УДК 519.254, 621.391

ДЕКОМПОЗИЦИЯ НА ЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЫ: ТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБЗОР (ЧАСТЬ 1)

Егоров В.В., *д.т.н., старший научный сотрудник, заведующий кафедрой радиостроения и средств связи Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, e-mail: egorovrimr@mail.ru*
Клионский Д.М., *к.т.н., доцент кафедры «Информационные системы» Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ», e-mail: klio2003@list.ru*

EMPIRICAL MODE DECOMPOSITION: THEMATIC REVIEW (PART 1)

Egorov V.V., Klionskiy D.M.

Empirical mode decomposition (EMD) and the more general Hilbert-Huang technology first appeared in 1998. In the present thematic review we provide and analyze the main known modifications of the EMD method: classical EMD, EMD with parabolic envelope interpolation, EMD based on wavelet packet decomposition, ensemble EMD and the multidimensional modification of EMD. The main ideas and application features are described in the paper. We also provide connection between EMD and ordinary differential equations. Some features of the practical application of EMD modifications are specified along with the applications of the Hilbert-Huang technology.

Key words: empirical mode decomposition, envelope, sifting process, Hilbert-Huang technology, EMD modification, multicomponent signal.

Ключевые слова: декомпозиция на эмпирические моды, огибающая, процесс отсеивания, технология Гильберта-Хуанга, модификации ДЭМ, многокомпонентный сигнал.

Метод декомпозиции на эмпирические моды (ДЭМ) и обобщающая его технология Гильберта-Хуанга впервые вышли в свет в 1998 году. В данном тематическом обзоре приведены и проанализированы основные известные модификации метода ДЭМ: классический метод ДЭМ, ДЭМ с параболической интерполяцией огибающих, ДЭМ на основе вейвлет-пакетного разложения сигналов, ансамблевая (множественная) ДЭМ и многомерная модификация метода. Описаны основные идеи и особенности их применения. Приведена связь ДЭМ с обыкновенными дифференциальными уравнениями. Указаны некоторые области практического применения модификаций ДЭМ и всей технологии Гильберта-Хуанга.

Введение

Метод ДЭМ был впервые опубликован в 1998 году группой ученых во главе с Н. Хуангом и впервые применен при анализе поверхностных волн тайфунов [1]. С тех пор идеи метода были многократно использованы в отечественных и зарубежных публикациях и различных научно-технических приложениях.

Исторически, задолго до появления ДЭМ, Фурье-анализ был одним из основных методов обработки данных и сигналов и использовался для представления глобальных частотно-временных распределений, учитывающих всю выборку данных. Во многом из-за относительной простоты вычислений, наличия быстрых вычислительных алгоритмов, а также физической и математической интерпретации разложения [2], Фурье-анализ стал доминировать над всеми методами обработки сигналов. Для корректной применимости преобразования Фурье к сигналу $s(k)$ должны быть выполнены следующие условия (условия стационарности):

$$E\{|\, s^2(k)\,|\} < \infty,\ \ E\{|\, s(k)\,|\} = m = const\,,$$

$$C\{s(k_1), s(k_2)\} = C\{s(k_1+\tau), s(k_2+\tau)\},$$

где $E\{...\}$ – оператор вычисления математического ожидания, $C\{...\}$ – оператор вычисления автоковариационной функции.

Однако на практике анализ Фурье частично или полностью теряет свою эффективность при исследовании нестационарных и сигналов с частотной эволюцией (изменяющейся по некоторому сложному закону мгновенной частотой). Классическая Фурье-спектрограмма [2] не всегда обеспечивает требуемое разрешение в частотно-временной области и зависит от выбора окна и его параметров. Кроме того, преобразование Фурье определено на всей временной оси, поэтому из-за отсутствия локализационных свойств во временной области возникают сложности определения основных диапазонов концентрации энергии (на основе классической Фурье-периодограммы и ее модификаций), которая рассеивается по достаточно широкому диапазону частот, создавая порой ложную картину распределения энергии по частотам. Также Фурье-анализ может оказаться неэффективным при обработке сигналов с резкими изменениями ввиду гладкости тригонометрических функций.

Статья посвящена рассмотрению и обзору адаптивного мультимасштабного метода обработки и анализа сигналов – декомпозиции на эмпирические моды (ДЭМ, англ. EMD – Empirical Mode Decomposition) [1, 3-13]. ДЭМ, обладая подобными вейвлет-анализу свойствами, не требует априорного выбора базиса для разложения (декомпозиции) сигнала. Разложение по системе функций, называемых эмпирическими модами (ЭМ, англ. IMF – Intrinsic Mode Function) [1, 3, 11, 12, 14-17], с целью последующего анализа структуры сигнала проводится с учетом локальных особенностей (экстремумов и нулей) и структуры (наличия в сигнале трех основных типов компонент – шумовых, трендовых и так называе-

мых компонент-шаблонов) конкретного анализируемого сигнала. Мультимасштабность данного подхода состоит в том, что исходный сигнал $s(k)$ представляется конечным набором компонент $\{f_i(k)\}$ с разным временным масштабом (временным разрешением):

$$s(k) = f_1(k) + f_2(k) + ... + f_i(k) + ... + f_M(k),$$

где k – номер дискретного отсчета (дискретное нормированное время), i – номер компоненты в разложении, M – общее число компонент в разложении.

Сами функции извлекаются непосредственно из исходного сигнала, следовательно, такой базис всегда уникален (не повторяется в точности для других сигналов), апостериорен (становится полностью известным лишь после разложения данных, а не до него, как, например, в случае с тригонометрическим базисом, где функции известны заранее) и адаптивен (то есть приспосабливается к особенностям и свойствам данных) [1, 3, 6, 11, 12].

Применительно к ДЭМ термин «адаптивность» имеет иной смысл, чем в его классической трактовке в цифровой обработке сигналов, где встречается понятие «адаптивный фильтр» [18-22]. Как известно, адаптивный фильтр – система с обратной связью, параметры которой адаптируются (подстраиваются) к сигналу с заранее неопределенной статистической моделью в процессе его обработки. При этом под «адаптацией» понимается настройка параметров (коэффициентов) фильтра в соответствии с заданным критерием. Адаптивные фильтры используются во многих практических задачах [18-22].

Цель обзора – провести анализ возможностей ДЭМ и ее известных модификаций в составе технологии Гильберта-Хуанга и указать известные области применения метода ДЭМ и его модификаций.

Основные идеи метода ДЭМ

Рассмотрим соотношение, определяющее декомпозицию сигнала в случае априорно известного базиса (например, вейвлет-базиса или Фурье-базиса) [23, 24]:

$$s(k) = \sum_i g_i f_{i\,\mathrm{det}}(k), \qquad (1)$$

где $s(k)$ – анализируемый (обрабатываемый) сигнал; g_i – коэффициенты разложения сигнала по базису; $f_{i\,\mathrm{det}}(k)$ – детерминированные (априорно известные) функции. При разложении сигнала по базису $\{f_{i\,\mathrm{det}}(k)\}$ некоторые базисные функции могут исключаться из рассмотрения.

Для ДЭМ формула (1) приобретает следующий вид:

$$s(k) = \sum_i g_i f_i(k, s(k)), \qquad (2)$$

где g_i – коэффициенты адаптивного разложения; $f_i(k, s(k)$ – априорно неизвестные (апостериорно известные) функции, извлекаемые из исходного сигнала $s(k)$ в соответствии с определенной процедурой, что отражено в зависимости вида базиса от исходного сигнала. В данном случае базисные функции формируются апостериорно, что является преимуществом с точки зрения учета индивидуальных свойств сигнала.

Вышеприведенные формулы наглядно иллюстрируют тот факт, что ДЭМ наиболее эффективно применять для обработки многокомпонентных сигналов, описываемых формулами (1) или (2). Многокомпонентный сигнал – сигнал, состоящий из конечного аддитивного набора разномасштабных компонент различной физической природы, занимающих различные частотные полосы. Под разномасштабностью компонент подразумевается их различное разрешение по времени. По причине разномасштабности целесообразно применение именно мультимасштабного подхода к обработке и дальнейшему анализу таких данных.

На каждом этапе разложения ДЭМ представляет собой суперпозицию медленно меняющейся низкочастотной компоненты и быстро меняющейся высокочастотной компоненты [1, 3, 5, 6, 11, 12].

