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1}$, $\tilde{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{Q}_{NJ}(0) \mathbf{f}_J$, $\bar{\mathbf{R}}_N^{-1}(0) = \tilde{\mathbf{R}}_N^{-1}(0)$, $\bar{\mathbf{C}}_{NJ} = \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ}$, $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) = \mathbf{U}_N \mathbf{Q}_{NJ}(0)$, $\bar{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(0)$, $d(k) = s^2 = const$, $k = 1, 2, \dots, K$	(1.0)
For $k = 1, 2, \dots, K$ $y(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$ (1.1) $\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k)$ (1.2) $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) = \text{Re} \left[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$, $\bar{d}_1(k) = \text{Re} [d(k)] = s^2$ (1.3) Вычисление $\bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$ (1.4) $\bar{\mathbf{v}}_{J,1}(k) = \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$ (1.5) $\bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k) = \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k-1)$ (1.6) $\bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) = \left[\bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k-1) - \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k) \right] \left[\mathbf{I}_J + \frac{\bar{\mathbf{v}}_{J,1}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k)}{1 - \bar{\mathbf{v}}_{J,1}^T \bar{\mathbf{v}}_{J,1}(k)} \right]$ (1.7) $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k) = \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) \left[\mathbf{I}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) \right]$ (1.8) $\bar{\alpha}_{N,1}(k) = \bar{d}_1(k) - \bar{\mathbf{h}}_N^T(k-1) \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k)$ (1.9) $\bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) = \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k) \bar{\alpha}_{N,1}(k)$ (1.10) $\bar{\mathbf{h}}_{N,1}(k) = \bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k) \left[\mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_{N,1}(k) \right]$ (1.11) $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) = \text{Im} \left[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$, $\bar{d}_2(k) = \text{Im} [d(k)] = 0$ (1.12) Вычисление $\bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k)$ (1.13) $\bar{\mathbf{v}}_{J,2}(k) = \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k)$ (1.14) $\bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k) = \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k)$ (1.15) $\bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,2}(k) = \left[\bar{\mathbf{Q}}_{NJ,1}(k) - \bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k) \right] \left[\mathbf{I}_J + \frac{\bar{\mathbf{v}}_{J,2}(k) \bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k)}{1 - \bar{\mathbf{v}}_{J,2}^T \bar{\mathbf{v}}_{J,2}(k)} \right]$ (1.16) $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k) = \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,2}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) \left[\mathbf{I}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{Q}}'_{NJ,1}(k) \right]$ (1.17) $\bar{\alpha}_{N,2}(k) = \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{h}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ (1.18) $\bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) = \bar{\mathbf{h}}_{N,1}(k) + \bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k) \bar{\alpha}_{N,2}(k)$ (1.19) $\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(k) \left[\mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_{N,2}(k) \right]$ (1.20) $\tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k)$ (1.21)	
End for k	

Алгоритмы для каждой из решеток многолучевой ААР различаются значениями векторов $\mathbf{f}_j^{(j)}$, см. выражение (7), выходными сигналами решеток $y^{(j)}(k)$, а значит, и векторами $\mathbf{z}_N^{(j)}(k)$, см. (3).

При инициализации алгоритма (табл. 1) использовано соотношение

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) &= \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ} \left[\mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ} \right] = \\ &= \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ} \left[\mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right] = \mathbf{U}_N \mathbf{Q}_{NJ}(0), \end{aligned} \quad (34)$$

так как, $\mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H = \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N = \mathbf{I}_N$, см. (30). С помощью уравнения (1.1) формируется выходной сигнал ААР $y(k)$, а с помощью уравнения (1.21) выполняется преобразование действительных ВК $\bar{\mathbf{h}}_N(k)$ в комплексные ВК $\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$, участвующие в формировании сигнала $y(k)$ на следующей итерации работы алгоритма.

