

ПРИМЕНЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ OFDM-СИГНАЛОВ В НЕСТАЦИОНАРНОМ РАДИОКАНАЛЕ

Егоров В.В., д.т.н., главный научный сотрудник, заведующий кафедрой Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения

*Клионский Д.М., к.т.н., доцент, доцент кафедры Информационных систем СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,
e-mail: klio2003@list.ru*

APPLICATION OF HARMONIC WAVELET TRANSFORM TO OFDM SIGNAL PROCESSING IN A NON-STATIONARY RADIO CHANNEL

Egorov V.V., Klionskiy D.M.

The present paper discusses some issues of OFDM-signal processing during its transmission via a non-stationary radio channel. We also consider temporal synchronization for OFDM signals. Mathematical models of the considered information signals are introduced. In order to extract the boundaries of orthogonal intervals at the reception side we suggest a technique based on the application of the harmonic wavelet transform and wavelet coefficient analysis. Due to the features of the signals under study and also features of harmonic wavelets, isolation of orthogonal interval boundaries is reached with the maximum possible accuracy. Application of harmonic wavelets to OFDM-signal processing allows us to increase information transition rate by 20-30 %.

Key words: OFDM signal, harmonic wavelet transform, wavelet coefficients, information signal, signal segmentation, temporal synchronization, non-stationary radio channel, time-frequency diagram of a signal, information transmission rate.

Ключевые слова: OFDM-сигнал, гармоническое вейвлет-преобразование, вейвлет-коэффициенты, информационный сигнал, сегментация сигнала, временная синхронизация, нестационарный радиоканал, частотно-временная диаграмма сигнала, информационная скорость передачи.

Введение

Широкое использование OFDM-сигналов (Orthogonal frequency-division multiplexing – мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов) для передачи и обработки информации в условиях нестационарного радиоканала предполагает решение ряда технологических задач, таких как частотная синхронизация, временная синхронизация и др. В условиях отсутствия или невозможности использования специальных синхронизирующих сигналов, что часто встречается на практике, эти задачи решаются путем обработки *информационных сигналов* [1].

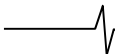
Широкое использование для передачи и дальнейшей обработки информационных сигналов получили методы временной синхронизации на основе вычисления взаимно корреляционной функции, когда OFDM-сигнал содержит циклический префикс, представляющий собой периодическое продолжение группового сигнала. Однако в этом случае непроизводительно расходуются временные ресурсы канала связи, что приводит к снижению информационной скорости передачи и, как следствие, к увеличению времени передачи. Также известен и широко используется спектральный способ синхронизации, требующий для своей реализации наличия свободных частот, что, в свою очередь, приво-

Рассмотрены вопросы обработки OFDM-сигнала при его передаче по нестационарному радиоканалу и проведении временной синхронизации. Введены математические модели рассматриваемых информационных сигналов. Для выделения границ интервалов ортогональности OFDM-сигнала на приемной стороне предлагается метод, основанный на применении гармонического вейвлет-преобразования и анализа вейвлет-коэффициентов. В силу особенностей сигналов, а также свойств гармонических вейвлетов выделение границ интервалов ортогональности достигается с максимальной возможной точностью. Применение гармонических вейвлетов при обработке OFDM-сигналов позволяет повысить информационную скорость передачи на 20-30 %.

дит к неэффективному использованию частотного ресурса [2].

Развитие теории цифровой обработки сигналов, в частности, применение вейвлет-преобразования и основанных на нем вычислительных методов и алгоритмов, открывает новые возможности для решения задачи временной синхронизации при отсутствии необходимости наличия циклического префикса и свободных от излучения частот в полосе, занимаемой OFDM-сигналом. Являясь адаптивным подходом в цифровой обработке сигналов, вейвлет-преобразование позволит с высокой точностью анализировать и обрабатывать временные процессы, в частности, выделять их границы, что является на сегодняшний день актуальным при передаче и обработке информационных сигналов в условиях нестационарного радиоканала.

В статье будет рассмотрена *временная синхронизация* [3]. При этом будут использованы математические модели сигналов, когда шумовая компонента не учитывается. Это связано с тем, что целью является опреде-



ление *структурного подхода* к решению задачи временной синхронизации с помощью гармонических вейвлетов и гармонического вейвлет-преобразования.

Ниже представлены следующие основные положения статьи:

Введены математические модели информационных OFDM-сигналов в задачах передачи информации в нестационарном радиоканале;

Описаны особенности рассматриваемых информационных OFDM-сигналов и представлена частотно-временная диаграмма информационного сигнала;

Приведены основные аналитические соотношения для вейвлет-преобразования в базисе гармонических вейвлетов. Показано, что скорость передачи информации при использовании гармонических вейвлетов для обработки OFDM-сигналов повышается на 20-30 %;

Предложен метод определения границ интервалов ортогональности OFDM-сигнала на основе гармонического вейвлет-преобразования и анализа рассчитанных вейвлет-коэффициентов;

Результаты и преимущества предложенного метода проиллюстрированы вычислительным экспериментом.