Представление функции в виде быстро меняющейся и медленно меняющейся компонент проиллюстрировано на рисунке 1.

При этом ДЭМ не делает допущения о гармонической природе осцилляций. Следствием этого является более компактное представление сигнала – с меньшим количеством ЭМ, чем при Фурье или вейвлет-декомпозиции. Аналитически представление сигнала на основе низкочастотной и высокочастотной компонент можно представить в виде:

$$s(k) = d_1(k) + m_1(k),\ m_1(k) = d_2(k) + m_2(k), ...$$

$$s(k) = \sum_{m=1}^{M-1} d_m(k) + m_M(k),$$

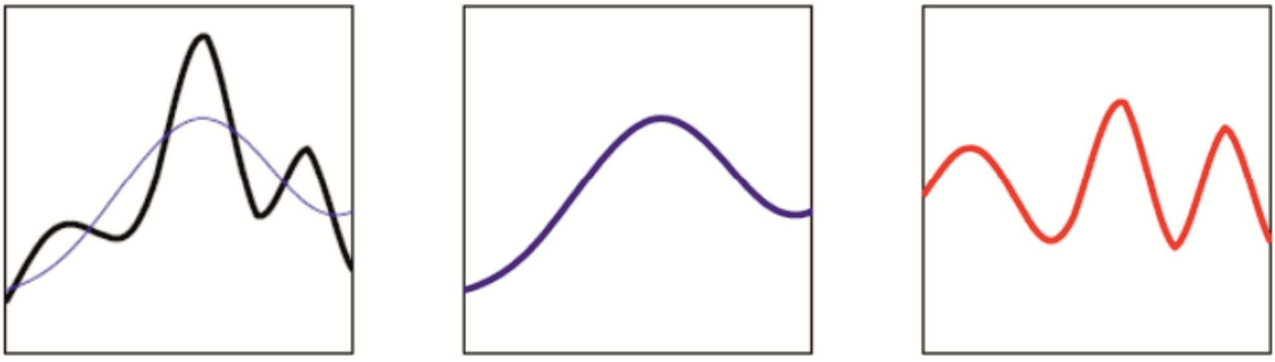


Рисунок 1 – Иллюстрация представления сигнала (слева) в виде суммы низкочастотной, медленно меняющейся компоненты (в центре) и высокочастотной, быстро меняющейся (справа)

где $m_1(k), m_2(k), \ldots$ – медленно меняющиеся низкочастотные компоненты, $d_1(k), d_2(k), \ldots$ – быстро меняющиеся высокочастотные компоненты. Число экстремумов для каждой компоненты $m_1(k), m_2(k), \ldots$ убывает при переходе от одного остатка к другому (остаток – сигнал, из которого извлекается очередная компонента), что гарантирует сходимость алгоритма.

Вычислительная сложность ДЭМ определяется соотношением $O(\log_2 N)$, где N – длина сигнала.

Технология Гильберта-Хуанга

Технология обработки сигналов на основе ДЭМ, называемая технологией Гильберта-Хуанга [1, 3, 11, 12], в настоящее время получила широкое распространение при решении следующих основных задач:

– предварительная обработка сигналов;

– анализ структуры многокомпонентных сигналов;

– частотно-временной анализ сигналов.

Предварительная обработка – комплекс математических операций, направленных на первичную обработку сигнала, его очистку от различного рода шумов и помех, вычисление ряда характеристик (статистические характеристики, фрактальные характеристики, энтропия и пр.). Предварительная обработка включает следующие основные задачи [1, 3, 6, 8-12, 25]:

– очистка сигналов от шумов различной природы;

– выделение тренда в сигналах.

Анализ структуры сигналов включает в себя следующие основные задачи [1, 3, 7, 11, 12]:

– анализ степени хаотичности сигналов на основе оценивания показателя Херста и др. фрактальных характеристик (показателя Гельдера, фрактальной размерности и др.) [1, 3, 11, 12];

– проведение мультиразрешающего анализа (исследование тонкой структуры сигналов и их глобального поведения в целом, анализ свойств отдельных компонент) и мультиполосного анализа (исследование компонент сигнала в различных частотных полосах);

– выделение шаблонов в сигналах и их классификация на основе физической и математической интерпретаций (шумовые, трендовые компоненты, характерные шаблоны и др.).

Процесс формирования эмпирических базисных функций на основе ДЭМ является первым этапом технологии. Далее по апостериорно найденным ЭМ формируется частотно-временное распределение сигналов – так называемый спектр (спектральное представление) Гильберта-Хуанга.

Основные задачи, решаемые путем исследования построенного спектра Гильберта-Хуанга [1, 3, 11, 12]:

– выявление скрытых в шумах модуляций сигнала (амплитудных, частотных);

– идентификация частотных и временных диапазонов концентрации энергии;

– классификация множества сигналов по спектру Гильберта-Хуанга;

– расчет на основе спектра Гильберта-Хуанга так называемого маргинального спектра путем численного интегрирования по времени спектра Гильберта-Хуанга, являющегося аналогом частотного спектра Фурье для нестационарных сигналов;

– расчет на основе спектра Гильберта-Хуанга так называемой мгновенной плотности энергии путем численного интегрирования по частоте квадрата спектра Гильберта-Хуанга, позволяющей наглядно выявлять изменения энергетических соотношений в сигналах.

Понятие эмпирической моды

Эмпирическая мода (ЭМ) – функция, заданная непрерывно на интервале существования сигнала или дискретно в виде вектора отсчетов, имеющая в общем случае произвольную форму и произвольную аналитическую запись (ЭМ во многих случаях не подчиняется аналитической зависимости), но при этом удовлетворяющая двум необходимым условиям [1, 3-15]:

1) общее число максимумов и минимумов такой функции (общее число экстремумов) должно быть строго равно числу нулей функции либо отличаться от числа нулей исходной функции по модулю не более, чем на единицу:

$$N_{\max} + N_{\min} = N_{zero} \text{ или } N_{\max} + N_{\min} = N_{zero} \pm 1, \quad (3)$$

где $N_{\max}, N_{\min}, N_{zero}$ – число максимумов, минимумов и нулей функции соответственно. Величины $N_{\max}, N_{\min}$ не учитывают краевые отсчеты сигнала, которые в некоторых случаях могут оказаться единственными экстремумами сигнала. Нули N_{zero} в дискретном случае могут быть найдены с использованием различных алгоритмов интерполяции функций. В общем случае, величины $N_{\max}, N_{\min}, N_{zero}$ должны определяться численно, поскольку аналитическая запись ЭМ может не существовать. Данное условие также подразумевает, что между двумя экстремумами различного типа (максимумами и минимумами) расположен один нуль кратности 1. Другими словами, имеем следующую структуру:

… минимум – нуль – максимум …;

… максимум – нуль – минимум …;

2) локальное (мгновенное) среднее значение ЭМ, определенное в виде полусуммы верхней и нижней огибающих, должно удовлетворять условию:

$$\frac{U(k)+L(k)}{2} \le \eta,\ k = \overline{0, N-1}, \quad (4)$$

где k – дискретное нормированное время (номер отсчета сигнала); $U(k)$ и $L(k)$ – значения верхней и нижней огибающих сигнала соответственно в k -й дискретный момент времени (огибающие получены путем интерполяции локальных максимумов и минимумов соответственно); N – общее количество отсчетов (длина сигнала); η – некоторый порог, устанавливаемый обработчиком-экспертом и обычно принимающий близкие к нулю значения.