Сложность алгоритма (см. табл. 1) определяется вычислениями, которые выполняются как в арифметике комплексных чисел, так и в арифметике действительных чисел. Вычисления в соответствии с уравнениями (1.1) – (1.3), (1.12) и (1.21) выполняются в арифметике комплексных чисел, а остальные – в арифметике действительных чисел. Вычислительная сложность части LC CM RLS-алгоритма, представленной в табл. 1, является линейной функцией числа N элементов ААР. Полная же сложность этого алгоритма определяется с учетом процедур вычисления действительных векторов коэффициентов Калмана $\bar{\mathbf{g}}_{N,1}(k)$ и $\bar{\mathbf{g}}_{N,2}(k)$, которая является квадратичной функцией числа N . В качестве таких процедур могут быть использованы вычисления, основанные на лемме об обращении матрицы, обратном QR-разложении с операциями или без операций извлечения квадратного корня или преобразовании Хаусхолдера с квадратичной вычислительной сложностью $O(N^2)$ [2].

LC CM LMS-алгоритм в арифметике действительных чисел

Используя рассмотренные в [2] приемы и уравнения (3) и (4), можно также получить LC CM LMS-алгоритм вычисления комплексных ВК $\mathbf{h}_N(k)$ для одной решетки многолучевой ААР в виде

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}'_N(k) + \mathbf{Q}_{NJ} \left[\mathbf{f}_J - \mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{h}'_N(k) \right], \quad (35)$$

где матрица \mathbf{Q}_{NJ} определяется как

$$\mathbf{Q}_{NJ} = \mathbf{C}_{NJ} \left[\mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1}, \quad (36)$$

вектор $\mathbf{h}'_N(k)$ – как

$$\mathbf{h}'_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mu \mathbf{z}_N(k) \alpha^*(k), \quad (37)$$

а сигнала ошибки $\alpha(k)$ – как

$$\begin{aligned} \alpha(k) &= d(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{z}_N(k) = \\ &= s^2 - \mathbf{h}_N^H(k-1) \mathbf{z}_N(k). \end{aligned} \quad (38)$$

Известно [2], что LMS-алгоритм можно получить как результат упрощения RLS-алгоритма, в котором корреляционная матрица и вектор взаимной корреляции оцени-

ваются лишь на одном отсчете обрабатываемых сигналов. В этом случае уравнения (26) и (27) принимают вид

$$\begin{aligned} \left\{ \left[\right] \right\} \mathbf{U}_N^H &= \bar{\mathbf{R}}_N(k) = \mathbf{U}_N \left\{ \frac{1}{2} \left[\mathbf{z}_N(k) \mathbf{z}_N^H(k) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(k) \mathbf{z}_N^T(k) \mathbf{J}_N \right] \right\} = \\ &= \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \end{aligned} \quad (39)$$

и

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_N(k) &= \mathbf{U}_N \left\{ \frac{1}{2} \left[\mathbf{z}_N(k) d^*(k) + \mathbf{J}_N \mathbf{z}_N^*(k) d(k) \right] \right\} = \\ &= \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{d}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{d}_2(k). \end{aligned} \quad (40)$$

Используя (39) и (40) и приемы, аналогичные приемам при получении уравнений (35) – (38), уравнения (35) и (37) в арифметике комплексных чисел для ААР с нечетной симметрией можно привести к уравнениям в арифметике действительных чисел

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}'_N(k) &= \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \left[\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{d}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{d}_2(k) \right] - \\ &- \mu \left[\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \right] \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) = \\ &= \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \left[\bar{d}_1(k) - \bar{\mathbf{z}}_{N,1}^T(k) \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) \right] + \\ &+ \mu \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \left[\bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{z}}_{N,2}^T(k) \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) \right] = \\ &= \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \left[\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\alpha}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\alpha}_2(k) \right] \end{aligned} \quad (41)$$

и

$$\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{h}}'_N(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ} \left[\mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_N(k) \right]. \quad (42)$$

Полученный таким образом LC CM LMS-алгоритм для одной решетки многолучевой ААР приведен в табл. 2.

В табл. 2, переменная μ – это шаг сходимости градиентных адаптивных алгоритмов. Его максимально допустимое значение

$$\mu_{\max} = \frac{1}{N \sigma_x^2}. \quad (43)$$

соответствует такому значению для LMS-алгоритма с комплексными ВК [2], так алгоритм в арифметике действительных чисел (41), (42) эквивалентен алгоритму в арифметике комплексных чисел (35), (37).

