УДК 621.397.2

СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ЧАСТИЧНОЙ СОРТИРОВКИ ВЕЙВЛЕТ-КОЭФФИЦИЕНТОВ

Авдеев О.В., Чобану М.К.

Рассматривается алгоритм сжатия двумерных сигналов, работающий с вейвлет-образом исходного изображения и основанный на принципе частичной сортировки вейвлет-коэффициентов, легко адаптируемый под широкий круг задач. Рассматриваются преимущества и ограничения выбранного метода в задачах сжатия изображений с потерями.

Введение

Цифровая обработка изображений с потерями позволяет достичь сжатия в десятки и даже сотни раз при удовлетворительном качестве их воспроизведения.

Целью сжатия изображений во многих случаях является не только компактное хранение данных, но и их последующая передача по каналам связи с максимальной скоростью. При этом в системах, где пропускная способность канала ограничена, а скорость передачи крайне важна, полезным оказывается свойство *шкалируемости качества* для рассматриваемого семейства алгоритмов. Это означает, что сначала надо передавать копию изображения с меньшим качеством, но с сохранением наиболее важной информации об изображении, а затем постепенное «уточнение» менее важных деталей – так называемая возможность постепенной передачи.

Во многих медицинских приложениях сжатие должно обеспечивать возможность анализа больших массивов изображений (наборов трехмерных данных, последовательностей изображений, каталогов) в интерактивном режиме, для исследования зависимых от контекста деталей изображения, а также количественного анализа результатов измерений. Поэтому в данной области существуют жесткие требования к качеству обрабатываемых изображений: недопустимо отбрасывать любые детали при обработке медицинских данных. Например, детали изображений, полученные с помощью проективной радиографии могут отображать повреждения внутренних органов, причем различить их можно только по еле заметным изменениям яркости изображения.

Концепция постепенной передачи изображений здесь также крайне важна, так как позволяет быстро определить по полученным ранее фрагментам с малым разрешением важные для постановки диагноза области изображения.

Принцип вложенного кодирования

Семейство алгоритмов, построенных на сортировке вейвлет – коэффициентов по степени их вклада в качество результирующего изображения и последующей их постепенной передаче излагается в [1]. Эти алгоритмы реализуют вейвлет-декомпозицию исходного изображения в древовидную структуру, состоящую из частотных субполос. Такая структура может быть представлена также в виде двумерной матрицы, в которой субполосы расположены (декомпозиция Мала).

Затем эта матрица сжимается при помощи иерархического алгоритма, основанного на принципе частичной сортировки вейвлет–коэффициентов по степени их вклада в качество восстановленного изображения. Наиболее важные коэффициенты передаются первыми, менее важные – во вторую очередь, либо не передаются вообще. Качеством результата можно легко управлять, варьируя количество передаваемых бит. Выходной битовый поток затем сжимается арифметическим кодером. Общая структура системы показана на рис. 1.

Алгоритм вложенных нуль-деревьев EZW [1] показал очень хорошие результаты, однако его высокие требования к объему памяти и производительности ЭВМ заставили исследователей искать более простые схемы. Важным свойством этого алгоритма и других, основанных на тех же принципах, алгоритмов является возможность последовательной передачи коэффициентов таким образом, что наиболее важные (с точки зрения результата декодирования) коэффициенты передаются первыми. Это дает возможность гибко управлять соотношением качества результата в зависимости от количества переданных бит.

Такой алгоритм называется вложенным кодированием, так как при кодировании изображения сообщение фактически содержит в первых битах копию всего изображения, но с меньшим качеством (см. рис. 2). Через *R*1, *R*2 и *R*3 обозначено количество бит, требуемых для передачи последовательно улучшаемых копий сигнала.

