УДК 536.86.+621.396.96

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫХ ОЦЕНОК ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ В НЕГАУССОВСКИХ СТАТИСТИКАХ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОСИГНАЛОВ

Паршин А.Ю., *аспирант Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: alex90fox@gmail.com*
Паршин Ю.Н., *д.т.н., профессор, зав. кафедрой радиотехнических устройств Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: parshin.y.n@rsreu.ru*

Статья посвящена решению задачи обнаружения объектов по их радиолокационным изображениям, полученным РЛС с синтезированной апертурой на основе их фрактальных свойств. Показано, что достаточной статистикой для решаемой задачи является максимально правдоподобная оценка корреляционной размерности. Синтезирован фрактальный обнаружитель радиосигналов, проведен его анализ с применением гауссовской аппроксимации статистики и на основе степенного распределения. Выполнен синтез оптимального комплексированного энергетико-фрактального обнаружителя, получены аналитические выражения для характеристик обнаружения.

Ключевые слова: обнаружение объектов, радиолокационное изображение, фрактальная размерность, гауссовская аппроксимация, максимальное правдоподобие.

Введение

Современные способы маскирования подвижных и неподвижных радиолокационных объектов привели к появлению серьезных трудностей в обнаружении малоконтрастных целей на фоне подстилающей поверхности по энергетическим признакам. Кроме того, создание новых радиолокационных систем, к которым предъявляются повышенные требования по точности определения координат, производительности, а также более широкому кругу решаемых задач, привело к возникновению необходимости применения новых моделей и алгоритмов обработки принимаемых сигналов для обеспечения максимальной автоматизации процесса. Одним из них является фрактальный подход, широко используемый для решения различных радиотехнических задач [1-3].

Данный подход основан на принципе самоподобия и дробной меры природных процессов и объектов, а также связанных с ними сигналов и изображений [1-3]. При этом исследуемые явления рассматриваются не как простая совокупность отдельных элементов с определенными характеристиками, а как некоторая структура, обладающая внутренними топологическими связями между элементами и характеризующая сложный объект в целом. Оценка сложности структуры основывается на фрактальной размерности, которая является основным количественным показателем фрактальных структур. Особенностью фрактальной размерности D является дробный характер, что отличает ее от целой топологической размерности T.

Размерность имеет несколько определений, каждое из которых характеризует различные способы ее расчета [4]. При выполнении обнаружения данные представляются в виде временных рядов отсчетов сигнала, отраженного от объекта или подстилающей поверхности. Для обработки данных наиболее удобной является корреляционная размерность [4]. Корреляционная размерность имеет определенные вычислительные преимущества перед остальными способами определения фрактальной размерности и ее удобно использовать при решении задачи обнаружения объектов.

Постановка задачи

Как правило, задачу обнаружения необходимо решать в реальном времени, иногда допускается небольшая временная задержка. Количество данных, предоставляемых радиолокационной станцией в таком случае, достаточно ограничено, что приводит к неизбежным ошибкам при вычислении корреляционной размерности, которое требует бесконечное число отсчетов для безошибочной работы. Поэтому в реальных условиях целесообразно применять оценивание размерности. Наиболее точные результаты обеспечиваются при использовании алгоритма максимального правдоподобия [5].

Обычно наблюдается одномерная последовательность значений по одной координате. Для оценивания размерности сигнала, заданного временным рядом, требуется восстановить значения остальных координат, наиболее полно задающих состояние динамической системы. В работе [9] предложен способ реконструкции динамической системы путем использования задержанных во времени значений наблюдаемой компоненты в качестве значений ненаблюдаемых компонент $\mathbf{x}_k = \{x(t_k),\ x(t_{k+1}),\dots, x(t_{k+T-1})\}$, где T – размерность пространства вложения. Применение этого метода для вычисления корреляционной размерности d известно под названием алгоритма Грассбергера-Прокачиа. Формирование данных для выполнения обнаружения производится по упорядоченной выборке отсчетов, полученной с учетом теоремы Такенса [9], в соответствии с которой из имеющейся упорядоченной последовательности N_S независимых отсчетов радиолокационного сигнала формируются векторы, число которых $N = \dfrac{N_S}{T}$ зависит от выбранной размерности вложения.

