УДК 621.391

РАСШИРЕНИЕ КЛАССА КУМУЛЯТИВНЫХ КОДОВ

***Зуев А.Г.**, аспирант Института электронных управляющих машин имени И.С. Брука, г. Москва, e-mail: Vikset@yandex.ru;*

***Уваров В.А.**, инженер Института электронных управляющих машин имени И.С. Брука;*

***Научный руководитель - Головков В.М.**, к.т.н., ведущий научный сотрудник Института электронных управляющих машин имени И.С. Брука.*

Приведены методы кодирования и декодирования информации с применением пар одноканальных кумулятивных кодов (A и B) с нулевыми боковыми сигналами автокорреляционной функции (АКФ) в чётных тактах, определяемых общим для всех абонентов связи «полёт-сигналом». Приведены коды, не имеющие регулярной структуры с чётной разрядностью от 6 до 30 с возможностью многократного удвоения разрядности по общей рекуррентной формуле. Достоинством рассматриваемых кумулятивных кодов является расширение возможности выбора длины кода в зависимости от конкретных условий его применения в качестве кода повышающего достоверность принимаемой информации, а также повышение вдвое эффективности кодирования.

Ключевые слова: кодирование, код Голея, кумулятивный, автокорреляционная функция, алгоритм вычисления.

Введение

Предлагаемые коды имеют своими предшественниками коды Голея [1,2] использующие сопряжённые пары кодов с нулевой суммой боковых сигналов двух АКФ. При этом функция автокорреляции *n*-разрядного кода S_n^i имеет выражение в виде суммы произведений:

$$S_n^i = \sum_{j=1}^{i} \{a_{i-j+1} \times a_{n-j+1} + b_{i-j+1} \times b_{n-j+1}\} \qquad (1)$$

где a_j и b_j – элементы двух проверочных матриц с разрядностью n, а их множители – это располагаемые в данный момент времени со сдвигом на i разрядов соответствующие разряды поступившего кода.

Разряды проверяющего кода принимают значения +1 или –1, а двоичные разряды испытуемого входного кода задаются положительными и отрицательными сигналами равной амплитуды u_0. При полном совпадении полярностей элементов проверочной матрицы с полярностями соответствующих разрядов принимаемого декодируемого кода значение автокорреляционной функции в данной временной точке становится равным

$$S_n^n = 2n \times u_0 \qquad (2)$$

где u_0 абсолютная величина сигналов нуля или единицы поступившего кода. При этом полное совпадение полярностей может быть принято за приём двоичной единицы, а полное несовпадение знаков проверочной матрицы и поступивших кодов, когда S_n^i становится равной

$$S_n^n = -2n \times u_0\,, \qquad (3)$$

принимается за двоичный нуль.

Коды Голея являются идеальными в том смысле, что сумма боковых сигналов двух АКФ всегда равна нулю, что обеспечивает максимально возможный запас достоверности их определения при влиянии шумов. Хотя данные коды находят свой применение [3], но всё же плата в виде дополнительного канала связи (или расширение спектра сигнала) считается довольно высокой.

Для описываемых пар одноканальных кумулятивных кодов передача двоичной информации происходит тем или иным кодом пары постоянного знака с одновременным приёмом на два вычислителя разных АКФ, один из которых вычисляет собственно АКФ, а второй устанавливает результат взаимной корреляции используемых кодов. При этом результаты вычисления автокорреляционной и взаимокорреляционных функций принимаются во внимание только в чётных тактах приёма кода [4]. Чётные такты сдвига задаются «полёт-сигналом» в виде синусоиды половинной частоты или другим сигналом, с помощью которого возможно выделение чётных тактов приёма кодов всем абонентам данного узла связи.

Применение предлагаемого способа значительно снижает (в сравнении с известными способами) требуемое оборудование, необходимое для передачи и приёма кодируемой информации, а также позволяет применять коды разнообразной длины и, соответственно, осуществлять передачу информации оптимальным образом для существующего уровня шумов.

Данный способ передачи и приёма информации занимает промежуточное положение между способами передачи и приёма одноканальных кодов Баркера (3) и двухканальных кодов Голея (5). В отличие от способа приёма двухканальных кодов Голея, передача и приём последовательных кумулятивных кодов осуществляется по одному каналу, а в отличие от одноканальных кодов

Баркера в нём используется дополнительный опорный широковещательный канал с синусоидальным или другим периодическим сигналом, частота которого вдвое меньше основной тактовой частоты передаваемых кодов. Данный синусоидальный «полёт-сигнал» является непрерывным и общим для всех абонентов конкретной узловой станции и не несёт информации.

