

УДК 389.001

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ МАГНИТНО-РЕЗОНАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

Минаков Е.И., д.т.н., профессор кафедры радиоэлектроники Тульского государственного университета, e-mail: MRTTULA@yandex.ru

Серегин П.С., аспирант кафедры радиоэлектроники Тульского государственного университета

Ключевые слова: магнитно-резонансная томография, параллельная реконструкция изображений в магнитно-резонансной томографии, метод сжатых измерений.

Введение

Магнитно-резонансная томография (МРТ) является современным и быстроразвивающимся методом медицинской визуализации.

Долгое время двумерное преобразование Фурье использовалось для реконструкции МРТ-изображений. Однако ввиду физических принципов МРТ, сбор данных в разных проекциях без акселерации для последующей Фурье реконструкции занимает десятки минут. Длительное время сканирования плохо переносят тяжелобольные пациенты. Помимо этого, визуализация путем Фурье-реконструкции подвижных органов (сосудов, сердца, легких и т.д.) с высоким разрешением во многих случаях становится невозможной ввиду наличия артефактов движений [15] (искажений изображений вследствие движения объекта исследования во время сканирования).

На смену классическому преобразованию Фурье пришел метод дробного преобразования Фурье [9, 14]. Данный метод требует меньшего числа исходных данных для реконструкции изображений (например, в 3/4, 5/6 или 7/8 раз). Метод дробного преобразования Фурье получил широкое распространение в промышленных МРТ-сканерах и используется по настоящее время.

Поиски более эффективных решений привели к появлению методов параллельной реконструкции изображений. Для использования параллельных методов реконструкции необходимо существенное изменение МРТ-систем: применение многоканальных антенных систем и приемных трактов. Использование методов параллельной реконструкции изображений позволяет в R-раз (где R – коэффициент акселерации) сократить время сбора данных МРТ (т.е. время МРТ-сканирования).

Очевидно, что при акселерации МРТ-сканирования реконструкция изображений выполняется по неполным исходным данным. Поэтому при использовании параллельных методов реконструкции изображений снижается отношение сигнал/шум (ОСШ) по сравнению с полным сканированием (т.е. сбором всех данных, необходимых для последующей Фурье-реконструкции) без акселерации. Компенсировать потерю ОСШ позволяет повышение постоянного магнитного поля МРТ-системы (вследствие того, что эффект ядерно-магнитного резонанса в МРТ-системах работает лучше с повышением напряженности поля), однако это сопровождается рядом сложностей и прежде всего значительным ростом стоимости подобных систем.

Проводится сравнительный анализ методов параллельной реконструкции изображений магнитно-резонансной томографии (МРТ) на основе моделирования. Рассматривается возможность регуляризации параллельной реконструкции изображений МРТ методом сжатых измерений. Особое внимание уделяется исследованию регуляризации метода SPACE-RIP. Кроме того, проводится сравнительный анализ методов параллельной реконструкции с другими методами регуляризации, в частности, с методом регуляризации на основе сингулярного разложения SVD.

Параллельная реконструкция изображений подвижных объектов часто выполняется при достаточно высоких значениях коэффициента акселерации R (когда коэффициент акселерации сопоставим или превышает величину квадратного корня из числа антенных элементов МРТ-системы). Следствием этого является появление дополнительных искажений на изображениях и даже срыв реконструкции. Поэтому поиск методов реконструкции изображений МРТ, которые требовали бы меньшего числа исходных данных (т.е. способных работать при высоких коэффициентах акселерации) для качественной реконструкции изображений, является одной из важнейших и весьма актуальной задачей МРТ.

Существует достаточно много методик параллельной МРТ-реконструкции [15, 17], в основе которых лежит уравнение (1) [20]:

$$S(K_x, K_y) = \iint C(x, y) \rho(x, y) e^{-j(xK_x + yK_y)} dx dy, \quad (1)$$

где x, y – координаты декартового пространства изображений; K_x – координата K -пространства в направлении частотного кодирования; K_y – координата K -пространства в направлении фазового кодирования; $S(K_x, K_y)$ – полный уровень сигнала, принятого антенной системой (K -пространство), $C(x, y)$ – диаграмма направленности приемной антенной системы; $\rho(x, y)$ – функция распределения плотности водорода в исследуемом объекте (изображение объекта, которое нужно получить).

