

УДК 681.7.069.32

## ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БИТ ПРИ СЖАТИИ ДАННЫХ ЗАШУМЛЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Бехтин Ю.С.

### Введение.

Во многих практических приложениях изображения содержат шумы, от которых невозможно избавиться приборами или схемами регистрации из-за внутренней физической природы их появления. Например, грубые поверхности деталей вызывают случайные фазовые отклонения отраженного микроволнового излучения в системах технического зрения, что приводит к появлению гранулированного, в виде пятен шума на изображении [1, 4]. Другим примером являются изображения, полученные с помощью радаров с синтезированной апертурой (РСА-изображения), для которых характерна проблема спекл-шума (*speckle*) [1, 2]. Также необходимо отметить похожий характер искажений в изображениях, сформированных с помощью инфракрасных тепловизионных систем. Причиной искажений является геометрический шум чувствительности, обусловленный флуктуациями коэффициентов передачи фотодатчиков относительно условной единицы с течением времени [3].

Для таких изображений вводится в рассмотрение мультипликативная модель, которая наиболее часто используется в различных источниках [1-3]:

$$Y = X \cdot Z, \quad (1)$$

где  $Y$  – наблюдаемое изображение,  $X$  – неизвестный оригинал,  $Z$  – шум с единичным средним (в общем случае не гауссовский). Случайные переменные  $X$  и  $Z$  считаются независимыми, особенно в тех случаях, когда интенсивность шума на изображении значительна (например, для «сильно развитого» спекл-шума [1, 2]).

Решение задачи сжатия данных зашумленного изображения можно рассматривать с двух точек зрения. В первом случае речь идет о достижении некоторой критической скорости кодирования (*compression ratio*), измеряемой средним числом бит на пиксель (*bit per pixel, bpp*), когда необходимо уложить поток бит в канал связи с ограниченной пропускной способностью. Во втором случае во главу угла ставится качество изображения после его декомпрессии, то есть предполагается, что зашумленное изображение сжимается, архивируется (т.е. хранится) и будет использоваться после восстановления для анализа (т.е. восстановленное изображение рассматривается как отфильтрованное). В обоих случаях качество восстановленного изображения принято оценивать через пиковое отношение сигнал/шум (ПОСШ)

*Показано, что задачу совместной фильтрации и кодирования при сжатии данных изображений, искаженных мультипликативным шумом, можно привести к терминам теории «скорость – искажение». Рассматривается решение поставленной задачи при «мягкой» пороговой обработке вейвлет-коэффициентов. Приводятся результаты моделирования, подтверждающие эффективность предложенного алгоритма работы кодера по сравнению с SPIHT.*

$$\text{ПОСШ} = 20 \lg \frac{\max \{x_{ij}\}}{\text{СКО}} \quad (2)$$

и среднее квадратическое отклонение (СКО) [4, 5]

$$\text{СКО} = A^{-1} \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_{ij})^2, \quad (3)$$

где  $X$  – восстановленное после компрессии изображение,  $A$  – число точек изображения.

Очевидным решением задачи сжатия данных зашумленных изображений является применение предварительной фильтрации перед кодированием. Однако не все алгоритмы фильтрации согласуются с последующим кодированием, особенно для мультипликативных помех, и возможны ситуации, когда ошибки квантования будут превалировать над остаточным шумом после фильтрации. Следовательно, для согласования фильтрации и компрессии необходимо использовать общую схему обработки изображения. Одной из таких схем является вейвлет-обработка сигналов, где фильтрация и сжатие данных осуществляется путем порогового отсека вейвлет-коэффициентов [4]. Известные процедуры вейвлет-кодирования (EZW, JPEG2000, SPIHT [4-6]) основаны на приравнивании незначительных коэффициентов (т.е. оказавшихся ниже некоторого порога) к нулю. Величина порога при этом определяется через «мертвую зону» (*dead zone*) – увеличенный интервал квантования около нуля (обычно вдвое больше интервала квантования). Подобная процедура внешне похожа на операцию «грубого» порогового отсека вейвлет-коэффициентов (*hard thresholding*) [5], то есть приводит к шумоподавлению, если на входе кодека зашумленное изображение, и к потерям и артефактам, если на входе изображение без помех. Для зашумленных изображений редко удается использовать низкие скорости кодирования (меньше 1 бит/пиксель), поскольку при этом возникают множественные артефакты от подавления квантования. Таким образом, для каждой скорости кодирования существует некоторое оптимальное соотношение между величиной порога («мертвой зоны») и интервалом квантования, обеспечивающее минимум СКО.



Известно небольшое число работ по сжатию данных зашумленных изображений, которые можно условно разбить на две группы. Алгоритмы первой группы учитывают особенности сжимаемого сигнала, кодеков при различных степенях сжатия и видах шумов, например [2]. Вторая группа работ ориентирована либо на поиск оптимального порога, либо на поиск интервала квантования, либо на разработку эффективных помехоустойчивых процедур кодирования. В частности, детальное обсуждение вопроса применения различных видов пороговых функций, а также ссылки на обширную библиографию по компрессии и шумоподавлению, можно найти в [8]. Данная работа отличается от известных тем, что впервые делается попытка объединить поиск оптимальной (а не субоптимальной, как в [8]) величины порога и оптимального интервала квантования, исходя из общего критерия качества.