Известный способ использования «полёт-сигналов» основан на двух парах четырёхразрядных кодов [3]

$$A_4 = 1000;\ B_4 = 1011 \quad (4)$$

и

$$A_4 = 0010;\ B_4 = 0001. \quad (5)$$

Коды каждой пары имеют в чётных тактах нулевые значения боковых сигналов автокорреляции и взаимокорреляции, что позволяет каждым кодом кодировать двоичную информацию, соответственно парой кодов кодировать два двоичных разряда. Как и для кодов Голея, для каждой пары кодов A_n и B_n с указанными свойствами применимы рекуррентные формулы

$$A_{2n} = A_n B_n \text{ и } B_{2n} = A_n \overline{B_4}, \quad (6)$$

а также

$$A_{2n} = a_1 b_1 a_2 b_2 ... a_n b_n \text{ и } B_{2n} = a_1(-b_1) a_2(-b_2) ... a_n(-b_n), \quad (7)$$

дающие возможность строить коды с аналогичными характеристиками с разрядностью, определяемой степенью 2.

Из исходной пары кодов (4) можно получить 8-разрядные пары кодов 10001011 и 10000100, 16-разрядные 1000101110000100 и 1000101101111011 и т.д.

Недостатком указанных кодов является постоянная составляющая, создающая проблемы при передаче информации по стандартным линиям связи. От этого недостатка избавлены коды с применением «полёт-сигналов», построенные из следующих четырёхразрядных «кирпичиков»

$$C_4 = 0011,\ D_4 = 0110, \quad (8)$$

что позволило в [2] решить более сложную задачу – построить систему кодов с разрядностью 2^n без постоянной составляющей, обеспечивающую использование для их передачи линии связи HDB3, а именно, с накоплением не более двух тактов. Платой за подобную возможность является пониженная в сравнении с первой группой пропускная способность, при которой каждый код может передавать только одну определённую двоичную единицу, что обусловлено появлением отрицательных боковых сигналов в единственном чётном такте их АКФ, в силу чего коды (8) и (9) при положительных основных лепестках могут иметь только одну полярность, кодирующую «0» одним кодом и «1» - другим. Аналогично (6) и (7), рекуррентное соотношение позволяет строить подобные коды с увеличенной разрядностью, подчиняющейся степени 2. Примерами таких кодов являются 8-разрядные пары 00110110, 00111001, 16-разрядные 0011011000111001, 0011011011000110 и т.д.

В принципе, стандартное положение отрицательного бокового сигнала, расположенного в соседнем чётном такте с тактом основного лепестка, не создаёт особенных проблем и для передачи такими кодами двух разрядной двоичной информации. При указанных кодах кодирования возникает ограничение в разрядности кодов, в особенности оно ощущается, например, при разрядности кратной 10* 2^n, что обеспечивают коды Голея.

В данной работе проведён поиск дополнительных одноканальных кодов с «полёт-сигналом» и с разрядностями вне 2^n, охватывающими четные значения разрядности от 6 до 30, которые могут быть использованы в конкретных случаях, дающих оптимальные затраты при преодолении конкретных шумовых условий передачи и приёма кодов.

