

## МЕТОДЫ ПРОРЕЖИВАНИЯ ОТСЧЕТОВ СИГНАЛА С КОГЕРЕНТНЫМ НАКОПЛЕНИЕМ В ЗАДАЧАХ ЦИФРОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СО СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕМ

*Григорян Д. С., к.т.н., докторант Военной академии войсковой ПВО Вооруженных Сил РФ, г. Смоленск, e-mail: dan-grigoryan@yandex.ru*

**Ключевые слова** спектральный анализ, цифровой, сверхразрешение, прореживание, когерентное накопление, линейное предсказание, фазовый метод, авторегрессия.

### Введение

Во многих прикладных задачах радиолокации, гидролокации, сейсмологии и других отраслей науки и техники исследователи часто сталкиваются с проблемами ограниченной разрешающей способности измерительных приборов и алгоритмов по различным параметрам.

Известно, что разрешающая способность измерительного прибора по параметру  $y$  (где  $y$  – частота, угловая координата, время задержки сигнала или др.), будь то радиолокационная станция или простой анализатор спектра, обратно пропорциональна ограниченному на практике интервалу наблюдения сигнала по величине  $x$  (где  $x$ , в противоположность  $y$ , является временем, линейной величиной или частотой), т.е.  $\Delta y = 1/\Delta x$ , где  $x$  и  $y$  связаны с сигналом прямым и обратным преобразованием Фурье:

$$\dot{S}(y) = \frac{1}{\Delta x} \int_{\Delta x} \dot{s}(x) e^{-j2\pi \cdot y \cdot x} dx;$$

$$\dot{s}(x) = \frac{1}{2\pi\Delta y} \int_{\Delta y} \dot{S}(y) e^{j2\pi \cdot y \cdot x} dy.$$

Например, в области цифровой обработки сигналов (ЦОС) в радиолокационных (в доплеровских, импульсно-доплеровских и в когерентно-импульсных) системах, если  $x$  это время ( $t$ ), то  $y$  это частота ( $f$ ), а если  $x$  частота то  $y$  – время. В области обработки сигналов в цифровых антенных решетках по пространству, если  $x$  это линейная координата, то  $y = x \sin \theta / \lambda$  это пространственная частота,  $\lambda$  – рабочая длина волны. Преобразования (1) и (2) устанавливают предел разрешения, называемый часто релеевским, поскольку впервые был введен лордом Релеем в 1888 году при изучении дифракционных явлений в оптике [1].

В тех случаях, когда обычная обработка сигнала из-за ограниченного интервала наблюдения не позволяет разделить близко расположенные цели, можно прибег-

*Обоснованы фазовый и амплитудный авторегрессионные методы линейного предсказания для спектрального анализа с прореживанием данных за счет предварительной обработки сигналов в полосовых фильтрах, настроенных на частоту энергетического центра частот сигналов. За счет предварительной фильтрации сигналов перед выполнением процедур спектрального оценивания достигается когерентное накопление их энергии, что по сравнению с известными авторегрессионными методами спектрального анализа увеличивает эффективность сверхразрешения близких по частоте источников в пределах дифракционного элемента разрешения.*

нуть к известным параметрическим методам спектрального оценивания, обеспечивающим *сверхразрешение*.

Параметрические методы цифрового спектрального оценивания, развитые в свое время за рубежом для различных приложений в работах Кея [2], Хайкина [3], Гейбриела [4], Кейпона [5], Берга [6], Тафтса, Кумаресана [7], Роя, Кайлатха и Полраджа [8] и др., достаточно подробно обобщены в монографиях Марпла [9] и Стоицы [10]. Среди отечественных работ в области сверхразрешения спектральными методами известны работы Ратынского [14], Ермолаева, Родыгина, Флаксмана [15], Черемисина [16], Дрогалина [17], Леховицкого [18], Слюсара [19], Абраменкова [20-22], Савинова [23], Нечаева [25], Аджемова [26], Добырна [26], Ганкова [27], и многие другие работы в этой области, одно перечисление которых может занять несколько страниц. Рассмотрим общую суть авторегрессионного спектрального анализа на примере обработки выборки  $N$  отсчетов наблюдаемого на фоне шума  $\dot{v}(n)$  дискретного сигнала

$$\dot{u}_n = \dot{u}(n) = \sum_{m=1}^M \dot{S}_m \cdot \exp(-j2\pi y_m \Delta x n) + \dot{v}(n), \quad (1)$$

порожденного  $M$  гармоническими источниками ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) с амплитудами  $\dot{S}_m = S_m \exp(j\varphi_m)$ , начальными фазами  $\varphi_m$  и частотами  $y_m$ . Суть классических методов авторегрессионного спектрального анализа, как правило, сводится к составлению из отсчетов  $\dot{u}(n)$  системы линейных уравнений

$$\dot{\mathbf{u}}_0 = \dot{\mathbf{u}} \times \dot{\mathbf{w}} =$$

$$= \begin{pmatrix} \dot{u}_0 \\ \dot{u}_1 \\ \vdots \\ \dot{u}_{N-1-P} \\ \dot{u}_P^* \\ \dot{u}_{P+1}^* \\ \vdots \\ \dot{u}_{N-1}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{u}_1 & \dot{u}_2 & \cdots & \dot{u}_P \\ \dot{u}_2 & \dot{u}_3 & \cdots & \dot{u}_{P+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{u}_{N-P} & \dot{u}_{N-P+1} & \cdots & \dot{u}_{N-1} \\ \dot{u}_{P-1}^* & \dot{u}_{P-2}^* & \cdots & \dot{u}_0^* \\ \dot{u}_P^* & \dot{u}_{P-1}^* & \cdots & \dot{u}_1^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{u}_{N-2}^* & \dot{u}_{N-3}^* & \cdots & \dot{u}_{N-1-P}^* \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \vdots \\ \dot{w}_P \end{pmatrix} \quad (2)$$