Актуальность рассматриваемой тематики

Большинство беспроводных радиоканалов являются нестационарными. Так, широко используемые коротковолновые радиоканалы (КВ-радиоканалы) позволяют передавать информационные сигналы на большие расстояния до нескольких тысяч километров без промежуточных узлов, используя для этой цели ионосферный канал. Сигнал на выходе ионосферного канала является нестационарным. Помимо этого, из-за движения ионосферной плазмы на приемной стороне наблюдается доплеровский сдвиг сигнала. Для выбора оптимальных параметров передачи необходимо осуществлять статистический анализ характеристик сигнала на выходе КВ-канала.

КВ-радиоканал обладает весьма ограниченным частотно-временным ресурсом, поэтому использование специальных зондирующих и тестовых сигналов для определения статистических характеристик радиоканала приводит к уменьшению пропускной способности радиоканала, а также значительному снижению показателей достоверности в случае неприема служебных сигналов на интервалах глубокого замирания, поэтому актуальной является задача определения функции автокорреляции, функции когерентности в частотно-временной области и др. Также нестационарными являются радиоканалы систем подвижной радиосвязи.

Таким образом, актуальной задачей является разработка методов установления частотно-временного синхронизма для его применения в составе систем передачи информации по нестационарному радиоканалу. В качестве математического аппарата для решения данной задачи актуальным является использование вейвлет-преобразования, поскольку данный адаптивный метод обеспечивает высокую точность решения задач, связанных с обработкой сигналов [4, 5].

Описание рассматриваемой задачи

Информационный сигнал в задаче передачи и обработки информации в условиях нестационарного радиоканала может быть описан следующей *математической моделью*:

$$s(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(l)} \cos(\omega_k(t - \Delta t_k) + \psi_k^{(l)}) \quad (1)$$

где l – номер интервала ортогональности информационного сигнала (обработка информационного сигнала на приемной стороне осуществляется по интервалам заданной длительности T), L – общее число интервалов длительностью T излучаемого сигнала, N – общее количество частот многочастотного сигнала, на которых происходит излучение, ω_k – k -я субчастота излучения, Δt_k – временная задержка k -го луча (k -й гармоники сигнала) в канале, $c_k^{(l)}$ – амплитуда гармоники на k -й субчастоте на интервале ортогональности с номером l . Сигнал излучается интервалами длительностью T , при этом все частотные составляющие сигнала на частотах ω_k излучаются одновременно.

Сигнал $s(t)$ называют также *групповым сигналом* в силу сложения с разными временными задержками, амплитудами и фазами гармонических компонент.

Параметры $\{c_k^{(l)}\}$ и $\{\psi_k^{(l)}\}$ соответствуют k -й частоте излучения и l -му интервалу ортогональности сигнала на приемной стороне. Начальные фазы $\{\psi_k^{(l)}\}$, соответствующие l -у интервалу ортогональности, являются случайными величинами, зависящими от передаваемого символа, и изменяются при переходе от одной гармоники к другой. Для каждого излучаемого фрагмента математическая модель (1) является аналогом ряда Фурье периодического сигнала.

Частота k -й гармоники излучения кратна периоду дискретизации по частоте и определяется следующими соотношениями:

$$\omega_k = k\Delta\omega, \quad \Delta\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Часто более удобно представление *информационного сигнала* в виде:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} [a_k^{(l)} \cos(\omega_k t) + b_k^{(l)} \sin(\omega_k t)] \cdot \Pi(t, t_k, t_{k+1}), \quad (2)$$

где $\{a_k^{(l)}, b_k^{(l)}\}$ – набор информационных параметров, который также меняется при переходе от одного интервала ортогональности длительностью T с номером l к другому последующему интервалу с номером $l+1$, функция временного окна $\Pi(t, t_k, t_{k+1})$ определяется выражением:

$$\Pi(t, t_k, t_{k+1}) = E(t - t_k) - E(t - t_{k+1}),$$

где $E(t)$ – единично-ступенчатая функция, определяемая соотношением:

$$E(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}.$$

На приемной стороне все частоты претерпевают сдвиг

$$\bar{f}_k = f_k + \delta f, k = 0, N-1,$$

а информационный сигнал $\bar{s}(t)$ описывается математической моделью:

$$\bar{s}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \left[a_k^{(l)} \gamma_k \cos(\bar{\omega}_k(t - \tau_{\text{зап},k})) + b_k^{(l)} \gamma_k \sin(\bar{\omega}_k(t - \tau_{\text{зап},k})) \right], \quad (3)$$

где $\bar{\omega}_k = \omega_k + \delta\omega$, множитель γ_k отвечает за частотно-селективные свойства радиоканала, $\tau_{\text{зап},k}$ – значение задержки для спектральной составляющей на частоте ω_k в выражении (3).