На рисунке 2 проиллюстрированы четыре ЭМ, а также верхняя и нижняя огибающие и их полусумма. Цифрой 1 обозначена верхняя огибающая, 2 – нижняя огибающая, 3 – локальное среднее (полусумма верхней и нижней огибающих), 4 – сама ЭМ. Этот метод построения огибающей был предложен Хуангом [1, 3] и отличается от классического понятия «огибающей». Огибаю-

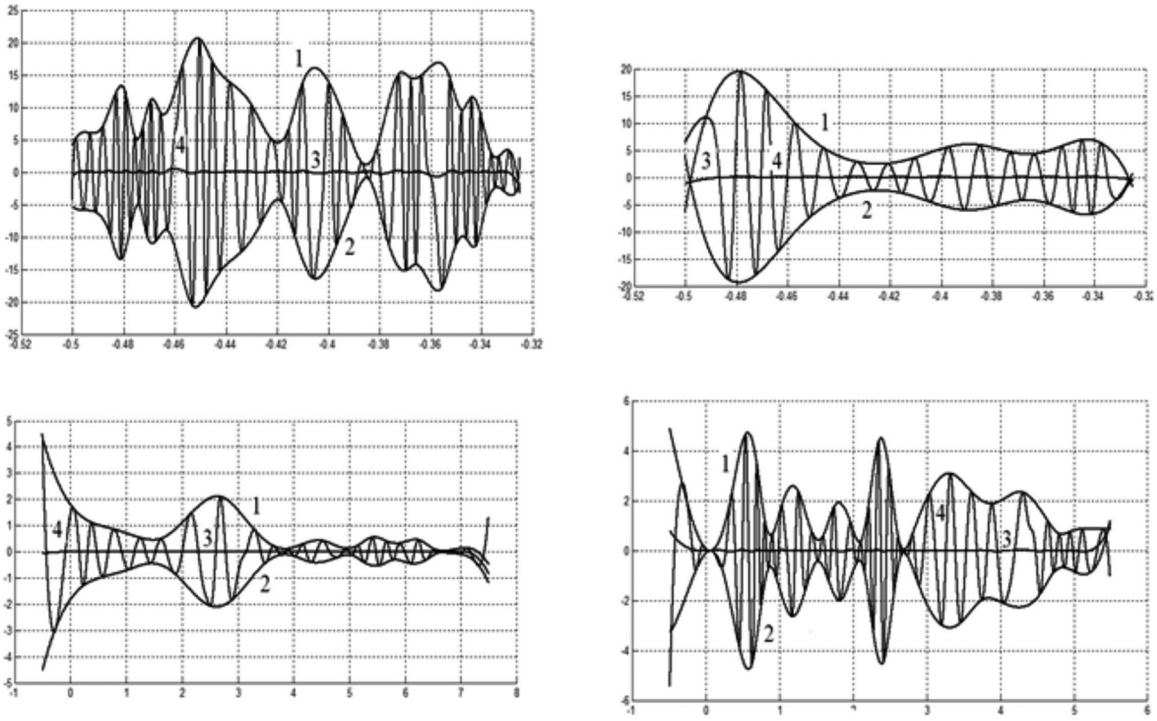


Рисунок 2 – Примеры функций (эмпирических мод) и их огибающих

щие рассчитываются посредством интерполяции экстремумов кубическими сплайнами, однако использованы могут быть и сплайны более высоких порядков, чем 3-й. Необходимо помнить, что высокие порядки сплайнов приводят к значительной вычислительной сложности и поэтому применяются редко.

Огибающие $U(k)$ и $L(k)$ подчиняются следующему соотношению:

$$U(k) \geq c(k);\ L(k) \leq c(k);\ \ k = \overline{0, N-1},$$

где $c(k)$ – ЭМ. Условие равенства нулю локального среднего накладывает ограничения на симметрию огибающих относительно оси абсцисс:

$$U(k) = -L(k);\ \ k = \overline{0, N-1},$$

что для реальных сигналов может быть заменено на

$$U(k) = -L(k) \pm \gamma,\ \ k = \overline{0, N-1},$$

где γ - некоторая малая константа.

Функция, удовлетворяющая 1-у условию, но не удовлетворяющая 2-у, является «слабой» ЭМ [11, 12, 16]. Слабая ЭМ должна иметь число максимумов $N_{\max}$ и число минимумов $N_{\min}$, совпадающее с числом нулей с точностью до 1, но при этом может обладать несимметричными огибающими:

$$N_{\max} + N_{\min} = N_{zero} \text{ или } N_{\max} + N_{\min} = N_{zero} \pm 1,$$

$$\frac{U(k) + L(k)}{2} > \eta,\ k = \overline{0, N-1},$$

ЭМ, которая может быть задана аналитически, называется также характеристической модой.

Описание эмпирических мод на основе дифференциальных уравнений

Как было отмечено ранее, среди класса ЭМ можно выделить «слабые» ЭМ [16]. При этом «слабая» ЭМ удовлетворяет дифференциальному уравнению [16]:

$$\frac{d}{dt}\left(P(t)\frac{df(t)}{dt} \right) + Q(t)f(t) = 0, \quad (5)$$

где время $t \in (a;b)$, a, b – границы интервала, $P(t) > 0$, $Q(t)$ – непрерывные функции. Более общим является дифференциальное уравнение Штурма-Лиувилля, которому также должна удовлетворять «слабая» ЭМ [16]:

$$\frac{d}{dt}\left(p(t)\frac{df(t)}{dt} \right) + \left(\lambda\rho(t) - q(t) \right) f(t) = 0, \quad (6)$$

Если $Q(t) > 0$, то решение уравнения (5) имеет ровно один максимум или один минимум между двумя последовательно расположенными нулями, а, следовательно, решения дифференциальных уравнений (5) и (6) удовлетворяют определению «слабой» ЭМ.

В том случае, если ЭМ $f(t)$ принадлежит множеству дважды дифференцируемых функций на $[a;b]$ и функция $f(t)$ и ее первая производная $f'(t)$ имеют только простые нули, следующие утверждения являются эквивалентными:

– число нулей и экстремумов функции $f(t)$ на интервале $[a;b]$ отличаются по модулю не более, чем на 1.

– существуют положительные дважды дифференцируемые функции $P(t)$, $Q(t)$ такие, что $f(t)$ является решением дифференциального уравнения.

Классический метод ДЭМ и его отдельные применения

Алгоритм разложения сигнала и извлечения из него ЭМ можно представить в виде следующей последовательности шагов [1, 3, 11, 12, 26, 27].

Шаг 1. Рассматривается текущий остаток $r_p(k)$, $p = 1, 2, \ldots$.

Определяются экстремумы и нули $r_p(k)$ и формируются два конечных множества:

$\{M_i\}, i = 1,2,3,...; \{m_i\}, i = 1,2,3,...,$

где $\{M_i\}, \{m_i\}$ – множества максимумов и минимумов функции $r_p(k)$ соответственно.

Если экстремумы отсутствуют в сигнале, то их можно искусственным образом сформировать путем применения операции численного дифференцирования и последующего возврата к исходному множеству значений:

Далее по найденным экстремумам строятся две огибающие с помощью интерполяции кубическими сплайнами локальных максимумов и локальных минимумов:

$U_j(k) = f_U(M_i, k), k = 0,1,...,N-1;$

$L_j(k) = f_L(m_i, k), k = 0,1,...,N-1;$

где $U_j(k)$ и $L_j(k)$ – верхняя и нижняя огибающие, построенные соответственно по найденным локальным максимумам и минимумам с помощью сплайн-интерполяции; j – номер итерации отсеивания, который будет рассмотрен ниже.

Построенные огибающие должны заключать в себе текущий остаток:

$L_j(k) \le r_p(k) \le U_j(k), \ \forall k.$

В некоторых случаях наблюдаются так называемые «всплески» на k-м отсчете, описываемые формулами:

$r_p(k) \le L_j(k)$ или $r_p(k) \ge U_j(k), \ \forall k.$

После этого определяется полусумма двух огибающих (локальное среднее значение):

$e_j(k) = 0.5\left[U_j(k) + L_j(k)\right].$

Шаг 2. Найденное мгновенное среднее значение $e_j(k)$ вычитается из текущего остатка:

$h_1(k) = r_p(k), \ldots, h_j(k) = h_{j-1}(k) - e_j(k), \ j > 1.$

Далее проверяется выполнение условий (3) и (4). Если оба условия выполняются, то осуществляется переход к шагу 3. Если какое-либо из них нарушено, то осуществляется возврат к шагу 1 и начинается так называемый процесс отсеивания (англ. – Sifting Process):

$h_{j+1}(k) = h_j(k) - e_j(k), j \ge 1, \ldots., c_p(k) = h_{iter_p}(k),$

где $e_j(k)$ – среднее значение функции на j-й итерации процесса отсеивания; $h_j(k)$ – текущий результат на j-й итерации отсеивания; $iter_p$ – общее число итераций отсеивания для p-й ЭМ.