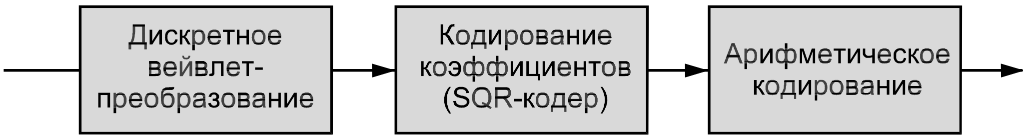


Рис. 1. Общая структура алгоритма

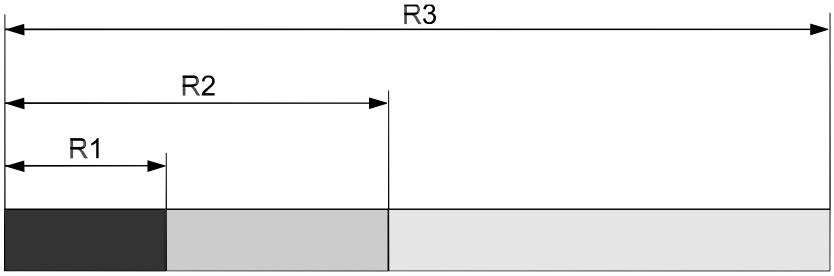


Рис. 2. Вложенное кодирование

Метод пространственно упорядоченных иерархических деревьев

Наибольшую известность приобрел алгоритм «разбиения множеств в древовидных структурах» (SPIHT) [2]. Полученные результаты не уступали EZW, однако структура алгоритма была существенно проще, а скорость обработки выше. Несколько вариантов этого алгоритма были разработаны и оптимизированы в МЭИ ([3]).

Алгоритм заключается в том, что производится иерархическое разбиение вейвлет– образа на области по границам субполос и осуществляется частичная сортировка коэффициентов: прежде всего выбираются коэффициенты, «значимые» относительно набора пороговых значений.

При сортировке также используется тот факт, что внутри субполосы соседние коэффициенты сильно коррелированы, а также подобие субполос более высоких и более низких уровней (например, 1LH и 2LH на рис.3 и рис.4.б). В результате из сигнала размером N N (см. рис. 4.а) получаем его вейвлет–образ того же размера (см. рис. 4.б).

Алгоритм получил широкую известность и стал де-факто одним из стандартных алгоритмов сжатия изображений на основе вейвлетов. Однако сложность его реализации на архитектурах с ограниченными ресурсами заставила его создателей продолжить поиск, результатом которого стал алгоритм SPECK. После незначительных изменений он был включен в стандарт JPEG 2000 под названием SBHP(Иерархическое разбиение блоков субполос).

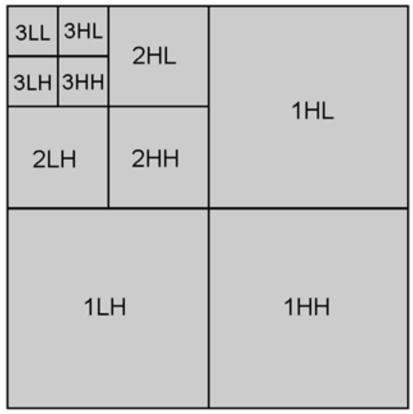


Рис. 3. Обозначение подполос вейвлет"– образа сигнала

(а) Исходное изображение (б) вейвлет - коэффициенты

Рис. 4. Пример вейвлет – разложения

Почти одновременно со SPECK, независимо от него был разработан аналогичный ему алгоритм SQP. Несмотря на отличие в подходах к проблеме, результаты работы обоих алгоритмов очень схожи. Поскольку SQP имеет более простую структуру, он лучше масштабируется и является более перспективным с точки зрения дальнейшего улучшения производительности.

Алгоритм вложенного кодирования вейвлет – коэффициентов EZW [1] использует простую обобщенную модель для описания распределения коэффициентов в вейвлет"– образе. Эта модель основывается на гипотезе «нуль-дерева», которая предполагает, что, если вейвлет"– коэффициент *w*, соответствующий определенному значению шкалы масштаба, является «незначимым» по отношению к данному пороговому значению T, то есть $|w|<T$, то все коэффициенты, расположенные подобным образом и имеющие такие же относительные координаты на более низких уровнях разложения, также незначимы по отношению к *T*.