Частотно-временная диаграмма информационного сигнала, соответствующего математической модели (2), представлена на рис. 1. На данной диаграмме параметры $\{a_{k1}, b_{k1}\}$, $\{a_{k2}, b_{k2}\}$, $\{a_{k3}, b_{k3}\}$, ... означают информационные параметры сигнала (k – номер частоты дискретной гармоники) для соответствующего интервала длительностью T . Пунктирной линией показаны защитные интервалы, а величины f_n и f_v означают нижнюю и верхнюю граничные частоты передаваемого и затем обрабатываемого информационного сигнала. На рис. 1 параметр T_3 означает ширину защитного интервала, T_0 – величина интервала ортогональности (временной интервал, на котором гармоники являются ортогональными), Δf – шаг по частоте – расстояние между двумя соседними частотами гармонических функций (рассматривается случай эквидистантного расположения частот гармоник). Для величин Δf и T_0 выполняется соотношение: $\Delta f \cdot T_0 = 1$.

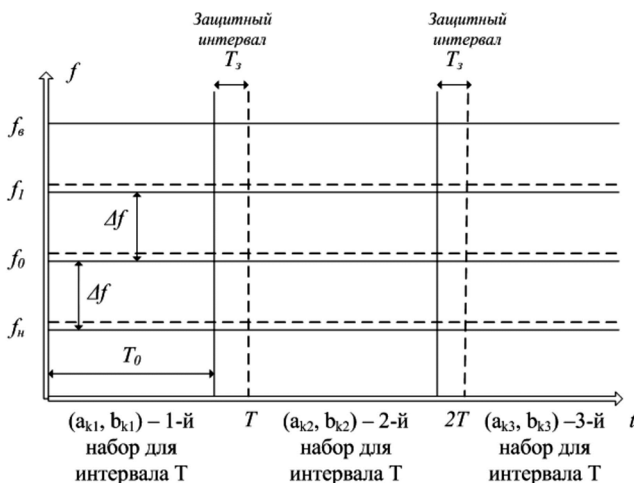


Рис. 1. Частотно-временная диаграмма информационного сигнала

Защитный интервал необходим для того, чтобы он включал в себя задержки на временной оси, соответствующие каждой из компонент на k -й частоте.

Величины $\{a_k, b_k\}$ представляют собой информационные пары (синфазно-квадратурные составляющие), на основе которых формируется передаваемый символ $\{a_k, b_k\} \Leftrightarrow \alpha_k$.

На каждом интервале l будет своя пара передаваемых символов для каждой частоты ω_k :

Для 1-го интервала ($l = 1$):

передаваемые параметры:

$a_1^{(1)}, b_1^{(1)}$ – частота ω_1 ; $a_2^{(1)}, b_2^{(1)}$ – частота ω_2 ; ;
 $a_k^{(1)}, b_k^{(1)}$ – частота ω_k ;

Для 2-го интервала ($l = 2$):

передаваемые параметры:

$a_1^{(2)}, b_1^{(2)}$ – частота ω_1 ; $a_2^{(2)}, b_2^{(2)}$ – частота ω_2 ; ;
 $a_k^{(2)}, b_k^{(2)}$ – частота ω_k ;

Для l -го интервала:

передаваемые параметры:

$a_1^{(l)}, b_1^{(l)}$ – частота ω_1 ; $a_2^{(l)}, b_2^{(l)}$ – частота ω_2 ; ;
 $a_k^{(l)}, b_k^{(l)}$ – частота ω_k .

На приемной стороне отсутствует информация о том, где расположены границы интервалов во времени, равные kT . Эти границы должны быть определены с максимально возможной точностью для того, чтобы затем провести демодуляцию.

На приемной стороне известна длительность защитного интервала, а также общая длительность сигнала, однако неизвестны моменты смены интервалов длительностью T , что как раз предлагается определять с помощью гармонического вейвлет-преобразования.