### Постановка задачи в терминах теории «скорость – искажение».

Многмасштабный анализ позволяет получить декомпозицию изображения при заданном числе уровней, используя одномерный банк фильтров для двумерного преобразования от некоторого уровня  $j$  до уровня  $j+1$  [4, 6]:

$$A_{X,j+1}(a,b) = \sum_{k,l} h_k^{[j]} h_l^{[j]} A_{X,j}(a+k,b+l) = [H^{[j]} A_{X,j}]_{a,b},$$

$$W_{X,j+1}^h(a,b) = \sum_{k,l} g_k^{[j]} h_l^{[j]} A_{X,j}(a+k,b+l) = [G_h^{[j]} A_{X,j}]_{a,b}, \quad (4)$$

$$W_{X,j+1}^v(a,b) = \sum_{k,l} h_k^{[j]} g_l^{[j]} A_{X,j}(a+k,b+l) = [G_v^{[j]} A_{X,j}]_{a,b},$$

$$W_{X,j+1}^d(a,b) = \sum_{k,l} g_k^{[j]} g_l^{[j]} A_{X,j}(a+k,b+l) = [G_d^{[j]} A_{X,j}]_{a,b},$$

где  $A_{X,j}$  - коэффициенты аппроксимации наблюдаемого изображения в точке  $(a, b)$  на шкале  $2^j$  (низкочастотная составляющая в полосе  $[0, \pi/2^j]$ ),  $W_{X,j+1}^h$ ,  $W_{X,j+1}^v$  и  $W_{X,j+1}^d$  - коэффициенты вейвлет-преобразования по горизонтальному, вертикальному и диагональному направлениям соответственно (т.н. «детали»);  $h_k^{[j]}$ ,  $g_k^{[j]}$  - весовые функции банка фильтров, состоящего из низкочастотного (НЧ) и высокочастотного (ВЧ) полосовых фильтров соответственно, снижающих полосу пропускания ровно в два раза на каждом уровне преобразования.

Если применить схему вейвлет-декомпозиции изображения С.Малла (быстрое вейвлет-преобразование) [4, 6], где разложение идет по ветви аппроксимации, то можно определить оператор  $W^{[j]}$ , формирующий горизонтальные, вертикальные и диагональные коэффициенты на каждом уровне  $j$ . Поскольку вейвлет-преобразование является результатом последовательных сверток, то

$$W^{[j]} = G^{[j]} \prod_{i=1}^{j-1} H^{[i]}, \quad W_Y(a,b) = [W^{[j]} Y]_{a,b}, \quad (5)$$

$$\text{где } W_Y(a,b) = \sum_k \sum_l \tilde{H}_k \tilde{G}_l Y(a+k,b+l), \quad (6)$$

здесь  $k$  и  $l$  определяют окрестность вокруг наблюдаемого пикселя, при этом

$$\tilde{H}_k = h_k^j; \quad \tilde{G}_l = g_l^{[j-1]} h_l^{j-1}. \quad (7)$$

Тогда вейвлет-декомпозиция зашумленного изображения (1) может быть представлена следующим образом:

$$W_Y = W^{[j]} Y = W^{[j]} X Z = W^{[j]} X + W^{[j]} X (Z - 1) = \\ = W^{[j]} X + W^{[j]} X Z_c = W_X + W_\xi, \quad (8)$$

где  $W_X = W^{[j]} X$ ,  $W_\xi = W^{[j]} (X Z_c)$  - центрированные и некоррелированные случайные процессы. Таким образом, на уровне вейвлет-преобразования мультипликативная модель (1) может рассматриваться как аддитивная вида (8).

На основании (8) вейвлет-коэффициенты  $j$ -го поддиапазона (субполосы) имеют вид (в дальнейшем через  $j$  обозначается номер массива из  $I^{(j)}$  вейвлет-коэффициентов соответствующей субполосы для декомпозированного изображения, содержащего всего  $J$  субполос):

$$w_{Y_i}^{[j]} = w_{X_i}^{[j]} + w_{\xi_i}^{[j]}, \quad i = 1, \dots, I^{(j)}, \quad j = 1, \dots, J. \quad (9)$$

Представим шум в вейвлет-коэффициентах следующим образом:

$$w_{\xi_i}^{[j]} = \sigma_{w_\xi}^{[j]} \cdot e_i, \quad \text{где } |e_i| \leq 1, \quad \forall i \in I^{(j)}, \quad \sigma_{w_\xi}^{[j]} > 0, \quad (10)$$

здесь  $e_i$  - аддитивный гауссовский шум с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_{w_\xi}^{[j]2}$ ,  $j = 1, \dots, J$ . Таким образом, мы условно полагаем, что на уровне вейвлет-преобразования мультипликативный шум трансформируется в аддитивный со свойствами, близкими к гауссовскому шуму (см., например [8]).

Тогда оценка вейвлет-коэффициента может быть представлена через линейную регрессионную модель с учетом квантования по уровню (после восстановления) в виде:

$$w_{X_i}^{[j]} = \text{round} \left\{ (w_{Y_i}^{[j]} + \varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]})) / \Delta^{[j]} \right\} \cdot \Delta^{[j]}, \quad (11)$$

где  $\Delta^{[j]}$  - интервал квантования по уровню в  $j$ -й субполосе;  $\varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]})$  - функция порогового отсека вейвлет-коэффициентов с некоторым порогом  $\tau^{[j]}$ ,  $j = 1, \dots, J$ . Использовать соотношение (11) в прямом виде неудобно, поэтому оценку вейвлет-коэффициента представим следующим образом:

$$w_{X_i}^{[j]} = w_{Y_i}^{[j]} + \varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]}) + \sigma_{\kappa\epsilon_i}^{[j]}, \quad (12)$$

$$\forall i \in I^{(j)}, \quad j = 1, \dots, J,$$

где  $\sigma_{\kappa\epsilon_i}^{[j]}$  - ошибка квантования  $i$ -го коэффициента в  $j$ -й субполосе.