Квантование последовательным приближением (SAQ) применяется в работе [1] для определения значимости вейвлет– коэффициентов по отношению к множеству пороговых значений T_i. Координаты значимых и незначимых коэффициентов соответственно отражены в бинарных матрицах для каждого значения T_i. Как доказано в работе [1], вне зависимости от того насколько эффективно вейвлет– преобразование, блок квантования (или энтропийный кодер) и кодирование матриц значимости вносят значимый вклад в эффективность всего кодирования. Метод кодирования матриц значимости предложен в работе [1] в виде так называемого нуль-дерева, которое позволяет эффективно предсказывать положение незначимой информации на всех значениях масштаба. С помощью этого приема кодирование матриц значимости производится путем группировки незначимых коэффициентов в древовидных структурах и кодирования их с помощью специального алфавита.

Более сложный алгоритм, - «разбиение множеств в иерархических деревьях» (SPIHT) [2], используется для кодирования матриц значимости. При этом используется принцип частичной сортировки коэффициентов по модулю, разбиение множеств коэффициентов с помощью деревьев (то есть сортировка деревьев на основе их значимости по отношению к каждому пороговому значению), упорядоченная передача битовых плоскостей младших битов модуля коэффициентов, а также свойство самоподобия коэффициентов на разных масштабах, как и EZW. Важным отличием SPIHT от EZW является способ разбиения деревьев коэффициентов и то, как передается информация о значимости.

Рассматриваемый здесь способ применяет структуру квадродеревьев для кодирования положения «значимых» коэффициентов в вейвлет"– изображении. Изображение делится на несколько двухмерных однородных (с точки зрения степени корреляции соседних отсчетов) блоков переменного размера. Кодирование черно-белых изображений, основанное на сходных принципах разбиения и линейной модели функции яркости внутри блоков, было представлено в работе [4]. Более совершенный алгоритм опубликован в работе [5], где пороговые значения выбирались с помощью решения задачи оптимизации. Алгоритмы для построения оптимальной структуры деревьев с помощью оптимизации, где в качестве критерия использовалось среднеквадратичное отклонение и абсолютная разность изображений, были рассмотрены в [6].

Алгоритм SQP

В отличие от работ [4], [5], [6], в рассматриваемом алгоритме используется декомпозиция с помощью квадродеревьев в пространстве вейвлет – образа. Для определения значимости вейвлет – коэффициентов по отношению к множеству монотонно убывающих пороговых значений применяется последовательное приближение с помощью шагов квантования. Обозначим через (p,q) координаты некоторого коэффициента $w(p,q)$ в вейвлет – образе, где p и q обозначают соответственно строку и столбец в массиве коэффициентов. Значимость w(p,q) относительно заданного порогового значения T хранится в бинарной матрице значимости в элементе с координатами (p,q). Значимым коэффициентам соответствует значение «1» в матрице значимости, незначимым – «0».

Пусть w_k - квадратная область шириной ν, содержащая вейвлет– коэффициенты, расположенные в некоторой подполосе $\boldsymbol{W}_k \in \{\boldsymbol{W}\mathrm{X}_\mathrm{k}, \boldsymbol{W}\mathrm{Y}_\mathrm{k}, \boldsymbol{W}\mathrm{XY}_\mathrm{k}, 1 \le k \le J\}$. . Предположим, что ширина v этой области является степенью 2, т.е. удовлетворяет условию $\upsilon = 2^{\alpha}, \alpha \in \mathrm{N}$. Также обозначим через i и j индексы, соответствующие левому верхнему углу w_k , как показано на рис. 5.

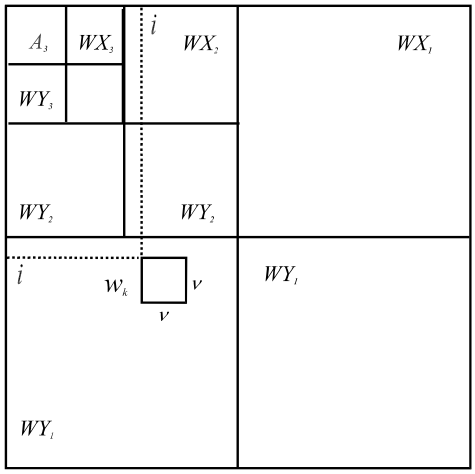


Рис. 5. Обозначение блоков

Определим матрицу размером ν ν содержащую вейвлет–коэффициенты $w(p,q) \in \boldsymbol{W}_\mathrm{k}$, расположенные в области w_k :

