

УДК 621.372

ТЕОРИЯ, МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОГИБАЮЩИХ ДВУМЕРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ФИНИТНЫХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ НА БАЗЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ С ВАРЬИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Пономарева Н.В., к.т.н., доцент Севастопольского государственного университета, e-mail: yolkanv@gmail.com

THEORY, METHODS AND ALGORITHMS FOR DETERMINING ENVELOPES OF TWO-DIMENSIONAL DISCRETE FINITE REAL SIGNALS ON THE BASIS OF FOURIER TRANSFORMS WITH VARYING PARAMETERS

Ponomareva N.V.

The paper considers the theory, methods and algorithms for determining the envelopes of two-dimensional discrete finite real signals. The basics of the theory of two-dimensional discrete Fourier transform with variable parameters are briefly given. A generalization of the discrete Hilbert transform to the case of two-dimensional real signals is made; it is noted that the transition from one-dimensional to two-dimensional Hilbert transform of finite signals is not trivial. In this paper we present the algorithms for determining the envelopes of two-dimensional discrete finite real signals based on the 1) classical two-dimensional discrete Fourier transform, 2) two-dimensional discrete Fourier transform with variable parameters and 3) two-dimensional discrete Hilbert transform are presented. The theoretical results obtained in the article are confirmed by mathematical modeling. It is proved that not taking into account the type of envelope used in digital processing can lead to the loss of information about the properties and states of the investigated objects, phenomena and processes, and to errors.

Key words: two-dimensional discrete Hilbert transform, two-dimensional discrete Fourier transform, two-dimensional discrete Fourier transform with varying parameters, two-dimensional signal envelope.

Ключевые слова двумерное дискретное преобразование Гильберта, двумерное дискретное преобразование Фурье, двумерное дискретное преобразование Фурье с варьируемыми параметрами, двумерная огибающая сигнала.

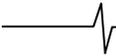
Введение

Расширение приложений цифровой обработки сигналов (ЦОС), рост сложности задач, решаемых системами ЦОС, приводит к переходу от одномерной Фурье-обработки к двумерным методам и алгоритмам. Отметим, что этот переход далеко не тривиален, поскольку является не только количественным, а, прежде всего, качественным переходом. Сказанное в полной мере относится и к теории, методам и алгоритмам определения огибающих двумерных дискретных финитных действительных (ДФД) сигналов на основе дискретных преобразований Фурье.

Рассмотрим кратко основные методы и алгоритмы цифровой Фурье-обработки двумерных финитных сигналов, а также основные этапы развития теоретических основ этого вида обработки. Теоретические и практические вопросы Фурье-обработки двумерных дискретных финитных комплексных (2D ДФК) и действительных (2D ДФД) сигналов рассмотрены в работах [7-10]. В работе [6] изложены основы теории цифровой обработки 2D ДФК и 2D ДФД сигналов в базисах Фурье с варьируемыми параметрами. Двумерное дискретное преобразование Фурье (2D ДПФ) с варьируемыми параметрами (2D ДПФ-ВП), предложенное в работе [6], является обобщением классического 2D ДПФ и позволяет путем варьирования пара-

Рассмотрены основные методы и алгоритмы двумерной цифровой Фурье-обработки двумерных финитных сигналов, а также основные этапы развития теоретических основ этого вида обработки. Отмечается не тривиальность перехода от одномерной к двумерной Фурье-обработке финитных сигналов. Поскольку этот переход является в большей степени качественным, а не количественным переходом, рассмотрены теория, методы и алгоритмы определения огибающих двумерных дискретных финитных действительных сигналов на основе двумерных дискретных преобразований Фурье с варьируемыми параметрами. Кратко приведены основы теории двумерных дискретных унитарных преобразований Фурье с варьируемыми параметрами. Данные преобразования являются обобщением классического двумерного дискретного преобразования Фурье и позволяют путем варьирования параметров «управлять» свойствами преобразований Фурье. Приведены аксиоматические положения двумерной Фурье-обработке финитных сигналов. Рассмотрены алгоритмы вычисления классического двумерного дискретного преобразования Фурье и двумерных дискретных преобразований Фурье с варьируемыми параметрами, основанные на сепарабельности ядер этих преобразований. Дано обобщение дискретного преобразования Гильберта дискретных финитных действительных сигналов на двумерный случай. Отмечена нетривиальность такого обобщения, поскольку переход от одномерного к двумерному дискретному преобразованию Гильберта также является, прежде всего, не количественным, а качественным переходом. Даны алгоритмы определения огибающих двумерных дискретных финитных действительных сигналов на основе классического двумерного дискретного преобразования Фурье и двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами. Теоретические результаты, полученные в статье, подтверждены математическим моделированием. Доказано, что не принятие во внимание при цифровой Фурье-обработке вида используемой огибающей, может приводить к потере информации о свойствах и состояниях исследуемых объектов, явлений и процессов, а также досадным ошибкам.

метров «управлять» свойствами 2D ДПФ-ВП.



Анализ теории 2D Фурье-обработки 2D ДФК и 2D ДФД сигналов показал, что она (теория) базируется на следующих аксиоматических положениях [2, 5-6, 15-18]:

Определение 2D ДФК и 2D ДФД сигналов на конечной двумерной опорной области $SA_{N_1 \times N_2}$, которая трактуется как двумерный фундаментальный период $SA_{N_1 \times N_2}$ (2D период)¹. 2D период, в свою очередь, определяется горизонтальным и вертикальным периодами.

Определение сдвига двумерного дискретного сигнала в виде циклического сдвига, осуществляемого путем циклических перестановок его отсчетов на конечной двумерной опорной области $SA_{N_1 \times N_2}$.

Определение полной 2D базисной системы, состоящей из двумерных дискретных экспоненциальных функций (2D базисной системы 2D ДЭФ):

$$def_{N_1, N_2}(k_1, n_1, k_2, n_2) = W_{N_1}^{k_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{k_2 n_2} = \quad (1)$$

$$= \left(\cos \frac{2\pi}{N_1} k_1 n_1 - j \sin \frac{2\pi}{N_1} k_1 n_1 \right) \times$$

$$\left(\cos \frac{2\pi}{N_2} k_2 n_2 - j \sin \frac{2\pi}{N_2} k_2 n_2 \right) =$$

$$= \cos \left(\frac{2\pi}{N_1} k_1 n_1 + \frac{2\pi}{N_2} k_2 n_2 \right) - j \sin \left(\frac{2\pi}{N_1} k_1 n_1 + \frac{2\pi}{N_2} k_2 n_2 \right);$$

$$\text{где } W_{N_1}^{k_1 n_1} = \exp \left(-j \frac{2\pi}{N_1} k_1 n_1 \right); \quad W_{N_2}^{k_2 n_2} = \exp \left(-j \frac{2\pi}{N_2} k_2 n_2 \right);$$

k_1, k_2 – пространственные частоты, $n_1 = \overline{0, N_1 - 1}$, $n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$; $k_1 = \overline{0, (N_1 - 1)}$, $k_2 = \overline{0, (N_2 - 1)}$.

В работах [5-6, 15, 19-27] на основе проведенного системного анализа свойств унитарного преобразования² 2D ДПФ – теоретической основы Фурье-обработки 2D ДФК и 2D ДФД сигналов, эффективность и результативность которого доказана временем, сделаны следующие важные выводы:

2D ДПФ можно интерпретировать как двумерный дискретный ряд Фурье, свойства которого во многом определяют свойства 2D ДПФ.

Свойства 2D ДПФ математически точны и не могут рассматриваться как аппроксимация свойств непрерывного преобразования Фурье (НПФ).

Ядра преобразования 2D ДПФ симметричны и разделимы (сепарабельны);

2D ДПФ может быть реализовано быстрыми алгоритмами.

Оценки, получаемые помощью 2D ДПФ, структурно устойчивы (робастны).

¹ **Опорная область** $SA_{N_1 \times N_2}$ (2D период) – это диапазон значений переменных n_1 и n_2 , для которого двумерная последовательность $x(n_1, n_2)$ отлична от нуля. Более подробно понятие опорной области будет рассмотрено далее.

² **Линейное преобразование является унитарным преобразованием** – если его оператор обратим, а его ядро удовлетворяет условиям ортогональности.

2D ДПФ в алгебраической форме задается следующим соотношением:

$$S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) W_{N_1}^{k_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{k_2 n_2}; \quad (2)$$

где $k_1 = \overline{0, (N_1 - 1)}$, $k_2 = \overline{0, (N_2 - 1)}$ – пространственные частоты; $x(n_1, n_2)$ – 2D ДФК или 2D ДФД сигнал, $n_1 = \overline{0, N_1 - 1}$, $n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$; $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$ – коэффициенты (бины) 2D ДПФ (векторный 2D пространственно-частотный спектр 2D ДФК или 2D ДФД сигнала $x(n_1, n_2)$).

Учитывая свойство сепарабельности ядер 2D ДПФ, алгебраическая форма 2D ДПФ может быть представлена в виде:

$$S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) = \frac{1}{N_1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W_{N_1}^{k_1 n_1} \left[\frac{1}{N_2} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) W_{N_2}^{k_2 n_2} \right]; \quad (3)$$

или в виде:

$$S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) = \frac{1}{N_2} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} W_{N_2}^{k_2 n_2} \left[\frac{1}{N_1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} x(n_1, n_2) W_{N_1}^{k_1 n_1} \right]. \quad (4)$$

С математической точки зрения 2D ДФК или 2D ДФД сигнал $x(n_1, n_2)$ – это двумерная последовательность конечной длины, являющаяся множеством комплексных или действительных чисел, определенных для упорядоченных пар целых чисел n_1 и n_2 , при $0 \leq n_1 \leq N_1 - 1$; $0 \leq n_2 \leq N_2 - 1$ [7]. 2D ДФК и 2D ДФД сигнал $x(n_1, n_2)$ на прямоугольной пространственной опорной плоскости $SA_{N_1 \times N_2}$, при $0 \leq n_1 \leq N_1 - 1$ и $0 \leq n_2 \leq N_2 - 1$, может быть представлен в виде матрицы:

$$\mathbf{X}_{N_1 \times N_2} = \quad (5)$$

$$= \begin{matrix} & & 0 & 1 & \dots & (N_2 - 1) & n_2 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N_1 - 1) \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} x(0,0) & x(0,1) & \dots & x(0, N_2 - 1) \\ x(1,0) & x(1,1) & \dots & x(1, N_2 - 1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(N_1 - 1, 0) & x(N_1 - 1, 1) & \dots & x(N_1 - 1, N_2 - 1) \end{array} \right] \end{matrix}$$

С учетом свойства сепарабельности ядер 2D ДПФ возможна матричная форма 2D ДПФ [6, 15-16]:

$$\mathbf{S}_{N_1 \times N_2} = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \mathbf{F}_{N_1 \times N_1}^{(2)} \cdot \mathbf{X}_{N_1 \times N_2} \cdot \mathbf{F}_{N_2 \times N_2}^{(1)}; \quad (6)$$

где $\mathbf{S}_{N_1 \times N_2}$ – двумерный векторный пространственно-частотный спектр на опорной плоскости $SA_{N_1 \times N_2}$

$$\mathbf{S}_{N_1 \times N_2} = \quad (7)$$

$$= \begin{matrix} & & 0 & 1 & \dots & (N_2 - 1) & k_2 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N_1 - 1) \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} S(0,0) & S(0,1) & \dots & S(0, N_2 - 1) \\ S(1,0) & S(1,1) & \dots & S(1, N_2 - 1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S(N_1 - 1, 0) & S(N_1 - 1, 1) & \dots & S(N_1 - 1, N_2 - 1) \end{array} \right] \end{matrix};$$

$$\mathbf{F}_{N_2 \times N_2}^{(1)} = \begin{matrix} & 0 & 1 & \dots & (N_2 - 1) \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N_2 - 1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} W_{N_2}^{0 \cdot 0} & W_{N_2}^{0 \cdot 1} & \dots & W_{N_2}^{0 \cdot (N_2 - 1)} \\ W_{N_2}^{1 \cdot 0} & W_{N_2}^{1 \cdot 1} & \dots & W_{N_2}^{1 \cdot (N_2 - 1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{N_2}^{(N_2 - 1) \cdot 0} & W_{N_2}^{(N_2 - 1) \cdot 1} & \dots & W_{N_2}^{(N_2 - 1) \cdot (N_2 - 1)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_{N_1 \times N_1}^{(2)} = \begin{matrix} & 0 & 1 & \dots & (N_1 - 1) \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N_1 - 1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} W_{N_1}^{0 \cdot 0} & W_{N_1}^{0 \cdot 1} & \dots & W_{N_1}^{0 \cdot (N_1 - 1)} \\ W_{N_1}^{1 \cdot 0} & W_{N_1}^{1 \cdot 1} & \dots & W_{N_1}^{1 \cdot (N_1 - 1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{N_1}^{(N_1 - 1) \cdot 0} & W_{N_1}^{(N_1 - 1) \cdot 1} & \dots & W_{N_1}^{(N_1 - 1) \cdot (N_1 - 1)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (9)$$

Как и в случае алгебраической формы 2D ДПФ (3, 4), возможны два варианта выполнения действий в соответствии (6):

$$\mathbf{S}_{N_1 \times N_2} = \frac{1}{N_1} \mathbf{F}_{N_1 \times N_1}^{(2)} \cdot \frac{1}{N_2} [\mathbf{X}_{N_1 \times N_2} \cdot \mathbf{F}_{N_2 \times N_2}^{(1)}]; \quad (10)$$

или

$$\mathbf{S}_{N_1 \times N_2} = \left[\frac{1}{N_1} \mathbf{F}_{N_1 \times N_1}^{(2)} \cdot \mathbf{X}_{N_1 \times N_2} \right] \cdot \frac{1}{N_2} \mathbf{F}_{N_2 \times N_2}^{(1)}. \quad (11)$$

Замечание 1. Как известно 2D ДПФ связывает между собой две области: пространственную область и пространственно-частотную область. Для 2D ДПФ существует взаимосвязь результатов операций периодизации и дискретизации сигналов, проводимых в той или иной области. Процесс периодизации 2D сигнала в одной области приводит к дискретизации 2D спектра в другой области. И наоборот, процесс дискретизации 2D спектра в одной области приводит к периодизации 2D сигнала в другой области. Таким образом, 2D ДПФ периодически и дискретно как в пространственной области, так и пространственно – частотной области.

Задача данной работы – обобщение дискретного преобразования Гильберта финитных действительных сигналов на двумерный случай, разработка теории, методов и алгоритмов определения огибающих двумерных дискретных финитных действительных сигналов на базе преобразований Фурье с варьируемыми параметрами, проведение математического моделирования с целью подтверждения полученных в работе теоретических результатов.

Двумерное дискретное преобразование Фурье с варьируемыми параметрами

Двумерное дискретное преобразование Фурье (2D ДПФ) с варьируемыми параметрами (2D ДПФ-ВП), предложенное в работе [6], является обобщением классического 2D ДПФ и позволяет путем варьирования параметров «управлять» свойствами 2D ДПФ-ВП. Базисная система 2D ДПФ-ВП состоит из двумерных дискрет-

ных экспоненциальных функций с варьируемыми параметрами (2D ДЭФ-ВП):

$$def_{N_1, N_2}(k_1, n_1, \theta_1, k_2, n_2, \theta_2) = W_{N_1}^{(k_1 + \theta_1)n_1} \times W_{N_2}^{(k_2 + \theta_2)n_2} = \quad (12)$$

$$= \times \left(\cos \frac{2\pi}{N_1} (k_1 + \theta_1)n_1 - j \sin \frac{2\pi}{N_1} (k_1 + \theta_1)n_1 \right) \times \\ = \left(\cos \frac{2\pi}{N_2} (k_2 + \theta_2)n_2 - j \sin \frac{2\pi}{N_2} (k_2 + \theta_2)n_2 \right) = \\ = \cos \left(\frac{2\pi}{N_1} (k_1 + \theta_1)n_1 + \frac{2\pi}{N_2} (k_2 + \theta_2)n_2 \right) - \\ - j \sin \left(\frac{2\pi}{N_1} (k_1 + \theta_1)n_1 + \frac{2\pi}{N_2} (k_2 + \theta_2)n_2 \right);$$

где $W_{N_1}^{(k_1 + \theta_1)n_1} = \exp \left(-j \frac{2\pi}{N_1} (k_1 + \theta_1)n_1 \right); W_{N_2}^{(k_2 + \theta_2)n_2} =$

$$= \exp \left(-j \frac{2\pi}{N_2} (k_2 + \theta_2)n_2 \right);$$

k_1, k_2 – пространственные частоты, $n_1 = \overline{0, N_1 - 1}$, $n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$; $k_1 = \overline{0, (N_1 - 1)}$, $k_2 = \overline{0, (N_2 - 1)}$; θ_1, θ_2 – варьируемые параметры.

2D ДПФ-ВП в алгебраической форме задается следующим соотношением:

$$\mathbf{S}_{N_1, N_2}(k_1, k_2, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) W_{N_1}^{(k_1 + \theta_1)n_1} \cdot W_{N_2}^{(k_2 + \theta_2)n_2}. \quad (13)$$

Учитывая свойство сепарабельности ядер 2D ДПФ-ВП, алгебраическая форма 2D ДПФ-ВП может быть представлена в виде:

$$\mathbf{S}_{N_1, N_2}(k_1, k_2, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{N_1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W_{N_1}^{(k_1 + \theta_1)n_1} \left[\frac{1}{N_2} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) W_{N_2}^{(k_2 + \theta_2)n_2} \right], \quad (14)$$

или в виде:

$$\mathbf{S}_{N_1, N_2}(k_1, k_2, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{N_2} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} W_{N_2}^{(k_2 + \theta_2)n_2} \left[\frac{1}{N_1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} x(n_1, n_2) W_{N_1}^{(k_1 + \theta_1)n_1} \right]. \quad (15)$$

Отметим, что значениях параметров $\theta_1 = 0$ и $\theta_2 = 0$ 2D ДПФ-ВП переходит в классическое 2D ДПФ.

С учетом свойства сепарабельности ядер 2D ДПФ-ВП матричная форма 2D ДПФ-ВП может быть представлена в виде:

$$\mathbf{S}_{N_1 \times N_2, \theta_1, \theta_2} = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \mathbf{F}_{N_1 \times N_1, \theta_1}^{(2)} \cdot \mathbf{X}_{N_1 \times N_2} \cdot \mathbf{F}_{N_2 \times N_2, \theta_2}^{(1)}; \quad \text{где} \quad (16)$$

$$\mathbf{F}_{N_1 \times N_1, \theta_1}^{(2)} = \begin{matrix} & 0 & 1 & \dots & (N_1 - 1) \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N_1 - 1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} W_{N_1}^{(0 + \theta_1) \cdot 0} & W_{N_1}^{(0 + \theta_1) \cdot 1} & \dots & W_{N_1}^{(0 + \theta_1) \cdot (N_1 - 1)} \\ W_{N_1}^{(1 + \theta_1) \cdot 0} & W_{N_1}^{(1 + \theta_1) \cdot 1} & \dots & W_{N_1}^{(1 + \theta_1) \cdot (N_1 - 1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{N_1}^{(N_1 - 1 + \theta_1) \cdot 0} & W_{N_1}^{(N_1 - 1 + \theta_1) \cdot 1} & \dots & W_{N_1}^{(N_1 - 1 + \theta_1) \cdot (N_1 - 1)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad ;$$

$$\mathbf{F}_{N_2 \times N_2, \theta_2}^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N_2 - 1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N_2 - 1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} W_{N_2}^{0 \cdot (0 + \theta_2)} & W_{N_2}^{0 \cdot (1 + \theta_2)} & \dots & W_{N_2}^{0 \cdot (N_2 - 1 + \theta_2)} \\ W_{N_2}^{1 \cdot (0 + \theta_2)} & W_{N_2}^{1 \cdot (1 + \theta_2)} & \dots & W_{N_2}^{1 \cdot (N_2 - 1 + \theta_2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{N_2}^{(N_2 - 1) \cdot (0 + \theta_2)} & W_{N_2}^{(N_2 - 1) \cdot (1 + \theta_2)} & \dots & W_{N_2}^{(N_2 - 1) \cdot (N_2 - 1 + \theta_2)} \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot k_2$$

Аналогично выражениям (14) и (15) возможны две последовательности выполнения соответствующих матричных умножений:

$$\mathbf{S}_{N_1 \times N_2, \theta_1, \theta_2} = \frac{1}{N_1} \mathbf{F}_{N_1 \times N_1, \theta_1}^{(2)} \cdot \frac{1}{N_2} [\mathbf{X}_{N_1 \times N_2} \cdot \mathbf{F}_{N_2 \times N_2, \theta_2}^{(1)}]; \quad (17)$$

или

$$\mathbf{S}_{N_1 \times N_2, \theta_1, \theta_2} = \left[\frac{1}{N_1} \mathbf{F}_{N_1 \times N_1, \theta_1}^{(2)} \cdot \mathbf{X}_{N_1 \times N_2} \right] \cdot \frac{1}{N_2} \mathbf{F}_{N_2 \times N_2, \theta_2}^{(1)}. \quad (18)$$

Двумерное дискретное преобразование Гильберта двумерных дискретных финитных действительных сигналов

Существует два равноправных вида временного описания одномерных дискретных финитных действительных сигналов (1D ДФД сигналов) [1, 2, 11, 12, 13]:

– описание 1D ДФД сигналов посредством мгновенных параметров:

$$x(n) = A(n) \cdot \cos[\Phi(n)]; \quad (19)$$

где $A(n)$ – мгновенная амплитуда дискретного сигнала $x(n)$; $\Phi(n)$ – полная фаза дискретного сигнала $x(n)$.