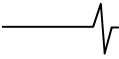
Повышение скорости передачи можно проиллюстрировать на таком примере. Возьмем часто применяемое на практике при передаче информационных сигналов значение $T = 20$ мс, при этом интервал ортогональности $T_0 = 16$ мс, а защитный интервал $T_3 = 4$ мс (длина защитного интервала определяется как разность значения T и интервала ортогональности T_0). При наличии защитного интервала информационная скорость составляет $V = 1/20 \text{ мс} = 50$ симв/с. Если для определения временных границ применяется гармоническое вейвлет-преобразование, то защитный интервал не используется. В этом случае информационная скорость составит $V = 1/16 \text{ мс} = 62,5$ симв/с. Таким образом, скорость передачи возросла на 25 %, что является существенным результатом.

Вейвлет-преобразование в базисе на основе гармонических вейвлетов (гармоническое вейвлет-преобразование)

Гармонические вейвлеты представляют собой базисные функции, спектры которых имеют вид прямоугольной волны в заданном диапазоне частот [6-9]. На нулевом уровне ($j = 0$) выражение для спектральной плотности [10] $W(\omega)$ базисного вейвлета имеет следующий вид, приняв фазу равной нулю [8]:

$$W(\omega) = \begin{cases} 1/2\pi, & 2\pi \leq \omega < 4\pi \\ 0, & \omega < 2\pi, \omega \geq 4\pi. \end{cases} \quad (4)$$

Во временной области на основе использования обратного преобразования Фурье (ОПФ) от (4) выражение



для базисной функции имеет вид ($i = \sqrt{-1}$):

$$w(x) = \frac{e^{i4\pi x} - e^{i2\pi x}}{i2\pi x}. \quad (5)$$

Базисный вейвлет является комплекснозначным, как и само гармоническое вейвлет-преобразование, результат вычисления которого имеет вещественную и мнимую части.

Рассмотрим выражение для спектра базисного вейвлета, соответствующего произвольному j -у уровню разложения и сдвигу на величину p :

$$W(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} 2^{-j} e^{-\frac{i\omega p}{2^j}}, & 2\pi 2^j \leq \omega < 4\pi 2^j \\ 0, & \omega < 2\pi 2^j, \omega \geq 4\pi 2^j, \end{cases} \quad (6)$$

Аналогично тому, как это было сделано ранее, найдем ОГФ от (6):

$$w(2^j x - p) = \frac{e^{i4\pi(2^j x - p)} - e^{i2\pi(2^j x - p)}}{i2\pi(2^j x - p)}, \quad (7)$$

где $j \geq 0$, $|p| < \infty$. Из (6) следует, что гармонические вейвлеты имеют *конечный (компактный) носитель* [4,6,7] в частотной области и бесконечный носитель во временной области (носитель функции – интервал, где функция отлична от нуля).

Для $j = -1$ (соответствует *масштабирующей функции*) выражение для $W(\omega)$ имеет вид [6,8]:

$$W(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} e^{-i\omega p}, & 0 \leq \omega < 2\pi \\ 0, & \omega < 0, \omega \geq 2\pi, \end{cases} \quad (8)$$

откуда во временной области получаем

$$\phi(x - p) = \frac{e^{i2\pi(x-p)} - 1}{i2\pi(x-p)}, \quad (9)$$

где $|p| < \infty$, $\phi(x)$ – масштабирующая функция.

Масштабирующая функция имеет самый грубый масштаб (самое грубое временное разрешение), а базисная функция с максимальным значением номера уровня разложения j имеет самый тонкий масштаб (самое лучшее временное разрешение), что проиллюстрировано далее в табл. 1.

Причина выбора именно такой масштабирующей функции (9) и базисных вейвлетов (7) состоит в том, что они образуют *ортogonalное множество*, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(2^j x - p) w(2^r x - s) dx = 0 \quad \forall j, p, r, s \quad (j, r \geq 0), \quad (10)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(2^j x - p) w^*(2^r x - s) dx = 0 \quad (11)$$

$$\forall j, p, r, s \quad (j, r \geq 0; r \neq j; s \neq p),$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |w(2^j x - p)|^2 dx = 1/2^j. \quad (12)$$

Для масштабирующей функции (9) справедливы аналогичные соотношения ортогональности. Кроме того, масштабирующая функция и базисные вейвлеты также являются ортогональными. Вышеприведенные результаты говорят о том, что функции $w(2^j x - k)$ и

$\phi(x - p)$ образуют *ортogonalный базис*. Функциональный ряд для некоторой функции $f(x)$ по гармоническим вейвлетам сходится в среднеквадратическом смысле при условии, что функция является квадратично интегрируемой.

С учетом рассмотренных особенностей можно выделить следующие основные свойства гармонических вейвлетов:

Гармонические вейвлеты имеют *компактный носитель* в частотной области, что эффективно при решении задачи локализации характерных особенностей сигналов в частотной области;

Существуют и используются на практике быстрые алгоритмы вычисления вейвлет-коэффициентов и восстановления сигнала во временной области, основанные на быстром преобразовании Фурье (БПФ).