с порядком модели авторегрессии  $P$  относительно вектора весовых коэффициентов (ВВК), откуда

$$\dot{\mathbf{w}} = (\dot{\mathbf{u}}^H \dot{\mathbf{u}})^{-1} \dot{\mathbf{u}}^H \dot{\mathbf{u}}_0, \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{u}}_0^H \dot{\mathbf{u}}_0 & \dot{\mathbf{u}}_0^H \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{u}}_0 \dot{\mathbf{u}}^H & \dot{\mathbf{u}}^H \dot{\mathbf{u}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -\dot{\mathbf{w}} \end{pmatrix} = \dot{\mathbf{R}} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -\dot{\mathbf{w}} \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

где  $\hat{\mathbf{R}}$  – оценка корреляционной матрицы сигналов;  $\mathbf{H}$  – оператор эрмитового сопряжения. Матрица  $\hat{\mathbf{R}}$  совместна с вектором комплексных экспонент

$$\dot{\mathbf{e}}(y) = \begin{pmatrix} 1 \\ \exp(-2\pi y \Delta x) \\ \exp(-2\pi y 2\Delta x) \\ \cdots \\ \exp(-2\pi y P \Delta x) \end{pmatrix} \quad (5)$$

определяет спектральные функции [9,18]:

$$\hat{S}_{\text{мд}}(y) = \left[ \dot{\mathbf{e}}^H(y) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \dot{\mathbf{e}}(y) \right]^{-1} - \text{минимума дисперсии Кейпона [42];}$$

$$\hat{S}_{\text{мак}}(y) = \left| \dot{\mathbf{e}}^H(y) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \dot{\mathbf{e}}(y) \cdot \left[ \dot{\mathbf{e}}^H(y) \cdot \hat{\mathbf{R}}^{-1} \cdot \mathbf{1} \right]^{-2} \right|^{-1},$$

$\mathbf{1} = (1 \ 0 \ \dots \ 0)^T$  – модифицированного алгоритма Кейпона [42];

$$\hat{S}_{\text{лп}}(y) = \left| \dot{\mathbf{e}}^H(y) \cdot \hat{\mathbf{R}}^{-1} \cdot \mathbf{1} \right|^{-2} - \text{линейного предсказания}$$

Берга [43];

$$\hat{S}_{\text{тш}}(y) = \left[ \dot{\mathbf{e}}^H(y) \hat{\mathbf{R}}^{-2} \dot{\mathbf{e}}(y) \right]^{-1} - \text{«теплового шума» [44];}$$

$\hat{S}_{\text{бл}}(y) = \dot{\mathbf{e}}^H(y) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \dot{\mathbf{e}}(y) \left[ \dot{\mathbf{e}}^H(y) \hat{\mathbf{R}}^{-2} \dot{\mathbf{e}}(y) \right]^{-1} - \text{Борд-жотти-Лагунаса [45];}$

$$\hat{S}_{\text{music}}(y) = \left[ \dot{\mathbf{e}}^H(y) \dot{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{e}}(y) \right]^{-1} - \text{метод MUSIC (Multiple Signal Classification) [46],}$$

где  $\dot{\mathbf{C}} = \sum_i^P \dot{\mathbf{V}}_i^H \dot{\mathbf{V}}_i$ ;  $\dot{\mathbf{V}}_i$  – собственные векторы шумового подпространства корреляционной матрицы;

$$\hat{S}_{\text{ев}}(y) = \left[ \dot{\mathbf{e}}^H(y) \dot{\mathbf{D}} \dot{\mathbf{e}}(y) \right]^{-1} - \text{метод EV (EV – Eugene Value) [47],}$$

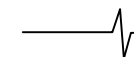
где  $\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{I} - \sum_i^P \dot{\mathbf{V}}_i^H \dot{\mathbf{V}}_i$  – матрица собственных векторов сигнального подпространства корреляционной матрицы,

$\mathbf{I}$  – единичная матрица.

Для эффективного применения на практике методов спектрального оценивания со сверхразрешением во многих задачах ЦОС реального времени остаются проблемы, связанные с ухудшением сверхразрешения из-за не очень высоких отношений сигнал/шум (ОСШ) во многих системах связи и локации. Результаты многих работ, таких как [4, 9], показывают, что для сверхразрешения источников, удаленных друг от друга по заданному параметру от пятой доли ширины элемента разрешения и менее, необходимо иметь достаточно высокое исходное ОСШ, порядка 30 дБ и выше. Это связано с возмущениями вектора весовых коэффициентов (ВВК) авторегрессии, обусловленных возмущениями формирующих их систем линейных уравнений из-за шумов приемника локатора.

Кроме возмущений ВВК есть еще проблема порядка модели. Как указывает Марпл [9], ссылаясь на работы Акаике [11], Парзена [12], Ульриха, Клейтона [13] и др., наиболее эффективно выбирать порядок модели авторегрессии, равный от трети до половины объема наблюдаемой выборки данных. Исследования, проведенные в [38], показывают, что чем выше порядок модели авторегрессии, тем эффективнее оценки, то есть выше вероятность одновременного обнаружения  $M_1$  источников из состава  $M$  источников, и ниже дисперсии оценок частот. Как правило, локаторы и различные устройства систем связи и навигации, выполняющие стандартные операции быстрого или дискретного преобразования Фурье (БПФ или ДПФ), работают с объемами выборки 32, 64, 128, 256 и более отсчетов (для БПФ и не кратное двум количество отсчетов для ДПФ). Исходя из [9, 11–13], для эффективного сверхразрешения напрашивается порядок модели от десяти и более, что приводит к не совсем рациональной необходимости оценивания и «оборачивания» корреляционных матриц размерностью более чем  $10 \times 10$ . К примеру, если объем выборки равен 256 отсчетов, то порядок модели должен составлять примерно две трети выборки (это примерно 170 отсчетов) для максимально эффективного сверхразрешения, что приводит к необходимости оценивать корреляционную матрицу размером  $170 \times 170$ . Это сложно даже с точки зрения компьютерной обработки не в реальном масштабе времени. При этом источников может быть в элементе разрешения два или три. Уменьшение же порядка модели до трех, четырех при применении классических процедур спектрального оценивания приводит к необходимости усреднения ВВК, полученных по укороченным выборкам, что абсолютно не эффективно с точки зрения сверхразрешения, так как модель авторегрессии не охватывает большую часть сигнала, из-за чего аппроксимация совокупности гармоник сигнала будет далека от истинной. Во-вторых, усреднение не эффективно с точки зрения обусловленности корреляционных матриц и использования всей энергии сигнала при оценивании, поскольку отсчеты в классическом спектральном анализе при формировании матриц данных устанавливаются друг за другом, что приводит к линейной зависимости строк матрицы данных.

