

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАКСИМУМА ПРАВДОПОДОБИЯ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ЭКВАЛАЙЗЕРА НА ОСНОВЕ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Маслаков М.Л., к.т.н., доцент, «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения», maslakovml@gmail.com

APPLICATION OF THE MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD FOR EQUALIZER OPTIMIZATION BASED ON THE REGULARIZATION METHOD

Maslakov M.L.

Adaptive signal correction as a solution to an inverse ill-posed problem is considered in work. This problem is reduced to a convolution-type equation, and to solve it, the Tikhonov regularization method is used. The operator and the right-hand side of the equation are known with an error. To choose a regularization parameter, a method is proposed that involves minimizing the deviation of the phase values of unknown transmitted symbols. The maximum likelihood method was used for realization of one. The results of numerical experiments are presented.

Key words: equalizer, channel equalization, regularization method, regularization parameter, phase probability density function, maximum likelihood method.

Ключевые слова: эквалайзер, выравнивание канала, метод регуляризации, параметр регуляризации, плотность распределения вероятности фазы, метод максимального правдоподобия.

Введение

В статье рассматривается задача выравнивания частотной характеристики канала связи с ограниченной полосой частот. Данная задача возникает при адаптивной коррекции сигналов передаваемых через нестационарные замирающие каналы связи, в которых наблюдаются межсимвольная интерференция [1]. Для выравнивания характеристик канала применяют эквалайзеры [2]. Процедуру расчета коэффициентов эквалайзера можно рассматривать как решение обратной задачи [3, 4, 5].

Задача адаптивной коррекции сигналов сводится к решению интегрального уравнения типа свертки первого рода, которое можно записать в операторном или матричном виде [5, 6]

$$\mathbf{H}\mathbf{s} = \mathbf{u}, \quad (1)$$

где $\mathbf{H} \in R^{m \times n}$, $m \geq n$ – матрица коэффициентов импульсной характеристики канала, $\mathbf{s} \in R^n$ – вектор отсчетов передаваемого сигнала, $\mathbf{u} \in R^m$ – вектор отсчетов принятого сигнала.

Вектор \mathbf{u} представляет собой результат измерений на фоне белого гауссовского шума, т.е.

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \xi, \quad (2)$$

где $\bar{\mathbf{u}}$ – точные значения вектора отсчетов принятого сигнала, ξ – аддитивные белый гауссовский шум с нулевым средним и дисперсией σ_ξ^2 .

С учетом зашумленности правой части (2), а также того, что в общем случае матрица \mathbf{H} в общем случае может быть плохообусловленной, задача (1) является некорректно поставленной (см. подробнее в [6, 7]). Для

Рассматривается адаптивная коррекция сигналов как решение обратной некорректной задачи. Данная задача сводится к уравнению типа свертки, а для его решения используется метод регуляризации Тихонова. Оператор и правая часть уравнения известны с погрешностью. Для выбора параметра регуляризации предложен метод, заключающийся в минимизации отклонения фазовых значений неизвестных передаваемых символов. Для его реализации использован метод максимального правдоподобия. Представлены результаты численных экспериментов.

решения задачи (1), часто, применяют регуляризующие алгоритмы [5, 7, 8]. Одной из ключевых подзадач при этом является выбор параметра регуляризации, решению которой посвящена данная работа [8, 9].

Матрица \mathbf{H} состоит из коэффициентов импульсной характеристики канала $h(t)$, причем полагаем что

$$h(t) \equiv 0, t \leq 0, \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty. \quad (4)$$

Таким образом, матрица \mathbf{H} имеет вид:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \dots & h_{M-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \dots & h_{M-1} & 0 & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_0 & h_1 & \dots & h_{M-1} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Коэффициенты матрицы \mathbf{H} на практике получают из решения уравнения (1) путем передачи тестового сигнала и получении отклика на него (см. [2, 3, 8]). Таким образом, \mathbf{H} в общем случае является регуляризованным решением [5], т.е. \mathbf{H}_α . При этом

$$\max |\bar{\mathbf{H}} - \mathbf{H}_\alpha| \leq \delta_H, \quad (6)$$

где $\bar{\mathbf{H}}$ – точные значения коэффициентов импульсной характеристики канала.

Точные оценки σ_ξ^2 и δ_H отсутствуют. В этом случае для выбора параметра регуляризации применяют различные эвристические методы, описание и сравнитель-

ный анализ некоторых из них приводится, например, в [9-13]. Применение конкретного метода определяется особенностью постановки решаемой задачи.

В данной работе используется метод выбора параметра регуляризации, основанный на минимизации отклонения фазовых значений принимаемых корректируемых символов [8]. Этот метод учитывает специфику задачи адаптивной коррекции для случая фазоманипулированных сигналов. Для реализации данного метода предлагается использование метода максимального правдоподобия.