Наиболее распространенными из них являются SENSE, GRAPPA, PILS, SMASH, SPACE-RIP и др. Их общей особенностью является использование (1) с учетом различных дополнительных предположений о взаимосвязи диаграмм направленности антенн (т.е. чувствительности каналов) и исследуемого объекта.



Основная идея метода SMASH заключается в том, что интерпретация принятых МР-сигналов и оцениваемых диаграмм направленности антенн может непосредственно воспроизвести недостающие шаги фазового кодирования [15, 17]. В методике PILS, в отличие от SENSE и SMASH, основную роль играет представление о локализованности диаграмм направленности антенн в пределах их размеров. В методе GRAPPA используются автокалибровочные измерения [7, 11, 15, 17].

Для сравнительного анализа методов параллельной реконструкции использовалась библиотека Pulsar [6] для математического пакета Matlab. Реконструкция выполнялась с 8-канальной антенной системы для исследования головного мозга. Результат моделирования представлен в табл. 1. Под изображением приводится оценка погрешности реконструкции. Из табл. 1 видно, что при коэффициенте акселерации $R=6$ в методах SENSE и SPACE-RIP наблюдается срыв акселерации – изображение становится неразличимым. В то же время в методе PILS даже при $R=2$ наблюдаются сильные геометрические искажения, которые делают изображение непригодным для медицинского описания.

При изменении коэффициента акселерации, как видно из табл. 1, соотношение сигнал/шум наименее сильно изменяется при реконструкции с применением методики GRAPPA. Этот факт может объясняться применением данных автокалибровки. Наихудшие результаты по соотношению сигнал/шум и визуализации дают методики SMASH и PILS, что можно объяснить неравномерностью применения заложенных в их концепцию гипотез на примере конкретных исходных данных.

Из остальных методик реконструкции с незначительным преимуществом перед методом SENSE проявляет себя методика SPACE-RIP, что позволяет оценить ее в лучшую сторону. Далее в статье на ее примере будет рассмотрена возможность повышения качества реконструкции изображений.

Постановка задачи

В МРТ-системах сигналы, содержащие простран-

ственную информацию о плотности распределения водорода в исследуемом объекте, принимаются антенными системами. Далее сигналы усиливаются и происходит их дискретизация в АЦП. Таким образом, методы реконструкции и цифровой обработки МР-сигналов работают с дискретными данными.

Для построения МРТ-изображений необходима процедура реконструкции, так как принятые в антеннах МР-сигналы характеризуют объект исследования в частотной области. Поэтому дискретные отсчеты МР-сигналов заносят в массив данных, известный под названием K -пространство (Фурье-пространство или частотная область). Таким образом, задача МРТ-реконструкции состоит в преобразовании массива K -пространства в привычное человеку пространственное двумерное изображение исследуемого объекта (т.е. построение распределения плотности водорода).

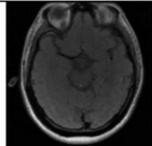
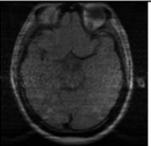
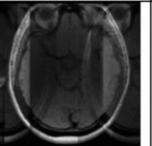
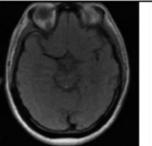
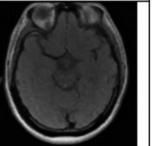
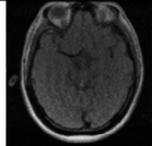
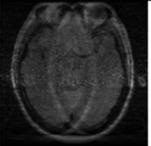
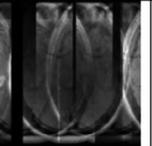
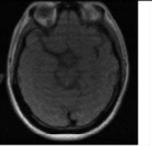
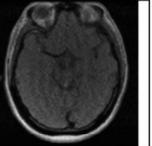
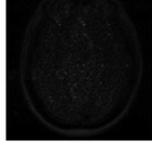
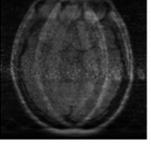
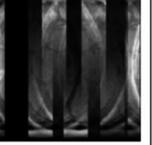
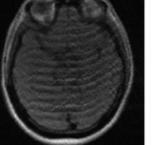
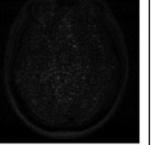
Основной моделью реконструкции изображений МРТ является двумерное обратное преобразование Фурье(1). Метод SPACE-RIP (Sensitivity Profiles From an Array of Coils for Encoding and Reconstruction in Parallel, дословный перевод: метод кодирования диаграмм направленности массива антенных систем МРТ и их параллельная реконструкция) [16] основывается на следующем приближении выражения (1):