$SQ(i,j,\nu)=w(p,q),i \;\; p<i+\nu-1,j \;\; q<j+\nu-1.$ (1)

Значимость относительно порогового значения T коэффициентов, принадлежащих $SQ(i,j,\nu)$, определяется функцией f, которая отображает любое значение $w(p,q)$ из $SQ(i,j,\nu)$ в множество {0,1}:

$$\forall w(p,q) \in SQ(i,j,w), f(w(p,q)) = \begin{cases} 0, & \text{если } |w(p,q| < T \\ 1, & \text{если } |w(p,q)| \geq T \end{cases} . \tag{2}$$

Бинарная матрица, соответствующая $SQ(i,j,\nu)$ и содержащая информацию о значимости коэффициентов относительно T ,определена как

$$SQ_b(i,j,v) = f(w(p,q)),$$
$$i \leq p < i+v-1, j \leq q < j+v-1. \tag{3}$$

Зададим правило, разбивающее матрицу $SQ_b(I,j,\nu)$ на четыре соседних минора:

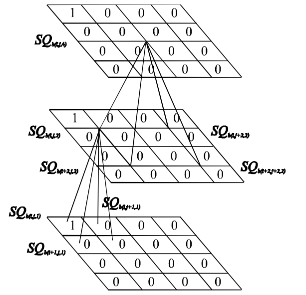
$$P : SQ_b(i,j,c) =$$
$$\begin{pmatrix} SQ_b(i,j,v/2) & SQ_b(i,j+v/2,v/2) \\ SQ_b(i+v/2,j,v/2) & SQ_b(i+v/2,j+v/2,v/2) \end{pmatrix} . \tag{4}$$

С помощью правила *P* матрица $SQ_b(l,j,\nu)$ разбивается на 4 минора, а затем то же правило рекурсивно применяется к тем минорам, которые содержат ненулевые элементы. Процесс разбиения останавливается, когда все ненулевые элементы $SQ_b(l,j,\nu)$ локализованы, то есть когда все миноры, содержащие ненулевые элементы имеют вид $SQ_b(m,n,1)$. С помощью правила *P* координаты (*m*,*n*) всех ненулевых элементов матрицы значимости однозначно определены.

Правило разбиения *P* представляет матрицу $SQ_b(l,j,\nu)$ в виде иерархической структуры матриц. Исходя из этого, можно определить древовидную структуру, узлы которой соответствуют каждой матрице, разбиваемой с помощью *P,* и четыре потомка каждого узла соответствуют минорам, получаемым с помощью *P*. Пример для матрицы $SQ_b(l,j,4)$ размером 4 4 (рис. 6.а) приведен на рис. 6.б. Из рисунка видно, как правило P применяется только к минорам, содержащим ненулевые элементы.

1	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

(а) Матрица коэффициентов



(б) Применение правила разбиения *P*

Рис. 6. Построение древовидной структуры символов

Кодирование координат значимых коэффициентов в матрице значимости фактически заключается в кодировании дерева матриц. Для этого, как кодер, так и декодер должны разделять матрицы, содержащие только нулевые элементы и матрицы, подлежащие разбиению. Каждая нулевая матрица обозначается символом «<незначимый>» (NSG), который показывает, что значимость соответствующих коэффициентов можно точно предсказать. С другой стороны, любая матрица, содержащая ненулевые элементы, обозначается символом «<значимый>» (SGN), что означает что хотя бы один коэффициент матрицы будет значимым.

Дерево матриц может быть представлено в виде структуры соответствующих символов. Например, на рис. 7 приведена трехмерная структура символов для рис. 6.а.

Для получения выходного потока символов (списка значимости) необходима некоторая процедура для обхода трехмерного дерева символов и сохранения их в поток. При описании алгоритма обхода дерева введем понятия «прямых потомков» узла дерева - это четыре узла следующего уровня (сам узел для них является «родительским»), и для любого узла – «прямого потомка» (другие 3 «прямых потомка» являются «соседними»).

