

## КАСКАДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ С ЛИНЕЙНОЙ ФАЗОЙ

*Вздулева Н.О., аспирант кафедры ВТ Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова, e-mail: sizovan@list.ru;*

*Гитлин В.Б., д.т.н., профессор кафедры ВТ Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова, e-mail: vbh\_istu@mail.ru*

**Ключевые слова:** хроматографический анализ, КИХ-фильтр, оптимальный, чувствительность, каскадное соединение.

### Введение

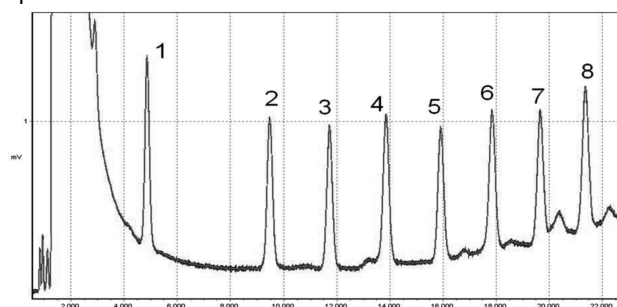
Методы хроматографического анализа [1] используются для контроля качества продукции нефтяной, пищевой, ликероводочной промышленности. Это достаточно точный метод определения как наличия какого-либо компонента в анализируемой пробе, так и расчёта её концентрации [1]. Сигнал хроматографа представляет собой последовательность пиков гауссовой формы. По расположению пика на временной оси хроматограммы идентифицируют компоненты, содержащиеся в смеси. По площади пиков оценивают количество компонента. Общий вид хроматограммы представлен на рис. 1.

Одной из характеристик прибора, выполняющего хроматографический анализ, является предел детектирования полезного сигнала, определяемый отношением сигнал/шум. Чем выше величина этого отношения, тем меньшие концентрации определяемого вещества в смеси удастся идентифицировать. Значение шума зависит от физических процессов, определяемых типом хроматографического анализа [1], типа детектора, шумов электрического оборудования. Наличие шума снижает точность оценок, как положения пиков хроматограммы, так и площади сигнала под этими пиками [1]. Так как хроматографическая информация переносится временной функцией полезной части сигнала, то повысить соотношение сигнал/шум можно лишь фильтрами, фазо-частотная характеристика которых линейна. Эти требования могут быть удовлетворены при выборе в качестве фильтра КИХ-фильтра с линейной фазой [2-5].

Операция фильтрации с использованием КИХ-фильтров требует большого количества умножений и сложений по сравнению с фильтрацией, выполняемой фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ фильтрами) [2-6]. Использование микропроцессорной техники существенно снизило влияние ограничений, связанных с повышенным количеством вычислений в КИХ-фильтрах [4]. Тем не менее, задача синтеза КИХ-фильтров минимального порядка с линейной фазой и с большим коэффициентом подавления в полосе задерживания, остается актуальной. Например, такая задача возникает при встраивании микропроцессорных систем

*Показано, что для повышения чувствительности хроматографического анализа необходимо выполнить фильтрацию сигнала с хроматографа при помощи КИХ-фильтров с линейной фазой. Предложена методика построения квазиоптимальных КИХ-фильтров высокого порядка с использованием алгоритма Паркса-Маккеллана путем каскадного соединения КИХ-фильтров меньшего порядка. Проведено сравнение предложенной методики с результатами расчета оптимальных фильтров системой MatLab. Показано, что применение каскадного соединения двух КИХ-фильтров позволило повысить соотношение сигнал / шум для сигнала на выходе хроматографа, примерно в восемь раз.*

реального времени в какие-либо технические устройства, в частности, в устройства, выполняющие хроматографический анализ, когда мощности микропроцессора ограничены.