Формирование векторов производится путем последовательного использования значений отсчетов в качестве соответствующих координат вектора. Измерение расстояний между векторами производится в соответствии с евклидовой метрикой по формуле

$$l_i =$$
$$= \sqrt{(x_1(t_k) - x_1(t_m))^2 + (x_2(t_k) - x_2(t_m))^2 + (x_3(t_k) - x_3(t_m))^2},$$
$$i = 1,.., N(N-1)/2,$$
$$k = 1,.., N-1, \;\; m = k+1,.., N.$$

Число неповторяющихся расстояний между векторами равно $M = \frac{1}{2}(N-1)N$, что позволяет считать их независимыми. При условии нормировки расстояний $r_k = l_k / l_{\max}$ закон распределения вероятностей для расстояний между векторами задается степенной зависимостью $F(r) = r^d$, а функция плотности распределения вероятности имеет вид [5]

$$w(r) = \frac{dF(r)}{dr} = d \times r^{d-1}, \;\; 0 < x < 1. \tag{1}$$

Полагая измеренные значения расстояний $\mathbf{R} = \{r_1, r_2,.., r_M\}$ между векторами в фазовом пространстве статистически независимыми, запишем многомерную плотность распределения вероятностей

$$w(\mathbf{R}, d) = \prod_{i=1}^{M} w(r_i) = \prod_{i=1}^{M} d \times r_i^{d-1}. \tag{2}$$

Оценка максимального правдоподобия корреляционной размерности получена в работе [5]

$$\hat{d} = -\frac{M}{\sum_{i=1}^{M} \ln r_i}, \tag{3}$$

а минимальная дисперсия ошибки оценивания определяется из неравенства Рао-Крамера

$$D_{err} = -\frac{1}{\mathbf{M}\left\{\frac{\partial^2 \ln w(\mathbf{R}, d)}{\partial d^2}\right\}} = \frac{d^2}{M}. \tag{4}$$

Для обнаружения и различения сигналов и объектов достаточной статистикой является отношение правдоподобия или его логарифм, который для распределения (1) имеет вид

$$z = \ln \Lambda = \ln \frac{w_1(\mathbf{r})}{w_0(\mathbf{r})} = \sum_{i=1}^{M} \left[\ln w_1(r_i) - \ln w_0(r_i)\right] =$$
$$= \sum_{i=1}^{M} \left[\ln \frac{D_1}{D_0} + (D_1 - D_0) \ln r_i\right]. \tag{5}$$

Синтез и анализ фрактального обнаружителя

При наличии априорной информации о корреляционной размерности объекта d_1 и фона d_0, оптимальный алгоритм обнаружения получается на основе сравнения логарифма отношения правдоподобия с порогом

$$\hat{\theta} = \begin{cases} 1, & z = (d_1 - d_0)\sum_{i=1}^{M} \ln r_i > h \\ 0, & z = (d_1 - d_0)\sum_{i=1}^{M} \ln r_i \le h \end{cases}, \tag{6}$$

где h - значение порога обнаружения, выбираемого из заданной вероятности ложной тревоги.

Сравнивая статистику обнаружения в алгоритме (6) с выражением для оценки максимального правдоподобия корреляционной размерности (3), можно заключить, что данная оценка также является достаточной статистикой обнаружения. Алгоритм обнаружения получается подстановкой оценки $\hat{d}$ в алгоритм максимального правдоподобия

$$\hat{\theta} = \begin{cases} 1, & z = -\frac{M}{\hat{d}}(d_1 - d_0) > h \\ 0, & z = -\frac{M}{\hat{d}}(d_1 - d_0) \le h. \end{cases} \tag{7}$$

После пересчета порога можно перейти к виду $z = \hat{d}$.