Для получения оптимальной оценки зашумленного вейвлет-коэффициента составим показатель качества, который внешне совпадает с критерием Штайна несмещенной оценки риска SURE (*Stein's unbiased risk estimation*) [7]:

$$Q_j(\tau^{[j]}, \Delta^{[j]}) = \frac{1}{I^{(j)}} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} (w_{X_i}^{[j]} - w_{X_i}^{[j]})^2 \rightarrow \min_{\tau^{[j]}, \Delta^{[j]}}, \quad (13)$$

где, в отличие от критерия для SURE, уже два неизвестных параметра  $\tau^{[j]}$  и  $\Delta^{[j]}$  определяют качество восстановления после сжатия данных зашумленного изображения.

Введем следующие обозначения:

$N$  - число бит входного зашумленного изображения (обычно  $N$  определяется через разрядность представления отсчетов изображения в компьютере, чаще всего 8 бит/пиксель);

$N_j$  - число бит, приходящихся на  $j$ -ю субполосу;

$\alpha_j = N_j / N$  - относительный размер субполосы;

$B = (b_1, \dots, b_j)$  - вектор, показывающий распределение бит по субполосам (т.е. задающий скорость кодирования). Различают низкие ( $\leq 1$  бит/пиксель) и высокие ( $> 1$  бит/пиксель) скорости кодирования [5];

$\sigma_j^2$  - выборочная дисперсия вейвлет-коэффициентов  $j$ -й субполосы перед пороговой обработкой, причем:

$$\sigma_j^2 = \begin{cases} \frac{1}{I^{(j)}} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} w_{Y_i}^{[j]2}, & (1) \\ \frac{1}{I^{(j)}} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} (w_{Y_i}^{[j]} - \bar{w}_Y^{[j]})^2, & (2) \end{cases} \quad (14)$$

(1) где  $\bar{w}_Y^{[j]} = \frac{1}{I^{(j)}} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} w_{Y_i}^{[j]} = 0$  для ВЧ-субполос;

(2) где  $\bar{w}_Y^{[j]} \neq 0$  для НЧ-субполос первых уровней декомпозиции;

$\tilde{\sigma}_j^2$  - выборочная дисперсия вейвлет-коэффициентов  $j$ -й субполосы после проведения пороговой обработки (при «мягкой» пороговой обработке (*soft thresholding*) [4, 6] динамический диапазон вейвлет-коэффициентов данной субполосы уменьшается):

$$\tilde{\sigma}_j^2 = \begin{cases} \frac{1}{M^{(j)}} \sum_{i=1}^{M^{(j)}} (w_{Y_i}^{[j]} + \varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]}))^2, & (15) \\ \sigma_j^2, \end{cases}$$

1) для ВЧ-субполос, здесь  $M$  - число вейвлет-коэффициентов, оказавшихся выше порога;

2) для НЧ-субполос, если пороговое отсечение применяется только к вейвлет-коэффициентам детализации.

Ошибка квантования в  $j$ -й субполосе зависит не только от распределения бит по субполосам и выборочной дисперсии вейвлет-коэффициентов после пороговой обработки, но также и от скорости кодирования [5]:

$$\sigma_{кв}^{[j]2} = \begin{cases} K_1 (\tilde{\sigma}_j^2) b_j^{-\gamma}, & (1) \\ K_2 (\tilde{\sigma}_j^2) 2^{-2b_j}, & (2) \end{cases} \quad (16)$$

(1) при низких скоростях кодирования;

(2) при высоких скоростях кодирования

Поскольку интервал квантования  $\Delta^{[j]}$  при равномерном квантовании определяется через ошибку квантования как  $\Delta^{[j]2} = 12\sigma_{кв}^{[j]2}$  [4, 5], тогда величину порога  $\tau^{[j]}$  для шумоподавления «приравняем» к «мертвой» зоне и зададим через величину интервала квантования  $\Delta^{[j]}$  как  $\tau^{[j]} = \theta \Delta^{[j]}$ , откуда:

$$\tau^{[j]2} = 12\theta^2 \sigma_{кв}^{[j]2}, \quad j = 1, \dots, J, \quad (17)$$

где  $\theta$  - коэффициент, регулирующий соотношение между «мертвой зоной» и интервалом квантования (во многих кодеках  $\theta=1$  [5]).

После подстановки выражения для оценки вейвлет-коэффициента вида (12) в выражение для критерия качества (13), с учетом результатов Штайна для оценки SURE [7] и того, что для вейвлет-коэффициентов детализации  $\bar{w}_Y^{[j]} = 0$ , получим:

$$Q_j(\tau^{[j]}, \Delta^{[j]}) = \sigma_{w_{Y_i}^{[j]}}^{[j]2} + \frac{1}{I^{(j)}} \|\varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]})\|^2 + \frac{2\sigma_{w_{Y_i}^{[j]}}^{[j]}}{I^{(j)}} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} \frac{\partial}{\partial e_i} \varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]}) + \sigma_{кв}^{[j]2}. \quad (18)$$