*Рис. 1. Хроматограмма тестовой смеси предельных углеводородов 1 – октан, 2 – декан, 3 – ундекан, 4 – додекан, 5 – тридекан, 6 – тетрадекан, 7 – пентадекан, 8 – гексадекан, растворитель – гексан*

Была проведена серия испытаний по оценке параметров желаемой амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтра: граничной частоты полосы пропускания (обозначенной на рис. 2 как *a*) и граничной частоты полосы задерживания (обозначенной на рис. 2 как *b*) исходя из свойств сигнала и шума на выходе хроматографа [7]. Значения параметров *a* и *b* подбирали так, чтобы получить максимум соотношения сигнал/шум при сохранении формы полезного сигнала. Зависимость отношения сигнал/шум от параметров фильтра, полученная в ходе экспериментов [7], представлена в виде графиков на рис. 2. Оптимальным решением в данном случае оказался фильтр с параметрами:  $a = 0,3$  Гц и  $b = 0,8$  Гц при частоте дискретизации  $f_s = 20$  Гц, поскольку кроме максимума отношения сигнал/шум он обеспечивал минимальную величину шума (1,083 мВ). Нормализованная относительно частоты опроса ширина

переходной зоны составила величину, равную

$$\Delta f = \frac{b-a}{f_s} = \frac{0,8-0,3}{20} = 0,025.$$

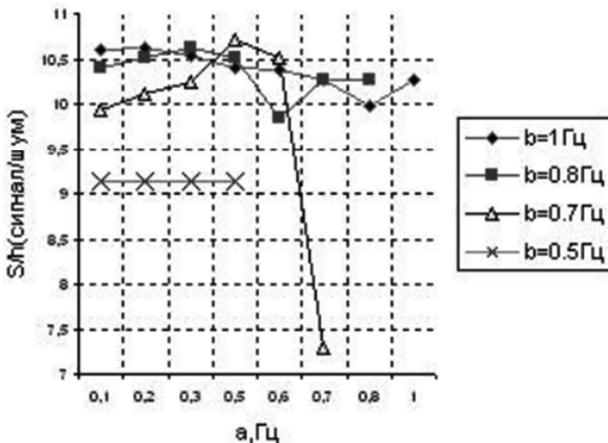


Рис. 2. Зависимость отношения сигнал/шум от параметров КИХ - фильтра

Ограничим последующее рассмотрение КИХ-фильтром нижних частот (ФНЧ), реализованном с помощью фильтра типа 1, для которого Чебышевская задача наилучшего приближения формулируется как [3]:

$$\begin{cases} \max_{\omega \in \Omega} P(\omega) \left| \xi(\omega) - \sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) \right| = \min_{a_k} = \delta_{\min} \\ P(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}, \omega \in \Omega_1 \\ 1, \omega \in \Omega_2 \end{cases} \\ \Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}. \end{cases} \quad (1)$$

где  $\xi(\omega)$  – заданная желаемая АЧХ фильтра;

$\sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) = B(\omega, \bar{a})$  – тригонометрический полином,

аппроксимирующий заданную АЧХ;  $\bar{a} = \{a_k\}, k = 0, 1, \dots, M$  – вектор коэффициентов полинома;  $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}$  – область угловых частот аппроксимации;  $\Omega_1$  – диапазон частот полосы пропускания,  $\Omega_2$  – диапазон частот полосы задерживания;  $P(\omega)$  – весовая функция;  $\delta$  – погрешность аппроксимации. Фильтр, полученный как решение задачи, определяемой формулой (1), имеет минимальный порядок для заданной величины  $\delta$  и с этой точки зрения является оптимальным [3], [5].