– описание 1D ДФД сигналов посредством спектральных составляющих сигнала³:

$$x(n) = \sum_m A_m \cos(2\pi f_m n + \phi_m); \quad (20)$$

где A_m – амплитуда m гармонической компоненты сигнала $x(n)$; f_m – частота m гармонической компоненты сигнала $x(n)$; ϕ_m – начальная фаза m гармонической компоненты сигнала $x(n)$.

Представление 1D ДФД сигнала в виде некоторого комплексного сигнала:

$$y(n) = x(n) + jx_{\mathfrak{R}}(n); \quad n = \overline{0, N-1}, \quad (21)$$

(если определить некоторый оператор \mathfrak{R} , преобразующий $x(n)$ в $x_{\mathfrak{R}}(n)$), позволяет однозначно определить мгновенную амплитуду $A(n)$ (огibaющую) и мгновенную фазу $\Phi(n)$ сигнала (21) согласно соотношений:

$$A(n) = \sqrt{x^2(n) + x_{\mathfrak{R}}^2(n)}; \quad \Phi(n) = \arctg\left(\frac{x_{\mathfrak{R}}(n)}{x(n)}\right). \quad (22)$$

Однако, чтобы теория, созданная на основе пред-

ставлении сигнала в виде (21) допускала понятную физическую интерпретацию, оператор \mathfrak{R} ⁴ должен соответствовать определенным требованиям.

В работах [2, 11, 12, 13] доказано, что единственным линейным оператором, удовлетворяющим перечисленным в сноске 4 основным требованиям (а также ряду других [13]), является оператор Гильберта \mathfrak{H} . Выражение (21) и (22), в случае применения оператора Гильберта, преобразуется к виду:

$$y_{AC}(n) = x(n) + jx_{\mathfrak{H}}(n); \quad n = \overline{0, N-1}; \quad (23)$$

$$A(n) = \sqrt{x^2(n) + x_{\mathfrak{H}}^2(n)}; \quad \Phi(n) = \arctg\left(\frac{x_{\mathfrak{H}}(n)}{x(n)}\right); \quad (24)$$

где соотношение (23) задает одномерный дискретный аналитический (гильбертовский) сигнал⁵, а соотношение (24) задает гильбертовскую огibaющую – $A(n)$.

Отметим существенный недостаток преобразования Гильберта. Данное преобразование является лишь асимптотически локальным преобразованием.

Теоретические и практические вопросы одномерного дискретного преобразования Гильберта⁶ (1D ДПГ) одномерных дискретных финитных действительных сигналов (1D ДФД сигналов) достаточно подробно рассмотрены в работах [2-5, 11-14]. Поэтому на вопросах 1D ДПГ будем останавливаться лишь по мере необходимости.

Рассмотрим обобщение одномерного ДПГ на двумерный случай. Заметим, что переход от 1D ДПГ к двумерному дискретному преобразованию Гильберта (2D ДПГ) не тривиален, поскольку является не только количественным, а, прежде всего, качественным переходом. 2D ДПГ позволяет сформировать из 2D ДФД $x(n_1, n_2)$,

$n_1 = \overline{0, N_1 - 1}$, $n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$, новый 2D ДФД сигнал $x_{\mathfrak{H}}(n_1, n_2)$, $n_1 = \overline{0, N_1 - 1}$, $n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$. 2D Фурье-спектр сигнала $x_{\mathfrak{H}}(n_1, n_2)$ сдвинут по фазе относительно 2D Фурье-спектра сигнала $x(n_1, n_2)$ на $\pi/2$ (на 90°) на отрицательных двумерных частотах. 2D Фурье-спектр сигнала $x_{\mathfrak{H}}(n_1, n_2)$ сдвинут по фазе относительно 2D Фурье-спектра сигнала $x(n_1, n_2)$ на $-\pi/2$ (на -90°) на положительных двумерных частотах.

2D ДФК сигнал $y_{AC}(n_1, n_2)$, является двумерным дискретным аналитическим (2D ДА (гильбертовским))

⁴ Основные требования к оператору \mathfrak{R} : малые изменения сигнала $x(n)$ должны приводить к малым изменениям мгновенных параметров; мгновенная фаза и мгновенная частота сигнала $x(n)$ не должны изменяться при изменении мощности сигнала $x(n)$ при неизменной его форме; параметры гармонического сигнала должны соответствовать их классическим определениям.

⁵ В отечественной литературе некоторые авторы совершенно справедливо предпочитают называть аналитический сигнал (15) «гильбертовским сигналом» (см., например, работы [13, 18]). Действительно, аналитический комплексный сигнал вовсе не обязательно должен быть гильбертовским [18]. Для того, чтобы ДФК сигнал (15) являлся гильбертовским необходимо и достаточно, чтобы его спектр Фурье был равен нулю на отрицательных частотах.

⁶ Давид Гильберт – великий немецкий математик (1862 – 1943), в честь которого названо это преобразование.

³ В работе [13] справедливо утверждается, что вплоть до середины 30-х годов прошлого столетия теория радиосвязи развивалась (как это не покажется удивительным) без использования спектральных представлений сигналов.

сигналом и определяется следующим соотношением:

$$y_{AC}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) + jx_3(n_1, n_2); \quad n_1 = \overline{0, N_1 - 1},$$

$$n_2 = \overline{0, N_2 - 1}. \quad (25)$$

Обобщение выражений (24) на 2D ДФД сигналы определяется соотношениями:

$$A(n_1, n_2) = \sqrt{x^2(n_1, n_2) + x_3^2(n_1, n_2)}$$

$$\Phi(n_1, n_2) = \arctg\left(\frac{x(n_1, n_2)}{x_3(n_1, n_2)}\right). \quad (26)$$

где $A(n_1, n_2)$ – огибающая 2D ДФД сигнала $x(n_1, n_2)$; $\Phi(n_1, n_2)$ – мгновенная фаза сигнала $x(n_1, n_2)$.

Отметим, что переход в ЦОС от 2D ДФД сигналов к 2D гильбертовским (аналитическим) сигналам, повышает как эффективность, так и результативность многих операций двумерной Фурье-обработки 2D ДФД сигналов.

2D Фурье-спектр 2D ДА сигнала $y_{AC}(n_1, n_2)$ равен нулю на отрицательных двумерных пространственных частотах. Рассмотрим пример иллюстрирующий это свойство 2D Фурье-спектр 2D ДА сигнала $y_{AC}(n_1, n_2)$. В качестве 2D ДФД сигнала выберем 2D действительную косинусоиду:

$$x(n_1, n_2) = \cos\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1n_1 + \frac{2\pi}{N_2}k_2n_2\right), \quad n_1 = \overline{0, N_1 - 1},$$

$$n_2 = \overline{0, N_2 - 1}. \quad (27)$$

с параметрами: $k_1 = 2; k_2 = 3; N_1 = 8; N_2 = 8$.

Согласно определению 2D ДПГ 2D ДФД сигнал $x_3(n_1, n_2)$ представляет собой действительную синусоиду:

$$x_3(n_1, n_2) = \sin\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1n_1 + \frac{2\pi}{N_2}k_2n_2\right), \quad n_1 = \overline{0, N_1 - 1},$$

$$n_2 = \overline{0, N_2 - 1}. \quad (28)$$

с параметрами: $k_1 = 2; k_2 = 3; N_1 = 8; N_2 = 8$.

В силу того, что 2D ДФД сигнал (27) является четной функцией:

$$\cos\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1(-n_1) + \frac{2\pi}{N_2}k_2(-n_2)\right) =$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1n_1 + \frac{2\pi}{N_2}k_2n_2\right); \quad (29)$$

а 2D ДФД сигнал (28) – нечетной функцией:

$$\sin\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1(-n_1) + \frac{2\pi}{N_2}k_2(-n_2)\right) =$$

$$-\sin\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1n_1 + \frac{2\pi}{N_2}k_2n_2\right); \quad (30)$$

то их 2D спектры Фурье имеют соответственно чисто действительный и чисто мнимый характер.

Таким образом, 2D спектр Фурье $S_{N_1 \times N_2, 0, 0}$ двумерного аналитического сигнала $y_{AC}(n_1, n_2)$:

$$y_{AC}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) + jx_3(n_1, n_2) =$$

$$= \cos\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1n_1 + \frac{2\pi}{N_2}k_2n_2\right) +$$

$$+ j \sin\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1n_1 + \frac{2\pi}{N_2}k_2n_2\right); \quad (31)$$

где $k_1 = 2; k_2 = 3; N_1 = 8; N_2 = 8$;

на положительной двумерной частоте $(k_1, k_2) = (2, 3)$ действителен и равен единице, а на других положительных и отрицательных двумерных частотах равен нулю (рис. 1).

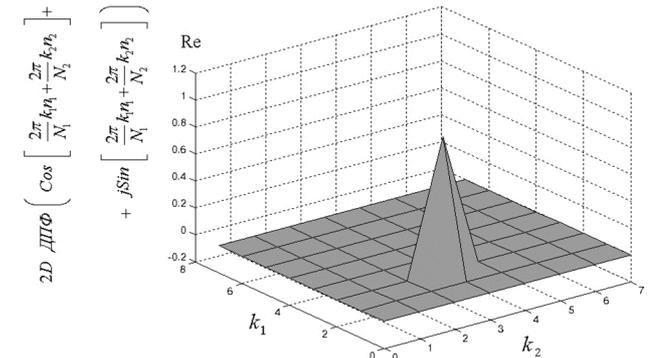


Рис. 1. Двумерный спектр Фурье аналитического сигнала (27)

На рис. 2 приведен 2D ДФД сигнал $x(n_1, n_2) = \cos\left(\frac{2\pi}{N_1}k_1n_1 + \frac{2\pi}{N_2}k_2n_2\right)$, $n_1 = \overline{0, N_1 - 1}, n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$ с параметрами: $k_1 = 2; k_2 = 3; N_1 = 64; N_2 = 32$ и его огибающая

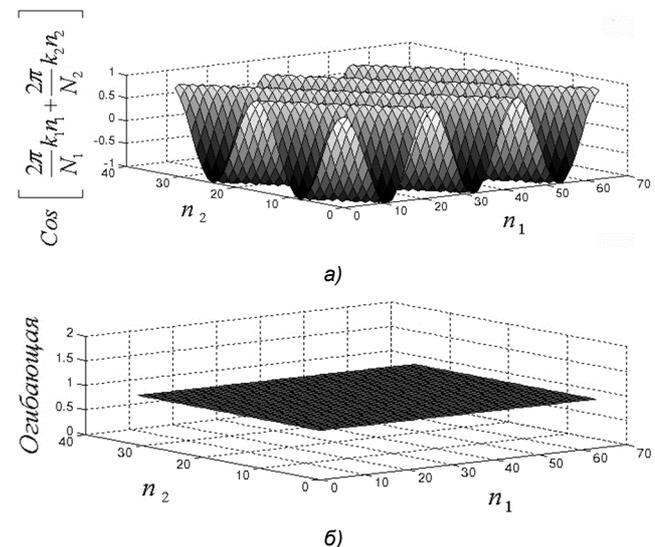


Рис. 2. Двумерный дискретный финитный сигнал – а; его огибающая – б

Теория, методы и алгоритмы определения огибающих двумерных дискретных финитных действительных сигналов на базе дискретных преобразований Фурье с варьируемыми параметрами

Коэффициенты (бины) 2D ДПФ 2D ДФД сигналов $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$ (2) обладают свойством комплексной со-

пряженности (эрмитовой симметрии). Если изобразить комплексно-сопряженную симметрию комплексных чисел условно в виде стрелок, то комплексно-сопряженная симметрия бинов векторного 2D пространственно-частотного спектра 2D ДФД сигнала $x(n_1, n_2)$ (табл. 5) может быть представлена в общем виде рис. 3.

$S_{k_1 k_2}(0,0)$	←	$S_{k_1 k_2}(0, N_2/2)$	→
↑	↖	↑	↗
$S_{k_1 k_2}(N_1/2, 0)$	←	$S_{k_1 k_2}(N_1/2, N_2/2)$	→
↓	↖	↓	↗

Рис. 3. Комплексно-сопряженная симметрия (эрмитова симметрия) бинов 2D ДПФ 2D ДФД сигналов

2D ДФД сигналы, в случае применения 2D ДПФ, обладают еще одним свойством. Периодическое продолжение 2D ДФД сигнала в пространственной области остается действительным сигналом. Напомним, что 2D ДПФ-ВП (14, 15, 16) при значениях параметров $\theta_1 = 0$ и $\theta_2 = 0$ тождественно классическому 2D ДПФ.

Коэффициенты (бины) 2D ДПФ-ВП при значениях параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$ 2D ДФД сигналов также обладают свойством комплексной сопряженности (эрмитовой симметрии). Комплексно-сопряженная симметрия бинов 2D ДПФ-ВП при значениях параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$ 2D ДФД сигнала $x(n_1, n_2)$ (таблица 5), представлена в общем виде рис. 4.

	0	$\frac{N_2}{2}$	N_2
0	A	B	
$\frac{N_1}{2}$	C	D	
N_1			

Рис. 4. Эрмитова симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами $S_{N_1 \times N_2, 1/2, 1/2}^{k_1, k_2}$

2D ДФД сигналы, в случае применения 2D ДПФ-ВП при значениях параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$, обладают, как и в случае применения 2D ДПФ, следующим свойством. Периодическое продолжение 2D ДФД сигнала в пространственной области является действительным сигналом.

Существует два основных подхода к формированию одномерного преобразования Гильберта: цифровая

фильтрация (осуществляемая БИХ-фильтрами⁷ и КИХ-фильтрами⁸) и спектральный анализ на основе ДПФ.

Анализ достоинств и недостатков определения огибающих 1D ДФД сигналов на базе цифровой фильтрации достаточно подробно дан в работах [4, 5, 14, 17, 29-31]. Поэтому на данных методах формирования 1D ДПГ подобно останавливаться не будем. Отметим лишь основной вывод из указанного выше анализа. При решении задачи формирования 1D ДПГ эффективность и результативность методов цифровой фильтрации, как правило, ниже методов спектрального анализа на основе ДПФ.

Идея определения огибающих 2D ДФД на базе 2D ДПФ или на базе 2D ДПФ-П при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$ может показаться простой. Но следует подчеркнуть, что это может показаться только после того, как на нее (на идею) указали.

Идея определения огибающих 2D ДФД сигналов на базе 2D ДПФ или на базе 2D ДПФ-ВП при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$ заключается в следующем.

2D ДПФ и 2D ДПФ-ВП при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$ 2D ДФД сигналов обладают эрмитовой симметрией (рис. 3, рис. 4). Обнуляя соответствующие пространственно-частотные спектры на отрицательных пространственных частотах, мы получаем пространственно-частотные спектры соответствующих 2D ДА сигналов (25). Реализуя обратное 2D ДПФ или обратное 2D ДПФ-ВП при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$ соответствующих спектров 2D ДА сигналов, мы получаем соответствующие 2D ДА сигналы (25) в пространственной области. На действительной части соответствующего 2D ДА сигнала – $y_{AC}(n_1, n_2)$ получим соответствующий исходный 2D ДФД сигнал – $x(n_1, n_2)$, а на мнимой части соответствующего 2D ДА сигнала – $y_{AC}(n_1, n_2)$, соответствующий сигнал 2D ДПГ – $x_3(n_1, n_2)$ (25). И наконец, согласно выражению (26), вычисляем $A(n_1, n_2)$ – огибающую 2D ДФД сигнала $x(n_1, n_2)$ в соответствующем базисе: 2D ДЭФ или 2D ДЭФ-ВП.

На рис. 5 и 6 приведены алгоритмы определения 2D ДА сигналов на основе 2D ДПФ и 2D ДПФ-ВП соответственно.

Алгоритмами определения ДПГ на основе 2D ДПФ или 2D ДПФ-ВП при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$, возможно получение различных видов гильбертовских (аналитических) сигналов (см. сноску 4). Выбор двумерного дискретного преобразования Фурье (классического или с варьируемыми параметрами) позволяет генерировать, по крайней мере, два вида двумерных гильбертовских (аналитических) сигналов.

⁷ БИХ-фильтр – цифровой фильтр с импульсной характеристикой бесконечной длины.

⁸ КИХ-фильтр – цифровой фильтр с импульсной характеристикой конечной длины.

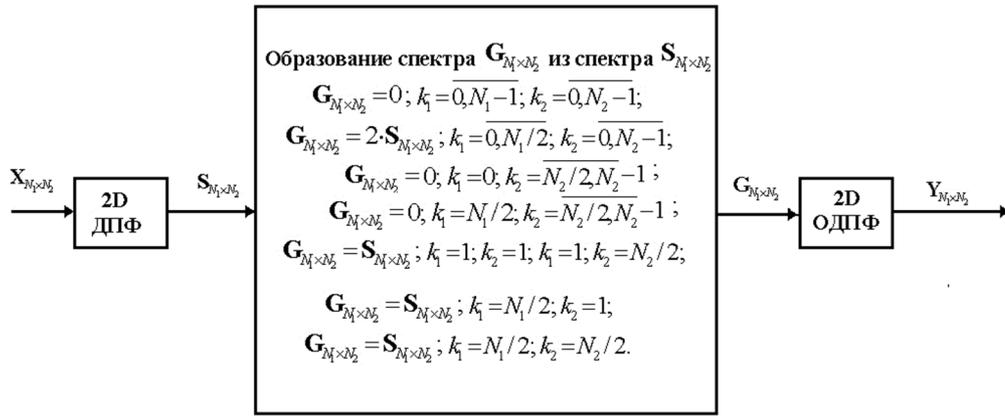


Рис. 5. Алгоритм определения двумерного дискретного аналитического сигнала на основе 2D ДПФ

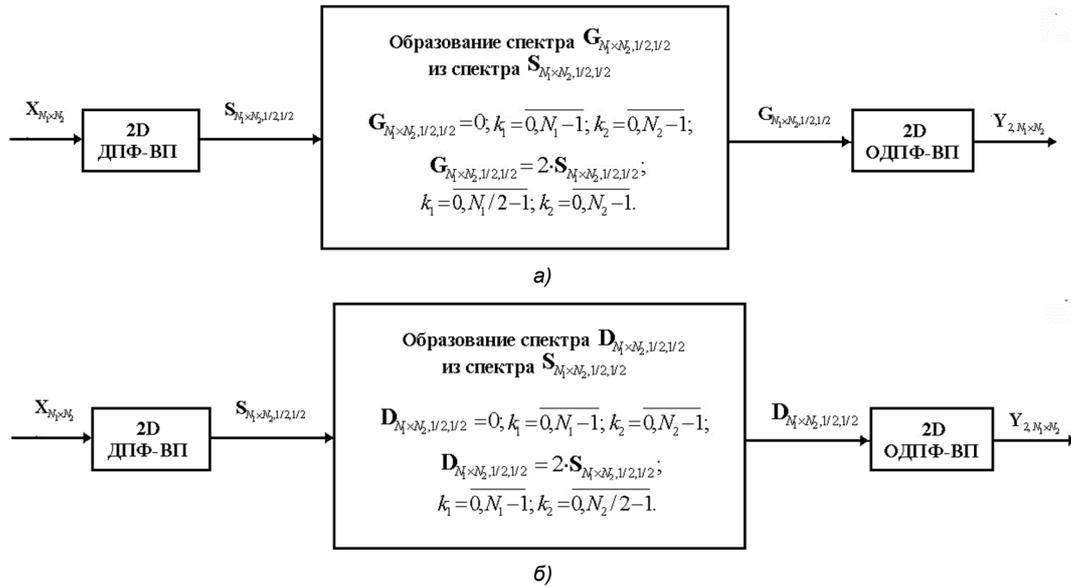


Рис. 6. Два алгоритма определения двумерного дискретного аналитического сигнала на основе 2D ДПФ-ВП при значениях параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$

Вид 1 двумерного дискретного гильбертовского сигнала.

Двумерный дискретный гильбертовский сигнал (2D ДГС) первого вида получается алгоритмом определения 2D ДПГ области на основе 2D ДПФ:

$$x_{ГС, 2D ДПФ}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) + jx_{\Im, 2D ДПФ}(n_1, n_2); \quad (32)$$

где $x_{ГС, 2D ДПФ}(n_1, n_2)$ – 2D ДГС, полученный алгоритмом определения ДПГ в пространственно-частотной области на основе 2D ДПФ; $x_{\Im, 2D ДПФ}(n_1, n_2)$ – новый 2D ДФД сигнал (2D ДПГ сигнала $x(n_1, n_2)$), Фурье-спектр которого сдвинут по фазе относительно Фурье-спектра $x(n_1, n_2)$ на $\pi/2$.