$$S_l(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_l(x, y') \rho(x, y') e^{-j\omega y'} dy', \quad (2)$$

где x, y – координаты декартового пространства изображений; ω – координата K -пространства в направлении фазового кодирования; $S_l(x, \omega)$ – преобразованное K -пространство наблюдаемых сигналов с антенной системы номер l (в направлении частотного кодирования матрицы K -пространства выполнено одномерное обратное преобразование Фурье); $\rho(x, y)$ – реконструированное изображение, $C_l(x, y)$ – диаграмма направленности антенны канала l .

Таблица 1

Результат моделирования различных методов параллельной реконструкции изображений МРТ

	SENSE	SMASH	PILS	GRAPPA	SPACE-RIP
R=2					
	$\delta=0.0411$	$\delta=0.36089$	$\delta=0.4500$	$\delta=0.06833$	$\delta=0.0414$
R=4					
	$\delta=0.1531$	$\delta=0.4032$	$\delta=0.917$	$\delta=0.13769$	$\delta=0.1587$
R=6					
	$\delta=0.93872$	$\delta=0.46598$	$\delta=1.26$	$\delta=0.2499$	$\delta=1.063$

Уравнение (2) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма первого рода относительно плотности распределения водорода $\rho(x, y')$. При больших степенях акселерации решение выражения (2) приобретает характер некорректно поставленной задачи, т.е. реконструкция изображения МРТ при высоких степенях акселерации не выполняется. Как известно, для таких классов задач применяются разнообразные методы регуляризации.

Одним из современных и активно развивающихся в других областях техники методом является метод сжатых измерений (compress sensing, или CS). Данный метод показал хорошую эффективность в приложениях, когда речь идет о работе с данными, степень редкости которых не удовлетворяет теореме Котельникова [8]. Далее будет показано исследование нескольких постановок метода сжатых измерений для регуляризации методов параллельной реконструкции изображений (для улучшения устойчивости и точности работы метода при работе с высокими степенями акселерации), а также сравнительный анализ с другими постановками регуляризации методов параллельной реконструкции (в частности, с методом регуляризации на основе сингулярного разложения SVD).

Регуляризация методом сжимающих измерений параллельных методов реконструкции МРТ-изображений

В последние несколько лет практическая эффективность метода сжатых измерений и, в частности, методика на основе l_1 -минимизации была успешно доказана [1, 2]. Реконструкция МРТ-изображений с применением метода сжатых измерений показана в работе [8].

В работе [19] проведен сравнительный анализ l_1 и l_0 -минимизации непосредственно для реконструкции МРТ-изображений. Автор [19] пришел к следующему выводу: метод l_0 -регуляризации не дает гарантии достижения минимума функции в отличие от l_1 -минимизации, которая это гарантирует. Однако l_0 -регуляризация способна работать при гораздо более разреженных данных, чем l_1 -минимизация. Результаты, приведенные в [19], показывают, что l_0 -минимизация имеет существенные преимущества перед l_1 -минимизацией на ряде сильно разреженных данных. Однако l_0 -реконструкция требует огромного числа вычислений, и часто ее решение из-за ряда факторов становится затруднительным. Поэтому в данной статье будет использоваться l_1 -минимизация.