Предположим, что найдена оценка дисперсии шума в вейвлет-коэффициентах  $\sigma_{w_{Y_i}^{[j]}}^2$  (например, усреднением локальных дисперсий, вычисляемых в пределах окон малого размера), тогда выражение (18) с учетом (16), (17) приводится к виду:

$$Q_j(\tau^{[j]}, \Delta^{[j]}) = \sigma_{w_{Y_i}^{[j]}}^{[j]2} + \frac{1}{I^{(j)}} \|\tilde{\varphi}(w_{Y_i}^{[j]}, b_j)\|^2 + \frac{2\sigma_{w_{Y_i}^{[j]}}^{[j]}}{I^{(j)}} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} \frac{\partial}{\partial e_i} \tilde{\varphi}(w_{Y_i}^{[j]}, b_j) + \sigma_{кв}^{[j]2}(b_j) = Q_j(b_j), \quad j = 1, \dots, J. \quad (19)$$

Таким образом, при заданном параметре  $\theta$  величина остаточных искажений в  $j$ -й субполосе после пороговой обработки и квантования зависит от числа бит  $b_j$  данной субполосы. Если скорость кодирования (квота бит)  $R(B) = R_c$  задается пользователем, то задача распределения квоты бит с учетом одновременного шумоподавления в вейвлет-коэффициентах принимает вид:

$$Q(B) = \sum_{j=1}^J Q_j(b_j) \rightarrow \min_B \quad (20)$$

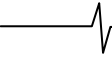
при ограничении  $R(B) = \sum_{j=1}^J \alpha_j b_j$ .

Обычно задачу условной оптимизации (20) приводят к задаче на безусловный экстремум через функцию Лагранжа [5, 6]:

$$L(B) = [Q(B) + \lambda R(B)] \rightarrow \min_B, \quad (21)$$

где  $\lambda$  - неопределенный множитель Лагранжа.

Таким образом, задача одновременного шумоподавления и квантования вейвлет-коэффициентов сводится к виду (21), определяемому в терминах теории «ско-



рость – искажения». Однако в отличие от «классики» решение задачи минимизации функционала (21) зависит от вида функции пороговой обработки

$$\varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]}), \quad j = 1, \dots, J.$$

#### Оптимальное распределение бит при «мягкой» пороговой обработке вейвлет-коэффициентов.

Представим функцию «мягкой» пороговой обработки в виде [6]:

$$\varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]}) = -\text{sign}(w_{Y_i}^{[j]}) \tau^{[j]} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} \geq \tau^{[j]}) - w_{Y_i}^{[j]} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} < \tau^{[j]}), \quad (22)$$

где  $\text{Thr}(\dots)$  - условное обозначение операции сравнения вейвлет-коэффициентов с величиной порога  $\tau^{[j]}$ ,  $j = 1, \dots, J$ . Используем результаты, полученные Штайном в [7], для расчета составляющих в выражении (19). Согласно [7], имеем выражение для ошибки при мягком пороговом отсеке вейвлет-коэффициентов:

$$Q^{[j]}(b_j) = \sigma_{W_\xi}^{[j]2} + \tau^{[j]2} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} \geq \tau^{[j]}) + \frac{1}{I^{(j)}} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} w_{Y_i}^{[j]2} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} < \tau^{[j]}) - 2\sigma_{W_\xi}^{[j]2} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} < \tau^{[j]}) + \sigma_{\kappa\delta}^{[j]2} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} \geq \tau^{[j]}), \quad (23)$$

или с учетом симметричности распределения вейвлет-коэффициентов [7]

$$w_{Y_i}^{[j]} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} < \tau^{[j]}) = w_{Y_i}^{[j]} - w_{Y_i}^{[j]} \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} \geq \tau^{[j]}) \quad (24)$$

получаем:

$$Q_j(b_j) = \sigma_j^2 - \sigma_{W_\xi}^{[j]2} + \frac{1}{I^{(j)}} \times \sum_{i=1}^{I^{(j)}} (\tau^{[j]2} - w_{Y_i}^{[j]2} + 2\sigma_{W_\xi}^{[j]2} + \sigma_{\kappa\delta}^{[j]2}) \text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} \geq \tau^{[j]}) \quad (25)$$

В выражении (25) операция порогового отсека вейвлет-коэффициентов

$$\text{Thr}(w_{Y_i}^{[j]} \geq \tau^{[j]})$$

определяет ограниченное число слагаемых

$M^{(j)} = \varepsilon I^{(j)}$  [6], участвующих в формировании суммы, тогда

$$Q_j(b_j) = (\sigma_j^2 - \varepsilon \tilde{\sigma}_j^2) + \sigma_{W_\xi}^{[j]2} (2\varepsilon - 1) + \varepsilon (\tau^{[j]2} + \sigma_{\kappa\delta}^{[j]2}) \quad (26)$$

Как видно из выражения (26), минимум значения  $Q_j(b_j)$  достигается за счет оптимального выбора величины порога  $\tau^{[j]}$ , влияющего на выборочную остаточную дисперсию  $\tilde{\sigma}_j^2$ , которая, в свою очередь, определяет ошибку квантования в  $j$ -ой субполосе.