Применительно к одномерному анализу временных, пространственных или частотных рядов объемом выборки  $N$ , количество операций умножения и сложения на реализацию процедур оценивания и обращения корреляционной матрицы



ляционной матрицы методом алгебраических дополнений, порожденной порядком модели авторегрессии  $P$ , потребуется  $C_{x(-1)} = 2(N-P) \cdot (P+1)^2 + (P+1)^2(P+1)!$  операций умножения и  $C_+ = [2(N-P)-1] \cdot (P+1)^2$  операций сложения. Если выборка имеет, например, 64 отсчета при необходимости иметь порядок модели авторегрессии от трети (32 отсчета) до двух третей выборки (40 отсчетов), величины  $C_{x(-1)}$  и  $C_+$  неограниченно возрастают: величина  $C_{x(-1)} = 80690 + 41^2 \cdot 41!$ , а  $C_+ = 47 \cdot 41^2 = 79010$ . Расчеты свидетельствуют о невозможности эффективной реализации классических методов спектрального оценивания со сверхразрешением на практике.

В качестве альтернативы классическим методам обработки данных в цифровом спектральном анализе, в свое время Варюхиным [28] и его последователями [19-23], были развиты так называемые методы многоканального анализа, представляющие собой по сути те же методы авторегрессионного цифрового спектрального анализа, только использующие данные по выходу нескольких каналов первичной обработки. Первоначально авторегрессионный подход Варюхина [28] предназначался для решения задач цифровой обработки пространственных сигналов с выходов пространственных каналов цифровой антенной решетки. Предварительная обработка сигналов с формированием нескольких амплитудных или фазовых пространственных каналов перед применением классических процедур спектрального оценивания, позволяла существенно понизить порядок модели с одновременной возможностью сохранить энергию сигнала за счет когерентного накопления. Это позволяет добиться более эффективного сверхразрешения за счет когерентного накопления и улучшения обусловленности выборочных корреляционных матриц подпространства сигналов по сравнению с исходными методами спектрального анализа без прореживания.

Развитие подходов Варюхина к сверхразрешению по частоте [37, 38, 40, 41], по дальности [39, 40], а также для различных многомерных вариантов пространственно-временной, пространственно-частотной и частотно-временной обработки сигналов [41] натолкнуло на мысль о том, что предварительная обработка данных использует простые способы многоскоростной обработки сигналов, успешно применяемые для компрессии и уменьшения вычислительных затрат в различных приложениях связи и радиовещания [31-33], т.е. в решении задач не связанных со сверхразрешением.

По сути, ничего нового, в том, что прореживание с когерентным накоплением дает уменьшение вычислительных затрат и сохранение энергии сигнала нет. Эти явления изучены в большом количестве работ по цифровой обработке сигналов за рубежом в работах Рабинера, Крошьера, Белланже и др. [29, 30] и у нас в стране в работах Витязева, Зайцева [31-33] и др. специалистов по многоскоростной обработке сигналов. Научную новизну представляет внедрение математического ап-

парата многоскоростной обработки сигналов (пусть даже в ее простейшей интерпретации) в математический аппарат авторегрессионного спектрального анализа, как пространственных частот, так и частот сигналов и их времен запаздывания. А эффекты повышения качества сверхразрешения, достигаемые при этом, зависят, как показывают некоторые аналитические исследования [23, 38, 41], в большей степени, не только от когерентности накопления энергии. Большую роль здесь играет обусловленность корреляционных матриц подпространства сигналов, определяемых системой комплексных характеристик каналов первичной обработки (диаграмм направленности каналов цифровой антенной решетки, амплитудно-частотных характеристик фильтров, или временных характеристик стробов дальности) и от отношения интервала анализа данных, определяемых моделью авторегрессии к общему интервалу наблюдения сигнала. Некоторые результаты этих исследований по сверхразрешению показаны в [38, 41].

Вопрос о том, как наиболее эффективно применять прореживание при решении задач цифрового спектрального анализа со сверхразрешением остается пока открытым. Можно, например, выполнять высокочастотную фильтрацию уже оцифрованных на промежуточной частоте отсчетов, после чего прибегая к децимации, обрабатывать классическими спектральными методами уже прореженные данные. Частота следования прореженных вещественных отсчетов по теореме Котельникова должна минимум в два раза превышать величину полосы частот анализируемого сигнала. В случае комплексных данных частота прореживания должна быть не меньше полосы частот анализируемого сигнала. По сути, этот подход во многом схож с подходом, предложенным в [34, 35] для пространственного анализа сигналов методом линейного предсказания.

Предварительная узкополосная фильтрация требует, в первую очередь, знания узкой полосы частот, в которой сосредоточены гармоники суммарного сигнала, для того, чтобы выполнить предварительную их фильтрацию узкополосным фильтром на промежуточной частоте. Например, в радиолокационных задачах для обнаружения сигналов на фоне шумов и местных предметов со скоростной селекцией требуется выполнение процедур аналоговой узкополосной фильтрации гребенчатыми фильтрами либо выполнение процедур ДПФ (БПФ) на частоте дискретизации аналогово-цифровых преобразователей (АЦП). В первом случае имеет место сложная аппаратная реализация во втором случае – сложная вычислительная реализация, исходя из объема выборки данных, собираемых на интервале наблюдения, определяемом и требуемой разрешающей способности ДПФ (БПФ) по частоте. Предварительное же прореживание перед процедурой ДПФ (БПФ) до частоты следования вторичных отсчетов, равной полосе пропускания фильтра ДПФ (БПФ), т.е. прореживания без предварительной узкополосной фильтрации, приведет к эффекту «заворота» других спектральных составляющих сигнала (мощных отражений от местных предметов, других объектов и т.д.) в анализируемую полосу частот, что не допустимо.

В радиолокационной технике, как правило, прибегают к предварительному квадратурному преобразованию сигналов на нулевую частоту с последующей их предварительной децимацией в фильтрах низкой частоты, после чего комплексные отсчеты данных подвергаются спектральной доплеровской обработке, что существенно экономит вычислительные ресурсы.