Идея метода выбора параметра регуляризации

Вектор передаваемого информационного сигнала S представляет собой отсчеты фазоманипулированного одночастотного сигнала вида

$$s(t) = \sum_{n=1}^N A \cos(\omega_0 t + \phi_m(n)) p(t - (n-1)T_{sym}), \quad (7)$$

$$t \in [0; NT_{sym}),$$

где N – количество передаваемых символов, A – амплитуда передаваемого сигнала, ω_0 – несущая частота, $\phi_m(n), n=1...N$ – фазы передаваемых символов, T_{sym} – длительность символа, $p(t)$ – импульсная функция вида

$$p(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0; T_{sym}), \\ 0, & t \notin [0; T_{sym}). \end{cases}$$

Последовательность $\phi_m(n), n=1...N$ соответствует информационной последовательности бит $b_m(n), n=1...N$. При этом для различной позиционности фазовой модуляции (ФМ) определенному набору бит соответствует строго определенное значение фазы [14]:

$b_m = \{0; 1\} \Leftrightarrow \phi_m = \{0; \pi\}$ – для двухпозиционной ФМ (BPSK);

$b_m = \{00; 01; 11; 10\} \Leftrightarrow \phi_m = \left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2} \equiv -\frac{\pi}{2}\right\}$ – для четырехпозиционной ФМ (QPSK);
и т.д. с учетом кода Грея [15].

В соответствии с [8] необходимо осуществить демодуляцию откорректированного информационного сигнала, определяемого вектором s_α , являющегося регуляризованным [5] решением уравнения (1), которое преобразуется к форме:

$$\mathbf{H}_\alpha \mathbf{s} = \mathbf{u}. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{H}_α – матрица вида (5) элементы которой получены при передаче тестового сигнала и решении уравнения (1) относительно коэффициентов импульсной характеристики.

На выходе демодулятора получим последовательность значений фаз принятых символов $\psi_m(n, \alpha) \in [-\pi; \pi]$, $n=1...N$ и соответствующую последовательность бит $b_m(n, \alpha), n=1...N$.

Для выбора параметра регуляризации необходимо минимизировать функционал, представляющий собой количество битовых (или символьных) ошибок

$$q(\alpha) = \sum_{n=1}^N (b_m(n) \oplus b_m(n, \alpha)), \quad (9)$$

где \oplus – знак сложения по модулю два.

Однако информационная последовательность бит $b_m(n), n=1...N$ неизвестна, что не позволяет воспользоваться напрямую выражением (9). Однако если вместо самой последовательности бит $b_m(n, \alpha)$ производить анализ последовательности фаз символов $\psi_m(n, \alpha)$, т.е. осуществить переход от схемы случайных событий к схеме случайных величин, то можно использовать альтернативный функционал, который обсудим далее.

Аргумент минимума этого функционала должен соответствовать минимуму (9). Заметим, что при увеличении N (а вообще говоря, устремлении $N \rightarrow \infty$) величина

$$\frac{q(\alpha)}{N}, \quad (10)$$

есть оценка вероятности ошибки на бит P .

В свою очередь известно [16], что вероятность ошибки на бит для, например, модуляции BPSK определяется выражением:

$$P = 1 - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} W_0(\psi) d\psi, \psi \in [-\pi; \pi], \quad (11)$$

где $W_0(\psi)$ – плотность распределения вероятностей фаз.

Поэтому в [8] вместо (9) предлагается минимизировать дисперсию полученной выборки фаз $\psi_m(n, \alpha)$, в результате приходим к поиску минимума следующего функционала:

$$\alpha_{opt} = \arg \left(\min_{\alpha > 0} \sigma_{\psi}^2(\alpha) \right). \quad (12)$$

Таким образом, задача выбора параметра регуляризации сводится к статистическому анализу регуляризованного решения некорректной обратной задачи. Отметим, что некоторые приложения применения статистического подхода для обработки данных при решении обратных задач представлены в [17].

Рассмотрим далее способы реализации рассмотренного метода.

Применение метода максимального правдоподобия

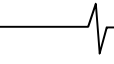
Выбор параметра регуляризации по абсолютным значениям фаз

Пусть K – объем передаваемого алфавита возможных символов. Обозначим вероятность соответствующего символа как $P_m^k, k=1...K$. Тогда плотность вероятности фаз откорректированного сигнала, определяемого вектором s_α , в общем случае определяется выражением

$$W_K(\psi) = \sum_{k=1}^K P_m^k W_k(\psi), \quad (13)$$

где $W_k(\psi)$ – плотность вероятности фазы возможного k -го символа.

Обычно при передаче случайной информации большого объема вероятность символов полагают одинаковой, т.е.



$$P_m^k = \frac{1}{K}, k = 1 \dots K. \quad (14)$$

Возможные значения фаз символов ϕ_μ расположены равномерно на окружности в соответствии с используемой позиционностью модуляции.

Тогда плотность вероятности фазы откорректированного сигнала для случая сигналов BPSK можно записать в форме

$$W_2(\psi) = \frac{1}{2} W_0(\psi) + \frac{1}{2} W_0(\psi + \pi), \quad \psi \in [-\pi; \pi], \quad (15)$$

аналогично, для случая QPSK

$$W_4(\psi) = \frac{1}{4} W_0(\psi) + \frac{1}{4} W_0(\psi + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{4} W_0(\psi + \pi) + \frac{1}{4} W_0(\psi - \frac{\pi}{2}), \quad \psi \in [-\pi; \pi] \quad (16)$$

и т.д.