Постановка задачи, согласно методу сжатых измерений, предполагает поиск максимально редкого вектора, удовлетворяющего заданному соотношению. Пусть имеется операторное уравнение вида

$$y = \Phi x, \quad (3)$$

где Φ – некоторый оператор, y – вектор известных наблюдаемых данных.

В терминах концепции сжатых измерений уравнение (3) с учетом требования редкости примет вид задачи оптимизации:

$$\|x\|_1 \rightarrow \min, \quad \Phi x = y. \quad (4)$$

Таким образом, в слабой постановке, удовлетворяющей практически потребностям (при наличии шума), (4) можно переписать так:

$$\|x\|_1 \rightarrow \min, \quad \|\Phi x - y\|_2 < \varepsilon, \quad (5)$$

где ε – величина, которая управляет точностью реконструкции к результатам измерений.

Исследование МРТ-изображений показало, что данные, как правило, не разрежены в любой заданной области преобразования, но действительно склонны к проявлению высокой сжимаемости.

Выполним предварительную дискретизацию (2) для того, чтобы было возможно перейти к (5). Для этого выберем некоторую систему функций, $\{\Omega_k(y)\}_{k=1}^{\infty}$, образующую базис в функциональном пространстве, которое допускает существование интегрируемых функций.

Также допустим, что система $\{\Omega_k(y)\}_{k=1}^{\infty}$ является ортонормальной, т.е. между функциями имеет место следующее соотношение:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Omega_i(y)\Omega_j(y)dy = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}. \quad (7)$$

Представим приближенно плотность распределения водорода и диаграммы направленности антенных каналов как результат разложения по системе $\{\Omega_k(y)\}_{k=1}^N$, где N – некоторый конечный номер, который может быть достаточно большим. Воспользуемся следующим приближением:

$$\rho(x, y) \approx \sum_{k=1}^N \alpha_k(x)\Omega_k(y),$$

$$C_l(x, y)e^{-j\omega y} \approx \sum_{m=1}^N \hat{C}_l(m, x)e^{-jm\omega}\Omega_m(y). \quad (8)$$

Подставляя приближенные представления (8) в (2), получим следующее:

$$S_l(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_l(x, y')\rho(x, y')e^{-j\omega y'}dy' =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^N \hat{C}_l(m, x)e^{-jm\omega}\Omega_m(y) \cdot \sum_{k=1}^N \alpha_k(x)\Omega_k(y)dy' \quad (9)$$

Перегруппируем правую часть (9) таким образом, чтобы можно было внести базисные функции под знак интеграла:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^N \hat{C}_l(m, x)e^{-jm\omega}\Omega_m(y) \cdot \sum_{k=1}^N \alpha_k(x)\Omega_k(y)dy' =$$

$$= \sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^N \alpha_k(x)\hat{C}_l(m, x)e^{-jm\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_k(y)\Omega_m(y)dy \quad (10)$$

Далее, пользуясь свойством ортонормальности (8), замечаем, что ненулевыми останутся только те слагаемые, индексы базисных функций которых будут совпадать. Поэтому приближение интегрального уравнения (2) примет вид:

$$S_l(x, \omega) = \sum_{m=1}^N \hat{C}_l(m, x)\alpha_m(x)e^{-jm\omega}. \quad (11)$$

Группируя уравнения для каждого канала антенны в систему с учетом изменения параметра ω , получим сис-

тему уравнений, которая решается относительно коэффициентов $\alpha_m(x)$. По их значениям в свою очередь из (8) вычисляется плотность распределения водорода.