При анализе частот сигнала со сверхразрешением полоса анализа сигналов определяется разрешающей способностью ДПФ (БПФ). Поэтому, естественно, напрашивается вопрос о целесообразности применения полосовой фильтрации на нужном участке доплеровского спектра сигналов непосредственно в процессе решения задачи авторегрессионного анализа данных с выхода стандартного фильтра-дециматора.

Естественно предположить, что в алгоритмы авторегрессионного спектрального анализа можно внедрять и более сложные операции многоскоростной обработки сигналов для получения более качественного эффекта сверхразрешения, например, обрабатывая сигналы с помощью определенных для этого банков фильтров и т.д., либо используя разную частоту дискретизации сигналов. Кроме того, не исключена возможность многомерной обработки данных авторегрессионными сверхразрешающими алгоритмами по выходу элементов вейвлет-преобразований. Эти вопросы с точки зрения эффекта сверхразрешения требуют отдельного изучения.

Следует отметить, что применение процедур прореживания выборок данных с когерентным накоплением сигналов - это первый и наиболее простой шаг внедрения многоскоростной обработки сигналов в авторегрессионный спектральный анализ, который в будущем может дать интересные результаты. Исходя из этого, в работе ставилась цель продемонстрировать методы авторегрессионного спектрального анализа со сверхразрешением с внедрением в них элементов многоскоростной обработки сигналов.

**Фазовый метод линейного предсказания «вперед-назад» с когерентным накоплением и прореживанием**

Выборку из  $N$  значений отсчетов  $\dot{u}(n)$  разобьем на  $Q$  субвыборок по  $N_1 = \lfloor N/Q \rfloor$  (операция округления) отсчетов в каждой (рис.1). Когерентно суммируя отсчеты в пределах каждой  $q$ -й субвыборки с помощью операции

$$\dot{z}_q = \dot{z}(q) = \sum_{n=0}^{N_1-1} \dot{u}(n + q \cdot N_1) \exp(j2\pi y_0 \Delta x n), \quad (6)$$

получим  $q$  отсчетов вторичной выборки с выхода фильтра предварительной обработки (ФПО), где  $q = 0..Q-1$  номер отсчета прореженной выборки;  $y_0$  - частота пика характеристики КПО. Пиковая частота ФПО  $y_0$ , определяющая его импульсную характеристику вида  $\exp(j2\pi y_0 \Delta x n)$ , может быть выбрана равной частоте максимума дискретного преобразования Фурье

(ДПФ) всей выборки отсчетов  $\dot{u}(n)$ .

Комплексная частотная характеристика (КЧХ), т.е. функция частоты  $y$   $q$ -го ФПО будет иметь вид

$$\dot{G}_q(y) = \sum_{n=0}^{N_1-1} \exp[j2\pi(y-y_0)\Delta x n] \times \exp[j2\pi(-y)\Delta x q N_1] \quad (7)$$

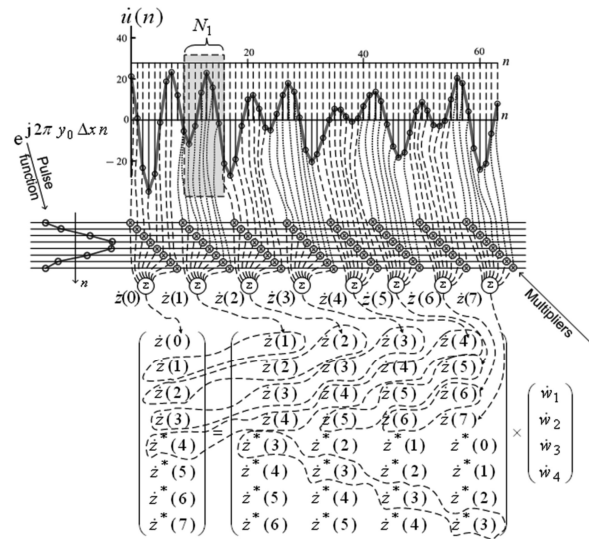


Рис. 1. Схема прореживания отсчетов и формирования уравнений (на схеме элементы «Multipliers» обозначают операции умножения, а «Pulse function» – импульсную характеристику ФПО)

После формирования отсчетов составляется система уравнений с блочными матрицами

$$\begin{pmatrix} \dot{z}(0) \\ \dot{z}(1) \\ \vdots \\ \dot{z}(Q-P) \\ \dot{z}^*(P) \\ \vdots \\ \dot{z}^*(Q-2) \\ \dot{z}^*(Q-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{z}(1) & \dot{z}(2) & \dots & \dot{z}(P) \\ \dot{z}(2) & \dot{z}(3) & \dots & \dot{z}(P+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{z}(Q-P+1) & \dot{z}(Q-P+2) & \dots & \dot{z}(P-1) \\ \dot{z}^*(P-1) & \dot{z}^*(P-2) & \dots & \dot{z}^*(0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{z}^*(Q-3) & \dot{z}^*(Q-4) & \dots & \dot{z}^*(Q-P) \\ \dot{z}^*(Q-2) & \dot{z}^*(Q-3) & \dots & \dot{z}^*(Q-P-1) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \dot{w}_{z1} \\ \dot{w}_{z2} \\ \vdots \\ \dot{w}_{zP} \end{pmatrix} \quad (7)$$

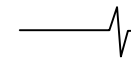
$$\downarrow$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_z \\ \dot{u}_{zj}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_z \\ \tilde{\mathbf{U}}_{zj}^* \end{pmatrix} \times \dot{w}_z,$$

откуда методом наименьших квадратов находится ВВК  $\dot{w}_z$  из системы

$$\tilde{\mathbf{R}}_z \dot{w}_z = \tilde{\mathbf{r}}_z = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_z \\ \tilde{\mathbf{U}}_{zj}^* \end{pmatrix}^H \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_z \\ \tilde{\mathbf{U}}_{zj}^* \end{pmatrix} \dot{w}_z = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_z \\ \tilde{\mathbf{U}}_{zj}^* \end{pmatrix}^H \begin{pmatrix} \dot{u}_z \\ \dot{u}_{zj}^* \end{pmatrix}$$

Исходя из вышесказанного, можно считать, что в сути данного метода лежат фазовые отличия характеристик ФПО, поскольку модули их комплексных характеристик идентичны, а фазовые характеристики определяются как  $\varphi(y) = 2\pi y \Delta x p N_1$ . Этим и объясняется слово «фазо-



вый» в названии метода. Кроме того, процедура перемножения отсчетов на импульсную характеристику ФПО  $\exp(j2\pi y_0 \Delta x n)$  и последующее суммирование приводят к когерентному накоплению энергии в пределах интервала суммирования длиной  $N_1$ . Таким образом, имеет место когерентное накопление с прореживанием, в результате которого частота следования отсчетов в  $N_1$  раз становится меньше.