Вид 2 двумерного дискретного гильбертовского сигнала.

Двумерный дискретный гильбертовский сигнал (2D ДГС) второго вида получается алгоритмом определения 2D ДПГ на основе 2D ДПФ-ВП, при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$:

$$x_{ГС, 2D ДПФ, 1/2, 1/2}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) + jx_{\Im, 2D ДПФ, 1/2, 1/2}(n_1, n_2); \quad (33)$$

где $x_{ГС, 2D ДПФ, 1/2, 1/2}(n_1, n_2)$ – 2D ДГС, полученный алго-

ритмом определения ДПГ в пространственно-частотной области на основе 2D ДПФ-ВП, при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$; $x_{\Im, 2D ДПФ, 1/2, 1/2}(n_1, n_2)$ – новый 2D ДФД сигнал (2D ДПГ сигнала $x(n_1, n_2)$), Фурье-спектр которого сдвинут по фазе относительно Фурье-спектра $x(n_1, n_2)$ на $\pi/2$.

Для генерации огибающих двух 2D ДФД тестовых сигналов выберем два произведения двух двумерных косинусоид:

Первый тестовый 2D ДФД сигнал:

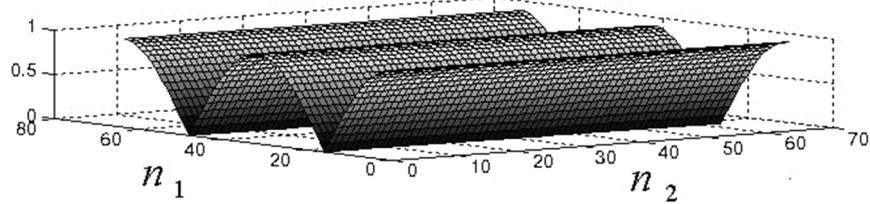
$$x(n_1, n_2) = \cos\left(\frac{2\pi}{N} m_1 n_1 + \frac{2\pi}{N} m_2 n_2\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N} m_3 n_1 + \frac{2\pi}{N} m_4 n_2\right); \quad (34)$$

где $n_1, n_2 = \overline{0, N-1}$; $N = 64$; $m_1 = 1$; $m_3 = 8$; $m_2 = m_4 = 0$.

Второй тестовый 2D ДФД сигнал:

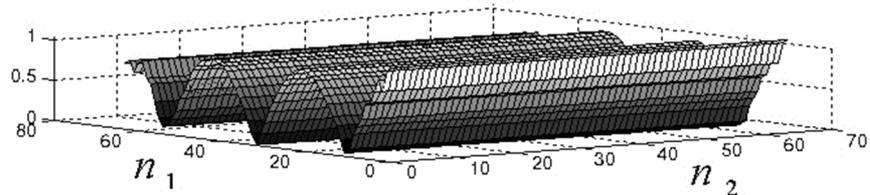
$$x(n_1, n_2) = \cos\left(\frac{2\pi}{N} (m_1 + 1/2)n_1 + \frac{2\pi}{N} m_2 n_2\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N} m_3 n_1 + \frac{2\pi}{N} m_4 n_2\right); \quad (35)$$

Огибающая первого тестового 2D ДФД сигнала, полученная методом 2D ДПФ



а)

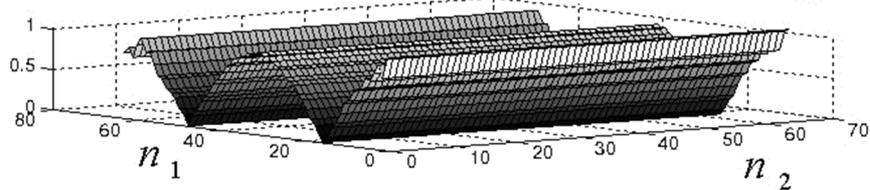
Огибающая второго тестового 2D ДФД сигнала, полученная методом 2D ДПФ



б)

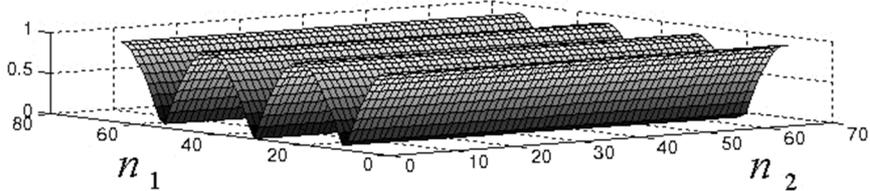
Рис. 7. Огибающие первого – а, второго – б, тестовых 2D ДФД сигналов, полученные на основе первого вида 2D ДГС

Огибающая первого тестового 2D ДФД сигнала, полученная методом 2D ДПФ-ВП



а)

Огибающая второго тестового 2D ДФД сигнала, полученная методом 2D ДПФ-ВП



б)

Рис. 8. Огибающие первого – а, второго – б, тестовых 2D ДФД сигналов, полученные на основе второго вида 2D ДГС

где $n_1, n_2 = \overline{0, N-1}$; $N = 64$; $m_1 = 1$; $m_3 = 8$; $m_2 = m_4 = 0$.

На рис. 7 приведены огибающие двух тестовых 2D ДФД сигналов, полученные на основе первого вида 2D ДГС.

На рис. 8 приведены огибающие двух тестовых 2D ДФД сигналов, полученные на основе второго вида 2D ДГС

Анализ теоретических огибающих и огибающих, полученных экспериментальным путем позволяет сделать следующие выводы.

1. Согласованность базисов применяемого 2D ДПФ-ВП со структурой 2D исследуемых ДФД сигналов крайне важна, поскольку позволяет получить меньшие абсолютные и относительные погрешности определения огибающих, вплоть до нулевых. В чем легко убедиться, сравнив соответственно рис. 7 а с 8 а, 7 б с 8 б.

2. Огибающие различных 2D ДФД сигналов имеют (в зависимости от вида 2D ДГС) существенные различия лишь на концах интервала определения последних.

Заключение

1. В статье проведено обобщение дискретного преобразования Гильберта финитных двумерных действительных сигналов на базе двумерного классического преобразования Фурье.

2. Разработана теория, методы и алгоритмы определения огибающих двумерных дискретных финитных двумерных действительных сигналов на базе преобразований Фурье с варьируемыми параметрами.

3. Из методов определения огибающих двумерных дискретных финитных действительных сигналов (реализация дискретных преобразователей Гильберта в пространственной области двумерными КИХ и БИХ-

фильтрациями, комплексной фильтрацией), методы, основанные на классическом 2D ДПФ и ДПФ-ВП при параметрах $1/2, 1/2$, являются самыми точными.

4. Теоретические результаты, полученные в статье, подтверждены математическим моделированием, проиллюстрированы на двух тестовых 2D ДВД сигналах двух видов 2D ДГС.

5. Не принятие во внимание при цифровой Фурье-обработке вида используемой огибающей может приводить к потере информации о свойствах и состояниях исследуемых объектов, явлений и процессов, а также досадным ошибкам.

Литература

1. Пономарева О.В. Основы теории дискретных косвенных измерений параметров сигналов. Ижевск: Издательство ИжГТУ. 2016. 172 с.
2. Пономарева О.В. Развитие теории и разработка методов и алгоритмов цифровой обработки информационных сигналов в параметрических базисах Фурье: дис... д-ра техн. наук: 05.13.01. Ижевск, 2016. 357 с.
3. Пономарев В.А., Пономарева О.В., Пономарева Н.В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области. Современные информационные и электронные технологии, 2014. № 15. С. 183-184.
4. Пономарева Н.В., Пономарева О.В., Хворенков В.В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области. Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 33-40
5. Ponomareva Olga, Ponomarev Alexey, Smirnova Natalia. Hilbert envelope extraction from real discrete finite signals considering the nonlocality of Hilbert transform. 22th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2020. 22. 2020. С. 9213286.
6. Пономарев А.В. Основы теории двумерной цифровой обработки сигналов в базисах Фурье с варьируемыми параметрами. Цифровая обработка сигналов. 2019. № 2, С. 12-20.
7. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Перевод с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
8. Dudgeon D.E. Multidimensional Digital Signal Processing Prentice Hall, 1995. 406 p.
9. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: В 2-х книгах. Перевод с англ. М.: Мир, 1982. 790 с.
10. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 p.
11. Вакман Д.Е. Об определении понятий амплитуды, фазы и мгновенной частоты сигнала. Радиотехника и электроника, 1972. № 5. С. 973-978.
12. Ванштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 288 с.
13. Финк Л.М. Сигналы. Помехи. Ошибки. М.: Радио и связь, 1984. 256 с.
14. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / 2-е изд., пер. с англ. М.: ООО «Бином-Пресс». 2006. 636 с.
15. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. Theoretical foundations of digital vector Fourier analysis of two-dimensional signals padded with zero samples. Informatsionno-upravliaiushchie sistemy [Information and Control Systems], 2021, no. 1, pp. 55-65. DOI:10.31799/1684-8853-2021-1-55- 65
16. Пономарев А.В. Двумерная обработка сигналов в дискретных базисах Фурье. Интеллектуальные системы в производстве. 2019. Т.17. №1. С. 71-77.
17. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: Перевод с англ. М.: Мир. 1978. 839 с.
18. Трахтман А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию. А.М.Трахтман. М.: Сов. радио. 1972. 352 с.
19. Alexey V. Ponomarev Systems Analysis of Discrete Two-Dimensional Signal Processing in Fourier Bases. Springer Nature Switzerland AG 2020 M. Favorskaya and L.C. Jain (eds.), Advances in Signal Processing, Intelligent Systems Reference Library 184. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6_7
20. Olga V. Ponomareva, Alexey V. Ponomarev and Natalya V. Smirnova Sliding Spatial Frequency Processing of Discrete Signals. Springer Nature. Switzerland AG 2020. M. Favorskaya and L.C. Jain (eds.), Advances in Signal Processing, Intelligent Systems Reference Library 184, https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6_8.
21. Olga V. Ponomareva, Alexey V. Ponomarev and Natalya V. Smirnova Interpolation of Real and Complex Discrete Signals in the Spatial Domain. Springer Nature Switzerland AG 2020. M. Favorskaya and L.C. Jain (eds.), Advances in Signal Processing, Intelligent Systems Reference Library 184, https://doi.org/10.1007/978-3-030-40312-6_9
22. Ponomareva O., Ponomarev A., Smirnova N. Complex-Conjugate Symmetry of Coefficients of Two-Dimensional Discrete Fourier Transform with Variable Parameters of Real Signals 2022 24th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022.
23. Ponomareva O., Ponomarev A., Smirnova N. Methods for Increasing Speed of Two-Dimensional Discrete Fourier Transform of 2D Finite Discrete Signals 2022 24th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022.
24. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. 2D Discrete Fast Fourier Transform with variable parameters. 2022 24th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022.
25. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. Evolution of One-Dimensional and Two-Dimensional Discrete Fourier Transform 2022 24th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2022.
26. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. Fast Algorithms for Two-Dimensional Discrete Fourier Transform of Vibroacoustic Signals in Solving Problems of Control and Technical Condition of Machines and Mechanisms 2022 International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2022.
27. Ponomarev A., Ponomareva O., Smirnova N. Two-Dimensional Discrete Fourier Transform with Variable Parameters in Solving Fundamental Problems of Dynamics and Vibrodiagnostics of Machines. 2022 International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2022.
28. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. Theoretical Foundations of digital Vector Fourier Analysis of two-dimensional Signals Padded with Zero Samples. Information and Control Systems. 2021. № 1 (110). 55-64 pp.
29. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Смирнова Н.В. Алгоритмы прямого и обратного параметрического быстрого преобразования Фурье. Информационные технологии. 2022. Т. 28. № 1. С. 9-19.
30. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Двумерные быстрые преобразования Фурье с варьируемыми параметрами. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 3. С. 3-13.
31. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Перекрестная комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 4. С. 3-12.

УЛУЧШЕННЫЙ СИНТЕЗ ФОРМИРУЮЩИХ КИХ-ФИЛЬТРОВ ДЛЯ СИСТЕМ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

Мингазин А.Т., к.т.н., в.н.с. «РАДИС Лтд», e-mail: alexmin@radis.ru

IMPROVED DESIGN OF PULSE-SHAPING FIR FILTERS FOR DIGITAL COMMUNICATION SYSTEMS

Mingazin A. T.

The paper discusses the design problem of a pulse-shaping linear-phase FIR filters for digital communication systems. The transmitter and receiver filters of the system forming the pair are identical. The investigated design method is based on a weighted Chebyshev approximation using the Remez algorithm. At the same time additional requirements are imposed on the transition band of the filter, namely, the setting is not one control point in this band, as in the previously known approach, but a number of additional points at given frequencies. It is proposed to calculate the frequency response levels at these frequencies using only one auxiliary parameter, which is selected iteratively in the process of solving the problem. Design criteria related to obtaining the desired values of stopband attenuation, inter-symbol interference and peak-to-average power ratio are considered. The example shows that the proper selection of the number of control points and their location in the transition band can significantly improve the previously obtained results. The problem of filter coefficient quantization in the process of finding solutions is raised. The design method is widely illustrated by 2D- and 3D-graphics.

Key words: pair of identical pulse-shaping linear-phase FIR filters, weighted Chebyshev approximation, Remez algorithm, additional control points in transition band, stopband attenuation, inter-symbol interference, peak-to-average power ratio, quantization of coefficients, 2D- and 3D-graphics.

Ключевые слова: пара идентичных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров, взвешенная чебышевская аппроксимация, алгоритм Ремеза, дополнительные точки контроля в переходной полосе, ослабление в полосе задерживания, межсимвольная интерференция, отношение пиковой мощности к средней мощности, квантование коэффициентов, двумерная и трехмерная графика.

Введение

В силу известных причин применение идентичных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров в передатчике и приемнике систем цифровой связи наиболее предпочтительно. Аналитические методы синтеза таких фильтров при приемлемом их порядке не всегда обеспечивают заданные требования, особенно при малом факторе ската. В связи с этим к настоящему времени разработано большое количество численных методов синтеза, см., например, работы [1-7] и ссылки в них.

В [6] исследованы три метода синтеза квантованных формирующих КИХ-фильтров прямой структуры. Первый - на основе аналитического синтеза фильтров с частотной характеристикой вида корень квадратный из приподнятого косинуса, а второй [1] и третий [5] - на основе взвешенной чебышевской аппроксимации (ВЧА) с применением алгоритма Ремеза. В [1] проводится дополнительный контроль АЧХ для одной заранее известной точки в переходной полосе и подбор веса для уровня АЧХ в полосе задерживания. В [5] выполняется двухэтапная ВЧА для полуполосного фильтра и амплитудного корректора, каскадное соединение которых образует формирующий фильтр. Синтез в [6] с использованием каждого из этих методов был направлен на достижение

Рассматривается проблема синтеза формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Фильтры передатчика и приемника системы, образующие пару, идентичны. Исследуемый метод синтеза основан на взвешенной чебышевской аппроксимации с применением алгоритма Ремеза. При этом к переходной полосе фильтра предъявляются дополнительные требования, а именно задается не одна точка контроля в этой полосе, как в ранее известном подходе, а ряд дополнительных точек на заданных частотах. Предлагается вычислять уровни АЧХ на этих частотах лишь по одному вспомогательному параметру, который подбирается итеративно в процессе решения проблемы. Рассмотрены критерии синтеза связанные с получением желаемых значений ослабления АЧХ в полосе задерживания, межсимвольной интерференции и отношения пиковой мощности к средней мощности сигнала на выходе фильтра. На примере показано, что надлежащим выбором числа точек контроля и их местоположения в переходной полосе можно существенно улучшить ранее полученные результаты синтеза. Затронута проблема квантования коэффициентов фильтров в процессе поиска решений. Метод синтеза иллюстрируется двумерной и трехмерной графикой.

требуемых уровней ослабления АЧХ в полосе задерживания и межсимвольной интерференции (МСИ) при минимальных значениях порядка фильтра и длины слова его коэффициентов. Наилучшие результаты получены для второго метода.

В [7] синтез на основе ВЧА [1] сравнивается с другими методами, использующими нелинейное программирование [2], выпуклую оптимизацию [3] и полуаналитическую процедуру [4], включающую численное решение системы нелинейных уравнений. На примерах, формирующих КИХ-фильтров, взятых из литературы, показано, что этот метод, названный в [7] ВЧА-1 (из-за одной точки контроля в переходной полосе), не всегда приводит к

повторению или улучшению известных решений. Однако предложенная в статье его модификация – метод ВЧА-Р, связанная с добавлением еще $P-1$ точек контроля, может способствовать существенному улучшению этих решений как по ослаблению в полосе задерживания, так и по уровню МСИ. В данной статье продолжено исследование метода ВЧА-Р. Предложен способ вычисления всех уровней для произвольного числа точек в переходной полосе лишь по одному вспомогательному параметру, который подбирается итеративно в процессе синтеза формирующего фильтра. Рассмотрены критерии синтеза связанные с получением желаемых значений ослабления в полосе задерживания, МСИ и отношения пиковой мощности к средней мощности сигнала на выходе фильтра передатчика. На примере показано, что надлежащим выбором числа точек контроля и их местоположения в переходной полосе можно существенно улучшить ранее полученные результаты. Затронута проблема квантования коэффициентов обрезаемых фильтров в процессе их синтеза.

Требования к переходной полосе формирующих КИХ-фильтров

В отличие от обычного метода ВЧА с контролем лишь полос пропускания и задерживания КИХ-фильтров нижних частот, в методе ВЧА-1 [1] дополнительно контролируется уровень $1/\sqrt{2}$ на средней частоте переходной полосы, границы которой зависят от заданного фактора ската и коэффициента передискретизации. Кроме того, для получения минимальной МСИ итеративно подбирается вес для уровня АЧХ формирующего фильтра в полосе задерживания, а вес для уровня в полосе пропускания принимается единичным. Вес на средней частоте также полагается единичным, хотя он оказывает некоторое влияние на конечный результат. Таким образом метод ВЧА-1 помимо контроля одной точки в переходной полосе предполагает многократное применение алгоритма Ремеза.

В методе ВЧА-Р, предложенном в [7], наряду с упомянутой выше точкой [1] контролируются еще $P-1$ дополнительных точек АЧХ на равномерно расположенных частотах переходной полосы. Границы полосы не включаются. Предполагается, что P нечетное. В случае $P = 3$ требуется итеративно установить уровни АЧХ для двух дополнительных точек, используя взаимозависимость этих уровней [4], что было выполнено в [7] для примеров 3 и 4. При $P > 3$ проблема сильно усложняется. Однако был найден подход, связанный с введением вспомогательного параметра, по которому определяются уровни для произвольного числа точек $P \geq 3$. Детали в [7] опущены, поскольку требовалась их некоторая доработка, хотя хорошие результаты получены для примера 3 при $P = 5$.

Смысл этого подхода заключается в том, чтобы при синтезе формирующего фильтра использовать уровни АЧХ переходной полосы характерные для специального фильтра нижних частот, рассчитанного методом ВЧА для заданных фактора ската, коэффициента передискретизации, единичных весов для полос пропускания и задерживания без требований к переходной полосе.

Порядок этого фильтра итеративно подбирается в процессе синтеза формирующего фильтра. Известно, что при четном порядке такой специальный фильтр близок к фильтру Найквиста. Кроме того, если уровни справа от средней частоты переопределить, как в методе [4], через уровни слева на зеркально симметричных частотах и рассчитать фильтр, контролируя все уровни переходной полосы, то эту близость можно значительно усилить, что выражается в уменьшении МСИ при практически том же или несколько меньшем ослаблении АЧХ в полосе задерживания. В идеале каскадное соединение пары формирующих фильтров должно представлять собой фильтр Найквиста с нулевой МСИ, но для двух идентичных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров это, как известно, недостижимо. Однако, получение для этой пары формы АЧХ в переходной полосе близкой к форме характерной фильтру Найквиста дает хорошие результаты. Поэтому корень квадратный из уровней $x_i, i = 1, 2, \dots, (P-1)/2$ на заданных частотах переходной полосы специального фильтра используем в качестве уровней контроля слева от средней частоты для синтеза собственно формирующего фильтра. Все P уровней контроля переходной полосы с учетом изложенного определим как

$$y_i = \begin{cases} \sqrt{x_i}, & i = 1, 2, \dots, (P-1)/2, \\ 1/\sqrt{2}, & i = (P+1)/2, \\ \sqrt{1-x_{P-i+1}}, & i = k, k+1, \dots, P; \quad k = (P+3)/2. \end{cases}$$

Таким образом, вспомогательным параметром, введенным в [7], является порядок специального фильтра. Минимальный четный или нечетный порядок этого фильтра можно выбрать исходя из того, что уровень его АЧХ на граничной частоте полосы задерживания должен быть меньше или равен возведенному в квадрат заданному уровню АЧХ формирующего фильтра на этой же частоте.