Вейвлет-коэффициенты *гармонических сигналов* при вычислении гармонического вейвлет-преобразования *будут равны нулю или близки к нулю* (с учетом вычислительных погрешностей), что позволит выделять фрагменты в OFDM-сигналах в вейвлет-области и затем пересчитывать границы фрагментов (интервалов ортогональности) во временную область.

Рассматриваемые OFDM-сигналы имеют локализацию в частотной области, в связи с чем применение гармонического вейвлет-преобразования, обладающего локализационными свойствами в частотной области, является оправданным. Кроме того, на практике приходится зачастую обрабатывать сигналы большого объема (большой длины сигнальной выборки), и при этом быстрые вычислительные алгоритмы гармонического вейвлет-преобразования окажутся эффективными.

Вычисление вейвлет-коэффициентов гармонического вейвлет-преобразования производится в соответствии с выражениями:

$$a_{j,p} = 2^j \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) w^*(2^j x - p) dx; \quad \tilde{a}_{j,p} = 2^j \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) w(2^j x - p) dx; \quad (13)$$

$$a_{\phi,p} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \phi^*(x - p) dx; \quad \tilde{a}_{\phi,p} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \phi(x - p) dx. \quad (14)$$

Для вещественных функций $f(x)$ данные коэффициенты подчиняются условию $\tilde{a}_{j,p} = a_{j,p}^*$, $\tilde{a}_{\phi,p} = a_{\phi,p}^*$. Представление функции в виде функционального ряда выполняется следующим образом:

$$f(x) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (a_{\phi,p} \phi(x - p) + \tilde{a}_{\phi,p} \phi^*(x - p)) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} (a_{j,p} w(2^j x - p) + \tilde{a}_{j,p} w^*(2^j x - p)). \quad (15)$$

Таким образом, для нахождения коэффициентов вейвлет-разложения необходимо получить значения $\tilde{a}_{j,p}, a_{j,p}, a_{\phi,p}, \tilde{a}_{\phi,p}$. Вычисление вейвлет-коэффициентов детально описано в [6, 7, 8]. Ключевым моментом является то, что для вычисления вейвлет-коэффициентов переходят к октавной (блочной) модификации.

Таблица 1. Распределение вейвлет-коэффициентов по уровням разложения

Номер уровня разложения j	Вейвлет-коэффициенты	Количество вейвлет-коэффициентов
-1	a_0	1
0	a_1	1
1	a_2, a_3	2
2	a_4, a_5, a_6, a_7	4
3	a_8, \dots, a_{15}	8
.....
j	$a_{2^j}, \dots, a_{2^{j+1}-1}$	2^j
.....
$n-2$, где $n = \log_2 M$	$a_{M/4}, \dots, a_{M/2-1}$	2^{n-2}

гармонического вейвлет-преобразования. Данная модификация позволяет получить конечный набор вейвлет-коэффициентов, а также физически реализуемые вейвлет-фильтры. Для вычисления используется двухэтапный алгоритм на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [6].

Распределение вейвлет-коэффициентов по уровням блочного гармонического вейвлет-разложения проиллюстрировано в табл. 1.

Определение границ процессов в информационном сигнале.

Применение гармонических вейвлетов

Выделение границ интервалов ортогональности в принятом информационном OFDM-сигнале (на приемной стороне) называется *сегментацией*. Для задачи сегментации в качестве исходных данных выступает принимаемый информационный OFDM-сигнал.

В результате сегментации получается сигнал, представленный в виде упорядоченной во времени последовательности сегментов - участков конечной длины, выделенных по заданному алгоритму [11]. Найденные временные границы должны соответствовать моментам начала и окончания интервалов ортогональности в принятом информационном сигнале.

Формально задача сегментации формулируется следующим образом. Имеется сигнал $s(n)$, $n = 0, \dots, M-1$, где n - номер отсчета сигнала, M - общее количество отсчетов. Для удобства сигнал представляется конечным набором дискретных отсчетов. Сигнал можно представить совокупностью пар значений $\{n, s(n)\}$. Для каждого временного отсчета i , удовлетворяющего условию $0 < i < M-1$, требуется установить, какая из двух альтернативных гипотез H_0 (нулевая гипотеза) или H_1 (ненулевая гипотеза) является истинной. Гипотеза H_0 соответствует продолжению текущего сегмента. Гипотеза H_1 соответствует смене сегмента в момент времени i . Ниже приведена формальная запись двух гипотез:

$H_0: s(j), \dots, s(i), \dots, s(p)$ соответствует модели T_{01} , (16)
против

$H_1: s(j), \dots, s(i-1)$ соответствует модели T_{01} , (17)

$s(i), \dots, s(p)$ соответствует модели T_{02} , (18)

где $j \geq 0$ - граница предыдущего (по отношению к выделяемому) сегмента, i - левая граница нового сегмента, точное местоположение которой требуется установить, p - отсчет, соответствующий границе следующего сегмента после искомого, при этом $2 < p \leq M$.