На рис.1 приведена функциональная схема синтезированного фрактального обнаружителя радиосигналов, отражающая последовательность выполнения необходимых операций формирования решающей статистики.

Гауссовская аппроксимация распределения статистики

В случае достаточно большого числа M независимых расстояний r_i распределение статистики $z = \hat{d}$ имеет асимптотически гауссовский вид $w(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(z-m_z)/2D_z}$, где математическое ожидание $m_z = d$, дисперсия $D_z = \frac{d^2}{M}$, а отношение сигнал-шум после обработки $q_z = m_z^2 / D_z = M$.

Рис. 1. Функциональная схема фрактального обнаружителя радиосигналов

Результатами анализа фрактального обнаружителя являются характеристики обнаружения – вероятность ложной тревоги F и вероятность правильного обнаружения P, в зависимости от параметров сигналов. Для случая гауссовской аппроксимации характеристики имеют вид

$$P=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{h-m_{z1}}{\sqrt{2D_{z1}}}\right),\quad F=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{h-m_{z0}}{\sqrt{2D_{z0}}}\right), \tag{8}$$

где $erfc(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{x}^{\infty}e^{-t^2}dt$, m_{zi}, D_{zi} - математическое ожидание и дисперсия статистики при наблюдении объекта ($i=1$) и фона ($i=0$).

При подстановке рассчитанных значений математического ожидания и дисперсии оценки для $\alpha=0$, а также после расчета порога обнаружения по заданной вероятности ложной тревоги получается следующее выражение для вероятности правильного обнаружения [7]:

$$P=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{d_0}{d_1}\left(\sqrt{\frac{M}{2}}+erfc^{-1}\left(2F\right)\right)-\sqrt{\frac{M}{2}}\right), \tag{9}$$

где $erfc^{-1}\left(x\right)$ - функция обратная $erfc\left(x\right)$.

Негауссовское распределение статистики

Для небольшого числа расстояний M гауссовская аппроксимация распределения статистики неприменима, поэтому необходимо более точно определить вероятностные характеристики суммы слагаемых $z=\sum\limits_{i=1}^{M}\ln r_i=\sum\limits_{i=1}^{M}y_i$. Для каждого из слагаемых методом замены переменных с учетом (1) получена плотность распределения вероятностей $w_y(y)=de^{dy}$, а для суммы соответствующее распределение получено индуктивным методом [6]

$$w_z(z)=(-1)^{M-1}d^M\,\frac{z^{M-1}}{(M-1)!}e^{dz},\quad -\infty<z<0.$$

Расчет вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги проведем с использованием равенства $\left(M-1\right)!=\Gamma\left(M\right)$:

$$P=\int\limits_{h}^{\infty}\left(-1\right)^{M-1}d_1^M\,\frac{z^{M-1}}{\left(M-1\right)!}e^{d_1 z}dz=\frac{\gamma_u\left(d_1 h,M\right)}{\Gamma\left(M\right)},$$
$$F=\frac{\gamma_u\left(d_0 h,M\right)}{\Gamma\left(M\right)}, \tag{10}$$

где $\gamma_u\left(d_i h,M\right)=\int\limits_{-d_i h}^{\infty}t^{M-1}e^{-t}dt,\quad i=0;1$ – верхняя неполная гамма-функция, а порог обнаружения h рассчитывается по заданной вероятности ложной тревоги методом дихотомии.

На рис. 2 приведены характеристики обнаружения фрактального обнаружителя для различных аппроксимаций решающей статистики при различных значениях вероятности ложной тревоги и различных значениях параметра $q_{fr}=\frac{d_1}{d_0}$; $M=500$.