Сложность алгоритма (см. табл. 2) определяется вычислениями, которые выполняются как в арифметике комплексных чисел, так и в арифметике действительных чисел. Вычисления в соответствии с уравнениями (2.1) – (2.3), (2.5) и (2.6) выполняются в арифметике комплексных чисел, а остальные вычисления – в арифметике действительных чисел. Эта сложность является линейной функцией числа N элементов ААР.

Моделирование алгоритмов

Работоспособность и эффективность полученных алгоритмов в арифметике действительных чисел в сравнении с соответствующими им эквивалентными алгоритмами в арифметике комплексных чисел подтверждена компьютерным моделированием трехлучевой линейной эквидистантой ААР с числом элементов $N = 8$ и межэлементным расстоянием $d_0 = 0.5 \lambda_0$. Основные лучи трех решеток были ориентированы в направлениях $\theta_S^{(1)} = 0^\circ$, $\theta_S^{(2)} = 20^\circ$ и $\theta_S^{(3)} = 40^\circ$ на источники СМ-сигналов.

Таблица 2. LC CM LMS -алгоритм в арифметике действительных чисел для ААР с нечетной симметрией

Вычисления	Ссылки
Initialization : $\mathbf{x}_N(0), \mathbf{Q}_{NJ}(0) = \mathbf{C}_{NJ} \left[\mathbf{C}_{NJ}^H \mathbf{C}_{NJ} \right]^{-1}$, $\tilde{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{Q}_{NJ}(0) \mathbf{f}_J$, $\bar{\mathbf{C}}_{NJ} = \mathbf{U}_N \mathbf{C}_{NJ}$, $\bar{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) = \mathbf{U}_N \mathbf{Q}_{NJ}(0)$, $\bar{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{U}_N \tilde{\mathbf{h}}_N(0)$, $d(k) = s^2 = \text{const}$, $k = 1, 2, \dots, K$	(2.0)
For $k = 1, 2, \dots, K$ $y(k) = \tilde{\mathbf{h}}_N^H(k-1) \mathbf{x}_N(k)$ $\mathbf{z}_N(k) = \mathbf{x}_N(k) y^*(k)$ $\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) = \text{Re} \left[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$, $\bar{d}_1(k) = \text{Re} [d(k)] = s^2$ $\bar{\alpha}_1(k) = \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{h}}_N^T(k-1) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ $\bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) = \text{Im} \left[\mathbf{U}_N \mathbf{z}_N(k) \right]$, $\bar{d}_2(k) = \text{Im} [d(k)] = 0$ $\bar{\alpha}_2(k) = \bar{d}_2(k) - \bar{\mathbf{h}}_N^T(k-1) \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k)$ $\bar{\mathbf{h}}'_N(k) = \bar{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mu \left[\bar{\mathbf{z}}_{N,1}(k) \bar{\alpha}_1(k) + \bar{\mathbf{z}}_{N,2}(k) \bar{\alpha}_2(k) \right]$ $\bar{\mathbf{h}}_N(k) = \bar{\mathbf{h}}'_N(k) + \bar{\mathbf{Q}}_{NJ} \left[\mathbf{f}_J - \bar{\mathbf{C}}_{NJ}^T \bar{\mathbf{h}}'_N(k) \right]$ $\tilde{\mathbf{h}}_N(k) = \mathbf{U}_N^H \bar{\mathbf{h}}_N(k)$ End for k	(2.1) (2.2) (2.3) (2.4) (2.5) (2.6) (2.7) (2.8) (2.9)

Источник некоррелированной помехи (моделировалась как белый гауссов шум) располагался в направлении $\theta_S^{(4)} = -20^\circ$. Таким образом, число сигналов L , принимаемых каждой из антенн ААР, равнялось четырем. Отношение сигнал-помеха на входе каждой антенны для некоррелированной помехи задавалось равным -20 дБ, а отношение сигнал-шум в каждом из каналов – равным 30 дБ. Шум в каналах решетки моделировался как белый гауссов шум. Каждая из решеток в качестве полезного сигнала принимала один из СМ-сигналов с Phase Shift Keying (PSK) модуляцией: PSK-4, PSK-8 или PSK-16. Два других PSK-сигнала представляли собой коррелированные помехи с отношением сигнал-помеха, равным 0 дБ.