В формулах (16) - (18) T_0 - семейство моделей, характеризующихся вектором характеристик θ . T_{01} - модель, соответствующая сегменту с началом в точке j , T_{02} - модель следующего за искомым сегмента с началом в точке i . В результате проведенной сегментации должны быть сформированы три множества:

$V_1 = \{st_i\}, i = 1, \dots, Seg$, $V_2 = \{fn_i\}, i = 1, \dots, Seg$,
 $V_3 = \{\theta i\}, i = 1, \dots, Seg$, (19)

где Seg - количество найденных сегментов, V_1 и V_2 - множества координат левых и правых границ сегментов соответственно, V_3 - множество, содержащее вектора характеристик сегментов.

Предлагаемый алгоритм сегментации (выделения границ интервалов ортогональности в принятом информационном OFDM-сигнале) можно записать в виде следующей последовательности действий:
Детальный анализ вычисленных вейвлет-коэффициентов

$w_q(m)$, $q = (\log_2 M) - 1$; $m = \frac{M}{4}, \dots, \frac{M}{2} - 1$ самого тонкого уровня гармонического вейвлет-разложения;

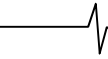
Выделение участков с незначимыми вейвлет-коэффициентами в вейвлет-области.

Вейвлет-коэффициенты $w_q(m)$ полагаются незначимыми, если они удовлетворяют условию:

$$|w_q(m)| < \eta, \quad q = (\log_2 M) - 1; \quad m = (M/4) \dots (M/2) - 1, \quad (20)$$

где η - величина с близким к нулю значением ($\eta \approx 10^{-5} \dots 10^{-3}$).

По результатам сегментации в вейвлет-области формируется множество A_1 вейвлет-коэффициентов на самом тонком уровне разложения:



$$A_i : \{w_q(m)\}, m \in [n_0, n_1] \cup \dots \cup [n_j, n_{j+1}] \cup \dots \quad (21)$$

где $n_0, n_1, \dots, n_j, n_{j+1}, \dots$ - границы сегментов в пространстве вейвлет-коэффициентов, \cup - символ объединения множеств значений.

В противном случае, вейвлет-коэффициенты являются значимыми и соответствуют иному процессу, отличному от гармонического;

Пересчет границ сегментов $\{st_i\}, \{fn_i\}, i = 1, \dots, Seg$ во временную область.

Сегментация информационного сигнала на приемной стороне с целью оценивания временных границ проиллюстрирована на рис. 2, где показаны участки вейвлет-коэффициентов, соответствующие гармоническому сигналу, и моменты времени, соответствующие изменению типа модели (всплески в тех точках, где наблюдается переход от одного типа модели к другому).

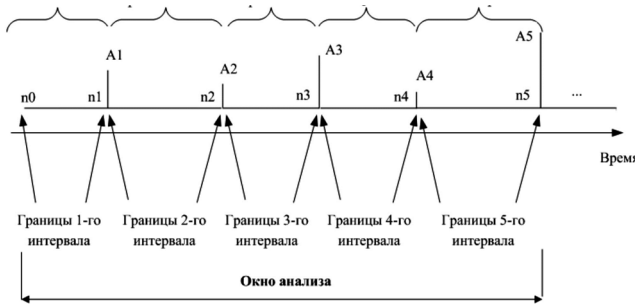


Рис. 2. Иллюстрация выделения интервалов ортогональности принятого информационного OFDM-сигнала на основе гармонического вейвлет-преобразования (анализ значений вейвлет-коэффициентов на самом тонком уровне разложения)

Моменты времени, соответствующие границам интервалов ортогональности в вейвлет-области, обозначены как $n_0, n_1, \dots, n_5, \dots$. Высота вертикальных линий на границах соответствует амплитудам вейвлет-коэффициентов на границах интервалов ортогональности, а сами значения вейвлет-коэффициентов обозначены как $A_1, A_2, \dots, A_5, \dots$. Именно эти ненулевые вейвлет-коэффициенты выявляются с помощью предложенного алгоритма сегментации на основе гармонического вейвлет-преобразования. Они обозначают переход к новому интервалу ортогональности OFDM-сигнала.