Плотность вероятности фазы $W_0(\psi)$ определяется нормальным угловым законом распределения (см. [18, 20])

$$W_0(\psi) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2}\right) \times \left(1 + \sqrt{2\pi\mu^2} \cdot \cos(\psi) \times \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\mu \cos(\psi)}{\sqrt{2}}\right) \cdot \exp\left(\frac{\mu^2 \cos^2(\psi)}{2}\right)\right), \quad (17)$$

где $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-t^2) dt$ – дополнительная функция ошибок, а параметр μ пропорционален отношению сигнал/шум, т.е. $\mu \sim SNR$.

Для примера на рис. 1 показаны плотности распределения фазы $W_2(\psi)$ и $W_4(\psi)$ для различных значений параметра μ .

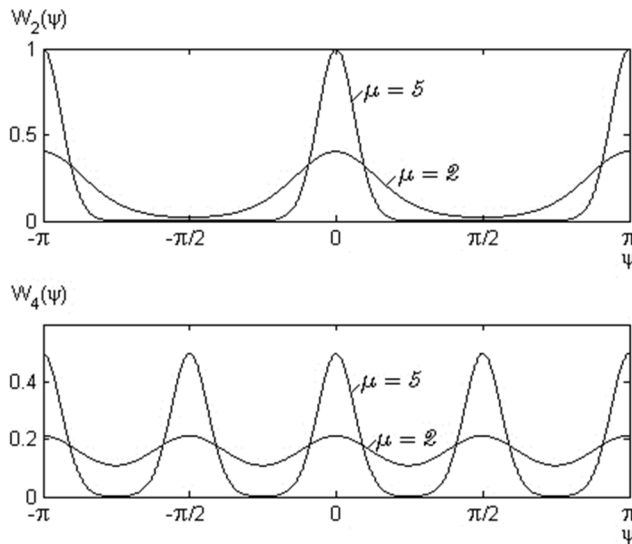


Рис. 1. Плотности распределения фазы для BPSK – $W_2(\psi)$ и QPSK – $W_4(\psi)$

Отметим, что

$$\mu^2 \propto \frac{1}{\sigma_e^2}, \quad (18)$$

где

$$\sigma_e^2 = \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_\alpha\|. \quad (19)$$

С учетом (18) следует, что минимум в выражении (12) достигается при максимальном значении μ , и тогда приходим к следующему выражению

$$\alpha_{opt} = \arg(\max_{\alpha > 0} \mu(\alpha)). \quad (20)$$

Для нахождения оценки μ по имеющейся выборке $\psi_m(n, \alpha), n = 1 \dots N$ и, соответственно, его максимума применим метод максимального правдоподобия. Функцию правдоподобия можно записать в форме

$$L(\mu(\alpha)) = \prod_{n=1}^N W_K(\psi_m(n, \alpha)). \quad (21)$$

Отметим, что при численной реализации произведение в (21), как правило, меняют на сумму логарифмов.

В результате оценку μ в выражении (20) получим следующим образом:

$$\hat{\mu}(\alpha) = \arg(\max_{\mu > 0} L(\mu(\alpha))). \quad (22)$$

Выбор параметра регуляризации по дифференциальным значениям фаз

Рассмотрим получаемые оценки фаз символов регуляризованного решения уравнения (8). Каждое значение фазы можно представить в форме

$$\psi_m(n, \alpha) = \phi_m(n) + \psi_\delta(n, \alpha), \quad (23)$$

где $\psi_\delta(n, \alpha)$ – ошибка измерения фазы.

Тогда разность двух соседних фаз есть

$$\begin{aligned} \psi_d(n, \alpha) &= (\phi_m(n+1) + \psi_\delta(n+1, \alpha)) - (\phi_m(n) + \psi_\delta(n, \alpha)) = \\ &= (\phi_m(n+1) - \phi_m(n)) + (\psi_\delta(n+1, \alpha) - \psi_\delta(n, \alpha)) = \\ &= \phi_d(n) + (\psi_\delta(n+1, \alpha) - \psi_\delta(n, \alpha)) \end{aligned} \quad (24)$$

Значения $\phi_d(n)$ для ФМ различной позиционности будут принимать те же значения, т.е. $\{0; \pi\}$ – для BPSK,

$\left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2} \equiv -\frac{\pi}{2}\right\}$ – для QPSK и т.д. Иными словами от абсолютной ФМ переходим к разностной ФМ [14]. Соответствующие вероятности фаз символов (14) будут также равны, а значит плотность вероятности разности фаз откорректированного сигнала, аналогично (13), будет иметь вид

$$W_K(\psi_d) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K W_k^d(\psi_d). \quad (25)$$

Тогда плотность вероятности разности фаз откорректированного сигнала для случая сигналов DBPSK можно записать в форме

$$W_K^d(\psi_d) = \frac{1}{2} W_0^d(\psi_d) + \frac{1}{2} W_0^d(\psi_d + \pi), \quad (26)$$

$$\psi_d \in [-\pi; \pi],$$

аналогично, для случая DQPSK

$$\begin{aligned} W_K^d(\psi_d) &= \frac{1}{4} W_0^d(\psi_d) + \frac{1}{4} W_0^d(\psi_d + \frac{\pi}{2}) + \\ &+ \frac{1}{4} W_0^d(\psi_d + \pi) + \frac{1}{4} W_0^d(\psi_d - \frac{\pi}{2}), \quad \psi_d \in [-\pi; \pi] \end{aligned} \quad (27)$$

и т.д.