Обнаружено, что лучшие результаты синтеза формирующего фильтра могут быть часто достигнуты для промежуточных P уровней, полученных путем линейной интерполяции P уровней для порядков специального фильтра, отличающихся на 1. Количество промежуточных P уровней может быть любым. Так, например, при порядках специального фильтра 75, 76, 77 и трех промежуточных P уровнях вспомогательный параметр примет следующие значения 75; 75,25; 75,5; 75,75; 76; 76,25; 76,5; 76,75; 77.

Исходные параметры и варьируемые переменные

Определим исходные параметры для синтеза формирующих КИХ-фильтров на основе ВЧА-Р с применением алгоритма Ремеза в среде MATLAB:

N – порядок фильтра,

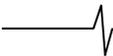
K – коэффициент передискретизации,

roll-off – фактор ската,

$a_{0\min}$ – минимально допустимое ослабление АЧХ в полосе задерживания,

Peak ISImax – максимально допустимая пиковая МСИ,

P – количество контрольных точек в переходной полосе,



M – длина слова коэффициентов фильтра, соответствующая шагу квантования 2^{-M} .

Полагаем, что усиление в полосе пропускания равно 1, усиление в полосе задерживания равно 0, веса в полосе пропускания и переходной полосе равны 1, частота дискретизации равна 1.

Определим варьируемые переменные:

r – вес для АЧХ в полосе задерживания,

v – вспомогательный параметр,

A – параметр, влияющий на усиление фильтра (максимальный диапазон $0,5 \leq A \leq 1$).

Кроме того, для выбранного критерия синтеза фильтров и количества точек P интерактивно определим диапазоны и шаги изменения переменных r и v . Для фильтров с непрерывными коэффициентами ($M = \infty$) параметр A может быть произвольным. В случае квантования (округления) коэффициентов ($M \neq \infty$) диапазон и шаг изменения A устанавливаем интерактивно. Результаты синтеза можно наблюдать по двумерным и/или трехмерным графикам и полученным данным. Все это иллюстрируем после описания критериев. Весь процесс синтеза может быть автоматизирован, но в ущерб наглядности и лучшего понимания решаемой задачи.

Критерии синтеза формирующих КИХ-фильтров

Далее используем четыре критерия синтеза формирующих КИХ-фильтров:

– минимум ошибки [6], учитывающей допустимые уровни пиковой МСИ и ослабления АЧХ в полосе задерживания

$e \rightarrow \min$;

– максимум ослабления при ограниченной пиковой МСИ

$a_0 \rightarrow \max$ при $Peak\ ISI \leq Peak\ ISI_{\max}$;

– минимум пикового уровня МСИ при ограниченном ослаблении

$Peak\ ISI \rightarrow \min$ при $a_0 \geq a_{0\min}$;

– минимум отношения пиковой мощности к средней мощности сигнала на выходе фильтра при ограниченных уровнях пиковой МСИ и ослабления

$PAPR \rightarrow \min$ при $Peak\ ISI \leq Peak\ ISI_{\max}$ и $a_0 \geq a_{0\min}$ или иначе при $e \leq 1$.

Если ошибка $e \leq 1$ или в децибелах $e \leq 0$ дБ, то тре-

бования по ослаблению и МСИ удовлетворены.

Иллюстрация метода ВЧА-Р для непрерывных коэффициентов

Метод ВЧА-Р проиллюстрируем на примере синтеза формирующих КИХ-фильтров при следующих требованиях:

$N = 62$;

$K = 2$;

$roll-off = 0,25$;

$a_{0\min} = 63$ дБ;

$Peak\ ISI_{\max} = -82$ дБ;

$P = 3, 5, 7$ и 9 ;

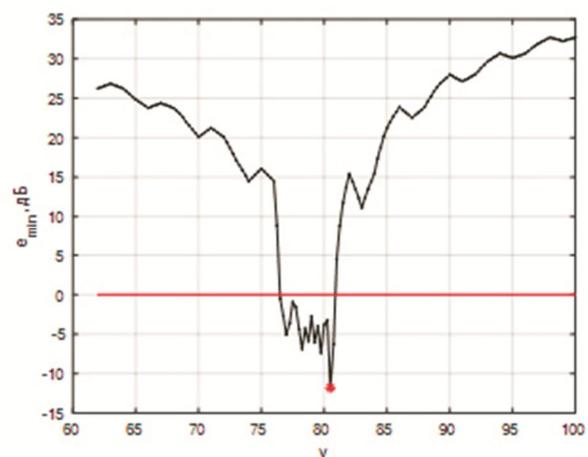
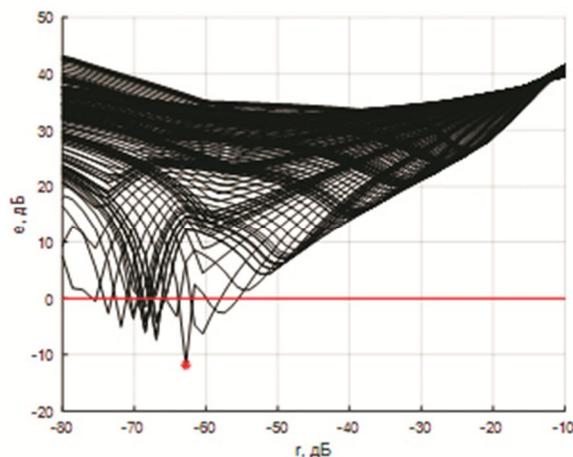
$M = \infty$.

В начале напомним [7], что при этих требованиях метод ВЧА-1 позволяет получить лишь сильно завышенный уровень $Peak\ ISI = -49$ дБ и чрезмерно большое ослабление $a_0 = 107$ дБ, но ВЧА-3 приводит к значениям этих параметров -99 дБ и 77 дБ, которые, как видим, существенно лучше указанных предельных $Peak\ ISI_{\max}$ и $a_{0\min}$, соответствующих решению полуаналитическим методом [4] при $P = 5$.

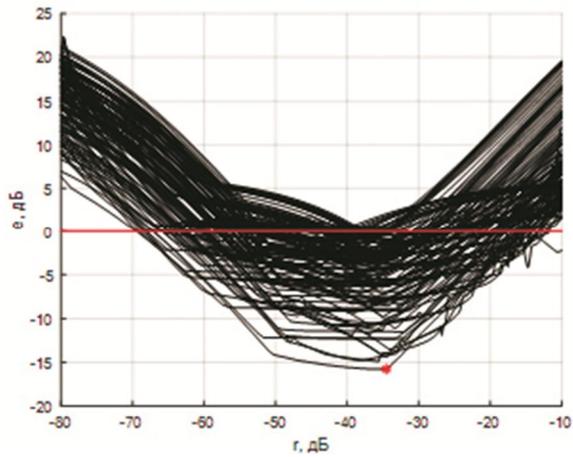
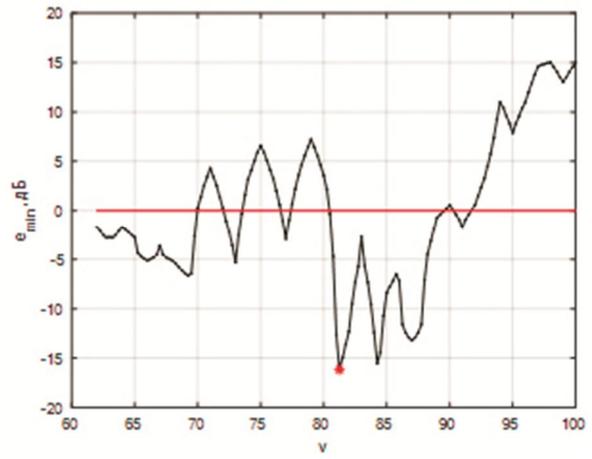
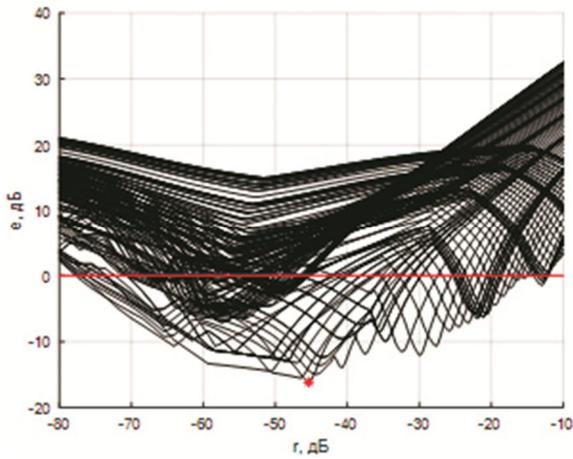
Для иллюстрации метода ВЧА-Р используем критерий синтеза $e \rightarrow \min$. На рис. 1 а-г слева для $P = 3, 5, 7, 9$ показаны семейства зависимостей ошибки e от переменной r . Шаг изменения r соответствует 300 точкам. Эти семейства обусловлены вариацией вспомогательного параметра $62 \leq v \leq 100$ с шагом 0,25. Знаком * отмечены значения $e = e_{\min}$. На рис. 1 а-г справа показаны зависимости e_{\min} от v .

На всех рисунках проведена прямая $e = 0$ дБ. Все точки на кривых при $e \leq 0$ дБ удовлетворяют заданным допускам на параметры a_0 и $Peak\ ISI$. Согласно рис. 1 а-г полученные e_{\min} для разных P отличаются и много меньше 0 дБ. Подобные зависимости можно изобразить и для трех других упомянутых ранее критериев синтеза. Заметим, что семейства на рис. 1 а-г включают решения для всех обсуждаемых критериев.

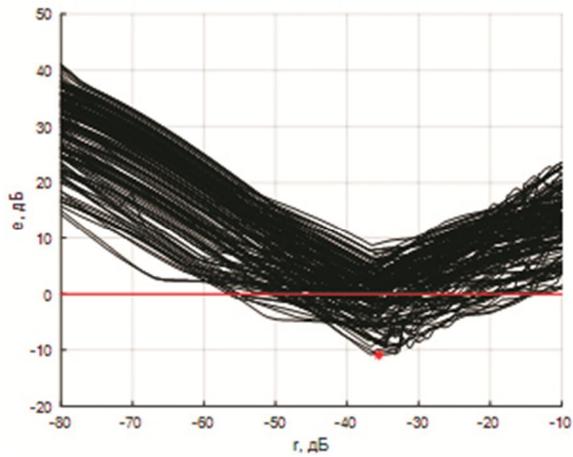
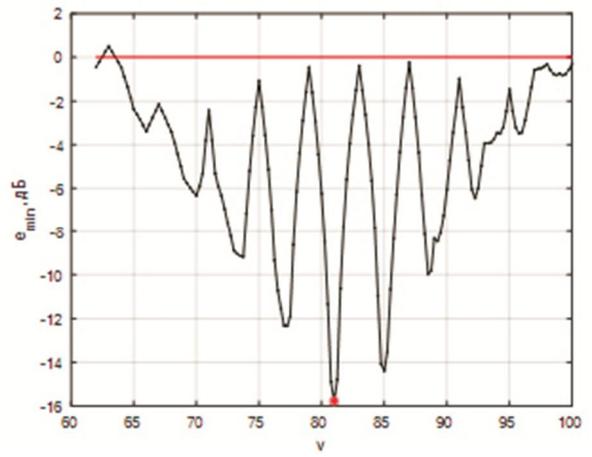
На рис. 2 а-г приведены еще два полезных графика для $P = 3, 5, 7$ и 9 , а именно два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow Peak\ ISI$ и $e \leftrightarrow PAPR$. Строго говоря, кривыми компромисса следовало бы называть лишь участ-



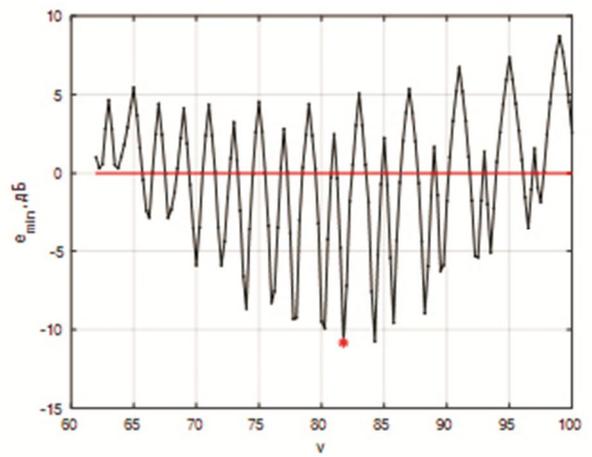
а)



б)



в)



г)

Рис.1. Семейства зависимостей ошибки e от r и зависимости ошибки e_{min} от ν для $P = 3$ (а), $P = 5$ (б), $P = 7$ (в) и $P = 9$ (г)

ки этих кривых, на которых один из двух параметров улучшается за счет ухудшения другого. Точки, отмеченные знаком *, соответствуют аналогичным точкам на рис.1 а-г и дают информацию о значениях параметров e , a_0 , $Peak\ ISI$ и $PAPR$. Кроме того, по рис. 2 а-г можно оценить результаты применения других критериев, учитывая линии допуска – вертикальные и горизонтальные прямые, показанные на этих рисунках. Например, по левым частям рис. 2 а-г видно, что при $P > 3$ можно получить меньшие уровни $Peak\ ISI$, чем при $P = 3$. Так, наименьшее значение $Peak\ ISI = -113$ дБ имеет место при $P = 7$. Интересно также отметить, что согласно правым частям рис. 2 а-г с ростом P для $e < 0$ увеличивает-

ся диапазон изменения $PAPR$ от $\approx 0,07$ дБ при $P = 3$ до $\approx 0,5-0,6$ дБ при $P > 3$.

Очевидно, что диапазоны переменных r и ν , а также шаги их вариации для каждого P можно в разной степени интерактивно изменять с тем, чтобы более точно и быстро найти искомые решения. Результаты подобного синтеза формирующих фильтров для всех обсуждаемых критериев вместе с сопутствующими параметрами при $P = 3, 5, 7$ и 9 и фиксированном шаге $(0,25)$ по ν приведены в табл. 1-4. Кроме того, здесь указаны значения переменной ν , для которых получены эти результаты. Заметим, что максимальным a_0 соответствуют большие ν , а минимальным $PAPR$ – малые ν .

Таблица 1. Результаты синтеза для критерия $e \rightarrow \min$

P	e , дБ	a_0 , дБ	Peak ISI, дБ	PAPR, дБ	ν
3	-14,6	77,6	-97,9	6,51	80,25
5	-17,3	80,4	-99,3	6,53	81,25
7	-15,8	78,8	-98,1	6,53	81,00
9	-10,8	73,8	-93,1	6,56	84,25

Таблица 2. Результаты синтеза для критерия $a_0 \rightarrow \max$

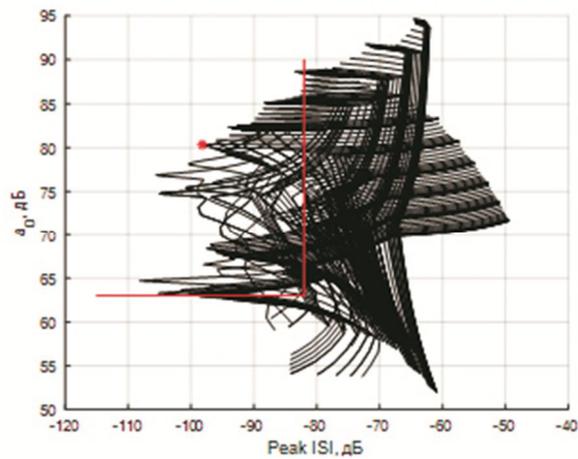
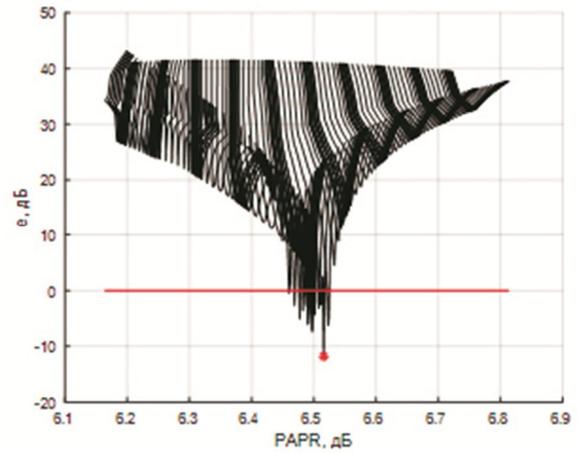
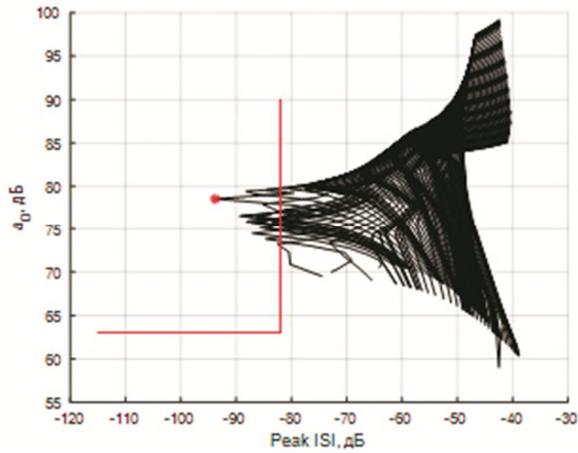
P	e , дБ	a_0 , дБ	Peak ISI, дБ	PAPR, дБ	ν
3	-0,21	79,8	-82,2	6,51	80,50
5	-0,01	88,7	-82,0	6,64	91,00
7	-0,09	88,0	-82,1	6,68	92,50
9	-0,00	84,0	-82,0	6,66	89,75

Таблица 3. Результаты синтеза для критерия Peak ISI $\rightarrow \min$

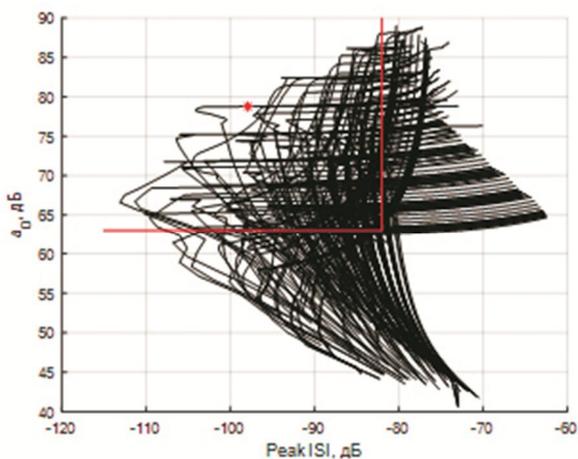
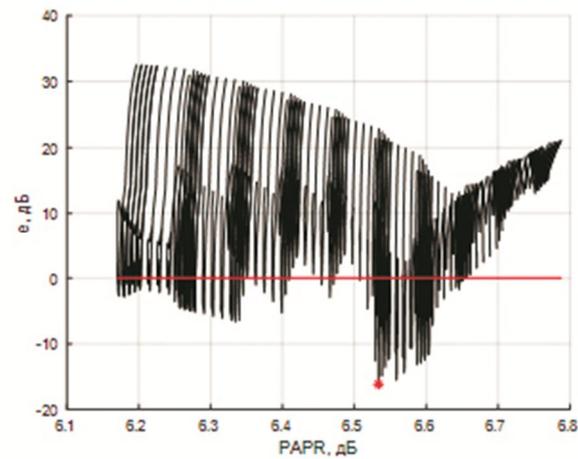
P	e , дБ	a_0 , дБ	Peak ISI, дБ	PAPR, дБ	ν
3	-14,6	77,6	-98,4	6,51	80,25
5	-1,7	64,7	-108	6,26	65,25
7	-4,3	67,3	-113	6,40	73,00
9	-0,1	63,2	-104	6,60	85,50

Таблица 4. Результаты синтеза для критерия PAPR $\rightarrow \min$

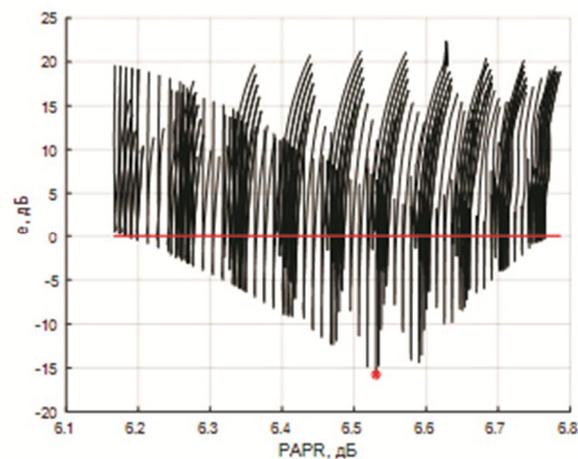
P	e , дБ	a_0 , дБ	Peak ISI, дБ	PAPR, дБ	ν
3	-0,5	73,2	-82,5	6,46	76,50
5	-0,27	63,3	-106	6,17	63,00
7	-0,01	63,2	-93,3	6,20	62,00
9	-0,14	63,1	-100	6,28	68,00