Чтобы найти минимум функционала (21), необходимо составить функцию Лагранжа, учитывающую распределение квоты бит по субполосам. Ошибка квантования рассчитывается при гипотезе о квантовании с высоким разрешением, т.е. пропорциональна дисперсии  $\tilde{\sigma}_j^2$  мо-

дифицированных значащих вейвлет-коэффициентов [5]:

$$\sigma_{\kappa\delta}^{[j]2} = \alpha_j 2^{-2b_j} \tilde{\sigma}_j^2.$$

После подстановки выражения для  $\sigma_{\kappa\delta}^{[j]2}$  в (26) и с учетом ограничений на квоту бит  $R_C$ , функция Лагранжа приобретает вид:

$$L(B) = Q(B) + \lambda R(B) = \sum_{j=1}^J (\sigma_j^2 - \varepsilon \tilde{\sigma}_j^2 + (2\varepsilon - 1) \sigma_{W_\xi}^{[j]2} + \varepsilon \tau^{[j]2}) + \varepsilon \sum_{j=1}^J \alpha_j 2^{-2b_j} \tilde{\sigma}_j^2 + \lambda \sum_{j=1}^J \alpha_j b_j \rightarrow \min_{b_j} \quad (27)$$

Поскольку от  $b_j$  зависят только два последних слагаемых в (13), то, дифференцируя их по  $b_j$  и приравнявая производную нулю, получаем известный результат [5] (с поправкой на  $\varepsilon$ ):

$$b_j = \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{2(\ln 2) \varepsilon \tilde{\sigma}_j^2}{\lambda} \right). \quad (28)$$

Подстановкой (28) в выражение для ограничений на квоту бит  $R_C$  определяется неизвестный множитель Лагранжа:

$$\lambda = 2 \left[ \sum_{j=1}^J \alpha_j \log_2((2 \ln 2) \varepsilon \tilde{\sigma}_j^2) - 2R_C \right]. \quad (29)$$

Окончательно для  $b_j$  имеем:

$$b_j = \frac{1}{2} \left[ \log_2(2 \ln 2 \varepsilon \tilde{\sigma}_j^2) - \sum_{j=1}^J \alpha_j \log_2(2 \ln 2 \varepsilon \tilde{\sigma}_j^2) + 2R_C \right]. \quad (30)$$

После подстановки (30) в выражение для  $Q_j(b_j)$  вида (26) получается, что суммарная величина искажений

$$Q(B) = \sum_{j=1}^J Q_j(b_j)$$

определяется только через выборочные дисперсии  $\tilde{\sigma}_j^2$ ,  $j = 1, \dots, J$ , поскольку квадрат величины порога  $\tau^{[j]2}$  является последним элементом кумулятивной суммы квадратов значимых вейвлет-коэффициентов (если ее анализировать в порядке убывания рангов вейвлет-коэффициентов).

Таким образом, алгоритм работы кодера при сжатии данных зашумленного изображения, использующий мягкую пороговую обработку вейвлет-коэффициентов, имеет следующее представление.

1. Задается квота бит  $R_C$ , константа  $\varepsilon$ , определяющая начальное число вейвлет-коэффициентов, участвующих в анализе (рекомендованное начальное значение константы лежит в пределах 0,8-0,9).

2. Выполняется быстрое вейвлет-преобразование над исходным зашумленным изображением, в результате чего формируется  $J$  массивов вейвлет-коэффициентов, соответствующих субполосам декомпозиции. (К сожалению, в рамках одной статьи не

имеется возможности обсудить вопросы о выборе типа вейвлета, числа уровней декомпозиции, вида преобразования и т.п.)

3. В пределах каждой субполосы вычисляются оценки дисперсии шума  $\sigma_{w_\varepsilon}^{[j]2}$ .

4. Вейвлет-коэффициенты каждой субполосы сортируются по убыванию и вычисляются кумулятивные суммы квадратов вейвлет-коэффициентов  $\tilde{\sigma}_j^2$ . Если пороговое отсечение применяется только к коэффициентам детализации, то для НЧ-субполос аппроксимаций вычисляется только дисперсия вейвлет-коэффициентов, т.е.  $\tilde{\sigma}_j^2 = \sigma_j^2$ .

5. Формируется функционал вида (27) через распределение квоты бит по субполосам в соответствии с (30). Поскольку величины  $\tilde{\sigma}_j^2$  независимы, вычисляется минимум функционала (27) путем подбора величин  $\tilde{\sigma}_j^2$  любым численным методом, ориентированным на поиск глобального минимума. Как показали вычислительные эксперименты (см. рис. 5), функционал (27) является многоэкстремальным, но содержащим глобальный минимум. В ряде случаев возможна ситуация, когда в (27) не будет глобального минимума. Данная ситуация соответствует отрицательному значению  $b_j$  по (30) для данной субполосы, следовательно, необходимо исключить данную субполосу из рассмотрения, т.е.  $b_j = 0$ . После выставления в нуль всех отрицательных значений для  $b_j$ , соответственно уменьшается число субполос, корректируется квота бит, и повторяется шаг 4. Как и при поиске оптимальной величины порога для оценки SURE анализ кумулятивной суммы квадратов вейвлет-коэффициентов начинается с наибольшего ранга:  $M^{(j)} = \varepsilon I^{(j)}$ , затем  $M^{(j)} = M^{(j)} - \delta$ , где  $\delta$  – величина шага, и т.д. При этом пересчитывается константа  $\varepsilon$  для каждого частотного поддиапазона при расчете общей ошибки (27).

После нахождения оптимальных величин  $\tilde{\sigma}_j^2$  определяются:

1. интервал квантования  $\Delta^{[j]}$  через известное соотношение для равномерного квантования  $\Delta^{[j]2} = 12\sigma_{w_\varepsilon}^{[j]2}$ ;

2. величина порога через последний компонент кумулятивной суммы квадратов вейвлет-коэффициентов.

3. Составляется новая функция пороговой обработки вейвлет-коэффициентов, внешний вид которой для конкретного примера показан на рис.7.

4. Вычисляются оценки вейвлет-коэффициентов  $w_{X_i}^{[j]}$  с использованием полученной функции пороговой обработки.