С самого начала поставленная задача решалась таким образом, что найденные коды не должны оставаться уникальными, но были способны трансформироваться в большую разрядность по общим для них рекуррентным соотношениям, которые фактически и объединяли данные коды в общую по свойствам группу. При чётном числе разрядов таких кодов естественно (для разрядностей с нечётным частным при делении на 2) не существует, и поэтому их поиск начинался с минимальной возможной разрядности и по сути дела был индивидуальным для каждой минимальной разрядности. Тем не менее, уже после нахождения нескольких удовлетворяющих приведённым выше условиям пар кодов, можно говорить о некоторых общих их свойствах, которые объединяют новую группу кодов со второй приведённой выше группой. Эти общие свойства заключаются в равенстве нулю или отрицательным значениям боковых сигналов чётных тактов АКФ и равенству нулю всех чётных тактов взаимокорреляционной функции пары кодов, кодирующих двоичную информацию. Именно второе свойство обеспечивает рекуррентное преобразование пары кодов с увеличением их разрядности, согласно (6) или (7), и поэтому подбор пары кодов начинался с проверки их корреляционных свойств и заканчивался поиском оптимальных решений с точки зрения относительной величины постоянной составляющей каждого кода. Как правило, всегда из каждой пары кодов удавалось найти один код без постоянной составляющей, при этом второй код имел минимальную её величину для принятой разрядности. Начиная поиск пар кумулятивных кодов с минимальной (после четырёх) разрядностью, сформулируем следующие требования к характеристикам кодов, обеспечивающих определение значения их АКФ вычислением последней только в чётных тактах с помощью дополнительного «полёт-сигнала», посылаемого одновременно всем абонентам сети связи:

– чётное число разрядов, не кратное 2^n;

– наличие либо всех нулевых сигналов АКФ в чётных тактах, либо наряду с нулевыми некоторого числа отрицательных боковых сигналов АКФ кодов в чётных тактах;

– равенство нулю во всех чётных тактах сигналов взаимокорреляции пары кодов;

– минимизация накопления постоянного уровня.

Данные требования объясняются, во-первых, тем, что равенство нулю боковых сигналов во всех чётных тактах является идеальным для пар кодов; во-вторых, наличие двух кодов предполагает одновременное использование двух вычислителей разных АКФ и каждый вычислитель должен реагировать на «свой» код, не замечая «чужого», как и все отрицательные сигналы АКФ и шумов; в-третьих, положительные основные сигналы АКФ позволяют легко игнорировать боковые сигналы противоположной полярности, способствующие к тому же снижению уровня коррелированного положительного шума.

Поиски пар кодов с указанными свойствами и в указанных границах показали, что число таких пар увеличивается с ростом разрядности. Поэтому в дальнейшем будут приводиться только отдельные примеры для каждой разрядности и отмечаться специфические особенности кодов и их АКФ.

Наличие отрицательно бокового сигнала не даёт возможности применения инверсных значений кодов, в силу чего каждый из них передаёт только одну двоичную информацию и можно условиться, что передача кода A_6 соответствует передаче двоичного «0», а кода B_6 – двоичной «1». Неожиданностью явились шестнадцать пар 20-разрядных кодов с ограничением постоянной составляющей на уровне ± 2 и ± 6 (табл. 1), имеющие в чётных тактах своих АКФ только нулевые значения и, следовательно, не нуждающиеся в смежных кодах, так как допускают использование своих инверсных значений для кодирования двоичной информации. Все коды A данной табл. имеют накопления -2, а коды B с накоплениями - 6.

Указанные коды объединены в пары по единственному критерию – их взаимная корреляция имеет в чётных тактах нулевые значения, чему соответствуют далеко не все коды Голея, к числу которых можно отнести и пары табл. 2. Хотя указанные коды получены с помощью программы поиска, но они вне сомнения вытекают из 10-разрядных кодов с применением рекуррентной формулы (7), применение которой наделяет результирующие 20-разрядные коды свойствами отличными от свойств исходных 10-разрядных пар Голея.

Нулевые значения АКФ чётных тактов кодов (табл. 2) уже позволяют кодировать ими двоичную информацию прямыми и инверсными кодами без использования сопряжённого кода. Поскольку первое свойство уникально и не присуще остальным кодам чётной разрядности (кроме 2^n), уникальные 20-разрядные коды сведены в табл. 2 и исследована их помехоустойчивость.

Таблица 1

	№ 1	№ 2	Автокорреляция A_n* A_n; B_n*B_n
A_6	110001	010011	1 0 -3 -2 1 6
B_6	001001	011000	1 0 -1 -2 1 6
A_{10}	1110 00 1001	1101 00 0110	1 0 -3 -2 1 0 1 -2 1 10
A_{10}	0011 10 1101	1100 10 0001	1 0 -1 -2 -1 0 -1 -2 1 10
A_{12}	11110 00 10010	11010 00 11010	-1 0 -1 -2 1 -2 -1 -2 1 0 1 12
B_{12}	00011 10 11010	00001 10 11110	1 0 -1 -2 -5 -2 1 -2 1 0 3 12
A_{14}	111011 00 001001	100110 00 010111	1 0 -1 -2 1 0 -7 -2 1 0 3 -2 1 14
B_{14}	001110 10 011101	010000 10 110011	-1 0 1 -2 -3 0 3 -2 1 0 1 -2 -1 14
A_{18}	00101111 00 11000101	01110111 00 00101100	-1 0 1 -2 5 0 1 -2 -1 0 -3 -2 1 0 -3 -2 -1 18
B_{18}	00001001 10 01011110	10011110 10 01000100	-1 0 3 -2 -3 0 1 -2 -3 0 1 -2 1 0 3 -2 -1 18