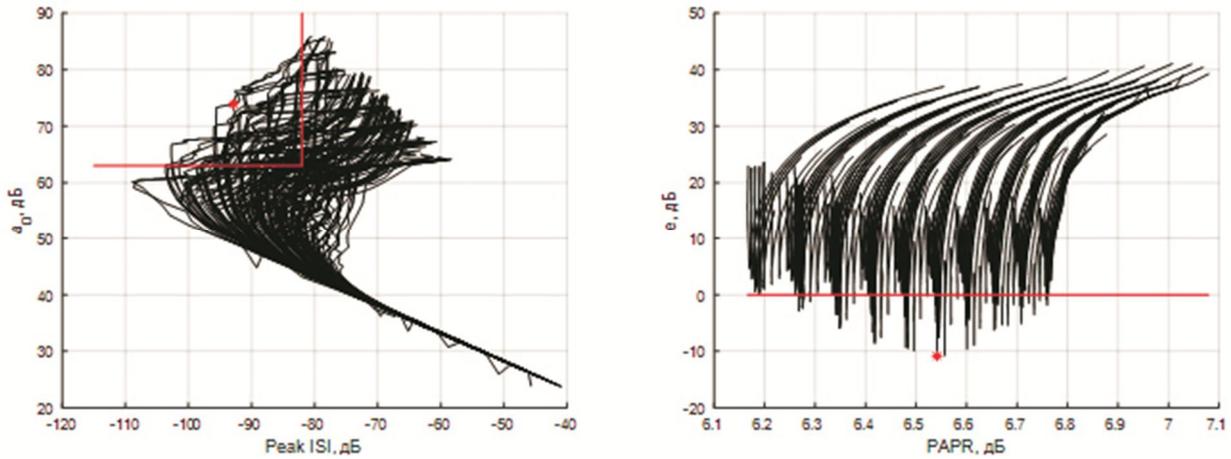
а)



б)



в)



е)

Рис. 2. Два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow \text{Peak ISI}$ и $e \leftrightarrow \text{PAPR}$ для $P = 3$ (а), $P = 5$ (б), $P = 7$ (в) и $P = 9$ (г)

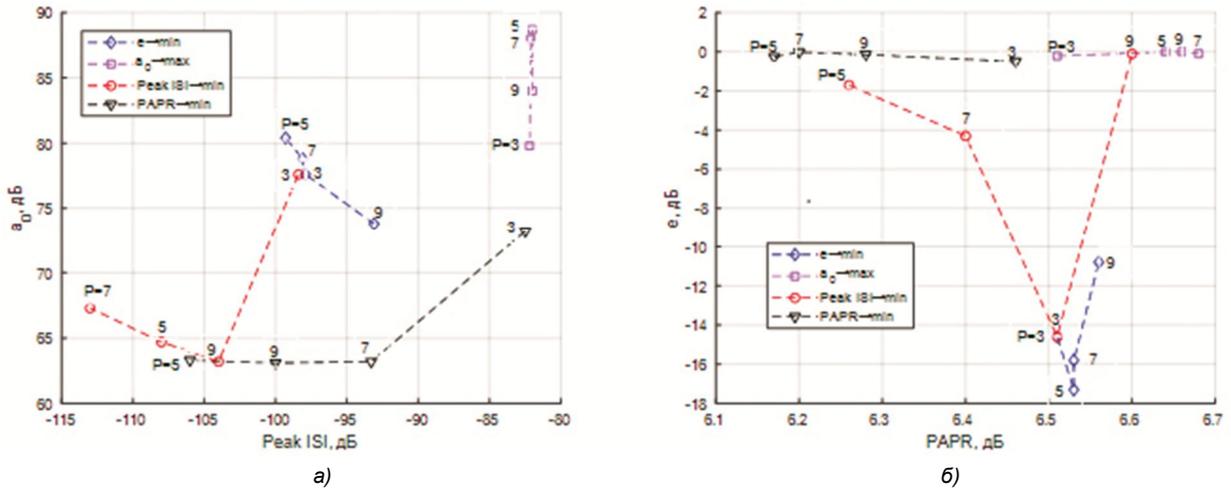


Рис. 3. Отображение данных из табл. 1-4 в плоскостях $a_0, \text{Peak ISI}$ (а) и e, PAPR (б) для четырех критериев синтеза

Лучшие решения в каждой таблице выделены жирным шрифтом. Как видим, для трех критериев они найдены при $P = 5$, а для одного при $P = 7$. Разброс полученных параметров $e, a_0, \text{Peak ISI}$ и PAPR при разных P в пределах выбранного критерия составляет 6,5; 8,9; 14,6 и 0,29 дБ, а в пределах всех критериев – 17,3; 25,6; 31 и 0,51 дБ. Эти и другие факты удобно наблюдать с оценочной точностью на рис. 3 а, б, где в двух плоскостях $a_0, \text{Peak ISI}$ и e, PAPR отображены данные из табл.1-4.

Представленные результаты подтверждают целесообразность предложенного контроля переходной полосы в процессе синтеза формирующих КИХ-фильтров.

Иллюстрация метода ВЧА-Р для квантованных коэффициентов

Требования к формирующему КИХ-фильтру сохраняем прежними. Положим только, что нормированные относительно единицы коэффициенты квантуются в процессе синтеза с длиной слова $M = 16$. Ограничимся критерием $e \rightarrow \text{min}$.

На рис. 4 а-г показаны семейства зависимостей e от r , зависимости e_{min} от v , а также два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow \text{Peak ISI}$ и $e \leftrightarrow \text{PAPR}$. Все графики получены при $P = 5$ для $M = \infty$ слева и $M = 16$ справа. При этом здесь шаг изменения r соответствует 390 точкам, а

вспомогательный параметр варьируется в диапазоне $62 \leq v \leq 93$ с шагом 0,25.

Как видим, при $M = 16$ имеет место одно допустимое решение с $e = e_{\text{min}} = -0,026$ дБ, отмеченное знаком *, которое сильно отличается от наилучшего решения при $M = \infty$. Интересно, что значения переменных r на рис. 4 а и v на рис. 4 б для этих решений также сильно отличаются. Из рис. 4 в следует, что квантование коэффициентов в гораздо большей степени влияет на Peak ISI , а не на a_0 . При этом существенно искажается форма кривых. Семейства в левой и правой части рис. 4 г очень схожи. Основной эффект квантования здесь выражен смещением кривых из области допуска при некотором искажении их формы.

Полученные результаты синтеза можно попытаться улучшить, введя вариацию упомянутого ранее параметра A влияющего на усиление фильтра. При этом коэффициенты КИХ-фильтра перед их квантованием умножаются на текущее значение A . Диапазон и шаг изменения A , как и переменных r и v устанавливается интерактивно. Задача усложняется и для ее решения требуются дополнительные временные затраты. Ограничимся малыми значениями вспомогательного параметра v . Так, руководствуясь зависимостями в правых частях рис. 1 а-г зададим диапазоны изменения v : 77-78, 62-63, 64-65 и 65-66, соответственно для $P = 3, 5, 7$ и 9. Шаг изменения

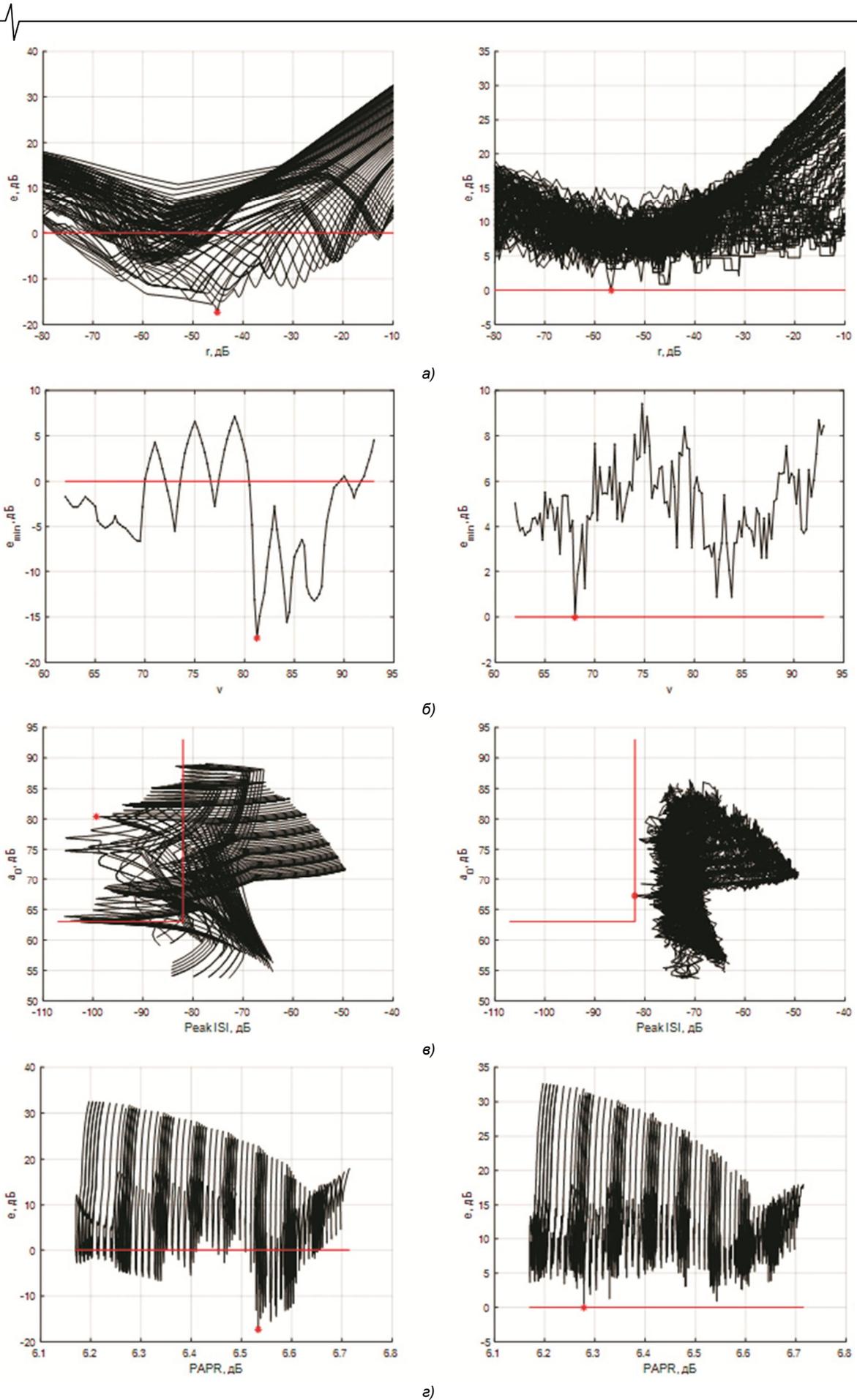


Рис. 4. Семейства зависимостей e от r (а), зависимости e_{\min} от v (б) и два семейства кривых компромисса $a_0 \leftrightarrow \text{Peak ISI}$ (в) и $e \leftrightarrow \text{PAPR}$ (е). Все графики получены при $P = 5$ для $M = \infty$ слева и $M = 16$ справа

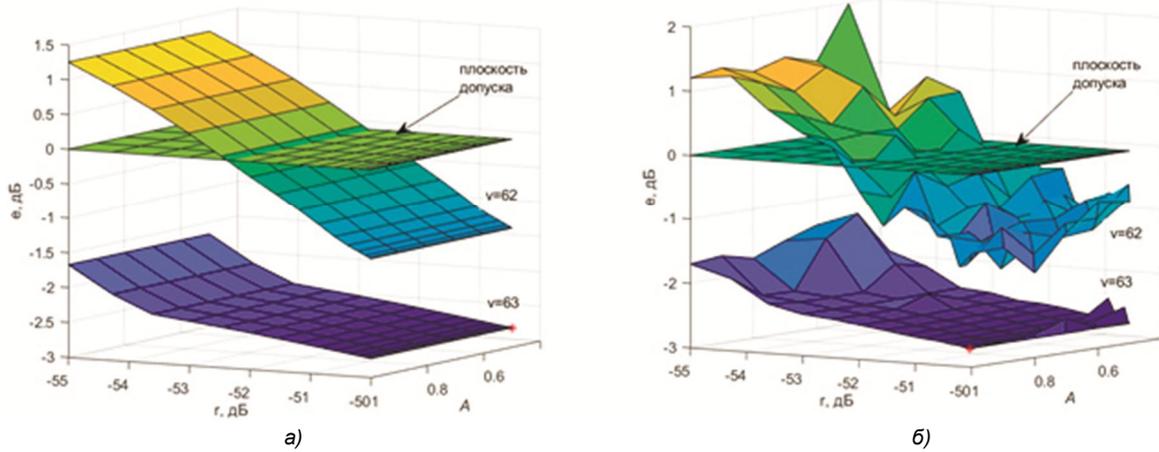


Рис. 5. Трехмерные семейства зависимостей ошибки e от переменных r, A для формирующего КИХ-фильтра при $M = \infty$ (а) и $M = 21$ (б)

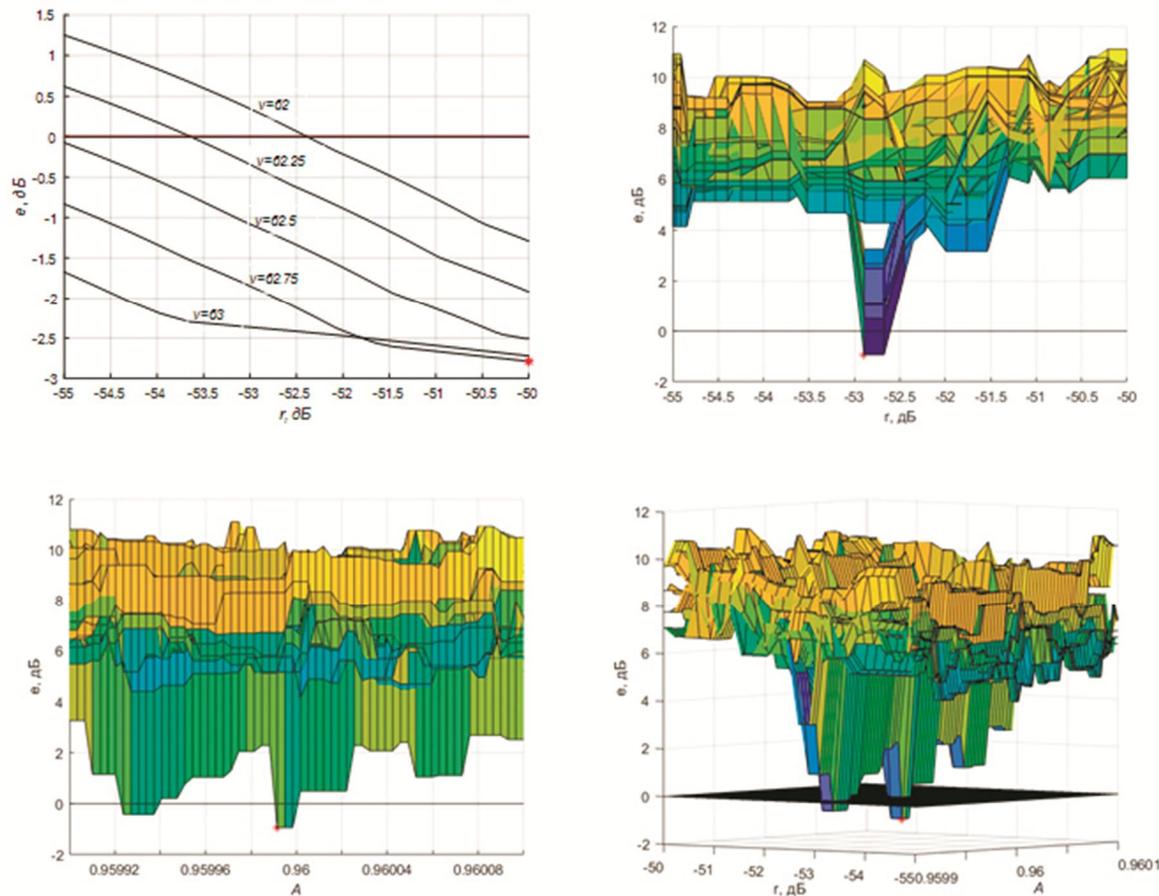


Рис. 6. Ракурс трехмерного семейства зависимостей ошибки e от переменных r, A (сверху слева) при $M = \infty$ и три ракурса этого семейства при $M = 16$

ν примем равным 0,25. Графическую иллюстрацию синтеза выполним только для $P = 5$. Кроме того, для всех P представим числовые данные.

На рис. 5 а и б показаны трехмерные семейства зависимостей ошибки e от переменных r, A для $P = 5$ при $M = \infty$ и $M = 21$. Там же показана плоскость допуса $e = 0$ дБ. Для простоты восприятия семейства представлены всего лишь двумя поверхностями, соответствующими значениям $\nu = 62$ и 63 . Как видим, при $M = \infty$ изменение A не влияет на поведение поверхностей, а при $M = 21$ – влияет.

На рис. 6 сверху слева показан ракурс трехмерного семейства зависимостей ошибки e от переменных r и A для $P = 5$ и $M = \infty$. Семейство обусловлено изменением вспомогательного параметра ν от 62 до 63 с шагом 0,25. Кроме того, на рис. 6 изображены три ракурса этого семейства слившегося семейства при $M = 16$. Там же показана плоскость допуса $e = 0$ дБ. Заметим, что диапазон вариации A в сравнении с упомянутым ранее максимальным диапазоном очень сильно сужен. Имеются два допустимых решения с параметром e меньше ранее полученного значения $-0,026$ дБ. Лучшему из них с $e = e_{\min} =$

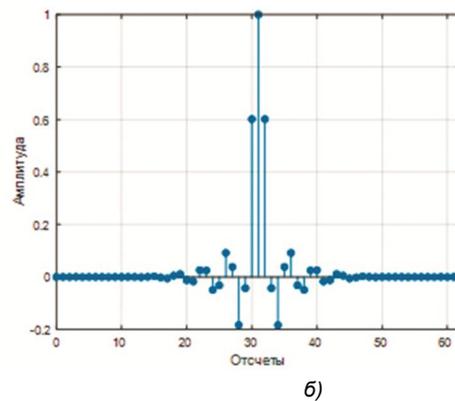
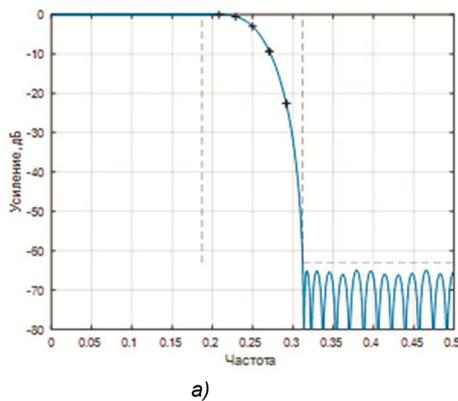


Рис. 7. Нормированные АЧХ (а) и ИХ (б) квантованного формирующего КИХ-фильтра при $M = 16$

$= -0,94$ дБ, отмеченному знаком *, соответствуют нормированные АЧХ и ИХ квантованного формирующего КИХ-фильтра, представленные на рис. 7 а, б. Знаком + на рис. 7 а отмечены пять точек контроля в переходной полосе. Нормированная ИХ каскадного соединения пары таких фильтров показана на рис. 8.

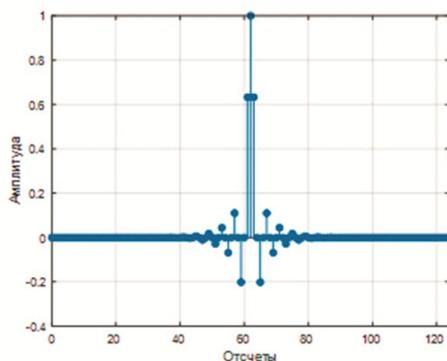


Рис. 8. Нормированная ИХ каскадного соединения пары квантованных формирующих КИХ-фильтров при $M = 16$

Значение ϵ и сопутствующие параметры найденных решений для $P = 3, 5, 7$ и 9 при $M = 16$ представлены в табл. 5. Здесь также указаны значения ν . Лучшее решение, согласно выбранному критерию, достигнуто при $P = 5$ и выделено жирным шрифтом. Для $P = 3$ получено существенно большее значением a_0 , но ему соответствует несколько увеличенный уровень $PAPR$. Все решения по параметру $Peak\ ISI$ близки. Наименьшее значение $PAPR$ найдено при $P = 5$.