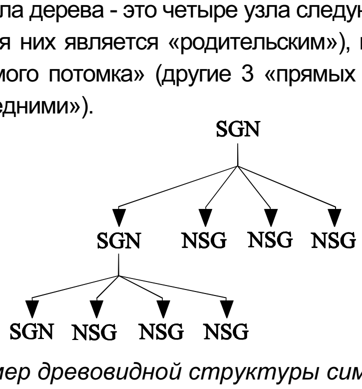


Рис. 7. Пример древовидной структуры символов

Процедура обхода выглядит следующим образом.

1. Инициализация: начинаем с корня дерева (самый высокий уровень, *i*=*Q*):

1.1 если узел помечен символом «NSG», то добавляем его в список значимости и прекращаем процедуру обхода, поскольку у узла нет потомков;

1.2 если узел помечен символом «SGN», то добавляем его в список значимости и переходим к шагу 2.1.

2. Рекурсивный блок:

2.1 выбираем с уровня (*i*-1) четыре узла-потомка, соответствующих текущему узлу уровня *i*, и уменьшаем *i* на единицу: *i*←*i*-1;

2.2 затем начинаем обход узлов, выбранных в шагах 2.1 или 2.4г (в растровом порядке);

2.3 для каждого обходимого узла с уровня *i*, который не был добавлен в список значимости:

а. добавляем соответствующий символ в список значимости;

б. если символ – «SGN», то:

• если *i* 1 (текущий уровень - не самый низкий), переходим к шагу 2.1;

• иначе продолжаем;

в. иначе (текущий символ «NSG») продолжаем;

2.4 если все 4 коэффициента с уровня *i* были добавлены в список значимости, то:

а. переходим к родительскому узлу;

б. *i*←*i*+1;

в. если *i*=*Q*, прекращаем обход;

г. иначе выбираем набор узлов, который включает текущий и его соседей и переходим к 2.2.

На рис. 8 приведен порядок помещения символов в список значимости для дерева на рис. 7.

Из рисунка видно, что сначала обходится левый верхний минор, так как он, как правило, содержит больше всего информации об изображении (LL подполоса); последним кодируется правый нижний - подполоса HH.

С помощью этого алгоритма области в матрице значимости, содержащие единицы, постепенно локализуются путем группировки нулевых элементов в квадратных матрицах переменного размера. Если значимые коэффициенты сосредоточены в определенных областях матрицы значимости, то большие массивы незначимых коэффициентов могут быть закодированы небольшим количеством бит. В такой ситуации данный алгоритм кодирования коэффициентов должен показывать хорошие результаты, поскольку он способен изолировать важные ненулевые детали изображения, исключая большие незначимые области. С другой стороны, если распределение нулей и единиц в матрице значимости равномерное, кодирование координат ненулевых элементов становится крайне неэффективным, поскольку для этого требуется большое количество шагов разбиения. Однако, на практике ненулевые значения в матрице значимости, как правило, распределены вдоль резких переходов цветов или яркости изображения, а нулевые обычно соответствуют однородным областям.

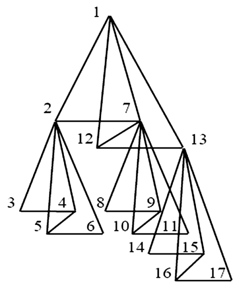


Рисунок 8. Порядок обхода узлов дерева

Для определения значимости коэффициентов относительно набора пороговых значений (T_i), $0<i<N+1$ используется принцип квантования последовательным приближением. Пороговые значения выбираются таким образом, что $T_{i+1} = T_i / 2$, для каждого i, 1 $i<N$. Максимальное значение

$T_1 = 2^{[\log_2 w_{\max}]}$,

где $w_{\max}$ – максимальное значение вейвлет - коэффициентов в изображении, взятое по модулю, и [*x*] – целая часть *x*. Минимальное пороговое значение $T_N = 1$, где

$N = [\log_2 w_{\max}] + 1$.

Описанный выше алгоритм кодирования матриц значимости используется для кодирования координат значимых коэффициентов *SQ*(0,0,*L*). Входными данными являются вейвлет – образ (*SQ*(0,0,*L*)) и текущее пороговое значение T_i.