Попытка нахождения параметров фильтра по алгоритму Ремеза [3], путем поиска оптимальных решений системы уравнений (1) методом Гаусса, показала, что решение расходится уже при  $N = 51$  (порядок  $M$  тригонометрического полинома  $\sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) = B(\omega, \bar{a})$  равен

$M = 25$ ) (кривая 1 на рис. 3). Решение оптимизационной задачи с использованием алгоритма Паркса-Макклеллана [5], позволило несколько увеличить порядок оптимального фильтра, но для  $M = 29$  решение снова разо-

шлось (кривая 2 на рис. 3). Неустойчивость полученного в этом случае решения можно объяснить зависимостью результатов вычисления коэффициентов фильтра от точности представления непрерывных параметров Чебышевской аппроксимации дискретными отсчетами сетки частот и дискретным представлением коэффициентов  $\bar{a} = \{a_k\}, k = 0, 1, \dots, M$  аппроксимирующего полинома. Действительно, рост порядка фильтра приводит: а) к довольно близкому расположению частот альтернанса и существенному влиянию погрешностей округления, соизмеримым с шагом густой сетки частот и б) к значительному влиянию погрешности квантования коэффициентов полинома  $\{a_k\}$ . Повышение разрядности представления чисел с  $R = 12$  разрядов до  $R = 20$  разрядов позволило повысить порядок полинома до  $M = 34$ , при котором решение еще сходилось. Эксперименты показали, что дальнейшее повышение порядка полинома вновь приводило к потере сходимости.

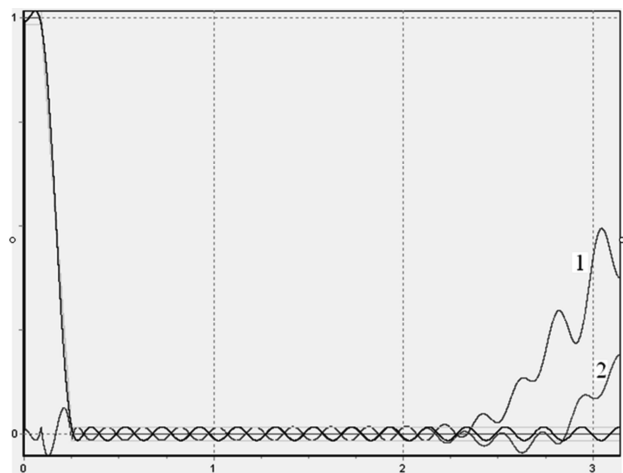


Рис. 3. Вид АЧХ проектируемого фильтра: 1 – для простого алгоритма Ремеза; 2 – для метода Паркса-Макклеллана

Для создания оптимального КИХ-фильтра с линейной фазой высокого порядка было решено построить квази-оптимальный КИХ-фильтр путем каскадного соединения оптимальных КИХ-фильтров одинакового меньшего порядка.

Каскадное соединение КИХ-фильтров типа 1 одинакового порядка имеет АЧХ, равную произведению АЧХ каскадно-соединенных фильтров, а их фазочастотная характеристика (ФЧХ) равна сумме ФЧХ исходных фильтров. Результирующий фильтр также имеет линейную зависимость фазы от частоты. Поскольку каждый из каскадно-соединенных линейных фильтров является оптимальным, то результирующий фильтр будет, по крайней мере, квазиоптимальным. Число последовательно включенных каскадов можно увеличивать, что позволяет дополнительно повысить степень подавления сигнала в полосе задерживания.

Оценим влияние каскадного соединения оптимальных КИХ-фильтров одинакового порядка на параметры результирующего фильтра [8]. Пусть КИХ-фильтр высокого порядка с максимальным отклонением ошибки аппроксимации  $\delta_{(2)}$  получен путем каскадного соединения двух фильтров типа 1, одного и того же меньшего поряд-

ка с максимальными отклонениями ошибки аппроксимации  $\delta_{(1)}$ . Поскольку АЧХ каскадно-соединенных фильтров перемножаются, то в полосе задерживания имеем