На итерации с номером $iter_p$ процесс извлечения p-й ЭМ прекращается и выполняется переход к шагу 3.

Шаг 3. После извлечения ЭМ в ее окончательном виде осуществляется ее вычитание из текущего остатка для формирования нового (то есть для обновления остатка):

$r_{p+1}(k) = r_p(k) - c_p(k), \ p > 1,$

где $c_p(k)$ – полученная ЭМ; $r_p(k)$ – текущий остаток; $r_{p+1}(k)$ – новый остаток.

Шаг 4. Далее осуществляется переход к шагу 1, где в качестве функции, из которой будут извлекаться ЭМ с более высокими номерами, то есть в качестве текущего остатка, выступит тот остаток, который был получен на третьем шаге, то есть $r_{p+1}(k)$.

Представленный алгоритм является классическим алгоритмом ДЭМ.

Ниже приведен псевдокод алгоритма ДЭМ, на базе которого осуществлена его программная реализация.

$r(k) = s(k)$ % Инициализация текущего остатка (на первом этапе – исходный сигнал)

$I_1(k) = r(k)$ % Инициализация процесса отсеивания

$i = 1; p = 1;$ % Инициализация переменных-счетчиков для извлечения ЭМ и формирования текущего остатка в ходе процесса отсеивания

while $r(k) \ne 0$ или $r(k)$ не является монотонной функцией

  while $I_1(k)$ имеет среднее значение, отличное от нуля

    $U(k) =$ кубический сплайн через локальные максимумы $I_i(k)$

    $L(k) =$ кубический сплайн через локальные минимумы $I_i(k)$

    $Av(k) = \dfrac{L(k) + U(k)}{2}$ % Локальное (мгновенное) среднее верхней и нижней огибающих

    $I_i(k) = I_i(k) - Av(k)$ % Итерация процесса отсеивания: вычитание локального (мгновенного) среднего значения

    $i = i + 1$ % модификация переменной-счетчика выполнения процесса отсеивания

  end

$IMF_p(k) = I_i(k)$ % Извлечение очередной *p*-й ЭМ

$r(k) = r(k) - IMF_p(k)$ % Определение текущего остатка

$p = p + 1$ % Модификация переменной-счетчика для извлечения ЭМ

End

Используя результат разложения сигнала $s(k)$ на основе ДЭМ, можно записать связь между всеми извлеченными компонентами и исходным сигналом:

$$s(k) = c_1(k) + c_2(k) + ... + c_M(k),$$

где M – общее количество компонент.

Разложение может быть представлено в виде суммы низкочастотных и высокочастотных компонент, которые следуют в соответствии с представлением ДЭМ в виде диадического банка фильтров [1, 3, 11, 12]:

$$s(k) = c_{1\text{ВЧ}}(k) + ... + c_{m\text{ВЧ}}(k) + c_{(m+1)\text{НЧ}}(k) + ... + c_{Q\text{НЧ}}(k),$$

где $c_{1\text{ВЧ}}(k) + ... + c_{m\text{ВЧ}}(k)$ и $c_{(m+1)\text{НЧ}}(k) + ... + c_{Q\text{НЧ}}(k)$ – высокочастотные и низкочастотные компоненты соответственно.

ДЭМ раскладывает сигнал на набор компонент с амплитудной и частотной модуляциями [1, 3, 11, 12]:

$$s(k) = \text{Re}\left\{\sum_{i=1}^{M-1} a_i(k) e^{j\theta_i(k)}\right\} + r(k),$$

где $a_i(k)$ – амплитудная огибающая, определяющая закон амплитудной модуляции, $\theta_i(k)$ – фазовая функция, определяющая закон фазовой модуляции, $r(k)$ – результирующий остаток. Для отслеживания характера данных модуляций применяется частотно-временное распределение Гильберта-Хуанга [1, 2].

Процесс отсеивания играет важную роль при извлечении конкретной ЭМ из исходного сигнала. Он является итерационным, и для его остановки применяются специальные критерии. Один из наиболее часто используемых определяется выражением [1, 3, 11, 12]:

$$SD = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\left[h_{1(p-1)}(k) - h_{1p}(k)\right]^2}{\left[h_{1(p-1)}(k)\right]^2},$$

где $h_{1(p-1)}(k), h_{1p}(k)$ – две последовательные итерации при извлечении ЭМ на итерациях с номерами $(p-1)$ и p. Значение критерия SD, как правило, должно находиться в пределах от 0.2 до 0.3 для завершения процесса отсеивания. Основным недостатком данного критерия является то, что он не связан напрямую с определением ЭМ, т.е. не учитывает ни число максимумов и минимумов, ни равенство нулю полусуммы верхней и нижней огибающих.

Другой, альтернативный, критерий [11, 12] остановки процесса отсеивания можно записать в следующем виде:

$$\sigma(k) = \left|\frac{m(k)}{a(k)}\right|, \; a(k) = \frac{U(k) - L(k)}{2}; \; m(k) = \frac{U(k) + L(k)}{2};$$

$$\sigma(k) < \theta_1 \text{ для доли } (1-\alpha); \; \sigma(k) < \theta_2 \text{ для остальной доли.}$$

Доля определяется от общей длительности сигнала. Как правило, тройка значений этих параметров следующая: $(\alpha, \theta_1, \theta_2) = (0.05, 0.05, 0.5)$.

Еще один критерий остановки процесса отсеивания, который был апробирован при обработке сейсмических данных [28], имеет вид:

$$SD_1 = \frac{1}{N}\left(\left(\sqrt{\sum_{k=1}^{N}\left(s_{n-1}(k)\right)^2}\right) - \left(\sqrt{\sum_{k=1}^{N}\left(s_n(k)\right)^2}\right)\right) < tol,$$

$$s_{n+1}(k) = s_n(k) - m_n(k),$$

где tol – соответствующий порог.

Пример выполнения ДЭМ мультигармонического сигнала с шумом показан на рисунке 3. Исходный сигнал показан в верхней части рисунка, шумовые ЭМ имеют номера с 1-й по 6-ю, информативные ЭМ-шаблоны (дискретные гармоники) 7-я и 8-я, трендовые компоненты – с 9-й по 11-ю.