В арифметике комплексных чисел в качестве LC CM RLS-алгоритма использовался алгоритм на основе прямого усреднения корреляционной матрицы и вектора взаимной корреляции [26], а в качестве LC CM LMS-алгоритма использовались уравнения (35) – (38). Алгоритмы в каждой из решеток многолучевой ААР различались векторами $\mathbf{f}_J^{(j)}$, выходными сигналами решеток $y^{(j)}(k)$, а значит, и векторами $\mathbf{z}_N^{(j)}(k)$, см. уравнение (3).

Рассматривались два случая: а) – когда все три ААР функционировали независимо, б) – когда все три ААР функционировали зависимо.

Случай а) означает, что с помощью уравнения (4) задавалось только ограничение на значение основного луча решетки, а сигналы, приходящие из направлений основных лучей соседних решеток, подавлялись адаптивно, что соответствовало трем независимым друг от друга однолучевым ААР, в которых

$$\mathbf{C}_{NJ} = \mathbf{c}_N^{(j)} \quad (44)$$

и

$$\mathbf{f}_J^{(j)} = f^{(j)}. \quad (45)$$

В случае б) совокупность линейных ограничений задавалась помощью уравнения (5) и (7), что соответствовало трем зависимым друг от друга однолучевым ААР. Эта зависимость определялась уравнением (7), задающим нулевые значения ДН в направлениях основных лучей соседних решеток.

Результаты моделирования показаны на рис. 2 – рис. 4. Здесь в логарифмическом масштабе представлены усредненные по 100 экспериментам переходные процессы в терминах модуля ДН $|F(\theta)|$ в направлении на источник некоррелированной помехи.

Оттенки кривых на рис. 2 и рис. 3 соответствуют переходным процессам в многолучевой ААР, ДН которых в логарифмическом масштабе показаны на рис. 4 кривыми аналогичных оттенков. Вертикальные стрелки на рис. 4 указывают направления на источники СМ-сигналов и на источник некоррелированной помехи.

Из сравнения рисунков следует, что при приеме антенной решеткой нескольких СМ-сигналов независимая адаптация обеспечивает худшие результаты, чем зависимость с использованием адаптивных алгоритмов как в арифметике комплексных чисел, так и в арифметике действительных чисел. Это подтверждает тот факт, что коррелированные помехи с помощью адаптивных LC СМ-алгоритмов подавляются плохо [19], а единственное линейное ограничение (4), (44) и (45) лишь обеспечивает сохранение основного луча, предотвращая явление захвата СМ-помех.