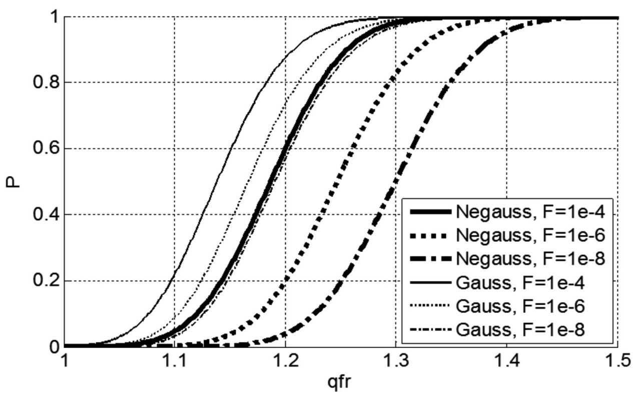


Рис. 2. Характеристики обнаружения фрактального обнаружителя

Расчеты показали, что при $M>500$ гауссовская аппроксимация дает достаточно точные результаты, а при малых значениях M гауссовская аппроксимация дает завышенные значения вероятности правильного обнаружения.

Комплексированный оптимальный обнаружитель

В радиолокационную систему могут входить несколько устройств обработки информации, решающих одну и ту же задачу. При этом возникает проблема их оптимального объединения в единый комплекс обработки информации. В рассматриваемом случае объединение производится на уровне решений, принимаемых каждым из обнаружителей – фрактальным и энергетическим, с целью повышения качества обнаружения объекта.

Принцип работы энергетического обнаружителя 1 (рис. 3) основан на использовании энергетических свойств наблюдаемого сигнала. При использовании модели наблюдаемого сигнала в виде некоррелированных гауссовских отсчетов с нулевым математическим ожиданием и дисперсией D_x статистика оптимального обнаружения пропорциональна энергии выборки наблюдаемого сигнала $z_1=\sum\limits_{i=1}^{N_S}\left|x_i\right|^2$, а обнаружение производится путем сравнения с порогом полученной статистики [7]: $\delta_1=\begin{cases}0, & z_1\geq h_1\\ 0, & z_1>h_1\end{cases}$. При гауссовской аппроксимации параметры статистики обнаружения равны $m_{z1}=\sqrt{D_x}\,N_S$, $D_{z1}=2N_S D_x$, при точном описании статистики, заданном законом χ^2 [6]

$$w\left(z_1\right)=\frac{1}{2^{\frac{N_S}{2}}\Gamma\left(\frac{N_S}{2}\right)D_x^{\frac{N_S}{4}}}z_1^{\frac{N_S}{2}-1}e^{-\frac{z_1}{2\sqrt{D_x}}}, \tag{11}$$

$0 < z_1 < \infty$.

Характеристики обнаружения энергетического обнаружителя рассчитываются по выражениям, аналогичным (9) для гауссовской статистики и (10) для негауссовской статистики:

$$P_1 = \frac{\gamma_u\left(h/2\sqrt{D_{x1}}, N_S/2\right)}{\Gamma\left(N_S/2\right)},$$

$$F_1 = \frac{\gamma_u\left(h/2\sqrt{D_{x0}}, N_S/2\right)}{\Gamma\left(N_S/2\right)}. \qquad (12)$$

Фрактальный обнаружитель 2 (рис. 3) выполняет преобразование наблюдаемого сигнала в совокупность расстояний между векторами $\mathbf{R}$, а затем формирует решающую статистику (5) и после сравнения с пороговым значением, в соответствии с алгоритмом (6), формирует решение δ_2.