Плотность вероятности разности фаз описывается распределением Мизеса и определяется выражением [18, 19]

$$W_0^d(\psi_d) = \frac{1}{2\pi I_0(\mu)} \exp(\mu \cos(\psi_d)), \quad (28)$$

где $I_0(\mu)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка (см. [18]).

Для примера на рис. 2 показаны плотности распределения фазы $W_2(\psi_d)$ и $W_4(\psi_d)$ для различных значений параметра μ .

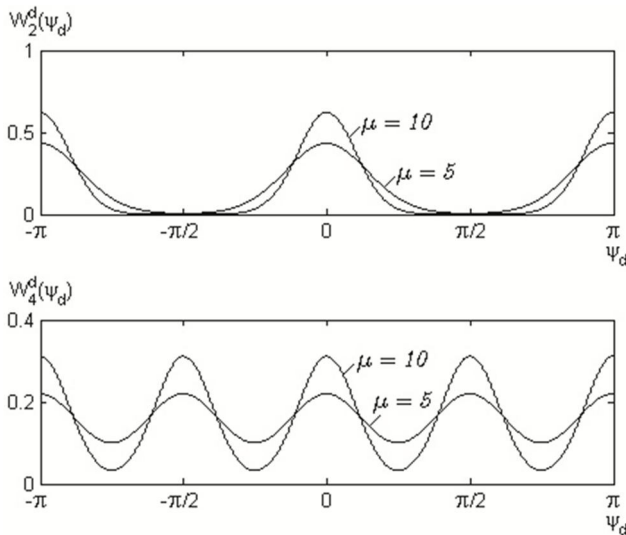


Рис. 2. Плотности распределения разности фаз для DBPSK – $W_2^d(\psi_d)$ и DQPSK – $W_4^d(\psi_d)$

Для нахождения максимального значения μ по имеющейся выборке $\psi_d(n, \alpha), n = 1 \dots N-1$ также применим метод максимального правдоподобия. В этом случае функция правдоподобия есть

$$L_d(\mu(\alpha)) = \prod_{n=1}^{N-1} W_K^d(\psi_d(n, \alpha)). \quad (29)$$

Значение параметра регуляризации α_{opt} можно определить из (20), где в качестве оценки μ подставить оценку

$$\hat{\mu}(\alpha) = \arg \left(\max_{\mu > 0} L_d(\mu(\alpha)) \right). \quad (30)$$

Сравнительный анализ данных подходов

Дисперсия разности фаз $\psi_d(n, \alpha)$ больше дисперсии фазы $\psi(n, \alpha)$, что связано со слагаемым $(\psi_\delta(n+1, \alpha) - \psi_\delta(n, \alpha))$ в выражении (24). Таким образом, использование абсолютных значений фаз позволяет получить более надежную оценку μ . Однако использование дифференциальных фаз может быть предпочтительнее в некоторых случаях.

Пусть оценка значения фазы $\psi_m(n, \alpha)$ смещена, т.е.

$$\psi_m(n, \alpha) = \phi_m(n) + \psi_\delta(n, \alpha) + \psi_s(n), \quad (31)$$

где $\psi_s(n)$ – смещение фазы.

Смещение фазы может возникнуть, например, при ошибке тактовой синхронизации. При этом значения

$\psi_s(n), n = 1 \dots N$ – неизвестны. В этом случае применение моделей (15) или (16) приведет к неточной оценке μ , получаемой из (21).

Рассмотрим подробно выражение для разности фаз в этом случае

$$\begin{aligned} \psi_d(n, \alpha) &= \\ &= (\phi_m(n+1) + \psi_\delta(n+1, \alpha) + \phi_s(n+1)) - \\ &- (\phi_m(n) + \psi_\delta(n, \alpha) + \phi_s(n)) = \\ &= \phi_d(n) + (\psi_\delta(n+1, \alpha) - \psi_\delta(n, \alpha)) + \\ &+ (\psi_s(n+1) - \psi_s(n)) \end{aligned} \quad (32)$$

Часто на практике смещение фазы является константой (что можно полагать для относительно небольшого сегмента или интервала времени), т.е. можно полагать $\psi_s(n+1) \equiv \psi_s(n) \equiv \psi_s \equiv \text{const}, n = 1 \dots N-1$.

Тогда при использовании разности фаз смещение фазы ψ_s компенсируется и от (32) приходим к выражению (24), после чего можно воспользоваться моделью (25).

Очевидно, что при условии (33) можно оценить данное смещение как математическое ожидание [18] и компенсировать его, в результате чего функция правдоподобия вместо (21) примет форму

$$L(\mu(\alpha), \theta) = \prod_{n=1}^N W_K(\psi(n, \alpha) + n\theta), \theta \in [-\pi; \pi]. \quad (34)$$

Вычислительная процедура поиска максимума функции правдоподобия (34) при этом значительно усложняется.

Допустим, что $\psi_s(n)$ связано с доплеровским смещением частоты, либо расстройкой опорного генератора приемника. Тогда

$$\psi_s(n) = n\omega_s T_{sym}, \quad (35)$$

где ω_s – значение доплеровского сдвига частоты.