Таблица 5. Результаты синтеза для критерия $\epsilon \rightarrow \min$ при $M = 16$

P	ϵ , дБ	a_0 , дБ	$Peak\ ISI$, дБ	$PAPR$, дБ	ν
3	-0,29	74,4	-82,3	6,49	77,75
5	-0,94	64,9	-82,9	6,18	62,75
7	-0,18	63,8	-82,2	6,23	64,50
9	-0,48	64,4	-82,5	6,28	66

Синтез формирующих КИХ-фильтров для $M < 16$ и $P = 3, 5, 7$ и 9 не имел успеха. Можно предположить, что для рассмотренных формирующих КИХ-фильтров минимально возможная или близкая к таковой длина слова коэффициентов $M = 16$.

Заключение

Исследован метод синтеза формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Фильтры передатчика и приемника системы идентичны. Метод основан на взвешенной чебышевской аппроксимации с применением алгоритма

Ремеза при дополнительном контроле уровней АЧХ на заданном числе частотных точек в переходной полосе и итеративном подборе веса для уровня в полосе задерживания. Предложен способ вычисления уровней АЧХ на всех этих частотах лишь по одному вспомогательному параметру, который определяется итеративно в процессе синтеза. Таким образом, при фиксированном числе точек оптимальному решению, согласно выбранному критерию, соответствуют определенные значения двух варьируемых переменных, а именно упомянутый вес и вспомогательный параметр. Для фильтров с квантованными коэффициентами оптимальное решение может быть улучшено введением в процесс синтеза еще одной варьируемой переменной влияющей на усиление фильтра. Рассмотрены критерии синтеза связанные с получением желаемых значений ослабления АЧХ в полосе задерживания, пиковой межсимвольной интерференции и отношения пиковой мощности к средней для сигнала на выходе фильтра.

На примере показано, что надлежащим выбором числа точек контроля (3, 5, 7 или 9) и их местоположения в переходной полосе можно существенно увеличить ослабление и/или уменьшить межсимвольную интерференцию в сравнении с ранее опубликованными значениями. Такой выбор позволяет несколько уменьшить и отношение пиковой мощности к средней. Обсуждаемый метод синтеза формирующих КИХ-фильтров, в том числе с квантованными коэффициентами, широко проиллюстрирован двумерной и трехмерной графикой, а также полученными данными.

Литература

- Siohan P., Moreau de Saint-Martin F. New designs of linear-phase transmitter and receiver filters for digital transmission systems. IEEE Trans. 1999. CAS-II. Vol. 47. No. 4. Pp. 428-433.
- Farhang-Boroujeny B. A square-root Nyquist (M) filter design for digital communication systems. IEEE Trans on SP. 2008. Vol. 56. No. 5. Pp. 2127-2132.
- Ashrafi A. Optimized linear phase square-root Nyquist FIR filters for CDMA IS-95 and UMTS standards// Signal Processing. 2013. Vol. 93. No. 4. Pp. 866-873.
- Traverso S. A family of square-root Nyquist filter with low group delay and high stopband attenuation. IEEE Communication Letters. 2016. Vol. 20. No. 6. Pp. 1136-1139.
- Xiao R., Lei Q., Guo X., Du W., Zhao Y. A design of two sub-stage square-root Nyquist matched filter. IEEE Access. 2018. Vol. 6. May. Pp. 23292-23302.
- Мингазин А.Т. Синтез квантованных формирующих КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Цифровая обработка сигналов. 2021. № 4. С. 3-15.
- Мингазин А.Т. Взвешенная чебышевская аппроксимация в синтезе формирующих КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 2. С. 3-11.

УДК 681.513.6+681.5.015.52

АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Щербаков М.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Автоматика и телемеханика» Пензенского государственного университета, e-mail: mashcherbakov@yandex.ru

ADAPTIVE POLYNOMIAL FILTERING ALGORITHMS IN THE TIME DOMAIN

Shcherbakov M.A.

Gradient and Newtonian algorithms for adaptive digital polynomial filters (Volterra filters) in the time domain are considered. Estimates of the limits for changing adaptation parameters are given, guaranteeing the convergence of the algorithms. These estimates are expressed through the eigenvalues of the correlation matrix of the higher moments of the input signal. Methods for speeding up the convergence of adaptive nonlinear filtering algorithms are proposed.

Key words: adaptive nonlinear filtering, polynomial filters, discrete Volterra series.

Ключевые слова: адаптивная нелинейная фильтрация, полиномиальные фильтры, дискретные ряды Вольтерра.

Введение

Последние достижения в области цифровой обработки сигналов связаны с разработкой методов адаптивной нелинейной фильтрации [1-4], которые нашли применения в различных областях, таких как идентификация и управление в нелинейных системах [5], нелинейная адаптивная эхо-компенсация [6, 7], нелинейное оценивание [8], фильтрация сигналов и изображений [9]. Среди множества классов нелинейных фильтров широкое распространение получили цифровые полиномиальные фильтры [9-11]. Данный класс нелинейных фильтров, называемых также фильтрами Вольтерра, представляет собой естественное обобщение линейных фильтров [13]. Ввиду того, что полиномиальные фильтры сохраняют свойство линейности относительно своих коэффициентов, принципы построения алгоритмов адаптации данных фильтров во многом схожи с линейным случаем. В то же время имеется ряд особенностей, связанных с выбором параметров адаптации, касающихся различных нелинейных составляющих фильтра.

В настоящее время существует множество различных алгоритмов адаптивной обработки сигналов. Известны различные модификации метода наименьших квадратов, отличающиеся способом формирования целевой функции и направлением поиска [1-3, 12]. Для всех адаптивных алгоритмов характерно присутствие помех, искажающих истинное направление поиска. Данные помехи обусловлены погрешностями статистических оценок и приводят к тому, что алгоритм адаптации сходится лишь в некоторую окрестность оптимальной точки. В связи с этим при исследовании алгоритмов адаптации можно говорить лишь о сходимости в некотором статистическом смысле (с вероятностью, в среднем).

Поэтому, одним из основных вопросов при разработке адаптивных алгоритмов фильтрации является выбор параметров алгоритма, обеспечивающих сходимость и достаточную скорость процесса адаптации.

Рассмотрены градиентные и ньютоновские алгоритмы адаптации цифровых полиномиальных фильтров (фильтров Вольтерра) во временной области. Приведены оценки границ изменения параметров адаптации, гарантирующие сходимость алгоритмов. Данные оценки выражаются через собственные числа корреляционной матрицы высших моментов входного сигнала. Предложены способы ускорения сходимости алгоритмов адаптивной нелинейной фильтрации.

Векторное представление полиномиальных фильтров

Цифровой полиномиальный фильтр M -го порядка определяется отрезком дискретного ряда Вольтерра [13, 14]

$$y(n) = \sum_{m=0}^M y_m(n) = \sum_{i_1=0}^{N-1} \dots \sum_{i_m=0}^{N-1} h_m(i_1, \dots, i_m) \prod_{j=1}^m x(n-i_j), \quad (1)$$

где $y_m(n)$ – составляющая реакции фильтра, характеризующая нелинейность m -го порядка; $h_m(i_1, \dots, i_m)$ – нелинейная импульсная характеристика (ядро) m -го порядка.

Многомерный полиномиальный фильтр (1) может быть охарактеризован $L_M \times 1$ вектором коэффициентов

$$\mathbf{h}^T = [h_0 \mid \mathbf{h}_1^T \mid \mathbf{h}_2^T \mid \dots \mid \mathbf{h}_M^T], \quad (3)$$

где отдельные блоки \mathbf{h}_m^T соответствуют нелинейным членам различных порядков и содержат упорядоченные значения $h_m(i_1, \dots, i_m)$, соответствующие лишь уникальным комбинациям индексов i_1, \dots, i_m . Можно показать, что размерность вектора \mathbf{h} равна числу сочетаний по m с повторениями из N элементов составит

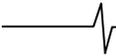
$$L_M = \sum_{m=0}^M C_{N+m-1}^m = C_{N+M}^M, \quad (4)$$

где C_n^m – число сочетаний из n по m .

Пусть вектор отсчетов входного сигнала $\mathbf{x}_n^T = [x(n) \dots x(n-N+1)]$. В соответствии с (4) сформируем вектор произведений отсчетов входного сигнала

$$\boldsymbol{\chi}_n^T = [1 \mid \mathbf{x}_n^T \mid \mathbf{x}_n^{(2)T} \mid \dots \mid \mathbf{x}_n^{(M)T}], \quad (5)$$

образованной из кронекеровских произведений $\mathbf{x}_n^{(m)}$ отсчетов входного сигнала. Данный вектор составлен из



упорядоченных произведений $x(n-i_1) \cdot \dots \cdot x(n-i_m)$, соответствующих лишь уникальным комбинациям (i_1, \dots, i_m) индексов.

Использование введенных векторных обозначений позволяет представить многомерный полиномиальный фильтр (1) в следующей простой векторной форме:

$$y(n) = \mathbf{h}^T \boldsymbol{\chi}_n, \quad (6)$$

линейной относительно вектора \mathbf{h} , содержащего L_M коэффициентов.

Задача оптимальной полиномиальной фильтрации

Вектор \mathbf{h}_{opt} оптимальных коэффициентов полиномиального фильтра определяется путем минимизации среднеквадратической ошибки между выходным $y(n)$ и заданным (опорным) $d(n)$ сигналами на выходе фильтра

$$\varepsilon = M\{d(n) - y(n)\}^2 \quad (7)$$

и сводится к решению матричного уравнения Винера-Хопфа [15]

$$\mathbf{R}_\chi \mathbf{h} = \mathbf{r}_{d\chi}, \quad (8)$$

где $\mathbf{R}_\chi = M\{\boldsymbol{\chi}_n \boldsymbol{\chi}_n^T\}$ – автокорреляционная матрица, а $\mathbf{r}_{d\chi} = M\{d(n) \boldsymbol{\chi}_n\}$ – вектор взаимных корреляций.

Ввиду линейности полиномиального фильтра относительно весовых коэффициентов решение (8) выглядит так же, как и в линейном случае. Отличием является то, что матрицы \mathbf{R}_χ и $\mathbf{r}_{d\chi}$ определяются через корреляции высших порядков. С учетом структуры (5) входного вектора $\boldsymbol{\chi}_n$, данные матрицы могут быть представлены в блочном виде следующим образом:

$$\mathbf{R}_\chi = M\{\boldsymbol{\chi}_n \boldsymbol{\chi}_n^T\} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0,0} & \mathbf{R}_{0,1} & \dots & \mathbf{R}_{0,1} \\ \mathbf{R}_{1,0} & \mathbf{R}_{1,1} & \dots & \mathbf{R}_{1,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{M,0} & \mathbf{R}_{M,1} & \dots & \mathbf{R}_{M,M} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_{d\chi} = M\{d(n) \boldsymbol{\chi}_n\} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 \\ \mathbf{r}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_M \end{bmatrix},$$

где блоки $\mathbf{R}_{i,j} = M\{\mathbf{x}_n^{(i)} \mathbf{x}_n^{(j)T}\}$ и $\mathbf{r}_i = M\{d(n) \mathbf{x}_n^{(i)}\}$ являются, соответственно, матрицей автокорреляций и вектором взаимных корреляций. Заметим, что в линейном случае данные матрицы состоят лишь из блоков $\mathbf{R}_{0,0}$, $\mathbf{R}_{0,1}$, $\mathbf{R}_{1,0}$, $\mathbf{R}_{1,1}$ и \mathbf{r}_0 , \mathbf{r}_1 .

На практике для вычисления среднеквадратической ошибки (7) используются реализации конечной длительности. Определим векторы \mathbf{d} и \mathbf{y} размером $L \times 1$, содержащие, соответственно, L отсчетов заданного и выходного сигналов фильтра. Тогда, вектор \mathbf{y} реакции фильтра может быть представлен в матричной форме $\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{h}$,

где \mathbf{h} – вектор (3) коэффициентов фильтра, а \mathbf{X} – матрица входного сигнала фильтра, определяемая соглас-

но (5) в следующем виде:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\chi}_1^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{\chi}_L^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_1^{(2)T} & \dots & \mathbf{x}_1^{(M)T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \mathbf{x}_L^T & \mathbf{x}_L^{(2)T} & \dots & \mathbf{x}_L^{(M)T} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

При конечном объеме выборки вместо (7) можно использовать квадрат евклидовой нормы вектора ошибок $\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{d} - \mathbf{y})^T (\mathbf{d} - \mathbf{y})$.

Как известно [15], минимум данной нормы определяется решением системы нормальных уравнений вида

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{h} = \mathbf{X}^T \mathbf{d} \quad (12)$$

и достигается в точке

$$\mathbf{h}_{opt} = \mathbf{X}^+ \mathbf{d}, \quad (13)$$

где \mathbf{X}^+ является обобщенной обратной (псевдообратной) матрицей для \mathbf{X} .

Если столбцы матрицы \mathbf{X} линейно независимы, что бывает далеко не всегда, то псевдообратная матрица определяется выражением

$$\mathbf{X}^+ = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T.$$

В частности, для квадратной матрицы $\mathbf{X}^+ = \mathbf{X}^{-1}$. При неполном ранге для определения \mathbf{X}^+ можно воспользоваться сингулярным представлением матрицы $\mathbf{X} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{V}$. Здесь \mathbf{U} и \mathbf{V} являются унитарными матрицами со столбцами, равными собственным векторам, соответственно, матриц $\mathbf{X} \mathbf{X}^T$ и $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$, а $\boldsymbol{\Lambda}$ – диагональной матрицей вида

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{D} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$, а σ_i – отличные от нуля сингулярные числа \mathbf{X} . Псевдо-обратная матрица \mathbf{X}^+ , соответствующая матрице \mathbf{X} ранга k , равна

$$\mathbf{X}^+ = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}.$$

В соответствии с (10) и (11) выходной вектор \mathbf{y} формируется путем взвешенного суммирования компонент $y_i, i = 0, \dots, M$, обусловленных отдельными столбцами матрицы \mathbf{X} . Первый столбец определяет постоянную составляющую y_0 ; столбец из блоков \mathbf{x}_i – линейную составляющую y_1 ; $\mathbf{x}_i^{(2)}$ – нелинейную составляющую y_2 второго порядка, и т.д. до M -го порядка включительно.

Непосредственное вычисление (13) требует наличия полных реализаций входного и выходного сигналов фильтра и из-за большой размерности сопряжено с большим объемом вычислительных затрат. При обработке реальных сигналов на практике требуется постоянно корректировать параметры фильтра, адаптируя его поведение в зависимости от внешней среды, что и обуславливает использование алгоритмов адаптивной фильтрации.

Градиентные алгоритмы адаптации

Градиентный адаптивный алгоритм для класса полиномиальных фильтров определяется дифференцированием среднеквадратической ошибки $\varepsilon = M\{d(n) - y(n)\}^2$ между опорным $d(n)$ и реальным $y(n)$ сигналами на

выходе фильтра по вектору \mathbf{h} коэффициентов и выглядит следующим образом:

$$\mathbf{h}^{[n]} = \mathbf{h}^{[n-1]} - \mu \hat{\nabla}_n = \mathbf{h}^{[n-1]} + \mu \varepsilon^{[n]} \boldsymbol{\chi}_n, \quad (14)$$

где μ – параметр адаптации (шаг); $\varepsilon^{[n]}$ – величина ошибки рассогласования, равная $d(n) - y(n)$; $\hat{\nabla}_n$ – оценка вектора градиента $\partial \varepsilon / \partial \mathbf{h}$; \mathbf{h} – вектор коэффициентов фильтра вида (3).

В силу линейности полиномиальных фильтров относительно коэффициентов внешний вид алгоритма (14) такой же, как и в случае линейной фильтрации. Отличие состоит в том, что здесь вместо вектора \mathbf{x}_n отсчетов входного сигнала фигурирует вектор $\boldsymbol{\chi}_n$, определяемый (5) и включающий в себя наряду с \mathbf{x}_n также векторы $\mathbf{x}_n^{(m)}$, $m = 2, \dots, M$ произведений входных отсчетов, соответствующие различным нелинейным составляющим полиномиального фильтра.

С целью сокращения дальнейших записей будем использовать следующие обозначения: $\boldsymbol{\chi}_{n,0} = 1$, $\boldsymbol{\chi}_{n,m} = \mathbf{x}_n^{(m)}$, $\mathbf{h}_0 = h_0$, $m = 1, \dots, M$. Тогда алгоритм (7) может быть представлен в блочном виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_0^{[n]} \\ \mathbf{h}_1^{[n]} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_M^{[n]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0^{[n-1]} \\ \mathbf{h}_1^{[n-1]} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_M^{[n-1]} \end{bmatrix} + \mu \varepsilon^{[n]} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\chi}_{n,0} \\ \boldsymbol{\chi}_{n,1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\chi}_{n,M} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Единственным параметром, с помощью которого можно влиять на поведение алгоритма (15), является величина μ шага. При малых значениях μ скорость адаптации будет невысока, но сходимость алгоритма гарантируется в достаточно малую окрестность оптимальной точки. Возрастание μ приводит к более быстрой адаптации, но с большей предельной ошибкой. Чрезмерное увеличение μ может нарушить устойчивость процесса адаптации, и алгоритм будет расходиться.

Как известно [2], в линейном случае сходимость алгоритма вида (14) гарантируется, если параметр μ лежит в диапазоне $0 < \mu < 2 / \lambda_{\max}$, где λ_{\max} – наибольшее собственное значение корреляционной матрицы \mathbf{R}_x входного процесса. Очевидно, что данная оценка будет также справедлива и в нелинейном случае с той лишь разницей, что матрица \mathbf{R}_x заменяется матрицей \mathbf{R}_x моментов высших порядков вида (9).

Данная матрица включает в себя матрицу \mathbf{R}_x , объединяющую блоки $\mathbf{R}_{0,0}, \mathbf{R}_{0,1}, \mathbf{R}_{1,0}, \mathbf{R}_{1,1}$. Так как значение λ_{\max} не может превышать след матрицы, равный сумме ее диагональных элементов [16], а $\text{tr}(\mathbf{R}_x) < \text{tr}(\mathbf{R}_x)$, в нелинейном случае параметр μ может выбираться в меньшем диапазоне, чем в линейном. Это снижает потенциальную скорость сходимости алгоритма (15), что ограничивает его непосредственное использование для адаптации полиномиальных фильтров.

Скорость сходимости может быть увеличена путем

представления полиномиального фильтра в виде компонент с некоррелированными выходами. В этом случае адаптация каждой из них может выполняться независимо, что позволяет снизить размерность исходной задачи и использовать различные параметры μ для адаптации отдельных составляющих фильтра. Полную декорреляцию всех компонент фильтра, обусловленных нелинейностями различных порядков, возможно осуществить с помощью довольно трудоемкой операции ортогонализации [17]. Для входных процессов с симметричной плотностью распределения вероятности, в основном встречающихся на практике, можно предложить более простой способ.

Так как для таких процессов все моменты нечетного порядка равны нулю, в матрице (9) все блоки $\mathbf{R}_{i,j} = 0$, для $i + j = 2k + 1$. Это дает возможность представить систему нормальных уравнений (8), определяющих оптимальный вектор коэффициентов, в виде двух независимых подсистем относительно четных и нечетных моментов:

$$\mathbf{R}_{\alpha} \mathbf{h}_{\alpha} = \mathbf{r}_{d\alpha}, \quad \mathbf{R}_{\beta} \mathbf{h}_{\beta} = \mathbf{r}_{d\beta}. \quad (16)$$

Здесь $\mathbf{R}_{\alpha} = \boldsymbol{\chi}_{\alpha,n} \boldsymbol{\chi}_{\alpha,n}^T$ и $\mathbf{R}_{\beta} = \boldsymbol{\chi}_{\beta,n} \boldsymbol{\chi}_{\beta,n}^T$, а входные векторы $\boldsymbol{\chi}_{\alpha,n}$, $\boldsymbol{\chi}_{\beta,n}$ и векторы \mathbf{h}_{α} , \mathbf{h}_{β} коэффициентов

определяются в виде

$$\boldsymbol{\chi}_{\alpha,n}^T = [1 \mid \boldsymbol{\chi}_{n,2}^T \mid \dots \mid \boldsymbol{\chi}_{n,M_{\alpha}}^T],$$

$$\boldsymbol{\chi}_{\beta,n}^T = [\boldsymbol{\chi}_{n,1}^T \mid \boldsymbol{\chi}_{n,3}^T \mid \dots \mid \boldsymbol{\chi}_{n,M_{\beta}}^T],$$

$$\mathbf{h}_{\alpha}^T = [h_0 \mid \mathbf{h}_2^T \mid \dots \mid \mathbf{h}_{M_{\alpha}}^T],$$

$$\mathbf{h}_{\beta}^T = [\mathbf{h}_1^T \mid \mathbf{h}_3^T \mid \dots \mid \mathbf{h}_{M_{\beta}}^T],$$

где $M_{\alpha} = 2[M/2]$, $M_{\beta} = 2[M/2] + 1$, а $[M/2]$ означает ближайшее целое, не превосходящее $M/2$.