5. Закодированные оценки передаются в линию связи или помещаются на хранение.

Для восстановления «очищенного» от шума изображения достаточно выполнить обратное вейвлет-преобразование над оценками

$$w_{X_i}^{[j]}, i = 1, \dots, I^{(j)}, j = 1, \dots, J.$$

В заключение данного раздела отметим, что в ряде стандартных программных реализациях кодеков существует возможность регулирования «мертвой», или нулевой зоны. В этом случае подбор ее ширины можно проводить через функцию «грубого» порогового отсече-

ния вейвлет-коэффициентов вида (3). Функция Лагранжа тогда имеет вид:

$$L(B) = Q(B) + \lambda R(B) = \sum_{j=1}^J (\sigma_j^2 - \varepsilon \tilde{\sigma}_j^2 + (2\varepsilon - 1)\sigma_{w_\varepsilon}^{[j]2}) + \varepsilon \sum_{j=1}^J \alpha_j 2^{-2b_j} \tilde{\sigma}_j^2 + \lambda \sum_{j=1}^J \alpha_j b_j \rightarrow \min_{b_j} \quad (32)$$

причем подбор оптимальных значений порогов, которые отсутствуют в явном виде в (32), происходит также через перебор выборочных дисперсий  $\tilde{\sigma}_j^2, j = 1, \dots, J$ .

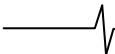
### Результаты моделирования.

Ниже приводятся результаты по сжатию данных зашумленного изображения Lena при использовании функции мягкого порогового отсечения вейвлет-коэффициентов (22). Для сравнения применялись известная процедура SPIHT-кодирования [5] и «идеальный кодек», для которого величина порога для каждой субполосы рассчитывалась на основе принципа «оракула» (т.е. при известных неискаженных вейвлет-коэффициентах) [5, 8]:

$$\tau_{Oracle}^{[j]} = \arg \min_{\tau} \sum_{i=1}^{I^{(j)}} (w_{Y_i}^{[j]} + \varphi(w_{Y_i}^{[j]}, \tau^{[j]}) - w_{X_i}^{[j]})^2, \quad (33)$$

$$j = 1, \dots, J.$$

Мультипликативный шум на изображении моделировался с помощью датчика случайных чисел, распределенных по экспоненциальному закону с единичным средним и дисперсией  $\sigma_w^2$ , задаваемой в ходе эксперимента. Для эксперимента использовалось трехуровневое быстрое вейвлет-преобразование ( $J=10$ ), при этом в качестве базиса для вейвлет-преобразования применялся биортогональный фильтр CDF 9x7 (Cohen-Daubechies-Feauveau) [5, 6]. Данный фильтр, как показало машинное моделирование, обеспечивает высокую эффективность не только сжатия данных, но и подавления шума при мягком пороговом отсечении вейвлет-коэффициентов по сравнению с другими известными фильтрами, применяемыми для компрессии (см. Приложение 1 в [5]). На рис. 1 показано исходное зашумленное изображение Lena при  $\sigma_w = 25$ , а результаты его обработки SPIHT и предложенным алгоритмом приведены на рис. 2 и рис. 3, 4 соответственно. Как и следовало ожидать, предложенный алгоритм имеет заметное преимущество перед SPIHT, поскольку эффективное шумоподавление обеспечивается в первую очередь оптимальным выбором порога, причем ошибки квантования значащих коэффициентов вносят незначительный вклад в суммарную ошибку обработки. Визуальные отличия практически незаметны для человеческого зрения на рис. 3 и 4, полученных при разных скоростях кодирования. Данное положение подтверждается зависимостями значений пикового отношения сигнал/шум (ПОСШ), показанными на рис.6. Анализ эффективности предложенного алгоритма по сравнению с SPIHT и «идеальным кодеком» можно провести по данным табл.1, где помещены результаты моделирования по ПОСШ, СКО при разных интенсивностях шумов.



В табл.2 приводятся распределение квоты бит и найденные значения порогов для каждой субполосы по горизонтальному (H), вертикальному (V) и диагональному (D) направлениям, а также аппроксимации (A) на третьем уровне декомпозиции. Из табл.2 видно, что большая часть квоты бит отводится на вейвлет-коэффициенты первого

уровня разложения и аппроксимации. Типичная зависимость изменения функционала вида (27) при переборе по рангам вейвлет-коэффициентов в пределах одной субполосы показана на рис.5, из которого виден ее многоэкстремальный характер. Пороговые функции обработки вейвлет-коэффициентов изображены на рис.7.



Рис.1. Зашумленное изображение Lena при  $\sigma_{ш} = 25$ ; 8 бит/пиксель

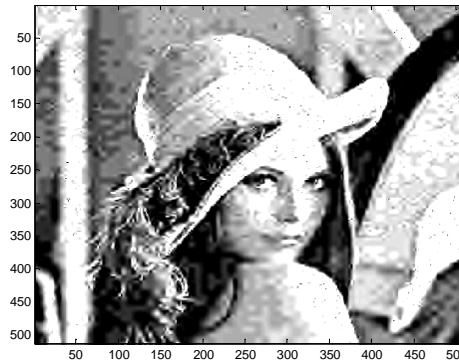


Рис.2. Изображение Lena, обработанное SPIHT-алгоритмом при  $\sigma_{ш} = 25$ ; 0,2 бит/пиксель



Рис.3. Обработанное предложенным методом изображение Lena при  $\sigma_{ш} = 25$ ; 0,2 бит/пиксель