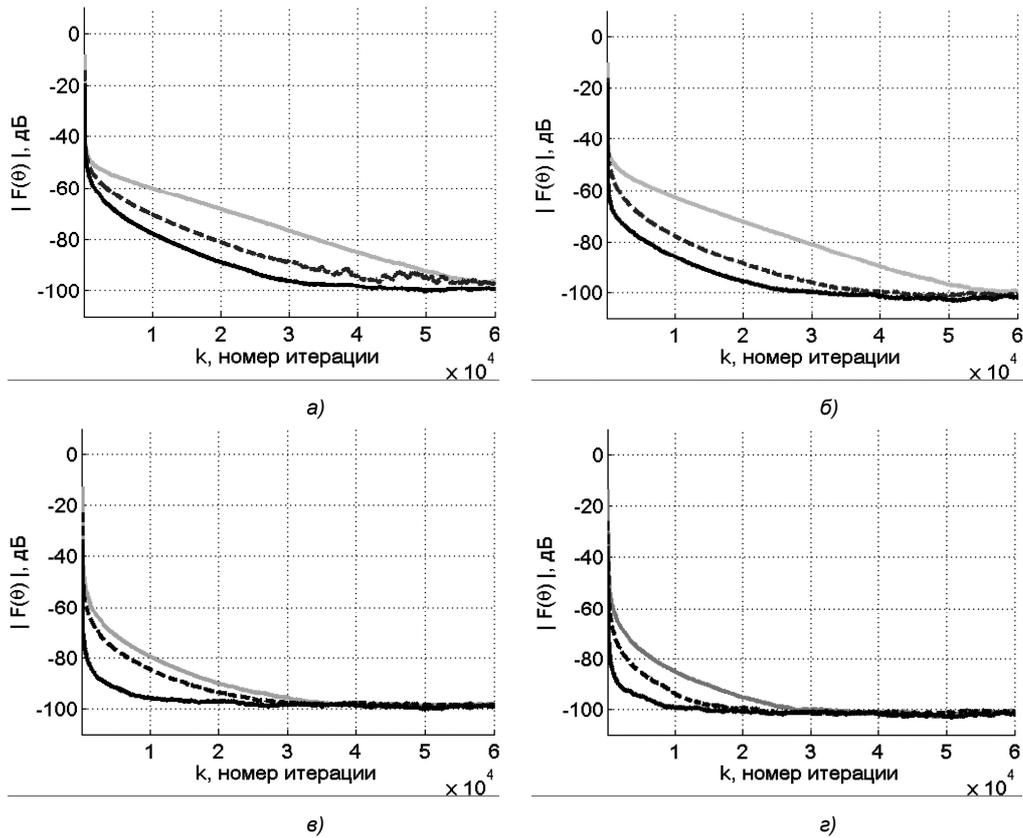


Рис. 2. LC CM RLS-алгоритм, переходные процессы: а) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; б) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел; в) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; г) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел

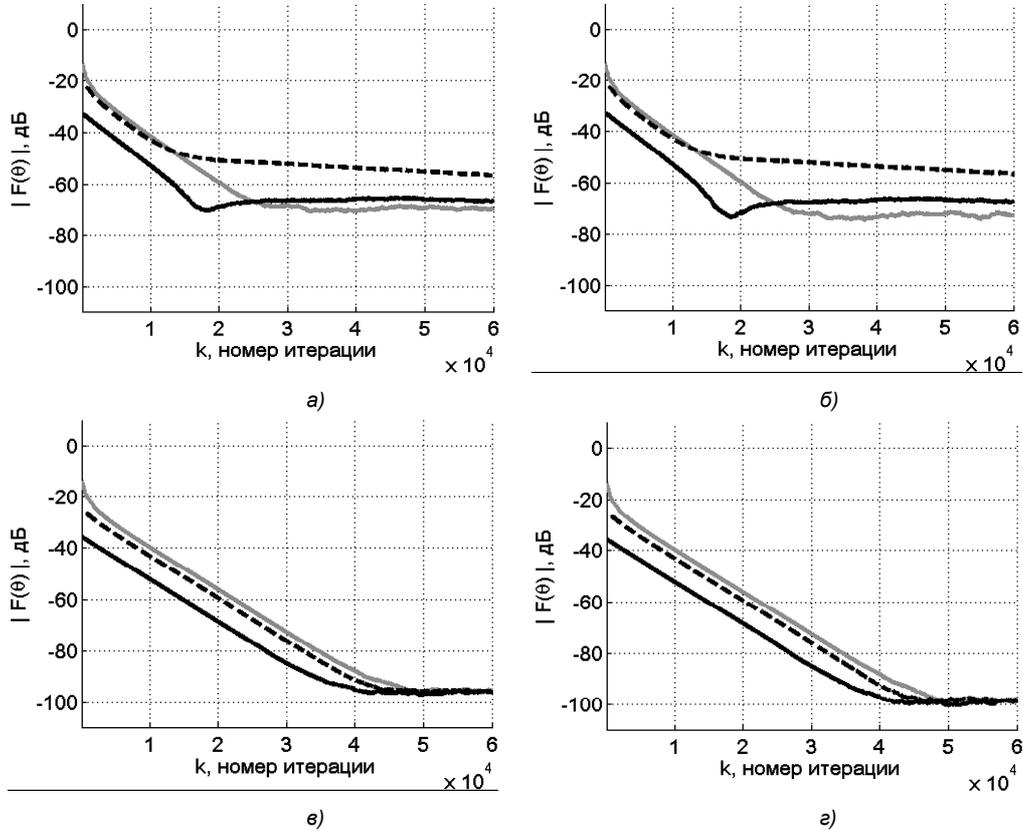


Рис. 3. LC CM LMS-алгоритм, переходные процессы: а) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; б) – независимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел; в) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике комплексных чисел; г) – зависимая адаптация, алгоритм в арифметике действительных чисел