В этом случае от (32) приходим к выражению

$$\begin{aligned} \psi_d(n, \alpha) &= \phi_d(n) + \\ &+ (\psi_\delta(n+1, \alpha) - \psi_\delta(n, \alpha)) + \omega_s T_{sym}. \end{aligned} \quad (36)$$

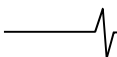
Слагаемое $\omega_s T_{sym}$ также внесет определенную погрешность при оценке μ . Однако при использовании абсолютных значений фаз $\psi(n, \alpha)$ смещение $\psi_s(n)$ будет расти от символа к символу на величину $\omega_s T_{sym}$, что существенно осложняет использование выражений (21) и (34).

Для дифференциальных значений фаз $\psi_d(n, \alpha)$ – значение $\omega_s T_{sym} \equiv \text{const}$. Тогда, аналогично (34), выражение для функции правдоподобия при использовании разности фаз имеет вид

$$L(\mu(\alpha), \theta) = \prod_{n=1}^{N-1} W_K^d(\psi_d(n, \alpha) + \theta), \theta \in [-\pi; \pi]. \quad (37)$$

Численный эксперимент

В этом разделе представлены результаты численного эксперимента при передаче неизвестного ФМ сигнала через замирающий канал с межсимвольной интерфе-



ренцией, возникшей из-за многолучевого распространения. В качестве модели канала выбрана модель Ваттерсона [21], используемая при моделировании коротковолновых каналов связи [22].

При моделировании были заданы следующие параметры модели канала: 2 луча, интервал между лучами 2 мс, замирания каждого луча по закону Релея, используемая полоса частот 3 кГц. Параметры передаваемого сигнала: несущая частота сигнала $\omega_0 = 2\pi f_0$ при $f_0 = 1,8$ кГц; длительность символа $T_{sym} = 0,625$ мс. Частота дискретизации 16 кГц.

На рис. 3-4 показаны типичные зависимости количества ошибок q , масштабированные функции правдоподобия для абсолютных и дифференциальных фаз, а также оценки значения μ для различных значений отношения сигнал/шум SNR во входных данных полученные для BPSK сигналов. Количество передаваемых символов $N = 15$.

Здесь и далее зависимости для количества битовых ошибок q получены по формуле (9) в предположении известной последовательности бит, что имеет место быть в рамках моделирования (эксперимента). Важно отметить, что так, как число бит в пределах анализируемой последовательности конечно, другими словами

рассматривается сегмент относительно небольшой длины, то $q \in \mathbb{N}$ - натуральным числом, в свою очередь $\alpha \in \mathbb{R}$ - является вещественным. Это приводит к тому, что достаточно определить α_{opt} , принадлежащее некоторому диапазону при котором $q = \min$. Доказательство данного утверждения, сформулированного в виде леммы, приведено в работе [8].

На рис. 5 показаны аналогичные кривые для сигналов QPSK при значении $SNR = 10$ дБ и $N = 15$.

На рис. 3-5 (а и b) демонстрируется, что хотя максимумы функционалов соответствуют различным значениям α , все они могут быть приняты как α_{opt} . Вместе с тем на рис. 3-4 (с) демонстрируется, что данный метод может давать и ошибочные значения α_{opt} .

Кроме того стоит отметить наличие локальных максимумов, что существенно ограничивает выбор и реализацию алгоритма оптимизации при поиске экстремума. Анализ таких алгоритмов может быть рассмотрен в отдельной работе.

Как видно из приведенных зависимостей данный метод, как любой эвристический метод, может давать ошибочное значение параметра α в качестве оптимального, но в любом случае не худшее, что демонстрируется на рис. 3-5 (с).

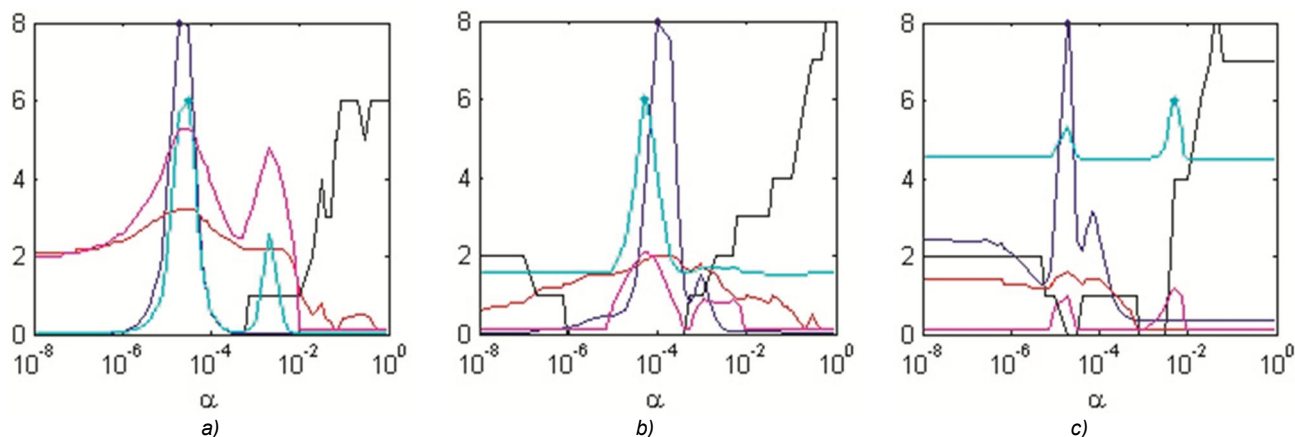


Рис. 3. Типичные зависимости количества ошибок q (черная); масштабированные функции правдоподобия для абсолютных фаз (синяя) и дифференциальных фаз (бирюзовая); оценки значения μ для абсолютных фаз (красная) и дифференциальных фаз (малиновая) для BPSK сигналов при $SNR = 10$ дБ