Спектральная функция линейного предсказания «вперед-назад» с когерентным накоплением и прореживанием в общем виде может быть представлена как функция обобщенной частоты  $y$  в виде

$$\hat{S}(y) = \left| \dot{G}_0(y) - \sum_{p=1}^P \dot{w}_p \dot{G}_p(y) \right|^{-2} = \left| \dot{G}(y) \right|^{-2} \left| 1 - \sum_{p=1}^P \dot{w}_p \exp(j2\pi y \Delta x p N_1) \right|^{-2} \quad (8)$$

где  $\dot{G}(y)$  – комплексная частотная характеристика, идентичная для всех ФПО, благодаря чему ее модуль может быть вынесен за скобки.

#### Амплитудный метод линейного предсказания вперед с когерентным накоплением

Одновременное разрешение и оценивание параметров нескольких источников возможно не только за счет различий фазочастотных характеристик отдельных КПО, но и за счет различий их амплитудно-частотных характеристик. Рассмотрим модификацию одного из амплитудных методов линейного предсказания, так называемого метода «нормирования», разработанного Абраменковым изначально для случая оценивания параметров двух источников [22]. Суть метода заключается в следующем. Если порядок модели равен  $P$ , то выполняются  $L \geq P$  ( $l = 0..L-1$ ) симметричных операций ДПФ вида

$$\dot{Z}_l(y) = \sum_{n=0}^{N-L-1} \dot{u}(n+l) \exp(-j2\pi y \Delta x n) \exp(j2\pi y \Delta x [(N-L)/2]) \quad (10)$$

обрабатывающих укороченные выборки отсчетов  $\dot{u}(n)$  размером  $N-P$ . Экспонента  $\exp(j2\pi y \Delta x [(N-L)/2])$  в (14) является множителем, формирующим симметричную операцию ДПФ. Мнимая часть КЧХ фильтров такого ДПФ равна нулю, т. е. фильтры ДПФ вещественные. В окрестности пика ДПФ, выбираются  $P+1$  фильтров (рис. 2), КЧХ которых складываются с весовыми коэффициентами  $\dot{w}_q$  и вычисляется спектральная функция

линейного предсказания вида

$$\hat{S}(y) = \left| \dot{G}_0(y) - \sum_{q=1}^P \dot{w}_q \dot{G}_q(y) \right|^{-2},$$

в которой

$$\dot{G}_q(y) = \sum_{n=0}^{N-L-1} \exp(j2\pi y_q \Delta x n) \exp[-2\pi k \Delta y \Delta x (n - [N-L/2])],$$

где  $y_q$  – частота пика частотной характеристики  $q$ -го

ФПО ( $q = 0..P$ ).

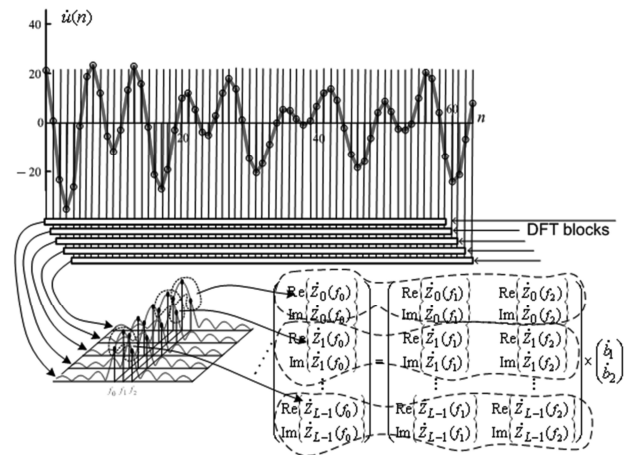


Рис. 2. Схема прореживания отсчетов и формирования уравнений (на схеме элементы «DFT blocks» обозначают операции ДПФ)

Из отсчетов ДПФ  $\dot{Z}_l(y_q)$ , соответствующих частотам  $y_q$  с номерами  $q = 0..P$  составляется система уравнений вида

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{\dot{Z}_0(y_0)\} \\ \text{Im}\{\dot{Z}_0(y_0)\} \\ \text{Re}\{\dot{Z}_1(y_0)\} \\ \text{Im}\{\dot{Z}_1(y_0)\} \\ \vdots \\ \text{Re}\{\dot{Z}_{L-1}(y_0)\} \\ \text{Im}\{\dot{Z}_{L-1}(y_0)\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Re}\{\dot{Z}_0(y_1)\} & \cdots & \text{Re}\{\dot{Z}_0(y_q)\} \\ \text{Im}\{\dot{Z}_0(y_1)\} & \cdots & \text{Im}\{\dot{Z}_0(y_q)\} \\ \text{Re}\{\dot{Z}_1(y_1)\} & \cdots & \text{Re}\{\dot{Z}_1(y_q)\} \\ \text{Im}\{\dot{Z}_1(y_1)\} & \cdots & \text{Im}\{\dot{Z}_1(y_q)\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Re}\{\dot{Z}_{L-1}(y_1)\} & \cdots & \text{Re}\{\dot{Z}_{L-1}(y_q)\} \\ \text{Im}\{\dot{Z}_{L-1}(y_1)\} & \cdots & \text{Im}\{\dot{Z}_{L-1}(y_q)\} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \dot{w}_1 \\ \vdots \\ \dot{w}_q \end{pmatrix},$$

решая которую методом наименьших квадратов, находим ВВК линейного предсказания.