В соответствии с (16), алгоритм (15) адаптации теперь будет выглядеть следующим образом:

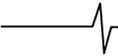
$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_{\alpha}^{[n]} \\ \mathbf{h}_{\beta}^{[n]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{\alpha}^{[n-1]} \\ \mathbf{h}_{\beta}^{[n-1]} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_{\alpha} & 0 \\ 0 & \mu_{\beta} \end{bmatrix} \varepsilon^{[n]} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\chi}_{\alpha,n} \\ \boldsymbol{\chi}_{\beta,n} \end{bmatrix} \quad (17)$$

и фактически представляет собой два независимых алгоритма для четных и нечетных составляющих фильтра с параметрами μ_{α} и μ_{β} .

Если обозначить через $\lambda_{\alpha,\max}$ и $\lambda_{\beta,\max}$ максимальные собственные значения, соответственно, матриц \mathbf{R}_{α} и \mathbf{R}_{β} , то сходимость алгоритма (17) будет гарантирована при условиях $0 < \mu_{\alpha} < 2 / \lambda_{\alpha,\max}$ и $0 < \mu_{\beta} < 2 / \lambda_{\beta,\max}$, которые с использованием оценки λ_{\max} , через след матрицы могут быть также записаны в виде

$$0 < \mu_{\alpha} < 2 / \text{tr}(\mathbf{R}_{\alpha}), \quad 0 < \mu_{\beta} < 2 \text{tr}(\mathbf{R}_{\beta}). \quad (18)$$

Так как параметры μ_{α} и μ_{β} адаптации в данном случае могут выбираться в более широком диапазоне, чем μ , следует ожидать, что по сравнению с исходным алгоритмом скорость сходимости алгоритма (17) будет выше.



Рассмотрим в качестве примера адаптивный нелинейный фильтр третьего порядка для входного сигнала $x(n)$ в виде гауссовского процесса с нулевым средним и дисперсией σ_x^2 . Для такого процесса все моменты нечетного порядка равны нулю, а моменты четного порядка определяются соотношением [18]

$$\mathbf{M}\{x(n_1)x(n_2)\dots x(n_{2k})\} = \sum \prod \mathbf{M}\{x(n_i)x(n_j)\}, \quad (19)$$

где суммирование производится по всем разбиениям совокупности $(1, 2, \dots, 2k)$ на пары, а произведение – по всем парам в каждом разбиении. При этом количество таких разбиений равно $(2k)!/k!2^k$.

Если импульсные характеристики $h_m(n_1, \dots, n_m)$ фильтра имеют длительности N_m , $m=1, 2, 3$, то, согласно (3), размеры соответствующих блоков \mathbf{h}_m вектора коэффициентов будут равны $C_{N_m+m-1}^m$. Возьмем для наглядности $N_1 = N_2 = N_3 = 3$, тогда входные векторы $\chi_{\alpha, n}$ и $\chi_{\beta, n}$ приобретают вид

$$\chi_{\alpha, n} = [1 \mid x_1^2 \quad x_2^2 \quad x_3^2 \mid x_1x_2 \quad x_1x_3 \quad x_2x_3],$$

$$\chi_{\beta, n} =$$

$$= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \mid x_1x_2^2 \quad x_1x_3^2 \quad x_2x_1^2 \quad x_2x_3^2 \quad x_3x_1^2 \quad x_3x_2^2 \quad x_1x_2x_3],$$

где с целью сокращения записи для обозначения $x(n-i)$ используется x_i .

С учетом (19) матрицы моментов, соответствующие векторам $\chi_{\alpha, n}$ и $\chi_{\beta, n}$, будут выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{R}_{\chi_{\alpha}} = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \sigma_x^2 & 3\sigma_x^4 & \sigma_x^4 & \sigma_x^4 & \\ \sigma_x^2 & \sigma_x^4 & 3\sigma_x^4 & \sigma_x^4 & \\ \sigma_x^2 & \sigma_x^4 & \sigma_x^4 & 3\sigma_x^4 & \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & & & & \mathbf{D}_3(\sigma_x^4) \end{array} \right], \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_{\chi_{\beta}} = \left[\begin{array}{cccc|cc} \mathbf{D}_3(\sigma_x^2) & \mathbf{D}_3(3\sigma_x^4) & \mathbf{G}_{3 \times 6}(\sigma_x^4) & \mathbf{0}_{3 \times 1} & & \\ \mathbf{D}_3(3\sigma_x^4) & \mathbf{D}_3(15\sigma_x^6) & \mathbf{G}_{3 \times 6}(3\sigma_x^6) & \mathbf{0}_{3 \times 1} & & \\ \mathbf{G}_{3 \times 6}^T(\sigma_x^4) & \mathbf{G}_{3 \times 6}^T(3\sigma_x^6) & \mathbf{D}_6(3\sigma_x^6) & \mathbf{0}_{6 \times 1} & & \\ \hline \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 6} & \sigma_x^6 & & \end{array} \right], \quad (21)$$

где $\mathbf{D}_L(a)$ обозначает диагональную матрицу размером $L \times L$ с элементами, равными a на диагонали; $\mathbf{0}_{L \times K}$ матрицу $L \times K$, целиком состоящую из нулей, а матрица $\mathbf{G}_{L \times K}(a)$ размером $L \times K$ имеет вид

$$\mathbf{G}_{L \times K}(a) = \begin{bmatrix} a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a \end{bmatrix}$$

и состоит из строк, содержащих сдвинутые пары элементов, равные a .

Зная дисперсию σ_x^2 входного сигнала (мощность), на основании полученных выражений (20) и (21) можно

рассчитать максимальные собственные числа $\lambda_{\alpha, \max}$ и $\lambda_{\beta, \max}$, определяющие границы изменения параметров μ_{α} и μ_{β} адаптации. Для определения приближенных границ воспользуемся оценками (18). В результате получим

$$0 < \mu_{\alpha} < \frac{2}{1+12\sigma_x^4}, \quad 0 < \mu_{\beta} < \frac{2}{3\sigma_x^2+64\sigma_x^6},$$

Заметим, что структура матриц (20) и (21) сохраняется при произвольных значениях N_m , $m=1, 2, 3$, а изменения будут касаться только размеров блоков. Это дает возможность без труда получить следующие оценки диапазона изменения параметров адаптации для общего случая

$$0 < \mu_{\alpha} < \frac{2}{1+(3N_2+C_{N_2}^2)\sigma_x^4},$$

$$0 < \mu_{\beta} < \frac{2}{N_1\sigma_x^2+(1+15N_3+2C_{N_3}^2)\sigma_x^6}.$$

Рассмотренные алгоритмы адаптации вида (15) и (17) предусматривают одновременную коррекцию векторов \mathbf{h}_m , $m=0, 1, \dots, M$, коэффициентов различных порядков и реализуются фильтром с параллельной структурой, показанной на рис. 1 а. Выбор параметра μ для алгоритма (15) определяется матрицей \mathbf{R}_{χ} большой

размерности, равной $C_{N+M}^M \times C_{N+M}^M$. Раздельная адаптация четных и нечетных составляющих фильтра, согласно алгоритму (17), основанная на разбиении матрицы \mathbf{R}_{χ} на две $\mathbf{R}_{\chi_{\alpha}}$ и $\mathbf{R}_{\chi_{\beta}}$, позволяет увеличить скорость сходимости за счет использования различных параметров μ_{α} и μ_{β} адаптации для каждой из них. Однако из-за того, что матрицы $\mathbf{R}_{\chi_{\alpha}}$ и $\mathbf{R}_{\chi_{\beta}}$ содержат моменты различных порядков, диапазон изменения $\lambda_{\min} - \lambda_{\max}$ собственных чисел может все же оставаться большим. Это, как известно [1, 2], приводит к неравномерной сходимости различных компонент (мод) вектора ошибки.

Для выравнивания скорости сходимости целесообразно использовать отдельные параметры μ_m , $m = 0, 1, \dots, M$, для каждой составляющей фильтра. Это становится возможным, если вместо параллельной коррекции векторов \mathbf{h}_m коэффициентов фильтра использовать последовательную в направлении увеличения порядка m нелинейности его составляющих.

Теоретической основой такого процесса может стать метод построения оптимального полиномиального фильтра с помощью последовательных приближений [15]. В соответствии с данным методом вектор \mathbf{h}_m коэффициентов, определяемый на m -м этапе процедуры, представляет собой решение системы нормальных уравнений:

$$\mathbf{R}_{m, m} \mathbf{h}_m = \mathbf{M}\{e_{m-1}(n)\chi_{n, m}\}, \quad (22)$$

где частичная ошибка $e_{m-1}(n)$ формируется на основе полученных на предыдущих этапах векторов \mathbf{h}_i , $i = 0, 1, \dots, m-1$, и равна

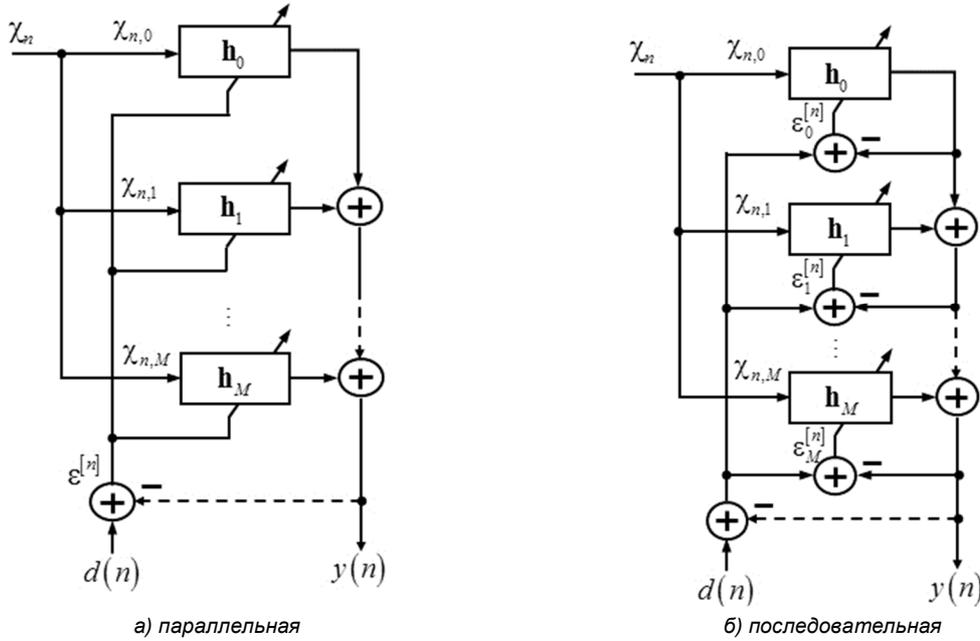


Рис. 1 Структуры адаптивных полиномиальных фильтров

$$e_{m-1}(n) = d(n) - y_{m-1}(n) = d(n) - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{h}_i^T \boldsymbol{\chi}_{n,i} \quad (23)$$

Подставляя (23) в выражение (22), данную процедуру можно также представить как последовательность решений матричных уравнений вида

$$\mathbf{R}_{m,0} \mathbf{h}_0 + \mathbf{R}_{m,1} \mathbf{h}_1 + \dots + \mathbf{R}_{m,m-1} \mathbf{h}_{m-1} + \mathbf{R}_{m,m} \mathbf{h}_m = \mathbf{r}_m, \quad (24)$$

относительно \mathbf{h}_m при заданных $\mathbf{h}_i, i = 0, 1, \dots, m-1$.

Применение градиентного метода для решения уравнений (22) приводит к следующему адаптивному алгоритму:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_m^{[n]} &= d(n) - y_{m-1}(n) - \boldsymbol{\chi}_{n,m}^T \mathbf{h}_m^{[n-1]}, \\ \mathbf{h}_m^{[n]} &= \mathbf{h}_m^{[n-1]} + \mu_m \boldsymbol{\varepsilon}_m^{[n]} \boldsymbol{\chi}_{n,m}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$y_m(n) = y_{m-1}(n) + \boldsymbol{\chi}_{n,m}^T \mathbf{h}_m^{[n]}, \quad m = 0, 1, \dots, M.$$

Согласно (25), адаптация векторов \mathbf{h}_m происходит последовательно по отдельным алгоритмам с различными параметрами μ_m адаптации для каждого из них. Формирование очередного вектора $\mathbf{h}_m^{[n]}$ на n -й итерации осуществляется на основе ошибки $\boldsymbol{\varepsilon}_m^{[n]}$, для вычисления которой используется вектор $\mathbf{h}_m^{[n-1]}$, полученный на $(n-1)$ -й итерации, и реакция $y_{m-1}(n)$ фильтра $(m-1)$ -го порядка, зависящая от значений векторов $\mathbf{h}_i^{[n]}, i = 0, 1, \dots, m-1$ на n -й итерации. Структура нелинейного фильтра с последовательной адаптацией показана на рис. 1 б.

Для определения условий, гарантирующих сходимость алгоритма адаптации, запишем разностное уравнение относительно средних значений вектора коэффициентов. Вычисляя математическое ожидание от обеих частей уравнения коррекции вектора, получим

$$\mathbf{M}\{\mathbf{h}_m^{[n-1]}\} = \mathbf{M}\{\mathbf{h}_m^{[n-1]}\} + \mu_m \mathbf{M}\{\boldsymbol{\varepsilon}_m^{[n]} \boldsymbol{\chi}_{n,m}\} = \mathbf{M}\{\mathbf{h}_m^{[n-1]}\} +$$

$$+ \mu_m [\mathbf{r}_m - \mathbf{M}\{y_{m-1}(n) \boldsymbol{\chi}_{n,m}\} - \mathbf{M}\{\boldsymbol{\chi}_{n,m} \boldsymbol{\chi}_{n,m}^T \mathbf{h}_m^{[n-1]}\}].$$

Последовательно раскрывая $y_{m-1}(n)$ с помощью последнего выражения из (25) и предполагая, что векторы коэффициентов статистически независимы от входных векторов преобразуем данное уравнение к виду

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\{\mathbf{h}_m^{[n]}\} &= \mathbf{M}\{\mathbf{h}_m^{[n-1]}\} + \\ &+ \mu_m \left(\mathbf{r}_m - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{R}_{m,i} \mathbf{h}_i^{[n]} - \mathbf{R}_{m,m} \mathbf{h}_m^{[n-1]} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Обозначим через $\tilde{\mathbf{h}}_m, m = 0, 1, \dots, M$ векторы коэффициентов, являющиеся решением системы уравнений (24), и введем в рассмотрение величины $\mathbf{e}_m^{[n]} = \mathbf{M}\{\mathbf{h}_m^{[n]}\} - \tilde{\mathbf{h}}_m$, характеризующие отклонение средних значений коэффициентов от данного решения. После подстановки в (26) значение \mathbf{r}_m из (24) будем иметь

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_m^{[n]} &= \mathbf{e}_m^{[n-1]} - \mu_m \left(\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{R}_{m,i} \mathbf{e}_i^{[n]} - \mathbf{R}_{m,m} \mathbf{e}_m^{[n-1]} \right), \\ m &= 0, 1, \dots, M. \end{aligned}$$

Полученная система разностных уравнений может быть представлена в более компактной форме

$$\mathbf{A} \mathbf{e}_m^{[n]} = (\mathbf{I} - \mu \mathbf{B}) \mathbf{e}_m^{[n-1]}, \quad (27)$$

где $\mathbf{e}_m^{[n]} = [(\mathbf{e}_0^{[n]})^T \mid (\mathbf{e}_1^{[n]})^T \mid \dots \mid (\mathbf{e}_M^{[n]})^T]^T$, а блочно-диагональные матрицы μ, \mathbf{B} и нижняя блочно-треугольная матрица \mathbf{A} имеют следующий вид:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_0 \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mu_1 \mathbf{I}_{L_1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mu_2 \mathbf{I}_{L_2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mu_M \mathbf{I}_{L_M} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0,0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{1,1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{2,2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{R}_{M,M} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mu_1 \mathbf{R}_{1,0} & \mathbf{I}_{L_1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mu_2 \mathbf{R}_{2,0} & \mu_2 \mathbf{R}_{2,1} & \mathbf{I}_{L_2} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mu_M \mathbf{R}_{M,0} & \mu_M \mathbf{R}_{M,0} & \mu_M \mathbf{R}_{M,0} & \dots & \mu_M \mathbf{R}_{M,M-1} & \mathbf{I}_{L_M} \end{bmatrix},$$

где размеры L_m блоков равны $C_{N_m+m-1}^m$, $m = 1, \dots, M$.

Матрица \mathbf{B} допускает спектральное представление в виде $\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^{-1}$, где \mathbf{U} – унитарная матрица, столбцами которой являются собственные векторы \mathbf{B} , а $\mathbf{\Lambda}$ – диагональная матрица собственных значений \mathbf{B} . В силу блочно-диагональной структуры \mathbf{B} матрица $\mathbf{\Lambda}$ определяется через матрицы $\mathbf{\Lambda}_m$, состоящие из собственных чисел отдельных блоков, и равна $\text{diag}(\mathbf{1}, \mathbf{\Lambda}_1, \dots, \mathbf{\Lambda}_M)$.

Воспользуемся теперь приемом из [2], записав (27) в новой системе координат. Используя подстановку $\mathbf{e}^{[n]} = \mathbf{U}\mathbf{v}^{[n]}$ и учитывая коммутативность матриц μ и \mathbf{U} , получим

$$\mathbf{D}\mathbf{v}^{[n]} = (\mathbf{I} - \mu\mathbf{\Lambda})\mathbf{v}^{[n-1]}, \quad (28)$$

где $\mathbf{D} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}$. Обозначим $\gamma_0 = 1 - \mu_0$, $\gamma_m = \mathbf{I} - \mu_m\mathbf{\Lambda}_m$, $m = 1, \dots, M$, тогда матрица $(\mathbf{I} - \mu\mathbf{\Lambda})$ будет равна $\text{diag}(\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_M)$. Если параметры μ_m адаптации выбрать из условий

$$0 < \mu_0 < 1, \quad 0 < \mu_m < 2/\lambda_{m,\max}, \quad (29)$$

где $\lambda_{m,\max}$ – максимальное собственное число блока $\mathbf{R}_{m,m}$, то будет справедливо

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_0^n = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_m^n = \mathbf{0}, \quad m = 1, \dots, M. \quad (30)$$

При отсутствии корреляции между различными входными векторами $\chi_{n,i}$ матрицы $\mathbf{R}_{i,j} = \mathbf{0}$ для $i \neq j$. В этом случае $\mathbf{D} = \mathbf{I}$ и из (30) с очевидностью следует, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{v}_m^{[n]} = \mathbf{v}_m^{[0]} \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_m^n = \mathbf{0}.$$

Покажем теперь, что при условиях (29) сходимость алгоритма будет обеспечиваться также и в общем случае. Прежде всего заметим, что матрицы \mathbf{U} и \mathbf{U}^{-1} являются блочно-диагональными так же, как и матрица \mathbf{B} . Непосредственной проверкой можно убедиться, что преобразование $\mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U}$ не изменяет структуру матрицы \mathbf{A} , оставляя ее блочно-треугольной. В результате матрица \mathbf{D} будет отличаться от \mathbf{A} только своими блоками, которые обозначим $\mathbf{D}_{i,j}$.

Сходимость $\mathbf{v}_m^{[n]} \rightarrow \mathbf{0}$ доказывается по индукции.

Для $m = 0$ имеем $\mathbf{v}_0^{[n]} = \gamma_0 \mathbf{v}_0^{[n-1]} = \gamma_0^n \mathbf{v}_0^{[0]} \rightarrow \mathbf{0}$. Используя разностное уравнение (28), выразим $\mathbf{v}_1^{[n]}$ через $\mathbf{v}_0^{[0]}$ и $\mathbf{v}_1^{[0]}$ следующим образом:

$$\mathbf{v}_1^{[n]} = \gamma_1^n \mathbf{v}_1^{[0]} - \mathbf{D}_{1,0} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_1^{n-i} \gamma_0^i \right) \mathbf{v}_0^{[0]}. \quad (31)$$

Так как все члены в (31) имеют порядок $O(\gamma_0^i \gamma_1^j)$, $i + j = n$, имеем $\mathbf{v}_m^{[n]} \rightarrow \mathbf{0}$. Аналогичным образом можно показать, что

$$\mathbf{v}_m^{[n]} = \gamma_m^n \mathbf{v}_m^{[0]} - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{D}_{m,i} \sum_{j=1}^n \gamma_m^{n-j} \gamma_i^j \mathbf{v}_i^{[j]}. \quad (32)$$

Учитывая, что $\mathbf{v}_i^{[j]} \sim O(\gamma_0^{k_0} \gamma_1^{k_1} \dots \gamma_i^{k_i})$, $k_0 + \dots + k_i = j$ для $i < m$, на основании (32) будем иметь $\mathbf{v}_m^{[n]} \rightarrow \mathbf{0}$.