Рис.4. Обработанное предложенным методом изображение Lena при  $\sigma_{ш} = 25$ ; 1 бит/пиксель

Таблица 1

(при 0,2 бит/пиксель)

Интенсивность шума, $\sigma_{ш}$	«Идеальный кодек»		SPIHT-кодирование		Предложенный метод	
	ПОСШ, дБ	СКО	ПОСШ, дБ	СКО	ПОСШ, дБ	СКО
10	32,24	48,32	30,27	61,07	31,02	51,44
25	29,25	90,32	25,89	170,88	28,39	94,16
35	25,67	198,45	24,68	237,80	24,58	226,42

Таблица 2

(при 1 бит/пиксель и  $\sigma_{ш} = 25$ )

Параметр	H1(1)	V1(2)	D1(3)	H2(4)	V2(5)	D2(6)	H3(7)	V3(8)	D3(9)	A3(10)
$\alpha_j$	0,245	0,245	0,245	0,064	0,064	0,064	0,017	0,017	0,017	0,017
$b_j$	1,093	0,778	1,023	0,838	0,913	0,671	0,981	1,192	0,911	2,069
$\tau^{[j]}$	31,72	30,84	30,82	26,49	23,25	29,52	18,24	16,58	17,02	0

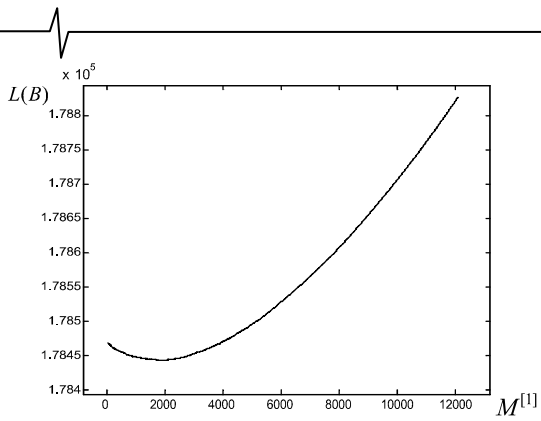


Рис.5. Поведение функционала (13) в зависимости от числа  $M$  вейвлет-коэффициентов субполосы  $H1$  при  $\sigma_{ш} = 25$ ; 1 бит/пиксель

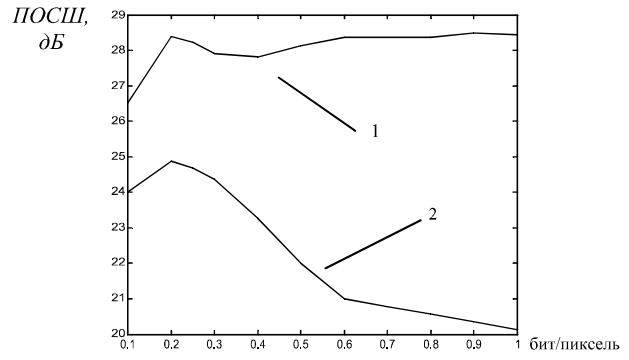


Рис.6. Зависимости ПОСШ от скорости кодирования для предложенного метода (1) и SPIHT-кодирования (2) при  $\sigma_{ш} = 25$

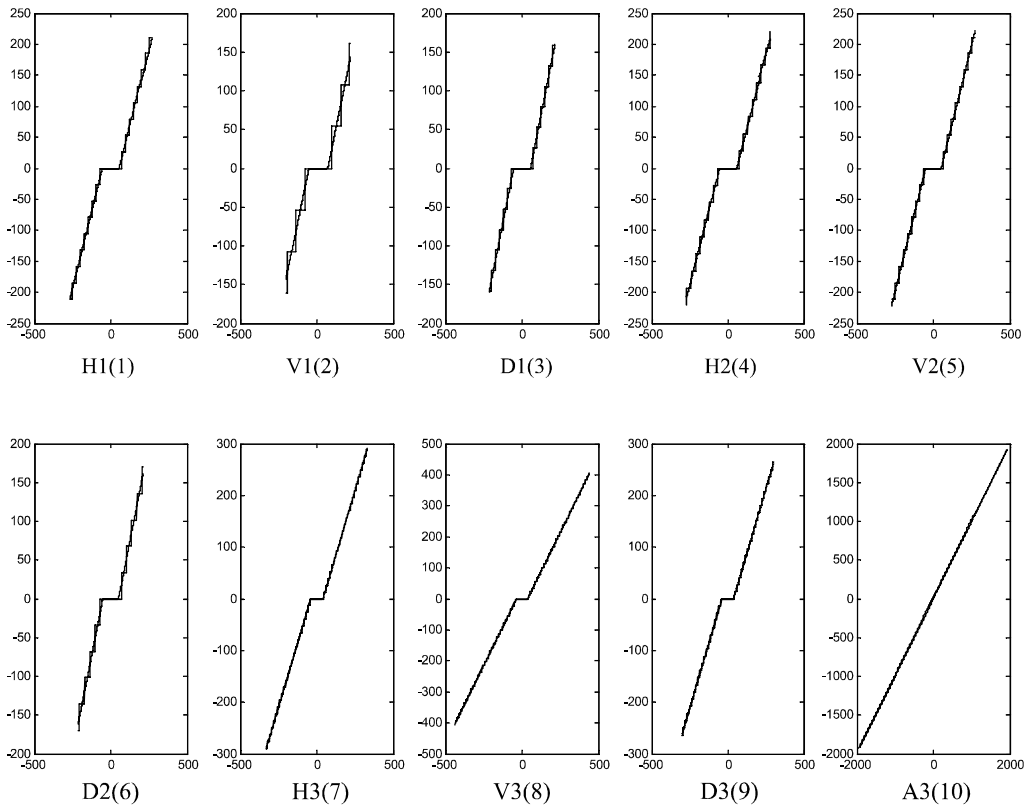


Рис.7. Пороговые функции для вейвлет-коэффициентов соответствующих субполос при  $\sigma_{ш} = 25$ ; 1 бит/пиксель