Пусть величина ω меняется в диапазоне $\omega = \omega_1, \omega_2 \dots \omega_L$. Рассмотрим (9) в матричной форме:

$$\hat{S}(x) = \hat{A}\hat{\alpha}, \quad (12)$$

где

$$\hat{S}(x) = (S_1(x, \omega_1), S_1(x, \omega_2) \dots S_1(x, \omega_L), S_2(x, \omega_1), S_2(x, \omega_2) \dots S_2(x, \omega_L), \dots S_k(x, \omega_L))^T$$

$$\hat{\alpha} = (\alpha_1(x), \alpha_2(x), \dots \alpha_N(x)).$$

Задачу (12) можно решать различными способами. Наиболее распространенными из них являются прямые методы, позволяющие переформулировать (12) как задачу метода наименьших квадратов. Это, кроме гибкой содержательной постановки, предоставляет возможность использования различных методов решения систем линейных уравнений. Для данного класса задач наиболее популярными из них являются два метода: метод сингулярного разложения (SVD-метод) и метод регуляризации Тихонова, заключающиеся в приведении системы линейных уравнений к некоторому специальному виду, что дает возможность решить их с высокой точностью при, как правило, плохой обусловленности главной матрицы системы [5, 7, 10, 12, 13].

С точки зрения соотношения (3), оператор \hat{A} является матрицей, связывающей вектор измерений $\hat{S}(x)$ и неизвестное решение $\hat{\alpha}$. В этом случае постановка метода сжатых измерений примет следующий вид:

$$\|\hat{\alpha}\|_1 \rightarrow \min, \quad \|\hat{S}(x) - \hat{A}\hat{\alpha}\|_2 < \varepsilon. \quad (13)$$

Требование редкости для $\hat{\alpha}$ может носить и содержательный характер, обусловленный тем, что при сканировании может иметь место прореживание данных. В этом случае требование редкости с учетом потерь информации помогает найти корректное решение задачи реконструкции.

Отметим, что, кроме (13), возможна альтернативная постановка, заключающаяся в изменении характера целевой функции и выбранных ограничений. Она заключается в том, чтобы, как и в методе наименьших квадратов, минимизировать норму отклонения $\|\Phi x - y\|_2$, но при условии, что вектор x должен быть достаточно редким [9]. В этом случае с учетом того, что редкость вектора мы будем оценивать как норму $\|\cdot\|_1$, задачи (2) и (5) могут быть переформулированы следующим образом:

$$\|\Phi x - y\|_2 \rightarrow \min, \quad \|x\|_1 \leq \tau, \quad (14)$$

где τ – показатель, учитывающий задаваемую в задаче редкость вектора. Задавая различную величину τ , можно контролировать степень точности решения задачи реконструкции методом сжимающего считывания. При этом постановку (14) иногда называют «лассо»-постановкой, что обусловлено аналогией с задачей о методе наименьших квадратов.

Таким образом, в постановке метода сжатых изме-

рений предлагаются следующие варианты решения задачи SPACE-RIP реконструкции:

– вариант строгой постановки задачи с ограничениями-равенствами:

$$\|\hat{\alpha}\|_1 \rightarrow \min, \quad \hat{S}(x) = \hat{A}\hat{\alpha}; \quad (15)$$

– вариант ослабленной постановки задачи с учетом возможной погрешности реконструкции:

$$\|\hat{\alpha}\|_1 \rightarrow \min, \quad \|\hat{S}(x) - \hat{A}\hat{\alpha}\|_2 < \varepsilon; \quad (16)$$

– вариант «лассо»-постановки:

$$\|\hat{S}(x) - \hat{A}\hat{\alpha}\|_2 \rightarrow \min, \quad \|\hat{\alpha}\|_1 \leq \tau. \quad (17)$$

Алгоритмы реализации методов сжимающих измерений

Совсем недавно исследователями были предложены новые числовые методики решения задачи l_1 -минимизации: предобусловленный метод сопряженных градиентов (PCG), метод итераций Брегмана [12], или метод пространства со шкалой обратных величин, и метод повторно взвешенных наименьших квадратов.

В качестве алгоритма решения задач (15) – (17) в данной статье использовался метод базиса преследования (basis pursuit) из библиотеки SPGL1 [18] для математического пакета Matlab.

Моделирование методов параллельной реконструкции. Оценка изображений

Качество МРТ-изображений принято оценивать следующими параметрами [3]: пространственное разрешение, коэффициент сигнал/шум (SNR), коэффициент контраст/шум, уровень артефактов (искажения изображения, AP). Более подробно расчет данных параметров описан в [15].