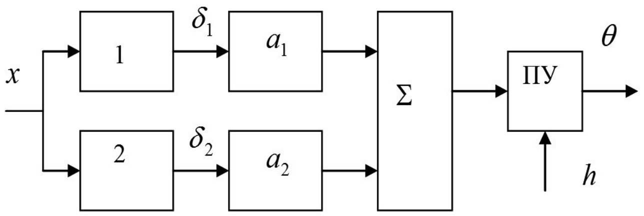


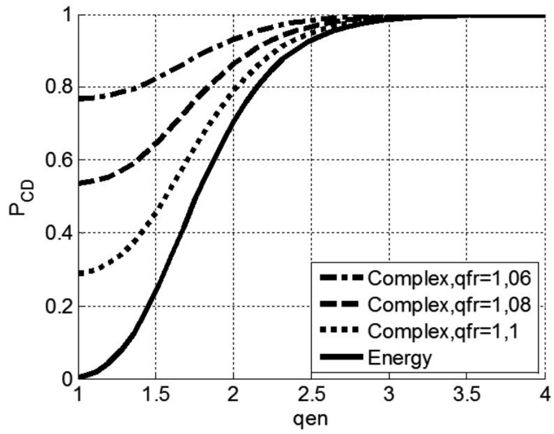
Рис. 3. Структурная схема комплексированного обнаружителя

Оптимальный по критерию максимального правдоподобия комплексированный алгоритм обнаружения [7] имеет вид $z = \delta_1 a_1 + \delta_2 a_2$, где параметры a_1, a_2 принимают значения $a_i = \ln\frac{P_i(1-P_i)}{F_i(1-F_i)}$, $i = 1;2$, а результаты каждого из обнаружителей $\delta_i = [0,1]$.

Таким образом, статистика z комплексированного обнаружителя может принимать только 4 значения: $z = 0$ при $\delta_1 = 0$ и $\delta_2 = 0$, $z = a_1 + a_2$ при $\delta_1 = 1$ и $\delta_2 = 1$ или, если одна из величин δ_i равна 1, а вторая 0, то сумма равна a_1 или a_2. Вероятности превышения порога h при расположении его в различных областях рассчитываются в зависимости от результатов срабатывания обнаружителей $\delta_1\delta_2$ – 00, (01) ∨ (10), (11), (01) ∨ (10) ∨ (11).

Расчет характеристик обнаружения производится при различных значениях отношения мощностей $q_{en} = \frac{D_{x1}}{D_{x0}}$ и отношения корреляционных размерностей $q_{fr} = \frac{d_1}{d_0}$ сигналов. Вероятность ложной тревоги обнаружителей принята одинаковой и равной $F_1 = F_2 = \sqrt{F}$ при $\delta_1\delta_2$=11 и $F_1 = F_2 = F/2$ при $\delta_1\delta_2 = (01)\vee(10)$ и $\delta_1\delta_2 = (01)\vee(10)\ \vee(11)$, где F – вероятность ложной тревоги комплексированного обнаружителя. В дальнейшем при расчете числа расстояний M считаем, что размерность пространства вложения равна $T = 3$.

На рис. 4 приведены характеристики обнаружения комплексированного обнаружителя при использовании негауссовских распределений (10), (12) решающих статистик фрактального и энергетического обнаружителей соответственно при различных значениях q_{fr}.



N=150, $\delta_1\delta_2 = (01)\vee(10)\ \vee(11)$, *F=0,01*

Рис. 4. Характеристики обнаружения комплексированного обнаружителя при использовании негауссовского распределения статистик

Их графиков характеристик (рис. 4) видно, что применение комплексированного энергетико-фрактального обнаружителя обеспечивает выигрыш в вероятности правильного обнаружения по сравнению с одиночным энергетическим обнаружителем. Выбор пороговой области существенно влияет на качество обнаружения и зависит от значений параметров q_{fr}, q_{en} . В большинстве случаев целесообразно выбирать $\delta_1\delta_2 = (01)\vee(10)\ \vee(11)$, что обеспечивает наибольшую вероятность правильного обнаружения и выигрыш за счет использования фрактальных свойств сигналов.

Заключение

Проведенный синтез фрактального обнаружителя по критерию максимального правдоподобия позволяет производить обнаружение малоконтрастных объектов на фоне подстилающей поверхности. Одной из основных задач практической реализации фрактального обнаружителя является получение совокупности независимых расстояний между векторами. Выполнение условия независимости позволяет минимизировать вероятности ошибочных решений при ограниченном объеме наблюдаемых данных.