Таблица 2

Пары	Троичные коды A_{20}	Троичные коды B_{20}	Двоичные коды $\boxed{A_{20}}$ $\boxed{B_{20}}$
1	00000000-1-100-1-1-11-111-1	11-1-1-1-11-1001-100000000	11000010001000010110
2	00000000-1-100-1-11-11-1-11	11-1-1-1-1-1100-1100000000	11000001000100101001
3	00000000-1-100-1-1-111-11-1	-1-1-1-1111-1001-100000000	00001101000100011010
4	00000000-1-100-1-11-1-11-11	-1-1-1-1111-1001-100000000	00001110001000100101
5	000000-1-100-1-100-11-111-1	11-1-1-1-1001-1001-1000000	11000000100010010110
6	000000-1-100-1-1001-11-1-11	11-1-1-1-100-1100-11000000	11000000010001101001
7	000000-1-100-1-100-111-11-1	-1-1-1-11100-1100-11000000	00001100010001011010
8	000000-1-100-1-1001-1-11-11	-1-1-1-111001-1001-1000000	00001100100010100101
9	-1-1-110000-1100-1-11-10000	0000111-100-1-10000-1-11-1	00011110010000100010
10	-1-1-1100001-100-1-11-10000	0000-1-1-1100-1-1000011-11	00010001100000101101
11	-1-11-100001-100-1-1-110000	000011-1100-1-10000-1-1-11	00101101100000010001
12	-1-11-10000-1100-1-1-110000	0000-1-11-100-1-10000111-1	00100010010000011110
13	-1-100-1100001-1-1-1001-100	00-1-100-11-1-100001100-11	00000101001000111001
14	-1-1001-10000-11-1-100-1100	00-1-100-1111000011001-1	00001010000100110110
15	-1-100-110000-11-1-1001-100	0011001-1-1-10000-1-1001-1	00110110000100001010
16	-1-1001-100001-1-1-100-1100	001100-11-1-10000-1-100-11	00111001001000000101

На рис. 1 приведена АКФ кода A_{20} *№2* и таже АКФ с запретом результатов нечётных тактов методом умножения на ноль АКФ нечётных тактов и на единицу – чётных тактов АКФ. Для сравнения приведены аналогичные результаты АКФ кода $A_{20}n$ - одной из восьми 20-разрядных пар кодов без постоянной составляющей с комбинацией сигналов АКФ чётных тактов 0,-2, 0,-2,-2,-2, 0,-2, 0,+20.

A_{20} = 111000100 00 110110101

B_{20} = 111110001 10 100010010

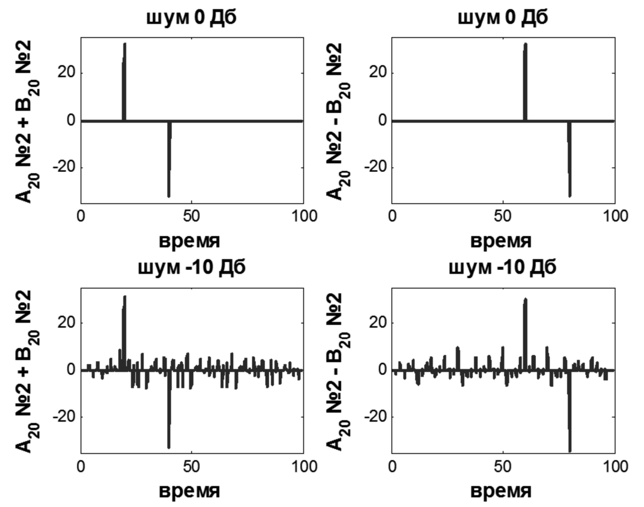

Рис. 1

Схема реализации алгоритма вычисления АКФ приведена на рис. 2. Со входного регистра данные, соответствующие расположению в последовательности $\boxed{A_{20}}B_{20}$, поступают на умножители (на ±1). Затем соседние результаты складываются по пирамиде. Получаем взаимокорреляцию входного сигнала с A_{20} и с B_{20}. Далее в четных тактах вычисляются сумма и разность A_{20} и B_{20}. В зависимости от выхода и уровня – декодируем четыре состояния.