#### Эксперименты с моделью аддитивной смеси нескольких гармонических сигналов

Для сравнительного анализа была рассмотрена тестовая последовательность 64-х отсчетов данных, состоящих из смеси четырех гармоник, три из которых на частотах 6,25 кГц, 6,35 кГц и 6,70 кГц попадали в пределы элемента разрешения ДПФ по частоте, шириной обратно пропорциональной длительности выборки и равной 687 Гц. Четвертая гармоника была задана на частоте 3,00 кГц и выступала в качестве мешающей помехи.

Сначала анализировался исходный подход линейного предсказания «вперед-назад» с порядком модели  $P=20$ , затем была выполнена когерентная обработка данных двумя приведенными выше фазовыми методами с прореживанием. Резонансная частота ФПО была выбрана 6,2 кГц. При использовании фазового метода длина импульсной характеристики составляла  $N_1 = 8$ . Выполнялось прореживание выборки по 8 элементов. Исходное отношение гармоник к шуму было задано 45 дБ, однако учитывая длину выборки 64 отсчета, можно считать, что когерентное накопление энергии в пике ДПФ прибавляет еще 18 дБ. Таким образом, на момент построения спектральной функции ОСШ следует считать равным 63 дБ.

На рис. 3 показаны 200 реализаций спектральных функций, построенных исходным (классическим) методом линейного предсказания «вперед-назад» для одной и той же сигнальной ситуации при разных гауссовских шумах. Из рис. 3 видно, что источники на частотах 1 и 2 (6,25 кГц, 6,35 кГц) не разрешаются, а вместо них сформирован пик на частоте кажущегося центра. На рис. 4 и 5 представлены спектральные функции фазового и амплитудного когерентных методов линейного предсказания «вперед-назад» с прореживанием и с прореживанием движущимся окном.

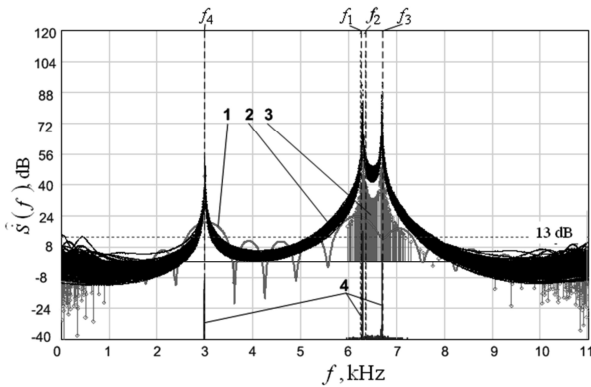


Рис.3. Спектральные функции исходного метода линейного предсказания: ДПФ выборки –1; 200 реализаций спектральных функций – 2; оценки амплитуд, соответствующих корням характеристического полинома, полученных по 200 реализациям – 3, гистограммы распределения оценок частот корней характеристического полинома –4

Исследование показало, что из 200 реализаций спектральных функций фазовых когерентных методов 80% реализаций содержали пики в окрестностях частот 1 и 2, а вероятность совместного обнаружения 1-й и 2-й гармоник составила 0,81, в то время как на спектральных функциях исходного метода вероятность появления частот 1 и 2 составила ноль. Разность частот в 100 Гц между первой и второй гармониками на частотах 6,25 кГц и 6,35 кГц составляла почти седьмую долю ширины главного лепестка АЧХ фильтра ДПФ. Присутствие третьей гармоники на частоте 6,70 кГц заметно ухудшало обусловленность системы уравнений линейного предсказания, что потребовало для разрешения гармоник около 45 дБ исходного ОСШ. Для разрешения источников с частотами, разность которых составляет от половины до трети ширины лепестка АЧХ фильтра

ДПФ, требуется ОСШ гораздо меньше от 15 до 20 дБ.

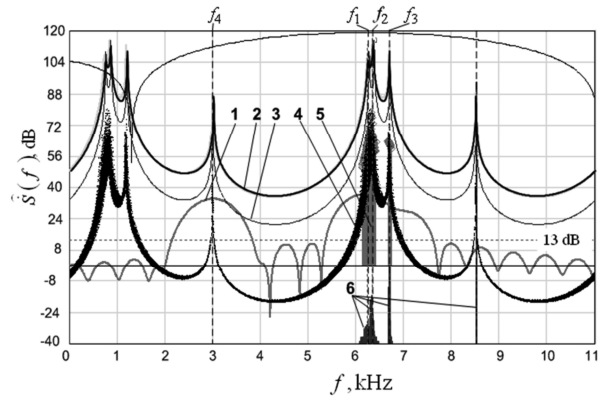


Рис.4. Спектральные функции фазового когерентного метода с прореживанием: ДПФ всей выборки –1; одна из реализаций спектральной функции –2 (график приподнят на 30 дБ); математическое ожидание спектральных функций –3 (график приподнят на 46 дБ); 200 спектральных функций –4; оценки амплитуд, соответствующие корням характеристического полинома –5; гистограммы распределения оценок частот корней характеристического полинома –6.

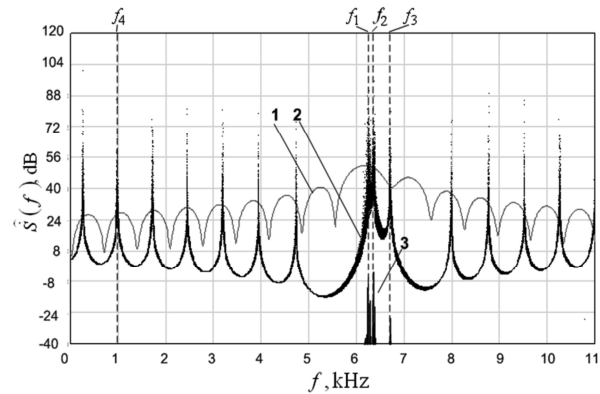
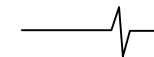


Рис. 5. Спектральные функции когерентного метода с прореживанием движущимся окном: ДПФ выборки –1; 200 реализаций спектральной функции –2; гистограммы распределения оценок частот, определяемых по пикам спектральной функции –3

Основным достоинством рассмотренных методов является существенно малые вычислительные затраты по сравнению с исходными методами спектрального анализа, так как размерность корреляционной матрицы определяется порядком модели соизмеримым с количеством источников, т.е.  $P = 2, 3, 4, \dots$ , из-за чего количество операций умножения и сложения при больших объемах выборок на несколько порядков ниже чем в исходных методах. Основным недостатком фазовых когерентных методов с прореживанием является повторение спектральных линий, возникающее из-за прореживания данных, когда частота следования отсчетов после прореживания становится меньше частот самих гармоник, т.е. происходит нарушение условий теоремы Котельникова–Шеннона. Однако, например, для радиолокационных задач предварительная фильтрация сигналов с помощью операций прямого и обратного ДПФ устраняет паразитное влияние сигналов помех, частоты которых лежат далеко за пределами рассматриваемого строга частоты, определяемого шириной фильтра ДПФ.