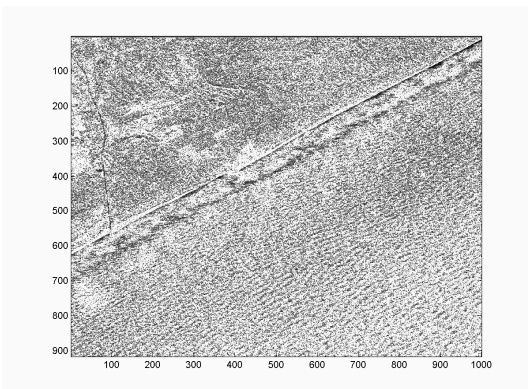


Рис.8. Оригинальное PCA-изображение, 8 бит/пиксель

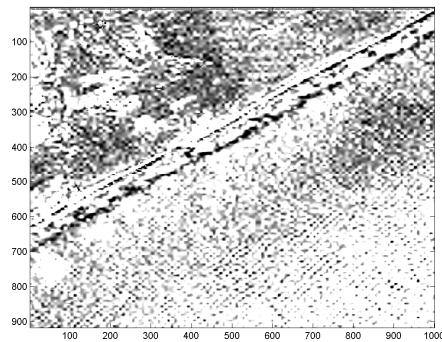


Рис.9. Обработанное изображение, 0,2 бит/пиксель

## Заключение

Как показали эксперименты, предложенный метод обеспечивает относительно высокое отношение сигнал/шум и стабильное эффективное шумоподавление при разных скоростях кодирования. Субъективные оценки отмечают лучшее сохранение контуров объектов, меньшее число артефактов, характерных, например для SPIHT-кодирования при низких скоростях (рис. 2). Данные свойства предложенного метода в полной мере проявляются при обработке изображений, полученных с помощью радаров с синтезированной апертурой (РСА-изображения) [2], которые содержат мультипликативный спекл-шум (рис. 8 и 9).

Очевидно, что главную роль играют оптимальные оценки порогов в каждой субполосе, которые близки к оценкам SURE [4, 5] при мягкой пороговой обработке и оценкам «оракула» [8]. Влияние квантования вейвлет-коэффициентов на величину суммарных искажений оказывается значительно меньше, чем для известных кодеков, например, SPIHT [5, 6]. Недостатком данного метода является длительный поиск (фактически, полный перебор) оптимальных значений порогов и распределения квоты бит из-за многоэкстремального характера целевой функции. Таким образом, предложенный метод сжатия данных зашумлен-

ных изображений можно рекомендовать к использованию при решении задач архивации (длительного хранения) многопиксельных изображений различных классов.

## Литература

1. J.W.Goodman, "Some Fundamental Properties of Speckle," J.Opt. Soc. Am., Vol.66, No.11, pp. 1145-1150, 1976.
2. H.Guo, J.E.Odegard, M.Lang, R.A.Gopinath, I.W.Selesnick and C.S.Burrus, "Wavelet based Speckle Reduction with Application to SAR based ATD/R," IEEE International Conf. on Image Processing, Vol.1, pp.75-79, 1994.
3. С.В. Кругликов. Методы и средства подавления структурных помех многоэлементных фотоприемников // Аналитический обзор № 4628 за 1970-1987 гг. М., 1989.
4. Р.Гонсалес, Р.Вудс. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2006.
5. В.И.Воробьев, В.Г.Грибунин. Теория и практика вейвлет-преобразования. С.-Петербург, ВУС, 1999.
6. С.Малла. Вейвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005.
7. С.Stein "Estimation of the mean of a multivariate normal distribution", Ann. Statistics, No. 9, pp.1135-1151, 1981.
8. S.G.Chang, B.Yu, M.Vetterli "Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression", IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 9, No. 9, 2000, pp.1532-1546.

## НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ АВТОНОМНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ



Научно-исследовательская лаборатория автономных информационно-управляющих систем (НИЛ АИУС) кафедры Автоматики и информационных технологий в управлении объединяет сотрудников и студентов, научные интересы которых связаны с интеллектуальной обработкой и анализом видеoinформации. Данное научное направление возникло в вузе более 25 лет назад. Научным руководителем лаборатории является доктор технических наук, профессор Борис Алексеевич Алпатов.

Лаборатория выполняет НИОКР по темам, связанным с разработкой бортовых систем обработки и анализа видеоизображений, интеллектуальных систем автоматического управления, систем технического зрения, разрабатывает программное обеспече-

ние для систем управления и обработки изображений реального времени. Научные исследования ведутся в сотрудничестве с ведущими предприятиями города Рязани. К наиболее крупным достижениям лаборатории можно отнести участие в разработке и внедрении системы обработки изображений «Охотник», которая производится на ФГУП Государственный рязанский приборный завод.

Сотрудники лаборатории не остаются в стороне от учебной деятельности. Студенты, прошедшие школу научной работы в лаборатории, пользуются высоким спросом на рынке труда и получают отличные отзывы работодателей.

На фото – научный семинар в лаборатории.