$$\delta_{(2)} = \delta_{(1)}^2, \quad (2)$$

а в полосе пропускания

$$\begin{cases} (1 + \delta_{(2)}) = (1 + \delta_{(1)})^2, & \varepsilon(\omega) > 0, \\ (1 - \delta_{(2)}) = (1 - \delta_{(1)})^2, & \varepsilon(\omega) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) следует, что при  $\delta_{(1)} \ll 1,0$  погрешность аппроксимации в полосе задерживания снижается, а в полосе пропускания – растет. Обе погрешности становятся несимметричными относительно заданной АЧХ  $\xi(\omega) = 1$ . Отношение  $\delta_n / \delta_3 = \alpha$  сдвигается в сторону больших значений. Степень подавления сигнала в полосе задерживания относительно предшествующего значения  $\alpha$  дополнительно снижается [3]. Так для  $\delta_{(1)} = 0,102054134$  (КИХ-фильтр с порядком полинома  $M = 13$ ) при  $\delta_n / \delta_3 = \alpha = 1$  максимальное отклонение составило в полосе задерживания величину, равную  $\delta_{(2)} = 0,0104150462665$ . Полученная методом Пакса-Макклеллана оценка значения  $\delta_{(2)}$  в полосе задерживания для случая одинаковых значений  $\delta_{(2)}$  в полосах пропускания и задерживания для фильтра порядка  $M = 26$  равна  $\delta_2 = 0,0389440600977$ , что существенно больше  $\delta_{(2)}$ .

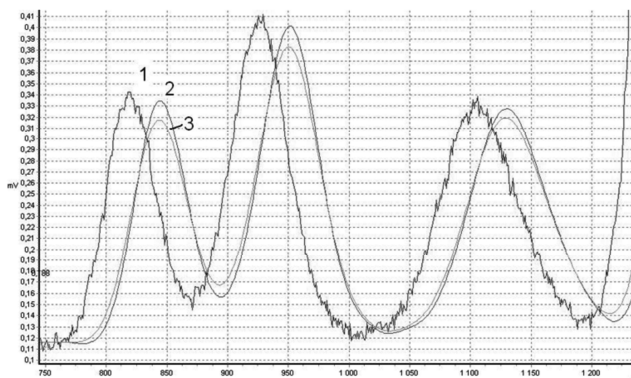


Рис. 4. Фильтрация сигнала: 1 – исходный сигнал, 2 – MatLab, 3 – каскадное включение

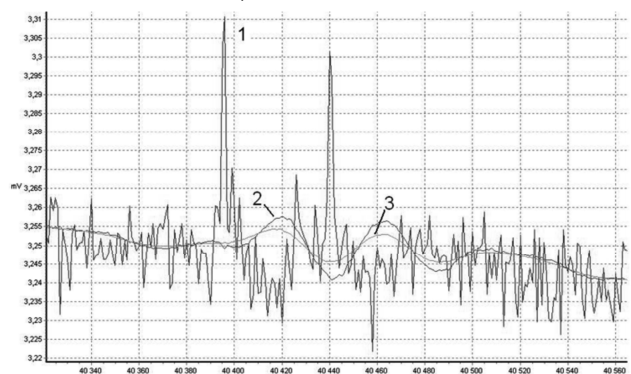


Рис. 5. Фильтрация базовой линии: 1 – исходный сигнал, 2 – MatLab, 3 – каскадное включение

В целом можно отметить, что из-за погрешностей, связанных с дискретизацией и квантованием, задача вычисления коэффициентов фильтра высокого порядка

требует нетривиальных математических приемов и расчетов [3]. Каскадное включение оптимальных КИХ-фильтров позволяет снизить требования к точности представления дискретных отсчетов частоты и амплитуды и, тем самым, существенно сократить трудности построения КИХ-фильтров высокого порядка при сохранении свойств квазиоптимальности.

Результаты сравнения работы квазиоптимального КИХ-фильтра и оптимального КИХ-фильтра на примере фильтрации сигнала с хроматографа показаны на рис. 4. В качестве квазиоптимального фильтра взят фильтр, полученный путем каскадного включения двух КИХ-фильтров 51 порядка (порядок каскадного соединения двух фильтров 102). В качестве оптимального – КИХ-фильтр 101 порядка, рассчитанного с помощью программы MatLab. Другой пример фильтрации сигнала с шумом показан на рис. 5. В том и другом случае задержка результирующего сигнала на выходе для обоих фильтров одинакова. Имеются некоторые расхождения по величине амплитуды колебаний выходного сигнала, которые можно компенсировать при помощи масштабирования.