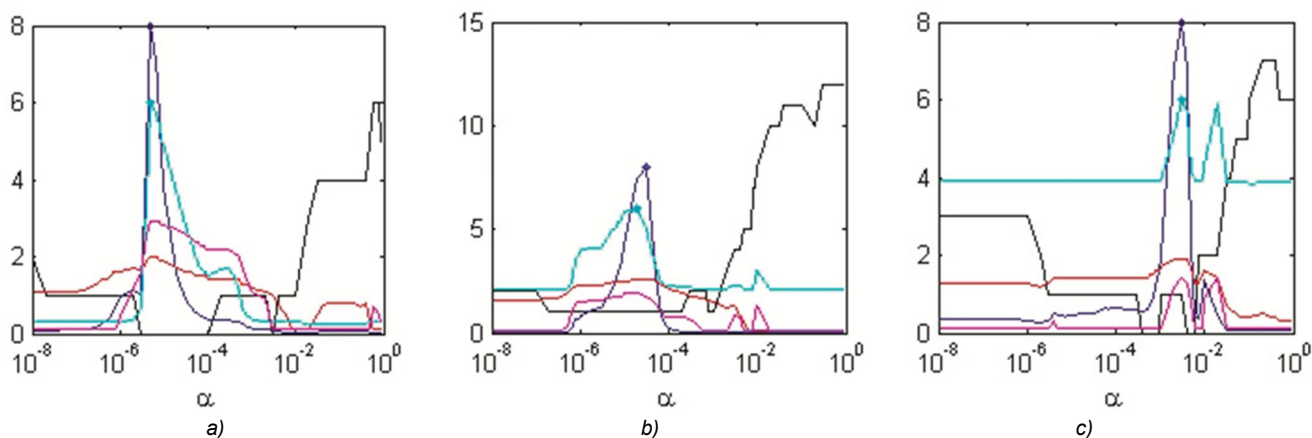


Рис. 4. Типичные зависимости количества ошибок q (черная); масштабированные функции правдоподобия для абсолютных фаз (синяя) и дифференциальных фаз (бирюзовая); оценки значения μ для абсолютных фаз (красная) и дифференциальных фаз (малиновая) для BPSK сигналов при $SNR = 5$ дБ

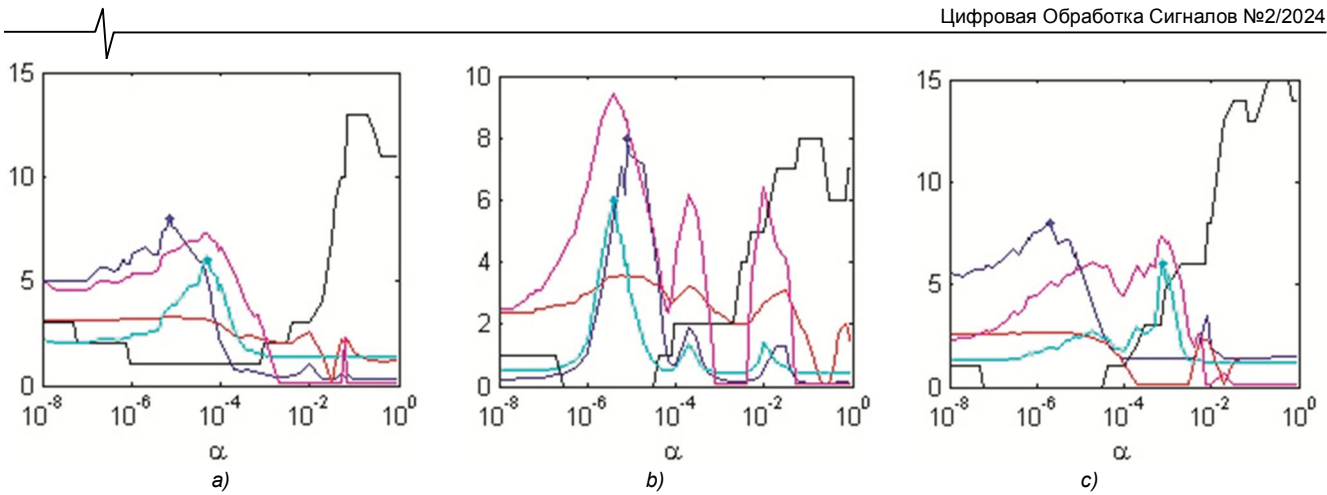


Рис. 5. Типичные зависимости количества ошибок q (черная); масштабированные функции правдоподобия для абсолютных фаз (синяя) и дифференциальных фаз (бирюзовая); оценки значения μ для абсолютных фаз (красная) и дифференциальных фаз (малиновая) для QPSK сигналов при $SNR = 10$ дБ