Вычислительный эксперимент

Рассмотрим OFDM-сигнал на участке длиной 32768 отсчетов при частоте дискретизации $f_s = 10$ кГц. Длительность одного интервала ортогональности сигнала составляет $T_{fr} = 3,2768$ с. В данном вычислительном эксперименте рассматривается 4 последовательных интервала ортогональности, в связи с чем длительность всего рассматриваемого участка (длина окна анализа) составляет 131072 отсчета, что соответствует в шкале абсолютного времени значению 13.1072 с. Шаг по частоте на частотно-временной диаграмме сигнала составляет $\Delta\omega = 2\pi / T_{fr} = 1,9165$ рад/с.

Частоты ω_k сигнала, согласно математической мо-

дели (1), принимают значения $\omega_1 = 2\Delta\omega$; $\omega_2 = 5\Delta\omega$; $\omega_3 = 4\Delta\omega$; $\omega_4 = 3\Delta\omega$. Амплитуды гармонических составляющих в математической модели (1) равны соответственно

1-й интервал ортогональности: $c_1^{(1)} = 0,8$;
 $c_2^{(1)} = 0,6$; $c_3^{(1)} = 0,4$; $c_4^{(1)} = 0,8$,

2-й интервал ортогональности: $c_1^{(2)} = 1,7$;
 $c_2^{(2)} = 0,4$; $c_3^{(2)} = -0,8$; $c_4^{(2)} = 0,15$,

3-й интервал ортогональности: $c_1^{(3)} = 0,9$;
 $c_2^{(3)} = -1,8$; $c_3^{(3)} = -0,1$; $c_4^{(3)} = 2,30$,

4-й интервал ортогональности: $c_1^{(4)} = 0,25$;
 $c_2^{(4)} = -0,15$; $c_3^{(4)} = 2,36$; $c_4^{(4)} = -1,12$.

Начальные фазы гармонических составляющих равны соответственно

1-й интервал ортогональности: $\psi_1^{(1)} = \pi/7$;
 $\psi_2^{(1)} = \pi/3$; $\psi_3^{(1)} = \pi/4$; $\psi_4^{(1)} = \pi/9$,

2-й интервал ортогональности: $\psi_1^{(2)} = \pi/2$;
 $\psi_2^{(2)} = \pi/9$; $\psi_3^{(2)} = \pi/12$; $\psi_4^{(2)} = \pi/3,5$,

3-й интервал ортогональности: $\psi_1^{(3)} = 3\pi/5$;
 $\psi_2^{(3)} = \pi/2$; $\psi_3^{(3)} = 8\pi/7$; $\psi_4^{(3)} = \pi/1,5$,

4-й интервал ортогональности: $\psi_1^{(4)} = -6\pi/5$;
 $\psi_2^{(4)} = -\pi/4$; $\psi_3^{(4)} = 2\pi/3$; $\psi_4^{(4)} = 0,2\pi$.

Математическая модель OFDM-сигнала в окне анализа имеет вид:

$$s(t) = \sum_{l=1}^4 \sum_{k=0}^3 c_k^{(l)} \cos(\omega_k(t - \Delta t_k) + \psi_k^{(l)}). \quad (22)$$

Временные задержки лучей (гармонических составляющих) взяты равными

$$\Delta t_1 = 0,003 \text{ мс}, \quad \Delta t_2 = 0,005 \text{ мс},$$

$$\Delta t_3 = 0,006 \text{ мс}, \quad \Delta t_4 = 0,007 \text{ мс}.$$

График сигнала, соответствующего математической модели (1), показан на рис. 3.

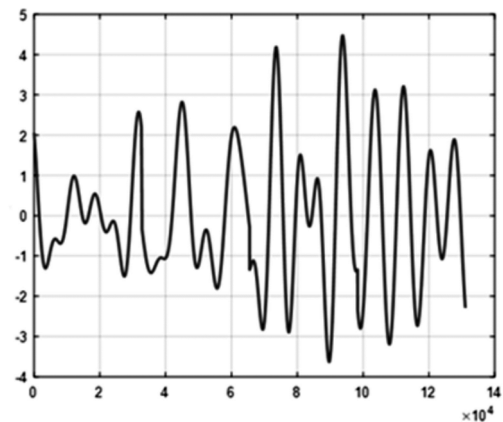


Рис. 3. Временная реализация информационного OFDM-сигнала

В результате применения гармонического вейвлет-преобразования получено 17 уровней вейвлет-разложения, включая начальный уровень, соответствующий

ющий масштабирующей функции $\phi(x)$. Гармоническое вейвлет-разложение сигнала имеет также интерпретацию октавного банка фильтров. Начальные уровни вейвлет-разложения имеют грубые масштабы, а затем, при увеличении номера уровня разложения j временное разрешение улучшается. При этом последний 17-й уровень является самым тонким уровнем разложения. Графики двух последних уровней вейвлет-разложения (с номерами $j=16$ и $j=17$) показаны на рис. 4 и 5. Приведены вещественные части комплекснозначных вейвлет-коэффициентов (отложены по вертикальным осям на рис. 4).