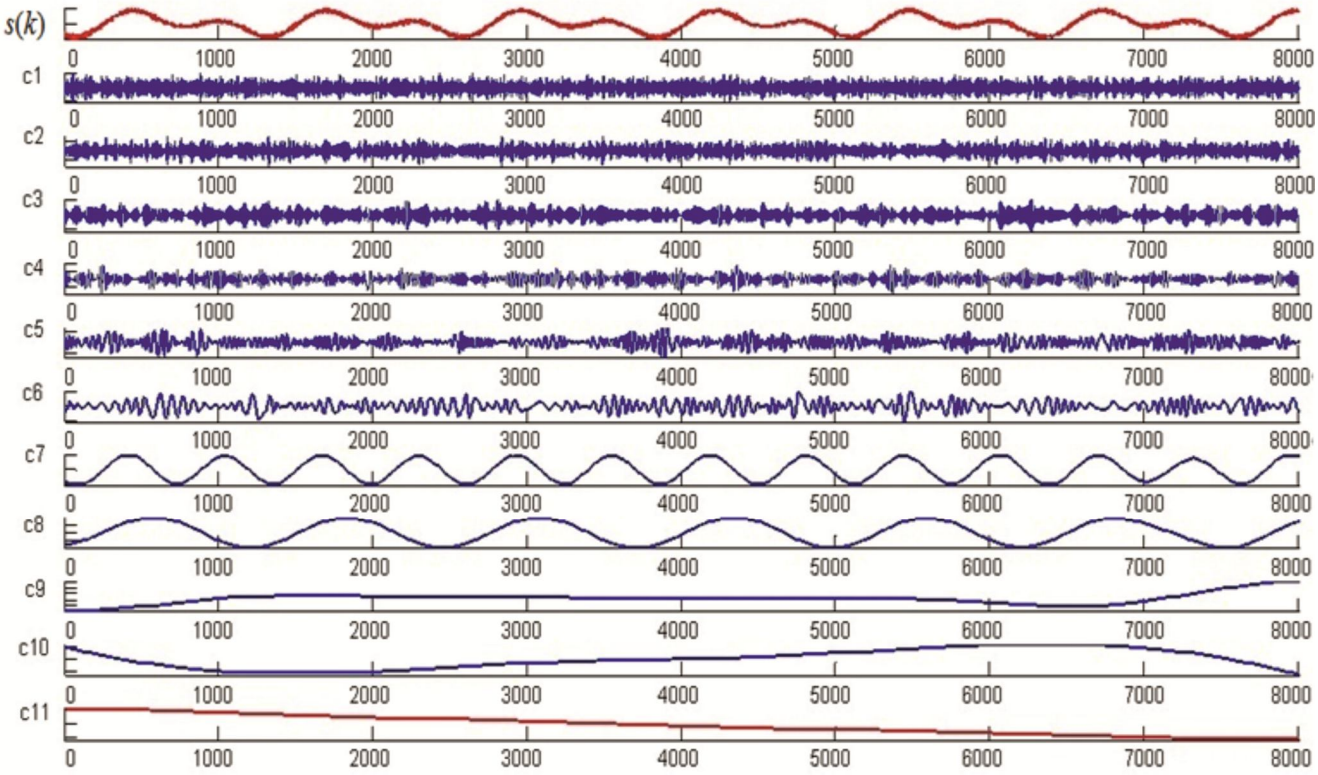


Рисунок 3 – Пример выполнения ДЭМ мультигармонического сигнала с шумом

В [29] предложен похожий на ДЭМ адаптивный метод декомпозиции сигналов на основе экстремальной фильтрации. Экстремальная фильтрация – альтернатива ДЭМ. При этом данный алгоритм осуществляет разложение на знакопеременные составляющие на основе адаптивной фильтрации сигнала по его экстремальным значениям.

Экстремальная фильтрация представляет собой параллельное выполнение низкочастотной и высокочастотной фильтрации [29]. Сглаживание обеспечивается следующим оператором:

$$y_{ci} = 0.25y_{эi-1} + 0.5y_{эi} + 0.25y_{эi+1},$$

где $y_{эi}$ – экстремальные значения в моменты времени $t_{эi}$, $i = 1, K$. Выделение знакопеременной составляющей осуществляется оператором:

$$y_{pi} = -0.25y_{эi-1} + 0.5y_{эi} - 0.25y_{эi+1}.$$

Развитие своего методы авторы привели в [30], где представлен метод выделения компонент на основе дифференцирования и интегрирования, позволяющий извлекать компоненты как в порядке возрастания, так и в порядке убывания частот.

ДЭМ представляет собой математически двойной (вложенный) итерационный процесс. Число внешних итераций можно заранее определить с достаточно высокой точностью, а число внутренних итераций определяется на основе специальных критериев [1, 3, 11, 12]. ДЭМ применяется как к стационарным, так и нестационарным сигналам и временным рядам, что опять-таки обусловило широкое применение метода в различных областях.

Применение метода ДЭМ к данным сопряжено с понятием «огибающей» сигнала. Она строится на основе локальных максимумов и локальных минимумов (таким образом, формируются верхняя и нижняя огибающие сигнала соответственно). Построение огибающих продемонстрировано на рисунке 2.

Метод ДЭМ широко используется в различных областях, включая обработку геофизических, биомедицинских, вибрационных, акустических, музыкальных и других типов сигналов [1, 3, 11, 12, 15, 28, 31].

Одно из применений ДЭМ в области геофизики приведено в [28, 32]. В биомедицинских приложениях ДЭМ применяется в кардиологии при обнаружении QRS-комплекса в данных электрокардиограммы (ЭКГ), а также P и T-волн [33-39]. Выделение QRS-комплекса – наиболее важный шаг при анализе сигналов ЭКГ. ЭМ с начальными номерами в разложении захватывают быстро осциллирующие процессы, а ЭМ с конечными номерами захватывают медленно осциллирующие процессы. Высокочастотные ЭМ используются для выявления QRS-комплекса и его отличия от P и T волн, а также шума и дрифта. Сглаженный ЭКГ-сигнал может быть получен из ЭМ высоких порядков, где могут быть выделены P и T волны. В работе [35] также представлен алгоритм выявления максимума R. Границы QRS-комплекса, являющиеся информативными параметрами, находятся на основе анализа первых 3-х ЭМ. В работе [40] предложен метод оценки качества ЭКГ-записей на основе ДЭМ и машинного обучения, и авторами достигнута высокая точность при использовании предложенной метрики качества и классификатора на основе решающих деревьев.

Актуальные вопросы анализа и обработки речевых сигналов, в том числе для анализа психоэмоционального состояния человека [41], на основе ДЭМ рассмотрены в [42, 43]. Исследована [42] проблема повышения эффективности анализа речевых сигналов в алгоритме оценивания частоты основного тона, что относится к группе задач предварительной обработки. Наилучшие результаты получены на основе метода комплементарной множественной ДЭМ, что находит практическое применение в алгоритмах оценивания частоты основного тона. Кроме того, исследовано распределение мощности речевого сигнала по ЭМ, извлекаемым из сигнала в процессе декомпозиции [41, 43].

Приведем результаты сравнения ДЭМ с вейвлет-технологией обработки сигналов в частотно-масштабном пространстве, а также обработкой сигналов на основе спектрального анализа Фурье.

Таблица 1 – Сравнение ДЭМ с основными методами-аналогами

Метод обработки сигналов / Критерий сравнения	ДЭМ	Вейвлет-технология	Спектральный анализ Фурье
Тип базиса	апостериорный	априорный	априорный
Способ представления сигналов	частотно-временное представление Гильберта-Хуанга / уровни декомпозиции	время-масштабная скалограмма / уровни вейвлет-декомпозиции	спектральная плотность / спектральная плотность мощности / Фурье-спектрограмма
Тип обрабатываемых сигналов	стационарные / нестационарные	стационарные / нестационарные	стационарные
Извлечение локальных особенностей во временной области	присутствует	присутствует	отсутствует
Теоретическая база	частично разработана	полностью разработана	полностью разработана
Наличие компактного носителя	есть	есть	есть (в частотной области)
Сходимость	строго не доказана	доказана аналитически	доказана аналитически
Наличие быстрых вычислительных алгоритмов	есть	есть	есть

Укажем основные преимущества метода ДЭМ:

– возможность формирования базиса разложения адаптивно непосредственно из исходного сигнала с учетом его структуры и локальных особенностей, что особенно важно для многочисленного класса нестационарных сигналов;

– наличие близкого соответствия между компонентами, извлеченными на основе ДЭМ, и реальными физическими процессами и явлениями в различных прикладных задачах;

– возможность проведения адаптивной предварительной обработки сигналов;

– ДЭМ – один из наиболее эффективных методов при проведении мультиразрешающего (кратномасштабного) анализа и исследовании сигналов со сложной многокомпонентной структурой, включающей разно масштабные осциллирующие составляющие на фоне шума;

– ДЭМ позволяет выполнять синтез банка фильтров, используемого для проведения мультиполосного анализа сигналов (анализа в различных частотных полосах);

– возможность расчета частотно-временного распределения Гильберта-Хуанга и решения ряда задач на его основе (классификация сигналов, расчет маргинального спектра и мгновенной плотности энергии для нестационарных сигналов, выявление скрытых в шумах модуляций).

К некоторым недостаткам метода ДЭМ можно отнести следующие:

– довольно значительные вычислительные затраты при обработке сигналов большой длины и при высокой частоте дискретизации ввиду необходимости определения коэффициентов сплайнов при выполнении кубической сплайн-интерполяции. При использовании альтернативных методов интерполяции может проявляться избыточность в разложении (появление дополнительных неинформативных компонент);

– краевые эффекты сплайн-интерполяции могут приводить к осцилляциям на границах сигнала. Их можно уменьшать путем зеркального отображения экстремумов, с помощью использования нейронных сетей, прогнозирования на основе авторегрессионных моделей, вейвлетов, метода, основанного на опорных векторах [44];

– определенная зависимость результата декомпозиции от выбора критерия остановки процесса отсеивания;

– в ряде случаев наблюдается низкое временное разрешение при обработке сигналов с малыми значениями (невозможность выделить осциллирующие компоненты из анализируемого сигнала) и зависимость разрешения по частоте от структуры соответствующего диадического банка фильтров.