Погрешность использования метода оценивалась следующим образом:

$$\delta = \frac{\|A - A_{эм}\|_2}{\|A_{эм}\|_2} \quad (18)$$

где A – матрица интенсивностей реконструированного изображения; $A_{эм}$ – матрица интенсивностей эталонного изображения; δ – погрешность реконструкции (безразмерная величина, уменьшение которой свидетельствует о более качественной реконструкции).

При выполнении CS-реконструкции по методике (16) погрешность принималась $\varepsilon=0,01$. В качестве исходных данных были выбраны данные сканирования головного мозга с разрешением 256×256 точек, взятые с восьмиканальной антенной системы. Параметр регуляризации λ в методе сингулярного разложения принимался равным 0,05 и 0,1. Результаты изменения погрешности при различных коэффициентах акселерации приведены в табл. 2.

С целью повышения качества реконструкции задачу (12) можно переписать в виде:

$$\hat{A}^T \hat{S}(x) = \hat{A}^T \hat{A} \hat{\alpha} \quad (19)$$

и применить методики (13) и (14) уже для постановки (19).

Были получены следующие результаты.

Таблица 2
Сравнительный анализ методов реконструкции изображений МРТ

Погрешность метода, δ	R=2	R=4	R=6
Метод CS (13)	0,0255	0,0912	0,7133
Метод CS (14), $\varepsilon=0,1$	0,0255	0,0912	0,7136
SVD-разложение, $\lambda=0,05$	0,0255	0,1039	0,5615
SVD-разложение, $\lambda=0,1$	0,0255	0,2145	0,5671
Метод псевдообращения без регуляризации	0,0255	0,0912	0,7335

Таблица 3
Сравнительный анализ методов реконструкции изображений МРТ

Погрешность метода, δ	R=2	R=4	R=6
Метод CS (13)	0,0255	0,1365	0,6836
Метод CS (14), $\varepsilon=0,1$	0,0255	0,1340	0,6826
SVD-разложение, $\lambda=0,05$	0,0255	0,1039	0,5615
SVD-разложение, $\lambda=0,1$	0,0255	0,2145	0,5671
Метод псевдообращения без регуляризации	0,0255	0,0912	0,7335

Отдельно была исследована «лассо»-постановка (17) при разных значениях величины τ . Результаты изменения погрешности при коэффициенте акселерации R=2 приведены в табл. 4.

Таблица 4
Исследование «лассо»-постановки

Величина τ	32 π	64 π	128 π	250 π
Погрешность метода, δ	0,6813	0,3068	0,0255	0,0255

Результаты расчета реконструкции по модели (19) с применением выражения (17) при $\tau = 250\pi$ при разных

коэффициентах акселерации приведены в табл. 5.

Таблица 5
Исследование «лассо»-постановки

Погрешность метода, δ	R=2	R=4	R=6
Метод CS, «лассо»-модель (15)	0,0255	0,1028	0,5523

Изображения после выполнения параллельной реконструкции представлены в табл. 6.

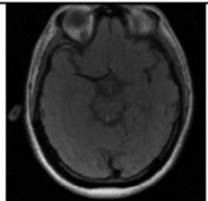
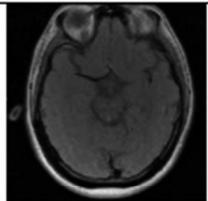
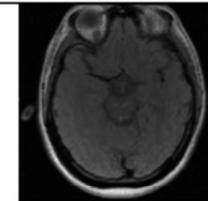
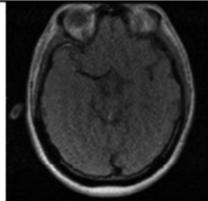
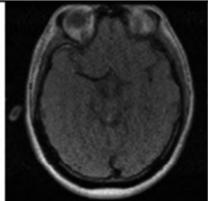
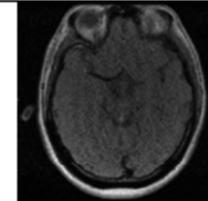
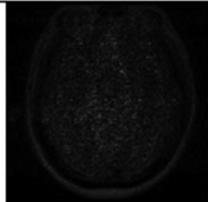
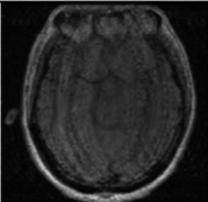
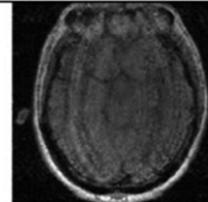
Заключение