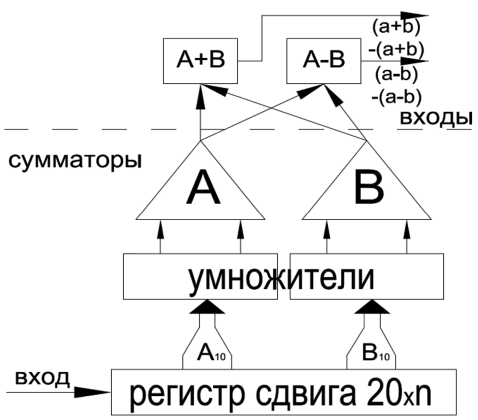

Рис. 2

Проведённые сравнительные исследования кодирования одним кодом и парами кодов показали более высокую устойчивость к шумам во втором случае, что в основном предопределено снижением уровня коррелированных шумов за счёт отрицательного фона боковых сигналов. В табл. 3 приведены результаты моделирования, в процентах указаны ситуации, когда основной сигнал превышает боковые в 1.5 раза. Важным преимуществом кодов табл 2 является возможность кодировать с помощью их пар двухразрядные двоичные коды путём использования их прямых и инверсных значений.

Таблица 3

Шум, -ДБ	$\boxed{A_{20}}B_{20}$, %
4	100
10	100
16	93.2
18	74.8

Среди множества 22-разрядных пар кумулятивных кодов можно выделить две из них, имеющих минимальные накопления постоянной составляющей

№ 1
A_{22} 1110001001 00 0011101101,
B_{22} 0001110110 10 0011101101,
№ 2
A_{22} 0101100111 00 1000001111,
B_{22} 0101101011 10 0100110000.

Результаты чётных тактов АКФ данных кодов выстраивают следующий ряд цифровых значений 0,0,0,0,0,-2,-2,-2,-2,-2, 22. В данном случае отношение основного сигнала к боковому уже сравнимо с аналогичным числом 11-разрядного кода Баркера, что указывает на вполне допустимое использование инверсных значений кодов и увеличение тем самым вдвое пропускной способности канала связи. При инверсном значении принимаемого кода все сигналы АКФ инвертируются, но даже в непрерывном режиме передачи информации боковые сигналы не будут удвоены, поскольку предыдущий код имеет двойки в боковых сигналах в завершающих пяти чётных тактах, соответствующих во времени пяти начальным тактам следующего за ним кода с нулевыми значениями в данных чётных тактах.

24-разрядную пару кумулятивных кодов можно построить из любой пары 12-разрядных кодов приведённых выше, по рекуррентному соотношению (6)

A_{24} 11110001001 00 00111011010,
B_{24} 0001110110 10 00111011010.

Всего найдено 16 пар с аналогичными свойствами, в чётных тактах своих АКФ они формируют следующий ряд: 0,0,0,0,0,0,0,-4,-4,-4,0, +24. Эти коды и их рекуррентные модификации не содержат постоянной составляющей. Разрядность данной пары кодов, являясь средней между 16 и 32, может оказаться оптимальной в тех случаях, когда необходимы должная защита от шумов и специфический спектр кодов. Высокие значения боковых сигналов автокорреляции являются платой за отсутствие постоянных составляющих в данных кодах.

Среди 26-разрядных кодов найдены 24 пары кодов, один из двух в которых не имеет постоянной составляющей и оба имеют автокорреляционный ряд значений

0,0,0,0,0,0,-2,-2,-2,-2,-2,-2, +26 при нулевой взаимокорреляции, что позволяет использовать данные коды в двух полярностях и в непрерывном режиме с соотношением основного сигнала к боковому 13:1, как в коде Баркера с максимальной разрядностью. Типовыми представителями 26-разрядных пар являются:

№ 1
A_{26} 100011101101 00 000111011011,
B_{26} 011100010010 10 000111011011,
№ 2
A_{26} 111100010010 00 111000100101,

B_{26} 000011101101 10 111000100101.