ДЭМ с параболической интерполяцией огибающих

Наряду с классическим алгоритмом ДЭМ возможно также использование параболической интерполяции огибающих. Данный метод позволяет определить экстремумы сигнала на каждом этапе извлечения ЭМ с более высокой точностью и избежать тем самым избыточности в разложении [8, 11, 12]. Алгоритм можно представить в виде следующей последовательности шагов:

1) выбираются 3 первых отсчета исходного сигнала $s(k)$;

2) по трем отсчетам строится квадратичный полином вида $ak^2 + bk + c$, где a,b,c – коэффициенты, подлежащие определению (для их нахождения необходимо решить систему из трех уравнений с тремя неизвестными);

3) если коэффициент $a \neq 0$, то среди трех точек есть экстремум, который располагается посередине (вторая точка в последовательности из трех точек). Координата экстремума уточненным способом определяется как координата вершины параболы $x_0 = -b/2a$;

4) Если $a = 0$, то все 3 точки лежат на одной прямой, и среди них нет экстремума. Далее необходимо сдвинуть скользящее окно на 1 точку вправо и повторить ту же последовательность действий.

5) по найденным экстремумам строятся огибающие и далее выполняется процедура в соответствии с классическим алгоритмом ДЭМ.

На рисунке 4 показаны примеры параболической ДЭМ для моногармонического сигнала (рисунок 4, *а*) и мультигармонического сигнала (рисунок 4, *б*), состоящего из 3-х дискретных гармоник.

В результате применения процедуры декомпозиции извлечены, соответственно, 1 гармоника (риснок 4, а) и 3 гармоники (рисунок 4, *б*) и отсутствуют избыточные компоненты.

Следует отметить, что на практике условие алгоритма записывается в виде $|a| \geq \varepsilon$ - наличие экстремума, $|a| < \varepsilon$ - отсутствие экстремума, где ε – порог для определения экстремумов.

В данной модификации точность определения экстремумов повышается за счет определения их местоположения как координаты вершины параболы.

К основным преимуществам параболической ДЭМ по сравнению с классической ДЭМ можно отнести следующие:

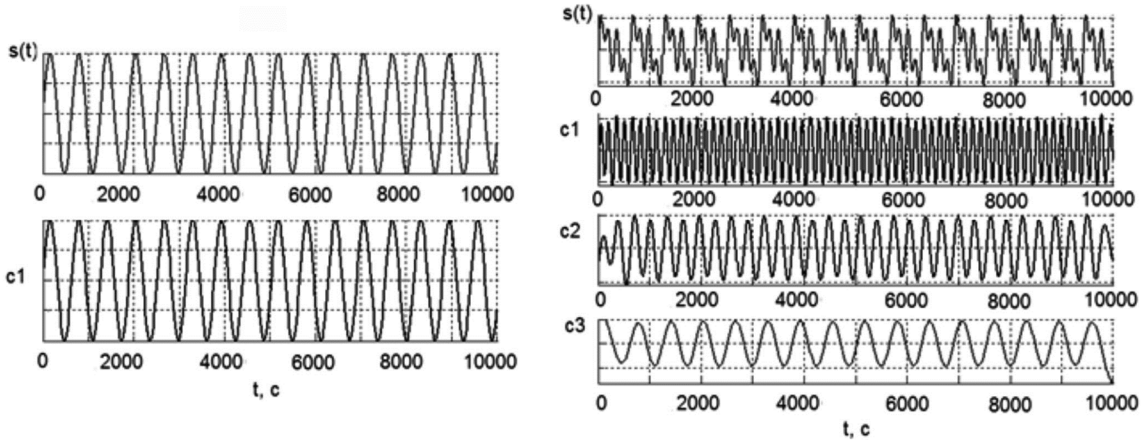
– более точное определение местоположения экстремумов (меньшее влияние ошибок при определении экстремумов) при построении верхней и нижней огибающих и за счет этого уменьшение избыточности в разложении (появления при ДЭМ дополнительных неинформативных составляющих);

– меньшее проявление «всплесков» (резкое превышение значением функции среднего уровня в промежутке между узлами интерполяции) на границах исследуемого сигнала и при извлечении отдельных компонент;

– меньшее влияние краевых эффектов (осцилляции в окрестности точек начала и окончания сигнала) при разложении;

– возможность в ряде случаев более точного решения задач предварительной обработки сигналов, в частности, задачи очистки сигналов от шума, а также задач структурного анализа, в частности, выделения информативных компонент-шаблонов.

К недостаткам параболической ДЭМ можно отнести



а) *б)*

Рисунок 4 – Пример параболической ДЭМ гармонического сигнала: а – с извлечением одной ЭМ; б – с извлечением 3-х ЭМ

более сложный алгоритм поиска экстремумов, по сравнению с классическим методом ДЭМ.

Множественная (ансамблевая) декомпозиция на эмпирические моды

Метод ансамблевой ДЭМ (англ. EEMD – Ensemble Empirical Mode Decomposition) позволяет в ряде случаев повысить точность выполнения разложения и избежать проблемы «смешивания» ЭМ (англ. – Mode Mixing) [45, 46], что может привести к потере физического смысла отдельных извлеченных из сигнала компонент. Эффекты разложения с использованием множественной ДЭМ состоят в том, что реализации белого гауссовского шума нейтрализуют друг друга, а средние ЭМ остаются в пределах интерпретации двоичного (диадического) банка фильтров.

Как правило, методы анализа данных и обработки сигналов направлены на избавление от шума, однако шум специально добавляется для облегчения анализа данных, обнаружения слабых сигналов и выявления скрытых процессов. Исходя из сказанного, алгоритм множественной ДЭМ может быть представлен в виде следующей последовательности шагов:

1) добавление белого гауссовского шума $w(k)$ к исходному сигналу $s(k)$:

$$s_p(k) = s(k) + w_p(k),\ p = \overline{1,P}, \quad (7)$$

где $s(k)$ – p-я реализация смеси полезного сигнала и белого гауссовского шума, P – общее число реализаций шума.

Для ансамбля реализаций белого шума соотношение (7) примет вид:

$$\{s_p(k)\}_{p=1}^{P} = s(k) + \{w_p(k)\}_{p=1}^{P},\ p = \overline{1,P},$$

2) вычисление ДЭМ для каждой сформированной реализации $s_p(k)$ отдельно и получение M_n аддитивных компонент, которые можно обозначить в виде множества $\{c_m^p(k)\}_{m=1}^{M_n}$.

3) расчет средних значений соответствующих ЭМ:

$$\overline{c_m(k)} = \frac{1}{N}\sum_{p=1}^{P} c_m^p(k).$$

К основным преимуществам множественной ДЭМ можно отнести следующие:

– гораздо меньшее «смешивание» различных ЭМ и более четкое разделение извлекаемых компонент по частотным полосам, что обеспечивает физический смысл извлекаемых компонент;

– возможность извлечения компонент из сигналов с малыми значениями, что не всегда достигается при использовании классической и параболической ДЭМ.

К недостаткам множественной ДЭМ можно отнести следующие:

– более высокие вычислительные затраты на построение огибающих за счет увеличения общего числа экстремумов вследствие формирования реализаций с белым шумом;

– в ряде случаев возможно появление дополнительных высокочастотных составляющих вследствие влияния высокочастотного белого шума.

Улучшенный метод ДЭМ на основе вейвлет-пакетного разложения

При использовании классического алгоритма ДЭМ в разложении могут появляться ряд недостатков:

1) нежелательные низкочастотные составляющие (ЭМ), появляющиеся вследствие влияния краевых эффектов, выбора конкретного критерия остановки процесса отсеивания и т.д. Это затрудняет интерпретацию разложения в терминах данной предметной области.

2) у 1-й ЭМ, являющейся самой высокочастотной, может быть слишком широкий частотный диапазон и тем самым не будут выполняться свойства монокомпонентного сигнала.

В связи с этим возможно использование вейвлет-пакетного преобразования [15, 23, 24] для декомпозиции сигнала на набор узкополосных сигналов перед применением ДЭМ. При этом каждая извлеченная ЭМ становится, в свою очередь, монокомпонентной. В этом случае можно определить все мгновенные частоты у нестационарного сигнала.