Исследование методов параллельной реконструкции изображений МРТ показало эффективность методов SPACE-RIP и GRAPPA. Однако, при некоторых исходных данных базовые методы приводят к сильным погрешностям при реконструкции. Минимизировать погрешности при реконструкции позволяют методы регуляризации, одним из которых является метод сжатых измерений.

Из предложенных постановок метода сжатых измерений наиболее гибкими показали себя модели (13) и (15), причем точность последней определяется величиной τ , которую можно интерпретировать как радиус шара в пространстве l_1 , в котором решается задача метода наименьших квадратов. Применение методики «лассо» (17) к модели (19) в случае больших значений коэффициента акселерации позволяет сократить погрешность реконструкции изображений на 30-40% по сравнению с предыдущими оценками из табл. 2 и 4.

Из табл. 6 видно, что при коэффициенте акселерации 6 в регуляризованных методах параллельной реконструкции получаются более устойчивые изображения, чем при стандартной реконструкции.

Таблица 6
Сравнение результатов реконструкции МРТ изображений

	SPACE-RIP	SPACE-RIP+SVD	SPACE-RIP+CS
R=2	 $\delta=0.0414$	 $\delta=0.04137$	 $\delta=0.04137$
R=4	 $\delta=0.1587$	 $\delta=0.15806$	 $\delta=0.1468$
R=6	 $\delta=1.063$	 $\delta=0.34795$	 $\delta=0.3325$



Дальнейшее улучшение качества МРТ-изображений возможно путем использования более эффективных импульсных последовательностей, модифицированных траекторий заполнения К-пространства[3] и методов фильтрации.

Усовершенствование алгоритмов параллельной реконструкции изображений позволяет повысить устойчивость и снизить искажения изображений при высоких степенях акселерации МРТ-сканирования (где R сопоставима с квадратным корнем из числа каналов антенных систем МРТ). Это позволяет расширить область применения МРТ-систем во врачебной практике для задач визуализации динамических органов (легких, сердца, сосудов).