Пробел между половинами кодов подчёркивает их удобное для декодирования свойство, которое позволяет формировать две АКФ суммированием промежуточных АКФ правой пирамиды с прямым и одновременно с инвертированным результатом левой пирамиды для образования двух сумм, одна из которых в чётных тактах будет равна нулю, а другая составит величину основного сигнала принятого кода. Таким образом, достигается двойная экономия оборудования вычислителя двух кодов, которая достижима в тех случаях, когда нет чёткого разделения на половины полного кода, но одна половина разрядов имеет совпадающие коды, а вторая – инверсные. И в этом случае допустимо разделение вычислителя АКФ на две «пирамиды» с простым объединением их сумм.

Поиск следующих пар 28-разрядных кумулятивных кодов проводился по условию равенства нулю их постоянной составляющей и ограничении боковых сигналов на уровне -2. Найдены четыре пары, отвечающие этим условиям, два примера таких пар кодов приведёны ниже.

№ 1
A_{28} 1011101101001 00 0110000011101,
B_{28} 1110110101100 10 0011110001000,
№ 2
A_{28} 1001101111001 00 0111000010101,

B_{28} 1111110100100 10 0011010001100.

Сигналы чётных тактов указанных АКФ образуют следующую последовательность:

-2,0,-2,0,0,-2,-2,-2,0,0, -2,0,-2, + 28. Сигналы взаимокорреляции во всех чётных тактах равны нулям как и в предыдущих парах кумулятивных кодов. Существует множество других пар 28-разрядных кумулятивных кодов без постоянной составляющей с наборами отрицательных боковых сигналов из комбинаций 0 и -2 с включением -4, и т.д., однако их мгновенные накопления выше, чем в первой группе.

Из множества кумулятивных 30-разрядных пар кодов, с характеристиками аналогичными кодам с разрядностью не кратной четырём, приводятся ниже две пары кумулятивных кодов из четырёх с набором сигналов АКФ 0,0,0,0,0,0,0,-2,-2,-2,-2,-2,-2,-2,+30

№ 1
A_{28} 00011010110001 00 11010111110010,
B_{28} 11100101000001 10 00100111110010,
№ 2
A_{28} 00001111110101 00 11000110100110,
B_{28} 11001111001001 10 00000101011010.

Поиск и исследования свойств сопряжённых пар кумулятивных кодов с нулевыми боковыми сигналами АКФ в чётных тактах показал их высокую устойчивость к шумам и возможность увеличения информационной ёмкости за счёт применения инверсных значений кодов.

Литература

1. В.М. Головков, «Регулярные кумулятивные коды», доклад на Международной конференции «Цифровая обработка сигналов», Москва, март 2007г.

2. Головков В.М. Одноканальные кумулятивные коды без постоянной составляющей. Вопросы радиоэлектроники, Серия (ЭВТ), выпуск 2, Москва, 2008 год.

3. Bob Pearson. Complementary Code Keying Made Simple. Intersil, AN9850.1 , may 2000.

4. Yasuo Taki, «Even-Shift Orthogonal Sequences», IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, VOL. IT-15, NO. 2, MARCH 1969 pp.295-300.

5. Бернард Скляр, «Цифровая связь», Москва – Санкт-Петербург - Киев, 2003.

6. M.J.E. Goley, «Complementary series», IRE Trans. Inform. Nheory, vol IT-7 pp.82-97, 1961.

THE PAPER PRESENTS METHODS FOR ENCODING AND DECODING USING

Zyev A.G., Uvarov V.A., Golovkov V.M.

Pairs of single-chanals cumulative codes(A and B) with zero side-lobes signals autocorrelation (ACF) in the even cycles, defined by common for all subscribers of flight signal. If the known similar cumulative single-channel codes [L2] with a regular structure and without a constant component provides the duration of the codes corresponding to 2, then in this article are codes that do not have a regular structure with an even digit from 6 to 30 with the possibility of multiple double digit in the general recursive formula .

The advantage of the considered codes is the cumulative expansion of choice of code length, depending on the specific conditions of its use as a code improves the validity of the received information, as well as increase the efficiency of double coding.