На рис. 6 представлены результаты обработки ступенчатого сигнала каскадом фильтров и фильтром, рассчитанным в программе MatLab. При фильтрации фильтром 101 порядка, рассчитанным программой MatLab, наблюдается выброс на фронте и спаде выходного сигнала, который отсутствует в сигнале, полученном на выходе квазиоптимальных фильтров.

На рис. 7–9 представлены сигналы, записанные с помощью программы NetChrom, предназначенной для работы с хроматографом. Для наглядности все хроматограммы представлены в одинаковом диапазоне. С тем, чтобы оценить эффективность фильтров на примере одного и того же сигнала, на три возможных канала детекторов подавали сигналы: исходный и остальные два, полученные после фильтрации исходного сигнала КИХ-фильтрами. Шум исходного сигнала, измеренный программой NetChrom (рис. 7) составил 1,2 мВ, шум после фильтрации КИХ-фильтром 51 порядка (рис. 8) – 0,305 мВ (снижение погрешности на 11 дБ), а для каскада из двух КИХ-фильтров 51 порядка (рис. 9) шум составил 0,15 мВ (снижение погрешности на 18 дБ).

Влияние фильтрации на результаты анализа на примере стандартной поверочной смеси додекана в гексане показано на рис. 10-11. Пик додекана выходит с колонки нагретой до 120°C приблизительно через 3,7 минуты после ввода пробы в испаритель. По оси абсцисс ( $x$ ) отсчитывается время, по оси ординат ( $y$ ) величина сигнала в мВ. Исходный и обработанный квазиоптимальным фильтром сигналы приведены к одному масштабу.

Сравнивая расчетные параметры сигнала, такие как площадь, высота, время выхода компонента видно, что отсутствует искажение формы сигнала, временная задержка минимальна. Отношение сигнал/шум для исходного пика составит 7,07775, а для обработанного каскадом КИХ-фильтров 102 порядка – 55,869, т.е. почти в восемь раз лучше.