Важным моментом является монотонное убывание значений T от T_1 до T_N. Если коэффициент оказывается значимым относительно T_i, то он будет значимым и относительно всех T_j, $j>i$. Это утверждение верно и для матриц: если в процессе кодирования в какой-то момент матрице присвоен символ SGN (поскольку она содержит значимый коэффициент), то на дальнейших шагах ей будет присваиваться тот же символ. Другими словами, если символ «SGN» был присвоен матрице, то этот символ будет добавлен в список значимости для нее только однажды.

Рассмотрим некоторый коэффициент, незначимый по отношению к множеству значений T_j *i*, 1 $j<i$, и значимый относительно T_i. Как только его координаты кодируются на шаге *i*, к процедуре кодирования добавляется этап уточнения значения коэффициента. Далее, на каждом шаге кодирования *k*, *k*>i, значение, соответствующее битовой плоскости k двоичного представления коэффициента, добавляется в список уточнения. Это эквивалентно последовательному уточнению значения модуля коэффициента на стороне кодера на каждом шаге кодирования *k*, *k*>i.

При кодировании используется еще один список, который содержит знаки коэффициентов. Добавление значений в него происходит после кодирования положения элемента в списке значимости. Заметим, что при данном подходе сначала кодируются коэффициенты с максимальным абсолютным значением. Таким образом достигается эффект последовательного вложенного кодирования, которое позволяет управлять точностью передачи коэффициентов, передавая первые N бит из потока. Кодирование начинается с обработки коэффициентов самых верхних уровней пирамиды вейвлет – разложения и заканчивается самыми низкими уровнями.

Очевидно, декодирование потока производится аналогично процессу кодирования: процесс повторяется, для построения деревьев матриц используется информация из полученного битового потока. Для правильного декодирования принимающая сторона должна повторить в точности процесс кодирования – для этого ей нужно знать результаты тестирования блоков на значимость, которые она читает из переданного битового потока.

Необходимо заметить, что данный алгоритм может быть легко использован не только для сжатия двумерных сигналов. Например, в трехмерном случае вместо матрицы коэффициентов рекурсивно разбивается трехмерный массив на 8 подмассивов, и т.д.

Эффективность кодирования может быть повышена путем кодирования списков с помощью некоторого энтропийного кодера, для этой цели использовался адаптивный арифметический кодер.

Результаты моделирования

На рисунках 10, 11 приведены графики зависимости качества результата сжатия (по критерию пикового отношения сигнал/шум - PSNR) от количества переданных бит, а также аналогичные показатели для других распространенных алгоритмов сжатия с потерями (JPEG и JPEG2000). Вейвлет – декомпозиция производилась с помощью банка фильтров 9/7. Надо заметить, что сложность данного алгоритма существенно меньше, чем у остальных рассмотренных.

Хотя алгоритм несколько проигрывает более сложному и медленному алгоритму JPEG2000, он значительно лучше JPEG (и сравним с ним по скорости), особенно для высоких степеней сжатия.

Для тестирования использовались четыре изображения размером 512 512 в градациях серого (из набора тестовых изображений Waterloo Grayset). Сами изображения приведены на рис. 9.

В табл. 1 представлены результаты режимов работы кодера изображения «Mandrill»с арифметическим кодированием и без него. Несложно заметить, что выигрыш от арифметического кодирования (случай с АК) оказался незначительным, в числовом отношении он не превышает 0.1 – 0.12 дБ по показателю PSNR. Это вызвано, прежде всего, сложностью точного предсказания появления тех или иных символов в битовом потоке (и, соответственно, построения оптимальной статистической модели для адаптивного кодера). На практике эти показатели можно несколько улучшить, но для этого потребуется усложнить функцию, моделирующию статистическую модель распределения символов в потоке, что повлечет за собой снижение производительности кодера. Например, в работе [7] использование более эффективного арифметического кодера привело к увеличению показателя PSNR на 0.15–0.25 дБ, которое также трудно назвать значительным.

Таблица 1. Выигрыш от арифметического кодирования.