## Заключение

Из приведенных двух когерентных методов наилучшей точностью измерения частот обладает модифицированный метод нормирования Абраменкова (рис.2). Судя по четко разделяющимся спектральным линиям спектральной функции, этот метод обеспечивает наименьшие дисперсии оценок частот. Однако это происходит в случае, когда порядок модели равен количеству источников сигнала. В противном случае один из пиков в пределах главного лепестка ДПФ будет всегда ложным и обусловленным шумовыми составляющими. Кроме этого есть проблема высокого уровня ложных тревог, присущих данному методу обработки. Ложные тревоги обусловлены тем, что собственные шумы, проходя узкополосный фильтр предварительной обработки, превращаются в узкополосный случайный процесс, зачастую легко аппроксимируемый весовой суммой двух-трех гармоник в виде модели авторегрессии низкого порядка. Это основная причина появления ложных пиков при отсутствии сигнала при обработке методом нормирования. С этой точки зрения фазовый метод, использующий более широкополосные фильтры предварительной обработки, занимает промежуточное положение между методом нормирования и исходным методом, у которого уровень ложных тревог наименьший из-за отсутствия фильтров, сужающих спектр шума.

Все приведенные процедуры прореживания сигналов с когерентным накоплением могут быть применены в рамках известных методов спектрального анализа, таких как MUSIC, EV, Matrix Pencil, ESPRIT и прочих авторегрессионных методов, позволяющих достигать сверхразрешения по частоте, по пространству и по другим параметрам, что позволяет, в конечном счете, решением систем обратных уравнений [36] при известных КЧХ и оценках параметров разделять не разрешающиеся обычными способами обработки сигналы.

## Литература

1. Стретт Джон Вильям (лорд Релей). Волновая теория света: Пер. с англ./Под ред. М. А. Дивильковского. – М.: Едиториал УРСС, 2004. –208 с.

2. S. M. Kay, «Modern spectral estimation : theory and application», Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall, 1988.

3. S. Haykin, «Advances in spectrum analysis and array processing», Englewood, Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1991

4. Гейбриэл У. Ф. Спектральный анализ и методы сверхразрешения с использованием адаптивных антенных решеток // ТИИЭР. 1980. Т. 68. № 6.

5. Кейпон Дж. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением // ТИИЭР, 1969, т. 57, №8, С.69–79

6. J. P. Burg, Maximum entropy spectral analysis, Proc. 37th Meet. Soc. Exploration Geophysicists, 1967; reprinted in Modern Spectrum Analysis (D. G. Childers, ed.), IEEE Press, New York, 1978, pp. 34-39.

7. Тафтс Д. У., Кумаресан Р. Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предска-

зания сравнимая по эффективности с методом максимального правдоподобия // ТИИЭР. 1982. Т. 70, № 9. С. 77–94

8. Полрадж А., Рой Р., Кайлатх Т. Оценивание параметров сигнала методом поворота подпространств // ТИИЭР. 1986. Т. 74. № 7. С. 165–166

9. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / Пер. с англ. М.: Мир, 1990.

10. Stoica P, Moses R. L. Introduction to Spectral Analysis. New Jersey, Prentice-Hall, Inc. 1997, 319 p.

11. H. Akaike, «Power spectrum estimation through autoregressive model fitting». Annals of the Institute of Statistical Mathematics, v. 21, p. 407-420, 1969

12. E. Parzen, Some recent advantages in time series modeling. IEEE Transactions on Automation Control, v. AC-19, pp. 723-730, Dec. 1974.

13. Ulrich T.J., Clayton, R. W., «Time series modeling and maximum entropy» Phys. Earth Planet. Inter., vol. 12, pp. 188 – 200, 1976

14. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках – М.: Радио и связь, 2003. – 200 с.

15. Ермолаев В.Т., Родыгин Ю.Л., Флакман А.Г. Методы определения вектора пространственной адаптивной обработки при короткой выборке помехи // Изв. Вузов. Радиофизика. 1994. Т.37, № 4. С. 493-509.

16. Черемисин О.П. Эффективность адаптивных методов пеленгации помех // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 9. С. 1850–1857.

17. Дрогалин В.В. Алгоритмы оценивания угловых координат источников излучений, основанные на методах спектрального анализа. /В.В. Дрогалин и др. // Успехи современной радиоэлектроники. 1998. №2. С 3–17

18. Леховицкий Д.И., Флексер П.М., Атаманский Д.В., Кириллов И.Г. Статистический анализ некоторых «сверхразрешающих» методов пеленгации источников шумовых излучений в антенных решетках при конечном объеме обучающей выборки//Антенны, 2000, №2, с. 23.

19. Слюсар В.И. Интерпретация метода Прони для решения дальномерных задач // Радиоэлектроника: Изв. Вузов. 1998. № 1. С. 61–67

20. Абраменков В.В. Накопление сигнала при использовании современных методов спектрального анализа // Радиотехника. 2002. № 12. С. 88–91.

21. Абраменков В.В., Жибуртович Н.Ю., Климов С.А., Савинов Ю.И., Чижов А.А. Оценка влияния искажений характеристик направленности элементов антенных решеток на эффективность измерения угловых координат методом Прони // Информационно-измерительные и управляющие системы, 2005. Т.3. №6. С. 36-41.