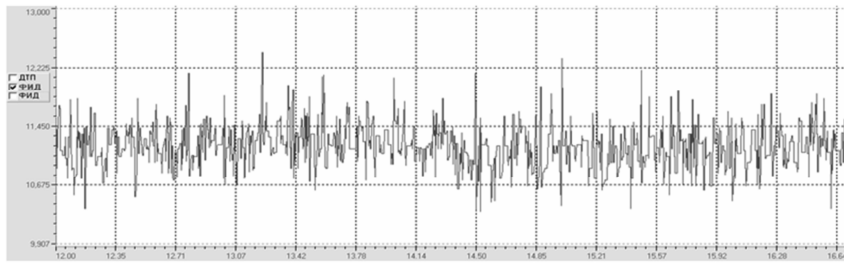


Рис. 7. Исходный сигнал, шум - 1,2 мВ

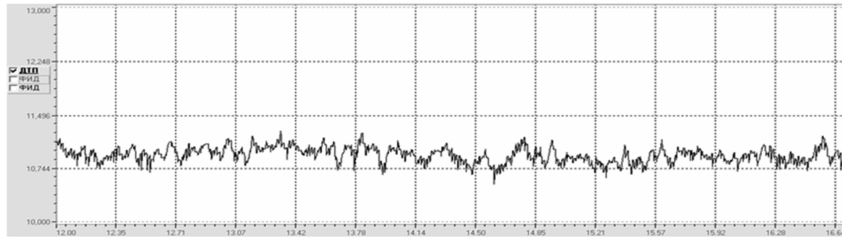


Рис. 8. КИХ-фильтр 25 порядка, шум - 0,305 мВ

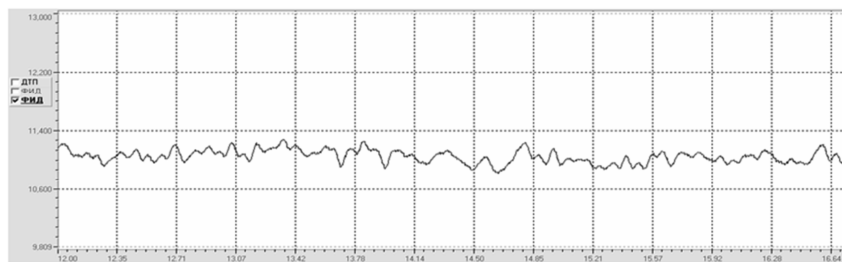


Рис. 9. Каскад из двух КИХ-фильтров 25 порядка, шум - 0,15 мВ

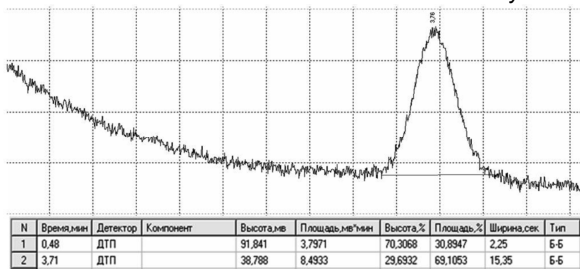


Рис. 10. Исходный сигнал

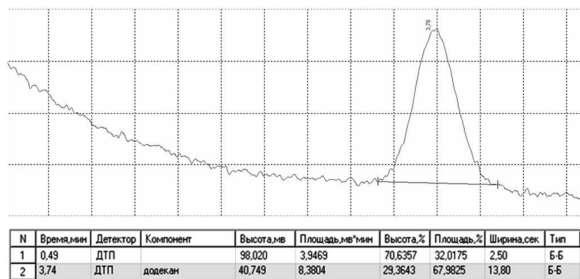


Рис. 11. Работа каскада из 2 КИХ-фильтров 25 порядка

### Литература

1. Сакодынский К.И., Бражников В.В., Волков С.А. Аналитическая хроматография. – М.: Химия, 1993.
2. Рабинер Л., Гуолд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 С.
3. Основы цифровой обработки сигналов. Курс лекций / Авторы А.И.Солонина, Д.А. Улахович. С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. Изд. 2-е исп. и перераб. - СПб.: БХВ. – Петербург, 2005, 768 С.
4. Куприянов М.С., Матюшкин Б.Д. Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования. 2-е изд. перераб. и доп. – СПб: Политехника, 2002. - 592 с.
5. Опленгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. –

М. Техносфера, 2006. – 856с.

6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. Учебник для вузов. 2-е изд. - СПб.:«Питер», 2006. – 751 с.

7. Сизова Н.О., Гитлин В.Б. Проектирование оптимального фильтра для обработки сигнала хроматографа / Информационные системы в науке, промышленности и образовании - Ижевск: Издательство ИжГТУ, 2011

8. Сизова Н.О., Гитлин В.Б. Выбор параметров фильтра для эффективного подавления шумов хроматографа / Информационные технологии в науке, промышленности и образовании: Сборник трудов научно-технической конференции факультета «Информатика и вычислительная техника» (24 апреля 2010г), - с. 40-42.

### CASCADE CONNECTION OPTIMAL LINEAR PHASE FIR FILTERS

*Vzduleva N.O., Gitlin V.B.*

It is shown that to increase the sensitivity of the chromatographic analysis is necessary to filter the signal from the chromatograph using FIR filters with linear phase. It became clear from the analysis of the signal characteristics that the order of the FIR filter, including optimal FIR filter has a rather high value, calculation methods require special filters. The author suggests the method of construction of quasi-optimal FIR filters using high-order algorithm Parks - McClellan by cascading FIR filters of lower order. The author carried out the Comparisons of the proposed methods with the results of calculation optimum filter by system MatLab. Using the example of signal processing chromatography that the results of the two methods of calculation are practically the same at a much smaller number of computations of the proposed method. The use of a cascade connection of two FIR filters are allowed to increase the signal / noise ratio of the signal obtained at the output of the chromatograph, about eight times.