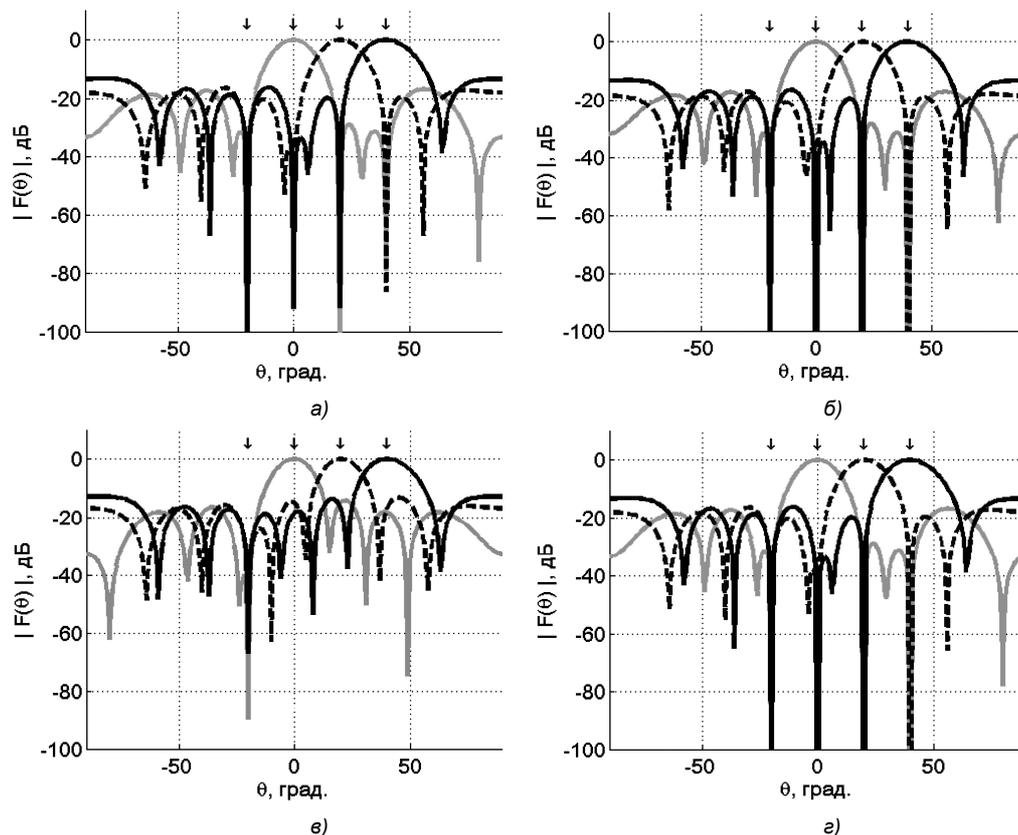


Рис. 4. ДН в установившемся режиме: а) – LC CM RLS-алгоритм, независимая адаптация; б) – LC CM RLS-алгоритм, зависимая адаптация; в) – LC CM LMS-алгоритм, независимая адаптация; г) – LC CM LMS-алгоритм, зависимая адаптация

Лучшее качество демонстрирует зависимая адаптация, при которой на каждой итерации алгоритма с помощью линейных ограничений поддерживаются требуемые значения ДН: максимум основного луча в направлении источника полезного сигнала и нули в направлениях на источники коррелированных помех, см. рис. 4б. Из рис. 2в и рис. 2г следует, что в случае зависимой адаптации LC CM RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел в установившемся режиме обеспечивает в среднем на 2...3 дБ более глубокие провалы в ДН в направлениях на источники адаптивно подавляемых помех и примерно в 1.5 ... 2 раза более короткий переходный процесс чем аналогичный алгоритм в арифметике комплексных чисел. Это свидетельствует о более высокой функциональной эффективности LC CM RLS-алгоритма в арифметике действительных чисел.