Путем применения предложенного алгоритма сегментации вейвлет-коэффициентов получены значения границ интервалов ортогональности в OFDM-сигнале (в шкале дискретного нормированного времени, т.е. номеров дискретных отсчетов): $n_0 = 1$, $n_1 = 32768$, $n_2 = 65536$, $n_3 = 98304$, $n_4 = 131072$, что соответствует исходной математической модели.

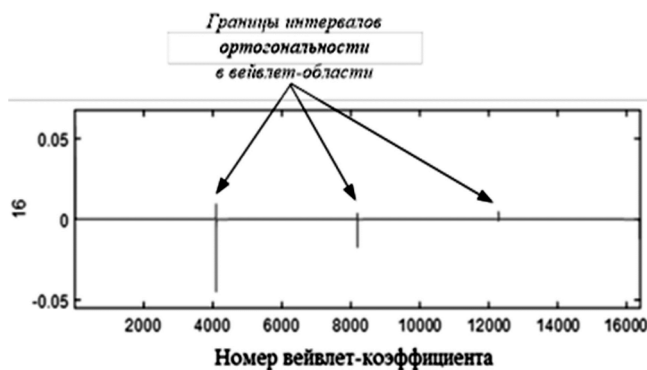


Рис. 4. Вейвлет-коэффициенты гармонического вейвлет-преобразования сигнала для 16-го уровня вейвлет-разложения



Рис. 5. Вейвлет-коэффициенты гармонического вейвлет-преобразования сигнала для 17-го уровня вейвлет-разложения

Полученные результаты показали возможность установления временного синхронизма без использования частотно-временной избыточности. В дальнейшем возникает задача определения точности установления временного синхронизма с учетом влияния ряда дестабилизирующих факторов.

Заключение

В статье рассмотрено применение гармонического вейвлет-преобразования для обработки и анализа OFDM-сигналов в нестационарном радиоканале. Разработан метод выделения на приемной стороне границ интервалов ортогональности в информационном OFDM-сигнале с использованием гармонических вейвлетов и анализа вейвлет-коэффициентов на различных уровнях разложения, что проиллюстрировано вычислительным экспериментом. Использование вейвлет-технологии позволяет в условиях частотно-временной избыточности OFDM-сигнала устанавливать временной синхронизм с точностью, необходимой для передачи и обработки информационных сигналов с заданным качеством. Предлагаемый метод позволяет повысить информационную скорость на 20-30 %.

Литература

1. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шлома А.М., Шумов А.П. Технология OFDM. Учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия-Телеком, 2021, 360 с.
2. В.В. Егоров, А.Е. Тимофеев Установление частотно-временной синхронизации в многочастотных КВ-системах передачи данных. Электросвязь, № 7, 2013. С. 41-44.
3. Шахтарин Б.И., Сизых В.В., Сидоркина Ю.А. и др. Синхронизация в радиосвязи и радионавигации. М.: Горячая линия-Телеком, 2011, 278 с.
4. С. Малла Вейвлеты в обработке сигналов; пер. с англ. М.: Мир, 2005. 671 с.
5. Н.К. Смоленцев Вейвлет-анализ в Matlab. 3-е изд. М.: ДМК Пресс, 2010. 448 с.
6. D.E. Newland. Harmonic wavelet analysis, Proceedings of the Royal Society of London, Series A (Mathematical and Physical Sciences), vol. 443, no. 1917, pp. 203-225 (8 Oct. 1993).
7. D.E. Newland Random vibrations, spectral and wavelet analysis, 3rd edn. Harlow: Longman, and New York: John Wiley, 1993.
8. Н.И. Орешко, В.В. Гелпенер, Д.М. Клионский Применение гармонических вейвлетов в задачах обработки осциллирующих сигналов. Цифровая Обработка Сигналов, № 2, 2012, С. 6-14.
9. Д.М. Клионский, Н.И. Орешко. Характеристики реальных вейвлет-фильтров применительно к гармоническому вейвлет-преобразованию. Цифровая обработка сигналов и ее применения – DSPA'2013: Тез. докл. 15-й междунар. конф. г. Москва, 27-29 марта 2013. М.: 2013. С. 302-306.
10. А.Б. Сергиенко. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2007, 751 с.
11. А.А. Жиглявский, А.Е. Красковский Обнаружение разладки случайных процессов в задачах радиотехники. Л.: Изд-во Ленинградского Университета, 1988, 224 с.