Улучшенный алгоритм ДЭМ состоит из следующих шагов:

– вейвлет-пакетное разложение исходного сигнала $s(k)$ и получение набора базисных функций $s_i, i = 1,2,...,n;$

– выполнение алгоритма ДЭМ и получение набора ЭМ $\{c_i(k)\}$;

– выбор информативных компонент в разложении в соответствии с определенным критерием;

– вычисление спектра Гильберта-Хуанга и построение единого частотно-временного распределения.

В работе [15] показано, что при использовании классической ДЭМ для мультигармонического сигнала, состоящего из двух дискретных гармоник (двух тонов), получаются 2 ЭМ и 3 псевдокомпоненты в нихкочастотной области, что может привести к ошибочной интерпретации разложения. В свою очередь, алгоритм на основе вейвлет-пакетного разложения показал себя эффективным [15] при исследовании вибраций в системе «роторстатор» двигателя и прогнозировании возможных разрушений. В ульучшенном алгоритме ДЭМ на основе вейвлет-пакетного разложения проявляются скрытые низкочастотные компоненты, которые не видны в исходном алгоритме частотно-временного распределения Гильберта-Хуанга. Они позволяют выявлять скрытые предвестники разрушений, которые не видны при использовании классического ДЭМ.

Таким образом, к основным преимуществам ДЭМ на основе вейвлет-пакетного разложения можно отнести следующие:

– возможность более точного, чем при классической ДЭМ, восстановления (извлечения) из исходного сигнала низкоэнергетических компонент с малыми амплитудами, что является информативным в ряде прикладных задач;

– возможность более «тонкого» деления банка фильтров, соответствующего декомпозиции, на частотные полосы вследствие использования вейвлет-пакетного разложения. Как следствие, возможно более детальное проведение мультиполосного анализа и выделение компонент, соответствующих различным частотным полосам;

Некоторым недостатком данной модификации, по сравнению с классической ДЭМ, является более сложный с вычислительной точки зрения алгоритм за счет дополнительного использования вейвлет-пакетного разложения. Кроме того, данная модификация требует дополнительных исследований в прикладных задачах.

Многомерный метод ДЭМ

Данная модификация алгоритма ДЭМ может быть представлена в следующем виде [47, 48-50]:

1) выбор соответствующего набора точек для дискретизации на $(n-1)$ -мерной сфере.

2) вычисление проекции $\{p^{\theta_k}(t)\}_{t=1}^{T}$ входного сигнала $\{v(t)\}_{t=1}^{T}$ вдоль направляющего вектора X^{θ_k} для всех значений k, при этом рассматривается полный набор направляющих векторов. В данном случае $\{p^{\theta_k}(t)\}_{t=1}^{T}$ – множество проекций.

3) нахождение временных отсчетов $\{t_i^{\theta_k}\}$, соответствующих максимумам множества проектируемых сигналов $\{p^{\theta_k}(t)\}_{k=1}^{K}$.

4) интерполяция $[t_i^{\theta_k}, v(t_i^{\theta_k})]$ для получения многомерных кривых огибающей $\{e^{\theta_k}(t)\}_{k=1}^{K}$.

5) расчет для множества K направляющих векторов среднего значения $m(t)=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} e^{\theta_k}(t)$.

6) извлечение детализирующей составляющей $d(t)=x(t)-m(t)$. Если рассчитанные детали удовлетворяют критерию остановки процесса отсеивания для многомерной ЭМ, применить процедуру с шагами 1-5 для сигнала $d(t)=x(t)-m(t)$, иначе применить их к $d(t)$.

Многомерный метод ДЭМ предназначен для обработки многомерных данных, в том числе изображения. Он позволяет строить многомерные огибающие при реализации разложения и решать различные задачи предварительной обработки, структурного и частотно--временного анализа. Основным преимуществом многомерной модификации являются ее адаптивные свойства за счет извлечения многомерных ЭМ непосредственно из исходного многомерного сигнала.

Заключение

Рассмотрен классический метод ДЭМ и его модификации в составе технологии Гильберта-Хуанга, которые могут применяться в различных задачах обработки и анализа одномерных и многомерных данных, включая обработку биомедицинских, геофизических, вибрационных и других видов сигналов. Метод ДЭМ и его модификации обладают высокой адаптивностью, т.к. базисные функции извлекаются непосредственно из анализируемого одномерного или многомерного сигнала и не требуется априорная информация о выборе базиса.

Метод ДЭМ и его модификации дают во многих случаях преимущества в точности анализа и обработки сигналов за счет адаптивных свойств, поскольку базис разложения формируется непосредственно из исходного сигнала. ДЭМ позволяет проводить предварительную обработку стационарных и нестационарных многокомпонентных сигналов и частотно-временной анализ с высоким разрешением. За счет извлечения базисных функций непосредственно из исходного сигнала можно интерпретировать результаты декомпозиции в терминах конкретной предметной области, включая биомедицину, геофизику, обработку вибраций, акустику и пр.

Основные известные модификации метода ДЭМ, а именно классический метод ДЭМ, ДЭМ с параболической интерполяцией огибающих, ДЭМ на основе вейвлет-пакетного разложения сигналов, ансамблевая (множественная) ДЭМ и многомерная модификация метода позволяют осуществлять выбор нужного метода в конкретной задаче с учетом описанных в статье их преимуществ и недостатков.

Литература

1. N. E. Huang, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis. Proc. Royal Soc. London, vol. 454, 1998, pp. 903-995.

2. С.Л. Марпл-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения, пер. с англ. Изд. Мир, 1990, 584 с.

3. N.E. Huang, S. S. P. Shen Hilbert-Huang transform and its applications. World Scientific, 2005. 350 p.

4. P. Flandrin, G. Rilling, P. Gonsalves Empirical mode decomposition as a filter bank. IEEE Signal Process. Lett, vol. 11, 2004, pp. 112-114.

5. Д.М. Клионский, Н.И. Орешко, В.В. Геппенер Декомпозиция на эмпирические моды и ее использование при анализе дробного броуновского движения. Цифровая обработка сигналов, № 3, 2008, с. 37-45.

6. D.M. Klionsky, N.I. Oreshko, V.V. Geppener Applications of empirical mode decomposition for processing nonstationary signals. Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications, vol. 18, no. 3, 2008, pp. 390-399.

7. Д.М. Клионский, И.В. Неунывакин, Н.И. Орешко, В.В. Геппенер Декомпозиция на эмпирические моды и ее применение для идентификации информативных компонент и прогнозирования значений сигналов с использованием нейронных сетей. Нейрокомпьютеры: разработка, применение, №6, 2010, с. 43-50.

8. Д. М. Клионский, Н. И. Орешко, В. В. Геппенер Декомпозиция на эмпирические моды с параболической интерполяцией огибающих в задачах очистки сигналов от шума. Цифровая обработка сигналов, № 2, 2011, с. 51-60.

9. В.В. Егоров, Д.М. Клионский Некоторые вопросы применения адаптивного метода декомпозиции нестационарных сигналов на эмпирические моды. Цифровая обработка сигналов, № 3, 2023, с. 52-58.

10. D. Klionskiy, M. Kupriyanov, D. Kaplun Signal denoising based on empirical mode decomposition. Journal of Vibroengineering, vol. 19, no. 7, 2017, p. 5560-5570.

11. Н.И. Орешко, Д.М. Клионский, В.В. Геппенер, А.В. Экало. Декомпозиция на эмпирические моды в цифровой обработке сигналов. Изд. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013, 164 с.

12. Д.М. Клионский, В.В. Геппенер Технология Гильберта-Хуанга и ее применение в цифровой обработке сигналов. Изд. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2019, 150 с.

13. N.E. Huang, Z. Shen, S. R. Long A new view of nonlinear water waves: the Hilbert spectrum. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, рз. 417-457.

14. Y. Chen, M.Q. Feng. A technique to improve the empirical mode decomposition in the Hilbert-Huang transform. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, vol. 2, no. 1, 2003, pp. 75-85.

15. Z. K. Peng, P. W. Tse, F. L. Chu An improved Hilbert-Huang transform and its application in vibration signal analysis. Journal of Sound and Vibration, vol. 286, no. 1-2, 2005, pp. 187-205.