Из рис. 3в и рис. 3г следует, что в случае зависимой адаптации LC CM LMS-алгоритм в арифметике действительных чисел в установившемся режиме также обеспечивает в среднем на 2...3 дБ более глубокие провалы в ДН в направлениях на источники адаптивно подавляемых помех чем аналогичный алгоритм в арифметике комплексных чисел. Длительность переходных процессов в обоих LMS-алгоритмах примерно одинаковая.

Заключение

Таким образом, прямое-обратное усреднение позволяет улучшить оценки корреляционной матрицы сигналов, принимаемых ААР с нечетной симметрией, и вектора взаимной корреляции этих сигналов с требуемым сигналом, и, как следствие, более точно рассчитать ВК, а значит получить более глубокие провалы в ДН в направ-

лениях на источники помех, а также сократить примерно в два раза длительность переходных процессов адаптивного LC CM RLS-алгоритма в арифметике действительных чисел по сравнению с аналогичным алгоритмом в арифметике комплексных чисел, в котором указанные оценки получаются путем прямого усреднения.

Более глубокие провалы в ДН ААР достигаются и при использовании прямого-обратного усреднения в LC CM LMS-алгоритме. Однако по сравнению с аналогичным алгоритмом в арифметике комплексных чисел длительность переходного процесса остается практически неизменной, т.к. на каждой итерации в усреднении участвует всего один отсчет вектора сигналов, принимаемых антеннами ААР.

Также следует отметить, что несмотря на то, что большинство операций в алгоритмах в арифметике действительных чисел выполняются дважды (см. табл. 1 и табл. 2), число этих операций примерно в два раза меньше эквивалентного числа действительных операций в алгоритмах в арифметике комплексных чисел, так как одна комплексная операция умножения со сложением требует четыре действительных операций умножения и четыре действительных операций сложения.

Таким образом, по сравнению с алгоритмами в арифметике комплексных чисел, рассмотренные в работе адаптивные алгоритмы в арифметике действительных чисел требуют примерно в два раза меньше операций на одну итерацию. Поэтому, эти алгоритмы могут найти применение в ААР радиосистем цифровой связи, принимающих СМ-сигналы, при ограничениях на вычислительную мощность используемого ЦСП.