Бит/пиксел	1	0.5	0.25	0.125
Результат с АК (PSNR), дБ	27,372	24,427	22,711	21,284
Результат без АК (PSNR), дБ	27,314	24,37	22,604	21,254

Рис. 9: Тестовые изображения

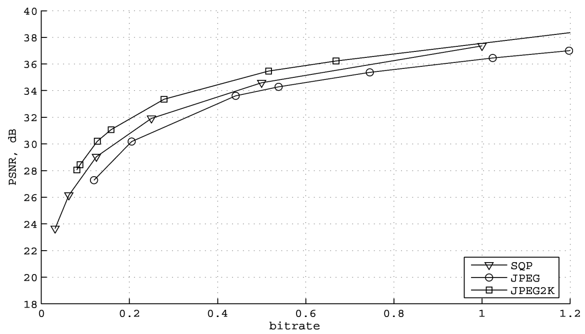


Рис. 10. Зависимость PSNR от количества переданных бит для тестового изображения «Peppers»

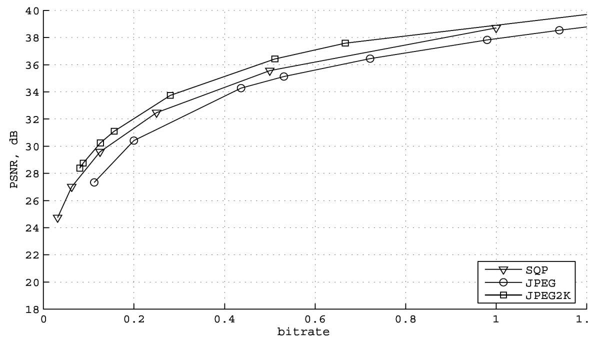


Рис. 11. Зависимость PSNR от количества переданных бит для тестового изображения «Lena»

Данный метод обладает набором важных свойств: он позволяет сжимать широкий спектр изображений, полученных из различных источников (цифровая фотография, рентгенография, и др.), гибко варьируя степень сжатия в зависимости от требуемого качества результата (для сжатия с потерями), а также эффективно сжимать изображения без потерь (в случае, когда передается весь выходной поток кодера). Кодер обладает свойством вложенного кодирования, которое позволяет максимально быстро передать копию изображения с низким качеством, но с сохранением основных черт, и затем итеративно передавать остальные детали.

Представленный алгоритм немного проигрывает по степени сжатия новейшим стандартам, таким как JPEG2000. По сути, он является несколько упрощенным их вариантом. Однако, важным качеством является скорость кодирования, хорошая адаптируемость под архитектуры современных процессоров (в том числе тех, которые используются в различных встраиваемых системах) за счет минимизации случайного доступа к областям памяти. В системах с кэш-памятью это может давать очень большой выигрыш в производительности. Данный алгоритм также легко адаптировать под задачи сжатия многомерных сигналов, которые в настоящее время становятся всё более актуальными, например, в медицинских приложениях. Также довольно очевидны пути адаптации настоящего метода под задачи сжатия очень больших объемов данных, поскольку именно простая структура алгоритма позволяет варьировать его параметры под широкий круг задач.

Список литературы

1. J. M. Shapiro, «Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients», IEEE Trans. Signal Processing 41, 3445–3462 (1993).
2. A. Said, W. Pearlman, «A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees», IEEE Trans. on Circuits and Systems Video Technology, 6, 243–250 (1996).
3. Черников А., Чобану М. Современный метод сжатия изображений на базе вейвлет-преобразования и иерархического алгоритма кодирования. «Цифровая обработка сигналов», 2005, 2(16), сс. 40-49.
4. P. Strobach, «Quadtree-structured recursive plane decomposition coding of images,» IEEE Trans. Signal Processing, 39, 1380–1397 (1991).
5. E. Shusterman and M. Feder, «Image compression via improved quadtree decomposition algorithms,» IEEE Trans. Image Processing, 3, 207–215 (1994).
6. G. J. Sullivan and R. L. Baker, «Efficient quadtree coding of images and video,» IEEE Trans. Image Processing, 3, 327–331 (1994).
7. A. Munteanu, J. Cornelis, G. Van der Auwera, P. Cristea «A Wavelet Based Lossless Compression Scheme with Progressive Transmission Capability» 1999.