Литература

1. Граничин, О.Н. Рандомизация измерений и L_1 -оптимизация / О.Н. Граничин // Стохастическая оптимизация в информатике. 2009. № 5. С. 3-23.
2. Кашин, Б.С. Замечание о задаче сжатого измерения / Б.С. Кашин, В.Н. Темляков // Математические заметки. – 2007. — Том 82. — Выпуск 6. — С.829-837.
3. A Statistical Approach to SENSE Regularization With Arbitrary k-Space Trajectories / L. Ying, Bo Liu, M.C. Steckner, G. Wu // Magnetic Resonance in Medicine. – 2008. – Volume 60. – Issue 2. – P. 414-421.
4. Combined compressed sensing and parallel MRI compared for uniform and random cartesian undersampling of k-Space [Электр. ресурс] / D.S. Weller, J.R. Polimeni, L. Grady, L.L. Wald. – Режим доступа: http://www.rle.mit.edu/stir/documents/wellerpgwag_icassp2011.pdf.
5. Fast Regularized Parallel Imaging in an Mr Image-Guided Therapy Application / W. S. Hoge, R. Chu, F. Jolesz, E. Samset // In Proc of 41st Asilomar Conf on Signals, Systems, and Computers. – 2007. – Nov 4-7. – P. 1869-1873.
6. Jim, X. Ji. PULSAR: A MATLAB Toolbox for Parallel Magnetic Resonance Imaging Using Array Coils and Multiple Channel Receivers / X. Ji Jim, Jong Bum Son, Swati D. Rane // Magnetic Resonance Engineering. – 2007. – V.31B (1). – P. 24-36.
7. Lin, Fa-Hsuan. Regularized Grappa Reconstruction / Fa-Hsuan Lin // United States Patent Lin. Patent No: US 7,394,252 B1. – 2008. – Date of Patent: Jul. 1. – 21 p.
8. Lustig, M. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging / M. Lustig, D. Donoho, J.M. Pauly // Magnetic Resonance in Medicine. – 2007. – Vol. 58. – P. 1182-1195.
9. Narayanan, Ashok V. The fractional Fourier transform: theory, implementation and error analysis / V. Ashok Narayanan, K.M.M. Prabhu // Microprocessors and Microsystems. – 2003. – N 27. – P. 511-521.
10. On the Regularization of Sense and Space-Rip in Parallel mr Imaging / W. Scott Hoge, Dana H. Brooks, Bruno Madore, Walid Kyriakos // IEEE International Symposium on Biomedical Imaging. – 2004. – 4 p.
11. Petr, Jan. Parallel magnetic resonance imaging reconstruction. PhD Thesis Proposal [Электр. ресурс] / Jan Petr. – Режим доступа: <ftp://cmp.felk.cvut.cz/pub/cmp/articles/petr/Petr-TR-2005-03.pdf>.
12. Regularized Sensitivity Encoding (SENSE) Reconstruction Using Bregman Iterations / Bo Liu, Kevin King, Michael Steckner, Jun Xie // Magnetic Resonance in Medicine. – 2009. – Volume 61. – Issue 1. – P. 145-152.
13. Rust, B. W. Residual periodograms for choosing regularization parameters for ill-posed problems / Bert W Rust, Dianne P O'Leary // Inverse Problems. – 2008. – N 24. – 30 p.
14. Saxena, R. Fractional Fourier transform: A novel tool for signal processing / R. Saxena, K. Singh // Indian Inst. Sci. – 2005. – Jan.-Feb. – 85. – P. 11-26.
15. Schoenberg, S.O. Parallel imaging in clinical MR applications / S. O. Schoenberg, O. Dietrich, M.F. Reiser // Medical Radiology. Diagnostic Imaging and Radiation Oncology. – Springer, 2006. – 564 p.
16. Sensitivity profiles from an array of coils for encoding and reconstruction in parallel (SPACE RIP) / W. Kyriakos, L. Panych, D. Kacher, C. Westin // Magnetic Resonance in Medicine. – 2000. – Vol. 44. – P. 301-308.
17. Smash, Sense, Pils, Grappa: how to choose the optimal method / M. Blaimer, F. Breuer, M. Mueller, R.M. Heidemann // Top Magnetic Resonance Imaging. – 2004. – Vol. 15. – N 4. – P. 223-236.
18. SGPL1: A solver for large-scale sparse reconstruction. – Режим доступа: <http://www.cs.ubc.ca/labs/scl/spgl1/>
19. Trzasko, J. Highly undersampled magnetic resonance image reconstruction via homotopic L0-minimization / J. Trzasko, A. Manduca // IEEE Trans Med Imaging. – 2009. – N 28. – P. 106-121.
20. Weller, D. S. Accelerating Magnetic Resonance Imaging by Unifying Sparse Models and Multiple Receivers / Daniel S. Weller // Massachusetts Institute of Technology. – 2012. – 148 p.

COMPARATIVE ANALYSIS OF PARALLEL IMAGE RECONSTRUCTION METHODS IN MAGNETIC RESONANCE IMAGING

Minakov E.I., Seregin P.S.

The article presents a comparative analysis of methods for parallel image reconstruction in MRI-based modeling. Here is considering the possibility of regularization of parallel image reconstruction of magnetic resonance imaging by compressed sensing method. Special emphasis is placed on the SPACE-RIP regularization method. In addition, in this paper was performed a comparative analysis with other productions of the regularization techniques of parallel reconstruction, in particular, with the regularization method, based on the singular value decomposition SVD.