Литература

1. Sayed A.H. Fundamentals of adaptive filtering. – John Wiley and Sons, Inc., 2003. – 1125 p.
2. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов. Теория и алгоритмы. – М.: Техносфера, 2013. – 528 с.
3. Haykin S. Adaptive filter theory. Fifth edition. – Pearson Education Inc., 2014. – 889 p.
4. Hudson J.E. Adaptive array principles. – Peter Peregrinus Ltd., 1981. – 253 p.
5. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1983. – 240 с.
6. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. – М.: Наука, 1991. – 200 с.
7. Плетнева И.Д., Джиган В.И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках // Исследования в области цифровых систем связи (Межвузовский сборник). – М.: Изд. МИЭТ, 2007. – С. 36–43.
8. Cantoni A., Butler P. Properties of eigenvectors of persymmetric matrices with applications to communication theory // IEEE Trans. Commun. – 1976. – Vol. 24. – № 8. – P. 804–809.
9. Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. – 1980. – Vol. 16. – № 1. – P. 124–127.
10. Huang K.C., Yen C.C. A unitary transformation method for angle of arrival estimation // IEEE Trans. Acoustic, Speech and Signal Processing. – 1991. – Vol. 39. – № 4. – P. 975–977.
11. Зарицкий В.И., Кокин В.Н., Леховицкий Д.И., Саламатин В.В. Рекуррентные алгоритмы адаптивной обработки при центральной симметрии пространственно-временных каналов приема // Изв. вузов. Радиофизика. – 1985. – Том 28. – № 7. – С. 863–871.
12. Huang K.-C., Yeh C.-C. Adaptive beamforming with conjugate symmetric weights // IEEE Trans. Antennas and Propagation. – 1991. – Vol. 39. – № 7. – P. 926–932.
13. Ратынский М.В., Петров С.В. Реализация алгоритмов обработки стохастических сигналов в действительной арифметике // Цифровая обработка сигналов. – 2013. – № 4. – С. 22–24.
14. Treichler J., Larimore M. New processing techniques based on the constant modulus adaptive algorithm // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1985. – Vol. 33. – № 2. – P. 420–431.
15. Frost O.L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing // Proceedings of the IEEE. – 1972. – Vol. 60. – № 8. – P. 926–935.
16. Resende L.S., Romano J.M.T., Bellanger M.G. A fast least-squares algorithm for linearly constrained adaptive filtering // IEEE Trans. Signal Processing. – 1996. – Vol. 44. – № 5. – P. 1168–1174.
17. Apolinario J.A., Werner S., Diniz P.S.R., Laakso T.I. Constrained normalized adaptive filters for CDMA mobile communication // Proceedings of the 9-th European Signal Processing Conference. – Island of Rhodes, Greece, 1998. – 4 p.
18. De Campos M.R.L., Apolinario J.A. The constrained affine projection algorithm – development and convergence issues // Proceedings of the First Balkan Conference on Signal Processing, Communications, Circuits, and Systems. – Istanbul, May 2000. – 4 p.
19. Shan T.-J., Kailath T. Adaptive beamforming for coherent signals and interference // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1985. – Vol. 33. – № 3. – P. 527–536.
20. Gooch R., Lundell J. The CM array: An adaptive beamformer for constant modulus signals // Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1986. – Vol. 11. – P. 2523–2526.
21. Treichler J., Larimore M. The tone capture properties of CMA-based interference suppressors // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1985. – Vol. 33. – № 4. – P. 946–958.
22. Rude M.J., Griffiths L.J. Incorporation of linear constraints into the constant modulus algorithm // International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1989. – Vol. 2. – P. 968–971.
23. Chen Y., Le-Ngoc T., Champagne B., Xu C. Recursive least squares constant modulus algorithm for blind adaptive array // IEEE Trans. Signal Processing. – 2004. – Vol. 52. – № 5. – P. 1452–1456.
24. Djigan V.I. Joint use of constant modulus and least squares criteria in linearly-constrained communication arrays // Radioengineering: Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities and URSI Committers. – 2007. – Vol. 16. – № 4. – P. 88–95.
25. Джиган В.И., Плетнева И.Д. Алгоритмы адаптивной фильтрации на основе QR-разложения для антенных решеток систем цифровой связи // Цифровая обработка сигналов. – 2007 – № 4. – С. 2–7.
26. Джиган В.И. Многолучевая адаптивная антенная решетка // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 2. – С. 23–29.
27. Джиган В.И. Вычислительно эффективный линейно-ограниченный комплексный RLS-алгоритм в арифметике действительных чисел // Доклады 14-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2012)» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, 28 – 30 марта 2012 г.). – Москва, 2012. – Том 1. – С. 77–81.
28. Джиган В.И. Адаптивная антенная решетка на базе LMS-алгоритма в арифметике действительных чисел // Доклады 15-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2013)» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, 27 – 29 марта 2013 г.). – Москва, 2013. – Том 1. – С. 145–148.
29. Djigan V.I. Adaptive filtering algorithms with quadratized cost function for linearly constrained arrays // International Conference «Antennas Theory and Technique» (A.S. Popov Odessa National Academy of Telecommunications, September 16 – 20, 2013). – Odessa, Ukraine. – P. 214–216.
30. Григорьев Л.Н. Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках. – М.: Радиотехника, 2010. – 144 с.
31. Солохина Т.В., Беляев А.А. Архитектура высокопроизводительных сигнальных контроллеров MC-0428 семейства «МУЛЬТИКОР // Вопросы радиоэлектроники. Серия: «Общетехническая». – № 1. – 2011. – С. 25–34.
32. Витязев В.В., Витязев С.В. Цифровые процессоры цифровой обработки сигналов TMS320C67x компании Texas Instruments. – Учебн. пособие. – Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет, 2007. – 112 с.
33. Джиган В.И. Прикладная библиотека адаптивных алгоритмов // Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. – 2006. – № 1. – С. 60–65.