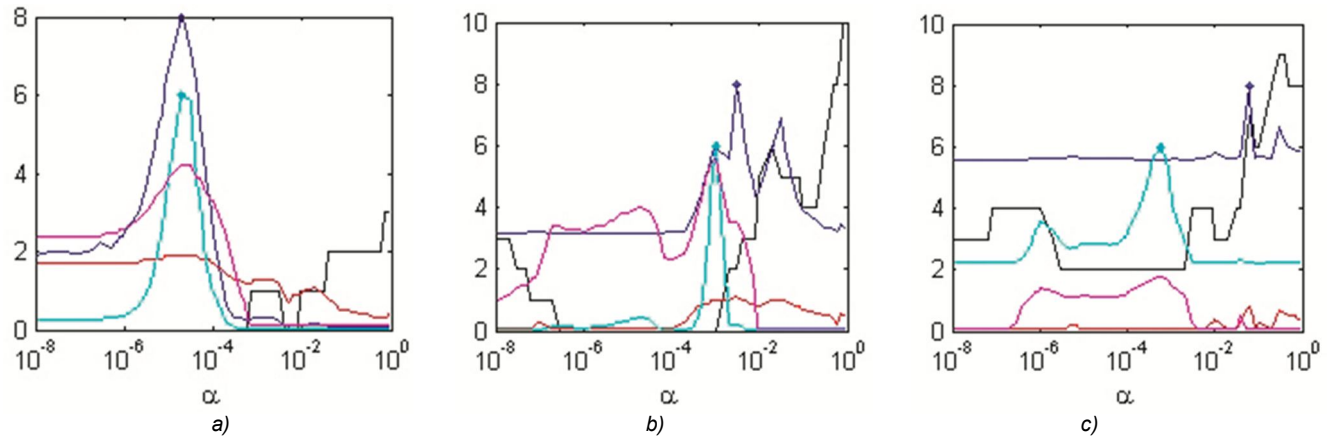


Рис. 6. Типичные зависимости количества ошибок q (черная); масштабированные функции правдоподобия для абсолютных фаз (синяя) и дифференциальных фаз (бирюзовая); оценки значения μ для абсолютных фаз (красная) и дифференциальных фаз (малиновая) для BPSK сигналов при $SNR = 10$ дБ и $f_s = 20$ Гц

На рис. 6 показаны аналогичные зависимости для BPSK сигналов при значении $SNR = 10$ дБ, $N = 15$ и значении доплеровского сдвига $f_s = 20$ Гц ($\omega_s = 2\pi f_s$).

Можно отметить, что использование дифференциальных фаз для получения оценки α_{opt} дает меньшую вероятность ошибки данной оценки, что подтверждает утверждения сделанные при сравнительном анализе данных подходов.

Далее было проведено $M = 20000$ экспериментов и построены зависимости вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум (ОСШ) при коррекции методом регуляризации Тихонова с выбором значения параметра регуляризации рассматриваемым методом для абсолютных или дифференциальных фаз.

Вероятность ошибки вычислялась из выражения

$$P = \frac{1}{MN} \sum_{l=1}^M q(l, \alpha). \quad (38)$$

Результаты моделирования для BPSK и QPSK сигналов показаны на рис. 7.

Нижняя граница на рис. 7 получена экспериментально при условии, что последовательность $b_m(n), n = 1 \dots N$ в каждом из M опытов известна точно.

Аналогичные кривые для BPSK и QPSK сигналов при значении доплеровского смещения частоты

$f_s = 20$ Гц показаны на рис. 8.

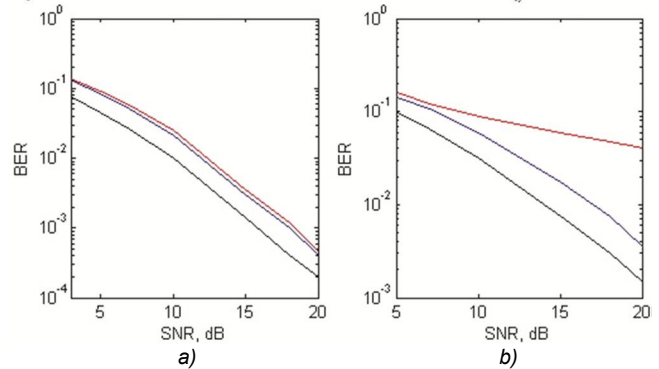


Рис. 7. Зависимости вероятности ошибки на бит от ОСШ для сигналов BPSK (a) и QPSK (b) при выборе значения параметра регуляризации рассматриваемым методом при использовании абсолютных фаз (синий); дифференциальных фаз (красный); нижняя граница (черный)

Отметим, что длительность информационных последовательностей N при моделировании зависимостей вероятности ошибки на бит составляла 15, 30 и 50 BPSK и QPSK символов. При этом объем выборки практически не влиял на эффективность выбора значения параметра регуляризации.