Получены расчетные соотношения для характеристик обнаружения с использованием аналитических выражений для дисперсии ошибок оценивания корреляционной размерности как с учетом эффекта усечения корреляционного интеграла, так и без него. Показано, что максимально правдоподобные оценки корреляционной размерности также являются достаточной статистикой для задачи обнаружения.

Разработан алгоритм комплексирования энергетического и фрактального обнаружителей и проведен анализ характеристик обнаружения. Результаты анализа свидетельствуют о возможности обнаружения малоконтрастных объектов путем оптимального использования его радиояркостных и фрактальных свойств.

Литература

1. Потапов А.А., Герман В.А. Фрактальный непараметрический обнаружитель радиосигналов // Радиотехника. 2006. № 5. С. 30 – 36.

2. Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Потапов А.А., Герман В.А. Идеи скейлинга и дробной размерности в схеме фрактального обнаружителя радиосигналов // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51, № 8. С. 968 – 975.

3. Сосулин Ю.Г., Русскин А.Б. Фрактальное обнаружение протяженных малоконтрастных объектов на изображениях // Радиотехника. 2009. № 12. С. 48-57.

4. Паркер Т.С., Чжуа Л. О. Введение в теорию хаотических систем для инженеров // ТИИЭР, 1987, Т. 75, № 8. С. 6-40.

4. Luciana De Luca, Dario Luzio, Massimo Vitale. A ML Estimator of the Correlation Dimension for Left-Hand Truncated Data Samples // Pure and applied geophysics, V.159, № 11-12, 2002. P. 2789-2803

5. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 640 с.

6. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: Учеб. пособие для вузов – М.: Радио и связь, 1992.

7. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: топология выборки. - М.: Университетская книга, 2005. - 847 с.

8. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Lecture Notes in Mathematics, V. 898, 1981. P. 366-381.

USAGE OF FRACTAL PROPERTIES AND MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATIONS IN NON-GAUSSIAN STATISTICS FOR RF SIGNALS DETECTION

Parshin A.Yu.

The article deals with problem of objects detection by its radar data, obtained from RCA. Method is based on fractal properties of this data. Algorithm of fractal dimension estimation by the method of maximum likelihood is proposed. Fractal detector of RF signals is synthesized, analysis with Gaussian approximation of correlation dimension estimation is made, computation of precise distribution of estimation is done. Complex energy-fractal detector is synthesized, its analysis is made and expressions for detection characteristics are got.

11th IEEE EAST-WEST DESIGN & TEST SYMPOSIUM (EWDTS 2013)

состоится в городе Ростов на Дону, Россия,
27-30 сентября 2013 года

Цель симпозиума – расширение международного сотрудничества и обмен опытом между ведущими учеными Западной и Восточной Европы, Северной Америки и других стран в области автоматизации проектирования, тестирования и верификации электронных компонентов и систем. Симпозиум проводится, как правило, в странах бассейнов Черного и Балтийского морей, Центральной Азии. Оргкомитет приглашает ученых, аспирантов и студентов принять участие в работе EWDTS'13.

Симпозиум будет проходить в Ростове на Дону – крупнейшем научном и образовательном центре Южного федерального округа России.

Важные даты: **Срок подачи докладов**: 15 июля, 2013
Итоги рецензирования: 1 августа, 2013

Детальная информация и регистрация докладов: http://www.ewdtest.com/conf

Адрес оргкомитета: Проф. Владимир Хаханов, кафедра Автоматизации проектирования вычислительной техники Харьковского национального университета радиоэлектроники, пр. Ленина 14, Харьков, 61166, Украина. Тел.: +380-57-702-13-26,
E-mail: hahanov@kture.kharkov.ua, www.ewdtest.com/conf/