16. R.C. Sharpley, V. Vatchev. Analysis of the intrinsic mode functions. Industrial Mathematics Institute, Department of Mathematics, Institute of South California, vol. 12, 2004. 31 p.

17. P. Goncalves, P. Abry, G. Rilling, P. Flandrin Fractal dimension estimation: empirical mode decomposition versus wavelets. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP '07), 2007, pp. 1153-1156.

18. А.И. Солонина, Д.М. Клионский, Т.В. Меркучева, С.Н. Перов. Цифровая обработка сигналов и MATLAB. Изд. БХВ-Петербург, 2013, 512 с.

19. А.И. Солонина. Цифровая обработка сигналов в зеркале MATLAB. Изд. БХВ-Петербург, 2018, 560 с.

20. В. Уидроу, С. Стирнз Адаптивная обработка сигналов. Изд. Радио и связь, 1989, 440 с.

21. К.Ф. Коуэн, П.М. Грант. Адаптивные фильтры. Изд. Мир, 1988, 392 с.

22. В.И. Джиган. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. Изд. Техносфера, 2013, 528 с.

23. Н.К. Смоленцев Вейвлет-анализ в Matlab. 3-е изд. Изд. ДМК Пресс, 2010, 448 с.

24. D.B. Percival, A.T. Walden. Wavelet methods for time series analysis. Cambridge University Press, 2000, 594 p.

25. G. Tsolis, T.D. Xenos. Signal denoising using empirical mode decomposition and higher order statistics. International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition, vol. 4, no. 2, 2011, pp. 91-106.

26. S. Meignen, V. Perrier. A new formulation for empirical mode decomposition based on constrained optimization. IEEE Signal Processing Letters, vol. 14, no. 12, 2007, pp. 932-935.

27. P. Flandrin, P. Goncalves, G. Rilling Detrending and denoising with empirical mode decomposition, 12th European Signal Processing Conference, 2004, pp. 1581-1584.

28. B.M. Battista, C. Knapp, T. McGee, V. Goebel. Application of the empirical mode decomposition and Hilbert-Huang transform to seismic reflection data. Geophysics, vol. 72, no. 2, 2007, pp. H29-H37.

29. Н.В. Мясникова, М.П. Берестень. Разложение на эмпирические моды на основе экстремальной фильтрации. Цифровая обработка сигналов, № 4, 2014, с. 13-17.

30. Н.В. Мясникова, Л.А. Долгих, М.Г. Мясникова. Применение разложения по эмпирическим модам в задачах цифровой обработки сигналов. Датчики и системы, № 5, 2011, с. 8-10.

31. P. Heydarian, J.D. Reiss. Extraction of long-term rhythmic structures in musical signals using the empirical mode decomposition. Proc. of the 8th Int. Conference on Digital Audio Effects (DAFX-05), 2005, pp. 258-261.

32. А.С. Долгаль, Л.А. Христенко. Применение эмпирической модовой декомпозиции при обработке геофизических данных. Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов, Т. 328, № 1, 2017, с. 100-108.

33. E.P. Souza Neto, M.A. Custaud, J.C. Cejka, P. Abry, J. Frutoso, C. Gharib, P. Flandrin Assessment of cardiovascular autonomic control by the empirical mode decomposetion. Methods of Information in Medicine, vol. 43, no. 1, pp. 60-65.

34. Z.E.H. Slimane, A. Naït-Ali QRS complex detection using empirical mode decomposition. Digital Signal Processing, vol. 20, no. 4, 2010, pp. 1221-1228.

35. K.M. Chang. Arrhythmia ECG noise reduction by ensemble empirical mode decomposition. Sensors, no. 10, 2010, pp. 6063-6080.

36. В.В. Бороноев, В.Д. Омпоков, В.А. Козин. Эмпирическая модовая декомпозиция пульсовых сигналов.

Вестник ВСГУТУ. № 1, 2015, с. 40-43.

37. Л.Ю. Кривоногов, А.Ю. Тычков. Подавление помех в электрокардиосигналах на основе разложения по эмпирическим модам. Известия ЮФУ. Технические науки. № 8, 2010, с. 127-132.

38. Л.Ю. Кривоногов. Анализ и обработка эмпирических мод с целью подавления помех в электрокардиосигналах. Известия ЮФУ. Технические науки. № 9, 2012, с. 119-125.

39. Л.Ю. Кривоногов. Метод и алгоритмы помехоустойчивой обработки электрокардиосигналов на основе эмпирической модовой декомпозиции. Известия ЮФУ. Технические науки. № 10, 2014, с. 104-114.

40. А.В. Козюра, К.В. Подмастерьев. Контроль качества электрокардиографических записей с использованием эмпирической модовой декомпозиции / Метрология в биомедицинской инженерии. № 5, 2013, с. 54-62.

41. А.К. Алимурадов, А.Ю. Тычков, П.П. Чураков. Оценка психоэмоционального состояния человека на основе декомпозиции на эмпирические моды и кепстрального анализа речевых сигналов. Вестник Пензенского гос. университета. № 2, 2018, с. 89-95.

42. А.К. Алимурадов. Исследование частотно-избирательных свойств методов декомпозиции на эмпирические моды для оценки частоты основного тона речевых сигналов. Труды МФТИ. Т. 7, № 3, 2015, с. 56-68.

43. А.Л. Приоров, П.О. Павловичев. Исследование распределения мощности речевого сигнала при декомпозиции на эмпирические моды. Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. № 4, 2017. с. 70-75.

44. J. Cheng, D. Yu, Yu Yang Application of support vector regression machines to the processing of end effects of Hilbert–Huang transform. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 21, 2007, pp. 1197-1211.

45. Z. Wu, N.E. Huang. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. Advances in Adaptive Data Analysis, vol. 1, no. 1, 2009, pp. 1-41.

46. N.U. Rehman, C. Park, N.E. Huang, D.P. Mandic. EMD via MEMD Multivariate noise-aided computation of standard EMD Advances in Adaptive Data Analysis, vol. 5, no. 2, 2013, pp. 1-25.

47. M.R. Thirumalaisamy, P.J. Ansell. Fast and adaptive empirical mode decomposition for multidimensional, multivariate signals. IEEE Signal Processing Letters, vol. 25, no. 10, 2018, pp. 1550-1554.

48. G. Rilling, P. Flandrin, P. Goncalves, J. M. Lilly Bivariate empirical mode decomposition. IEEE Signal Processing Letters, vol. 14, no. 12, 2007, pp. 936-939.

49. N. Rehman, D.P. Mandic. Multivariate empirical mode decomposition. Proc. R. Soc. A, vol. 466, 2010, pp. 1291-1302.

50. Z. Wu, N. Huang, X. Chen The multidimensional ensemble empirical mode decomposition method. Advances in Adaptive Data Analysis, vol. 1, no. 3, 2009, pp. 339-372.

НОВЫЕ КНИГИ



Витязев В.В., Волченков В.А., Овинников А.А., Лихобабин Е.А.

Цифровая обработка сигналов: Учебное издание для вузов, М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2023 г. 188 с.: ил.

Рекомендовано Научно-методическим советом ФГБОУ ВО «Рязанский государственный Радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина» в качестве учебного пособия для студентов обучающихся по программе высшего образования по направлениям 11.03.01 – «Радиотехника» и 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», магистров по 09.04.04 – «Программная инженерия» и специалистов по специальности 12.05.01 – «Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения».

Изложены общие принципы цифровой обработки сигналов. Основное внимание уделено проектированию цифровых фильтров в классе КИХ- и БИХ-цепей. Приводятся теоретические сведения, касающиеся характеристик фильтров, приводятся подробные примеры их проектирования и анализа их характеристик. Рассматриваются инструменты моделирования прохождения сигналов через цифровые фильтры в среде SimInTech. Использование среды SimInTech для проектирования цифровых фильтров и моделирования прохождения сигналов через них отличает данное учебное издание от имеющейся учебной литературы в данной области.

Для студентов, обучающихся по направлениям 11.03.01 – «Радиотехника» и 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и специальности 12.05.01 – «Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения», и магистрантов, обучающихся по направлению 09.04.04 – «Программная инженерия», может представлять интерес для специалистов.