22. Абраменков В. В. Измерение угловых координат источников излучения методом нормирования сигнала к амплитудам образовавших его источников // Сб. статей. Авионика 2002 – 2004. М.: Радиотехника, 2005. С. 218 – 221.

23. Савинов Ю. И. Когерентный метод Прони с квазипрореживанием // Вопросы радиоэлектроники. Серия РЛТ. Вып. 3, 2008. С. 122-128.

24. Нечаев Ю.Б. Метод оценки количества сигналов в задачах радиопеленгации при небольшом времени наблюдения/

А. Зотов, Ю.Б. Нечаев // Изв. вузов. Радиотехника. 2008. № 6. С 3–9.

25. Аджемов С. Исследование алгоритмов сверхразрешения в адаптивных антенных решетках / С. Аджемов, Г.О. Бокк, А.Г. Зайцев и др. // Радиотехника. 2000. №11. С. 66–71.

26. Добырин В.В. Эффективность применения сверхразрешающих спектральных оценок в бортовых угломерных фазированных антенных решетках / В.В. Добырин, А.В. Немов // Радиотехника. 1999. №9. С.65–67.

27. Ганков И.В. Предельные характеристики сверхразрешения когерентных источников при предварительной декорреляции выборки. Радиотехника, 1994. №10. С. 23–27

28. Варюхин В. А. Основы теории многоканального анализа. – Киев, ВА ПВО СВ им. А. М. Василевского. 1993.

29. Crochiere R.E. and Rabiner L.R. Multirate Digital Signal Processing. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall, 1983.

30. Bellanger M. Traitement numerique du signal: theorie et pratique. Paris: Mason, 1984. - 432 p.

31. Витязев В.В., Зайцев А.А. Многоскоростная обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние, часть 1 // Цифровая обработка сигналов, №1, 2008, с.12–21

32. Витязев В.В., Зайцев А.А. Многоскоростная обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние, часть 2 // Цифровая обработка сигналов, №3, 2008, с.2–9

33. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993, 240 с.

34. Григорян Д.С. Устранение неоднозначности измерения угловых координат источников излучения с использованием адаптивной антенной решетки // Радиотехника. 2006. №13. С. 56.

35. Григорян Д.С. Определение области сверхразрешения источников излучения по пространству при собственных шумах и неидентичностях приемных трактов // Радиотехника. 2007. № 8. С. 43–48.

36. Григорян Д.С. Сверхразрешение слабых гармонических сигналов в спектральных оценках линейного предсказания методом регуляризации Тихонова // Радиотехника. 2011. № 11. С. 32–42.

37. Григорян Д.С. Сверхразрешение по частоте при обработке радиолокационных сигналов когерентными методами линейного предсказания вперед-назад с прореживанием данных // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). 2011, № 7.

38. Григорян Д. С. Предварительная когерентная обработка данных в задачах цифрового спектрального анализа радиосигналов со сверхразрешением // Радиотехника, 2012, № 9. С. 80.

39. Григорян Д. С., Семченков С. М. Сверхразрешение по дальности при обработке радиолокационных сигналов когерентными методами линейного предсказания вперед-назад с прореживанием данных // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). 2011, № 8.

40. Григорян Д.С., Климов С.А., Митрофанов Д.Г., Прохоркин А.Г. Обработка эхосигналов группового объекта методами сверхрелеевого разрешения по дальности и скорости на основе экспериментальных данных // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). 2012, № 6.

41. Григорян Д. С. Когерентная обработка данных в задачах спектрального анализа радиолокационных сигналов со сверхразрешением // Журнал радиоэлектроники. - 2012, № 3.

42. Кейпон Дж. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением // ТИИЭР. 1969. Т.57, №8. С. 59.

43. Burg J. P. Maximum Entropy Spectral Analysis. A dissertation submitted to the Department of Geophysics and the committee on graduate studies of Stanford University In partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy. 1975 –123 p.

44. Мюнье Ж., Делиль Ж.Ю. Пространственный анализ в пассивных локационных системах с помощью адаптивных методов // ТИИЭР. -1987. -т.75. - N11. - с.21-37.

45. Lagunas M. A., Gasull A. Measuring True Spectral Density from ML Filters. Proceedings of the 1984 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, San Diego, Calif., pp. 14.10.1–14.10.4, March 1984.

46. Schmidt R.O. A Signal Subspace Approach to Multiple Emitter Location and Spectral Estimation. Ph. D. dissertation, Department of Electrical Engineering, Stanford University, Stanford, Calif., November 1981.

47. Джонсон Д. Х. Применение методов спектрального оценивания к задачам оценивания угловых координат источников излучения. ТИИЭР, 1982, т. 70, № 9, с. 126-139.

## THE METHODS OF SIGNAL DATA DECIMATION WITH COHERENT ACCUMULATION IN DIGITAL SPECTRAL ANALYSIS WITH SUPERRESOLUTION

*Grigoryan D.S.*

In many goals of signal spectral analysis more currency have a questions of targets Doppler, distance and angular superresolution, which coming in compact group. Except of, exists the task of signal from noise countermeasure selection, which source operates from radar antenna mane lobe direction. The results of digital spectral analysis examinations show, that from third to tens parcel of Fourier transformation mane lobe superresolution from 30 dB signal to noise ratio is needed. Therefore radar superresolution demands of procedures, increasing the resolution possibilities of spectral analysis methods in typical for radar missions primary signal to noise ratios low than 30 dB.

The purpose of article is tree coherent spectral estimation methods explanation, which increasing the superresolution in comparison with classical autoregressive spectral methods in radar work conditions. The superresolution rising achieves out of proceeds better conditionality of data correlation matrixes, defined by primary data processing methods with data accumulation.

The considered coherent estimation methods may be used also in spatial signal processing and in sweeping frequency signals processing, which allows to get distance images. Advantage of considered methods consist of primary signal processing by filters, which have gain differences, defining the signals subspace correlation matrix conditionality decreasing. It gives the weight vector disturbances decreasing. This thesis confirmed by experimental data processing, reflected from two aircrafts, which were under tracing by 9C35M1 combat radar. Those coherent methods may be used by matrixes, constructed by Yule–Walker equations, MUSIC, EV, ESPRIT and other methods.