Отметим, что в случае $f_s \neq 0$ обычно осуществляют предварительную (иногда «грубую») компенсацию дан-

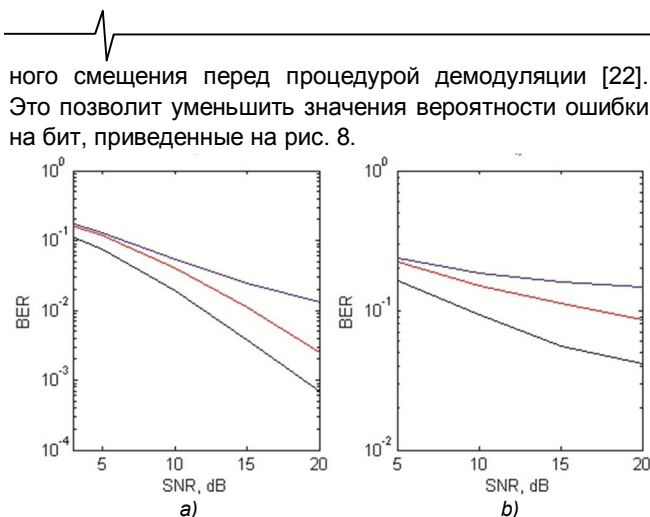


Рис. 8. Зависимости вероятности ошибки на бит от ОСШ при $f_s = 20$ Гц для сигналов BPSK (a) и QPSK (b) при выборе значения параметра регуляризации рассматриваемым методом при использовании абсолютных фаз (синий); дифференциальных фаз (красный); нижняя граница (черный)

Заключение

Предложенный метод обеспечивает выбор оптимального значения параметра регуляризации в задаче адаптивной фильтрации при коррекции искаженных сигналов с ФМ различной позиционности при неизвестной модулирующей последовательности. При этом получение оценок уровня шума во входных данных и зашумленности ядра интегрального уравнения в отличие от большинства известных методов не требуется.

Дополнительно отметим, что при поиске максимума (37) также может быть получена оценка доплеровского смещения частоты.

Литература

1. Eleftheriou E., Falconer D. Adaptive equalization techniques for HF channels. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 1987, vol. 5. I. 2, pp. 238-247.
2. Haykin S. Adaptive Filter Theory. 5-th ed. Boston: Pearson, 2014.
3. Santamarina J.C., Fratta D. Discrete Signals and Inverse Problems. John Wiley & Sons, Ltd, 2005.
4. Lerer L., Olshevsky V., Spitkovsky I.M. Convolution Equations and Singular Integral Operators. Basel: Springer, 2010.
5. Doherty J.F. Channel Equalization as a Regularized

Inverse Problem. CRC press, 1999.

6. Грешилов А.А. Некорректные задачи цифровой обработки информации и сигналов. М. Логос, 2009.
7. Султанов М.А., Кошанова М.Д., Устемирова Б.Б. О некорректности обратной задачи численного обращения одномерной свертки. Вестник Карагандинского университета. Серия: математика. 2016. № 4 (84). С. 117-123.
8. Маслаков М.Л. Выбор параметра регуляризации в задачах адаптивной фильтрации. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2019. Т. 59. № 6. С. 951-960.
9. Bauer F., Lukas M.A. Comparing parameter choice methods for regularization of ill-posed problem. Math. Comput. Simul. 2011, vol. 81. I. 9, pp. 1795-1841.
10. Hansen P.C. Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems, SIAM, Philadelphia, 1998.
11. Lu S., Pereverzev S.V. Regularization Theory for Ill-posed Problems. De Gruyter, Berlin, 2013.
12. Hochstenbach M.E., Reichel L., Rodriguez G. Regularization parameter determination for discrete ill-posed problems. J. Comput. Appl. Math. 273 (2015), pp. 132-149.
13. Hamarik U., Palm R., Raus T. A family of rules for parameter choice in Tikhonov regularization of ill-posed problems with inexact noise level. J. Comput. Appl. Math. 236 (2012), pp. 2146-2157.
14. Xiong F. Digital Modulation Techniques, Second Edition. Artech House, Inc, Boston, 2006.
15. Proakis J.G., M. Salehi. Digital Communications, Fifth Edition. New York, McGraw-Hill, 2008.
16. Левин Б.П. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. М.: Советское радио, 1960.
17. Kaipio J., Somersalo E. Statistical and computational inverse problems. Springer, New York, 2005.
18. Jammalamadaka S.R., SenGupta A. Topics in Circular Statistics. World Scientific Publishing Co., Singapore, 2001.
19. Mardia K.V., Jupp P.E. Directional Statistics. John Wiley & Sons, Inc, 2000.
20. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966.
21. Watteson C.C., Juroshek J.R., Bensema W.D. Experimental Confirmation of an HF Channel Model. IEEE Transactions on Communication Technology. 1970, vol. COM-18, no. 6, pp. 792-803.
22. Johnson E.E., Koski E., Furman W.N., Jorgenson M., Nieto J. Third-Generation and Wideband HF Radio Communications. Artech House, Inc, Boston, 2013.

Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

- Текст - текстовый редактор Microsoft Word, формулы – в редакции MathType.
- Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
- Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
- Название статьи на русском и английском языках.
- Рукопись статьи сопровождается: краткой аннотацией на русском и английском языках; номером УДК; сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта); ключевыми словами на русском и английском языках; актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) – желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) – М 1:1, разрешение не менее 300 dpi, формат tiff.