На практике для выбора параметров μ_m адаптации вместо (29) можно воспользоваться оценками $0 < \mu_m < 2/\text{tr}(\mathbf{R}_{m,m})$. В частности, для нелинейного фильтра третьего порядка с некоррелированным гауссовым процессом на входе, имеющим дисперсию σ_x^2 , параметры адаптации будут определяться следующим образом:

$$0 < \mu_0 < 1, \quad 0 < \mu_1 < \frac{2}{N_1 \sigma_x^2}, \quad 0 < \mu_2 < \frac{2}{(3N_2 + C_{N_2}^2) \sigma_x^4},$$

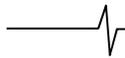
$$0 < \mu_3 < \frac{2}{(1 + 15N_3 + 2C_{N_3}^2) \sigma_x^6}.$$

Хотя последовательный алгоритм адаптации обладает более высокой скоростью сходимости, чем параллельный, в общем случае нельзя гарантировать, что он сходится к оптимальной точке. Другими словами, $\mathbf{M}\{\mathbf{h}^{[n]}\} = \tilde{\mathbf{h}} \neq \mathbf{h}_{\text{opt}}$, т.к. системы нормальных уравнений (8) и (24), определяющие, соответственно, векторы \mathbf{h}_{opt} и $\tilde{\mathbf{h}}$, отличны друг от друга.

Для достижения необходимой точности без существенной потери скорости адаптации можно совместить последовательный алгоритм с параллельным, используя последний для уточнения текущего вектора коэффициентов. Другим возможным решением является добавление к последовательной схеме на рис. 1 б дополнительной обратной связи (показана пунктиром), периодическое замыкание которой будет приводить к снижению систематической ошибки адаптации.

Рекурсивный алгоритм адаптации с экспоненциальным взвешиванием

В рассмотренных алгоритмах адаптации для оценки вектора градиента использовалось значение ошибки рассогласования лишь в одной (текущей) точке. Как следствие этого, вектор коэффициентов будет иметь значительную случайную составляющую. Другим недостатком градиентных алгоритмов является неравномерная сходимость различных компонент вектора коэффициентов. Согласно [2], такая неравномерность увеличивается с ростом диапазона изменения собственных чисел корреляционной матрицы. В частности, можно показать, что для последовательного алгоритма адаптации постоянные времени τ_m , характеризующие сходимость различных компонент \mathbf{h}_m вектора коэффициентов, будут определяться отношением $\lambda_{m,\max} / 2\lambda_{m,\min}$, где $\lambda_{m,\max}$



и $\lambda_{m,\min}$ максимальное и минимальное собственные числа матрицы $\mathbf{R}_{m,m}$.

Улучшение отмеченных свойств процесса адаптации возможно за счет использования алгоритмов ньютоновского типа с экспоненциальным взвешиванием, называемых также рекурсивными алгоритмами наименьших квадратов [2]. Хотя данные алгоритмы требуют больших вычислительных затрат по сравнению с градиентными, они обладают более высокой и равномерной скоростью сходимости, а также менее подвержены влиянию шумов [1, 2].

Рассмотрим последовательный процесс адаптации полиномиальных фильтров, основанный на использовании данного класса алгоритмов. Пусть на n -й итерации уже получены компоненты $\mathbf{h}_0^{[n]}, \mathbf{h}_1^{[n]}, \dots, \mathbf{h}_{m-1}^{[n]}$ вектора коэффициентов. Вычисление очередного вектора $\mathbf{h}_m^{[n]}$ осуществляется путем минимизации взвешенной суммы квадратов ошибок:

$$\min \sum_{i=0}^n \alpha^{n-i} e_m^2(i), \quad (33)$$

где постоянная α «забывания» определяет степень влияния предыдущих значений ошибки и выбирается в диапазоне $0 \leq \alpha \leq 1$, а частичная ошибка $e_m(i)$ определяется выражением (23).

Решение $M + 1$ задач вида (33) для различных значений $m = 0, 1, \dots, M$ приводит к следующей системе нормальных уравнений:

$$\sum_{i=0}^m \mathbf{R}_{m,i}^{[n]} \mathbf{h}_i^{[n]} = \mathbf{r}_m^{[n]}, \quad m = 0, 1, \dots, M, \quad (34)$$

которая отличается от (24) тем, что вместо точных значений матриц $\mathbf{R}_{m,j}$ и векторов \mathbf{r}_m содержит их оценки вида

$$\mathbf{R}_{m,j}^{[n]} = \sum_{i=0}^n \alpha^{n-i} \chi_{i,m} \chi_{i,j}^T, \quad \mathbf{r}_m^{[n]} = \sum_{i=0}^n \alpha^{n-i} d(n) \chi_{i,m}.$$

Данные оценки могут определяться рекурсивно с помощью выражений

$$\mathbf{R}_{m,j}^{[n]} = \alpha \mathbf{R}_{m,j}^{[n-1]} + \chi_{n,m} \chi_{n,j}^T, \quad \mathbf{r}_m^{[n]} = \alpha \mathbf{r}_m^{[n-1]} + d(n) \chi_{n,m}. \quad (35)$$

Для построения алгоритма адаптации решим (34) относительно $\mathbf{h}_m^{[n]}$, считая $\mathbf{h}_0^{[n]}, \mathbf{h}_1^{[n]}, \dots, \mathbf{h}_{m-1}^{[n]}$ известными

$$\mathbf{h}_m^{[n]} = \mathbf{P}_m^{[n]} \left(\mathbf{r}_m^{[n]} - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{R}_{m,i}^{[n]} \mathbf{h}_i^{[n]} \right), \quad (36)$$

где $\mathbf{P}_m^{[n]}$ представляет собой матрицу, обратную $\mathbf{R}_{m,m}^{[n]}$. С учетом (35) данное выражение можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_m^{[n]} &= \mathbf{P}_m^{[n]} \left[\alpha \left(\mathbf{r}_m^{[n-1]} - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{R}_{m,i}^{[n-1]} \mathbf{h}_i^{[n-1]} \right) + \right. \\ &+ \left. \chi_{n,m} \left(d(n) - \sum_{i=0}^{m-1} \chi_{n,i}^T \mathbf{h}_i^{[n-1]} \right) \right] = \\ &= \mathbf{P}_m^{[n]} \left[\alpha \boldsymbol{\theta}_{n,m} + \chi_{n,m} e_{m-1}(n) \right], \end{aligned} \quad (37)$$

где $\boldsymbol{\theta}_{n,m} = \mathbf{r}_m^{[n-1]} - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{R}_{m,i}^{[n-1]} \mathbf{h}_i^{[n-1]}$.

Используя для вычисления $\mathbf{P}_m^{[n]}$ рекурсивный метод обращения матриц [2], можно показать, что

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_m^{[n]} &= \frac{1}{\alpha} \left(\mathbf{P}_m^{[n-1]} - \mathbf{s}_m^{[n]} \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \right), \\ \mathbf{s}_m^{[n]} &= \frac{\mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m}}{\alpha + \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m}}. \end{aligned} \quad (38)$$

Подставим выражение (38) для $\mathbf{P}_m^{[n]}$ в (37) и выполним следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_m^{[n]} &= \mathbf{P}_m^{[n-1]} \boldsymbol{\theta}_{n,m} - \mathbf{s}_m^{[n]} \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \boldsymbol{\theta}_{n,m} + \\ &+ \frac{1}{\alpha} \left(\mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m} - \frac{\mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m} \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m}}{\lambda + \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m}} \right) e_{m-1}(n) = \\ &= \mathbf{P}_m^{[n-1]} \boldsymbol{\theta}_{n,m} - \mathbf{s}_m^{[n]} \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \boldsymbol{\theta}_{n,m} + \mathbf{s}_m^{[n]} e_{m-1}(n). \end{aligned}$$

Для упрощения полученного выражения предположим, что $\mathbf{h}_i^{[n]} \approx \mathbf{h}_i^{[n-1]}$ для $i = 0, 1, \dots, m-1$. Тогда на основании (36) имеем $\mathbf{P}_m^{[n-1]} \boldsymbol{\theta}_{n,m} \approx \mathbf{h}_m^{[n-1]}$, и алгоритм адаптации можно представить в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_m^{[n]} &= d(n) - y_{m-1}(n) - \chi_{n,m}^T \mathbf{h}_m^{[n-1]}, \\ \mathbf{P}_m^{[n]} &= \frac{1}{\alpha} \left(\mathbf{P}_m^{[n-1]} - \mathbf{s}_m^{[n]} \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \right), \\ \mathbf{s}_m^{[n]} &= \frac{\mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m}}{\alpha + \chi_{n,m}^T \mathbf{P}_m^{[n-1]} \chi_{n,m}}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_m^{[n]} &= \mathbf{h}_m^{[n-1]} + \mu \mathbf{s}_m^{[n]} \varepsilon_m^{[n]}, \\ y_m(n) &= y_{m-1}(n) + \chi_{n,m}^T \mathbf{h}_m^{[n]}, \quad m = 0, 1, \dots, M. \end{aligned}$$

По сравнению с (25) данный алгоритм предусматривает рекурсивное вычисление матрицы $\mathbf{P}_m^{[n]}$, на что дополнительно затрачивается приблизительно $O(L_m^2)$ операций умножения. В то же время, поскольку при вычислении вектора $\mathbf{s}_m^{[n]}$, определяющего направление поиска, используется взвешенное суммирование предшествующих отсчетов входного сигнала, процесс адаптации по алгоритму (39) имеет более гладкий характер и обеспечивает меньшие флуктуации при приближении к оптимальной точке. При этом величина шумовой составляющей коэффициентов фильтра зависит от памяти фильтра и определяется постоянной α .

Можно показать, что система разностных уравнений относительно векторов ошибок $\mathbf{e}_m^{[n]} = \mathbf{M} \left\{ \mathbf{h}_m^{[n]} \right\} - \tilde{\mathbf{h}}_m$, характеризующая свойства сходимости алгоритма (39) в среднем будет определяться выражением (27), если в матрицах $\boldsymbol{\mu}$, \mathbf{A} , \mathbf{B} произвести формальную подстановку $\mu_m = \mu \mathbf{P}_m^{[n]}$. Тогда на основании (29) условия, гарантирующие сходимость алгоритма, принимают вид $0 < \mu < 2/\lambda_{m,\max}$, где $\lambda_{m,\max}$ – максимальное собственное число произведения матриц $\mathbf{P}_m^{[n]} \mathbf{R}_{m,m}$. Так как $\mathbf{P}_m^{[n]} \approx \mathbf{R}_{m,m}^{-1}$, можно считать, что $\lambda_{m,\max} \approx 1$ для всех m . Таким образом, в данном случае сходимость алгоритма

будет иметь равномерный характер относительно составляющих фильтра различного порядка m независимо от разброса собственных чисел корреляционных матриц $R_{m,m}$.

Заключение

Рассмотрены алгоритмы адаптивной нелинейной фильтрации для класса полиномиальных фильтров (фильтров Вольтерра) во временной области. Свойство линейности полиномиальных фильтров относительно своих коэффициентов позволяет, с одной стороны, в значительной степени использовать принципы построения алгоритмов адаптации линейных фильтров, а с другой, имеет ряд особенностей, связанных с выбором параметров адаптации для различных нелинейных составляющих фильтра.

Показано, что для нелинейных фильтров диапазон выбора параметра адаптации градиентных алгоритмов сужается по сравнению с линейным случаем и определяется корреляционными моментами высших порядков. Для ускорения скорости сходимости градиентных алгоритмов адаптации для процессов с симметричной плотностью распределения вероятности вместо проведения трудоемкой операции ортогонализации предложен алгоритм, основанный на раздельной адаптации четных и нечетных нелинейных составляющих фильтра. Данный подход рассмотрен на примере нелинейного фильтра третьего порядка, для которого получены оценки допустимых границ параметров адаптации.

С целью выравнивания скорости сходимости отдельных нелинейных составляющих фильтра предложен алгоритм последовательной адаптации, основанный на выполнении итераций в направлении увеличения порядка нелинейности составляющих фильтра. Доказана сходимость такого алгоритма и получены оценки для выбора его параметров. Показано, что наряду с увеличением скорости сходимости, последовательный алгоритм адаптации в то же время не гарантирует сходимость к оптимальной точке. Для достижения необходимой точности без существенной потери скорости адаптации предложена комбинированная схема, основанная на совместном использовании последовательного и параллельного алгоритмов адаптации, используя последний для уточнения текущего вектора коэффициентов фильтра. Другим возможным решением является добавление к последовательной схеме дополнительной обратной связи, периодическое замыкание которой приводит к снижению систематической ошибки адаптации.

Увеличение и выравнивание скорости сходимости процесса адаптации может быть достигнуто за счет использования алгоритмов ньютоновского типа (рекурсивных алгоритмов наименьших квадратов). Предложен рекурсивный алгоритм адаптации полиномиальных

фильтров с экспоненциальным взвешиванием, обеспечивающий, наряду с возрастанием скорости сходимости, сглаживание случайных флуктуаций при приближении к оптимальной точке, а также выравнивание скорости сходимости относительно нелинейных составляющих фильтра.

Литература

1. Адаптивные фильтры / Под ред. К.Ф.Н. Коузена, П.М. Гранта. М.: Мир, 1988. 392 с.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.
3. Haykin S. Adaptive filter theory. NJ: Prentice-Hall, 1991. 936 с.
4. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.
5. Doyle III F. J., Pearson R. K., Ogunnaike B.A. Identification and control using Volterra models. London: Springer-Verlag, 2002. 318 с.
6. Hansler E., Schmidt G. Acoustic echo and noise control: A practical approach. Hoboken, NJ: Wiley, 2004. 472 с.
7. Меньшиков Б.Н., Приоров А.Л. Нелинейная эхо-компенсация на базе адаптивного полиномиального фильтра Вольтерра с динамически перестраиваемой структурой. Цифровая обработка сигналов. 2006. № 3. С. 20-25.
8. Степанов О.А., Нейросетевые алгоритмы в задаче нелинейного оценивания. Взаимосвязь с байесовским подходом. Навигация и управление движением: материалы докладов XI конференции молодых ученых. 2009. С. 39-65.
9. Mitra S. K., Sicuranza G. L. Nonlinear image processing. Academic Press, 2001. 455 с.
10. Mathews V.J., Sicuranza G.L. Polynomial signal processing. New York: John Wiley & Sons Interscience publication, 2000. 472 с.
11. Щербakov М.А., Стешенко В.Б., Губанов Д.А. Цифровая полиномиальная фильтрация в реальном масштабе времени: алгоритмы и пути реализации на современной элементной базе. Цифровая обработка сигналов. 2000. № 1. С. 19-26.
12. Mathews V. J. Adaptive polynomial filters. IEEE Signal Processing Magazine. 1991. № 7, pp. 10-26.
13. Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М.: Наука. 1976. 448 с.
14. Shcherbakov M. A. A Recursive Algorithm of Digital Polynomial Filtering. 2020 Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT), March 11-13, 2020, Moscow, Russia, 4 p. DOI: 10.1109/MWENT47943.2020.9067458.
15. Щербakov М.А. Построение оптимальных нелинейных фильтров методом последовательных приближений. Аналитическая механика, устойчивость и управление: Труды X Международной Четаевской конференции. Т. 3. Секция 3. Управление. Ч. II. Казань, 12-16 июня 2012 г. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012. С. 472-482.
16. Ланкастер П. Теория матриц. М.: Наука, 1978. 280 с.
17. Pottmann M. Application of general multi-model approach for identification of highly nonlinear processes – a case study / M. Pottmann, H. Unbehauen, D.E. Seborg. Int. Journal of Control. 1993. V. 57. № 1. P. 97-120.
18. Мармарелис В. Мармарелис М. Анализ физиологических систем. Метод белого шума. М.: Мир. 1981. 480 с.

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С НЕРЕКУРСИВНЫМИ РЕЖЕКТОРНЫМИ ФИЛЬТРАМИ

Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: adop@mail.ru

OPTIMIZATION OF SIGNAL DETECTION SYSTEMS WITH NON-RECURSIVE REJECTION FILTERS

Popov D.I.

The article considers the optimization of systems for detecting signals of moving targets against the background of passive interference by a probabilistic criterion. The object of the study is detection systems that carry out coherent interference rejection with subsequent coherent or incoherent accumulation of rejection residues. The aim of the work is to optimize the weight coefficients of non-recursive rejection filters depending on the correlation properties of passive interference according to the probability criterion. Expressions are obtained for the probabilistic characteristics of detection systems with coherent interference rejection and subsequent coherent or non-coherent accumulation of rejection residues, respectively. These expressions establish a functional relationship between the probability of correct detection averaged over the Doppler phase of the signal and the correlation parameters of the passive interference and the characteristics of the detection system. The criteria for the optimization of the weight vector of the rejection filter are given. These criteria make it possible to establish the relationship of the optimal weight vector with the interference parameters based on nonlinear programming methods. A quasi-Newtonian iterative procedure for finding the optimal vector is given. In order to achieve a unimodal extremum, restrictions on the frequency response of the rejection filter are introduced. Numerical results of optimization of a system with coherent rejection and subsequent incoherent equilibrium accumulation according to a probabilistic criterion are considered. Their comparison with similar results of optimization of the rejection filter according to the energy criterion is carried out. The proposed method of optimization of detection systems by probabilistic criterion makes it possible to obtain significant gains in the efficiency of signal detection compared to optimization by energy criterion and to realize the marginal efficiency for the class of systems under consideration.

Key words: probabilistic criterion, doppler phase, optimization, passive interference, rejection filter, signals, detection system.

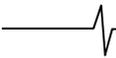
Ключевые слова: вероятностный критерий, доплеровская фаза, оптимизация, пассивные помехи, режекторный фильтр, сигналы, система обнаружения.

Введение

При проектировании и эксплуатации систем обнаружения радиолокационных сигналов одной из актуальных является проблема выделения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех [1, 2]. Пассивные помехи в виде мешающих отражений от неподвижных или медленно перемещающихся объектов – местных предметов, гидрометеоров (облаков, дождя, града, снега), металлизированных отражателей, сбрасываемых для маскировки цели, и др. – существенно нарушают нормальную работу радиолокационных систем. Интенсивность пассивных помех может значительно превышать уровень собственных шумов приемника, что приводит к перегрузкам приемного тракта («ослеплению» радиолокатора) и, как следствие этого, к потере полезных сигналов. Однако даже при отсутствии перегрузок полезный сигнал может быть не обнаружен на фоне интенсивных мешающих отражений [3, 4].

Априорная неопределенность корреляционных характеристик пассивных помех существенно

Рассмотрена оптимизация систем обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех по вероятностному критерию. Объектом исследования являются системы обнаружения, осуществляющие когерентное режектирование помехи с последующим когерентным или некогерентным накоплением остатков режектирования. Цель работы – оптимизация весовых коэффициентов нерекурсивных режекторных фильтров в зависимости от корреляционных свойств пассивной помехи по вероятностному критерию. Получены выражения для вероятностных характеристик систем обнаружения с когерентным режектированием помехи и последующим когерентным или некогерентным накоплением остатков режектирования соответственно. Данные выражения устанавливают функциональную связь между усредненной по доплеровской фазе сигнала вероятностью правильного обнаружения и корреляционными параметрами пассивной помехи и характеристиками системы обнаружения. Приведены критерии оптимизации весового вектора режекторного фильтра. Данные критерии позволяют установить связь оптимального весового вектора с параметрами помехи на основе методов нелинейного программирования. Приведена квазиньютоновская итерационная процедура поиска оптимального вектора. Для достижения унимодального экстремума введены ограничения на отсчеты частотной характеристики режекторного фильтра. Рассмотрены числовые результаты оптимизации системы с когерентным режектированием и последующим некогерентным равновесным накоплением по вероятностному критерию. Проведено их сравнение с аналогичными результатами оптимизации режекторного фильтра по энергетическому критерию. Предложенный метод оптимизации систем обнаружения по вероятностному критерию позволяет получить существенные выигрыши в эффективности обнаружения сигналов по сравнению с оптимизацией по энергетическому критерию и реализовать предельную эффективность для рассматриваемого класса систем.



затрудняет реализацию эффективного обнаружения движущихся целей. Преодоление априорной неопределенности основывается на адаптации систем обнаружения к параметрам пассивных помех. Адаптация систем обнаружения предполагает предварительную оптимизацию их узлов, в частности, режекторных фильтров (РФ), в зависимости от корреляционных свойств помехи, что приводит к алгоритмам адаптивного режектирования помехи с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующим адаптивным режекторным фильтрам (АРФ) [5]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродействия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работах [6, 7] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе [8]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа [9]. Другим вариантом упрощения процедуры адаптации является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным, что ограничивает область целесообразного применения соответствующих АРФ при ограниченной и сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровской скорости [10]. Компромиссное решение достигается в фильтрах с частичной адаптацией к доплеровской фазе помехи и оптимизацией характеристик режекторных фильтров в априорном диапазоне изменения спектрально-корреляционных параметров помехи [11].

Режекторный фильтр является основным узлом системы обнаружения сигналов движущихся целей, и в случае произвольных корреляционных свойств помехи характеристики РФ должны быть оптимизированы с целью повышения эффективности системы обнаружения в целом. Известный метод синтеза адаптивных РФ сводится к выбору вектора весовых коэффициентов РФ по энергетическому критерию – максимуму усредненного по доплеровской фазе сигнала выигрыша в отношении сигнал/помеха [5]. Однако данный усредненный выигрыш в общем случае не эквивалентен усредненной по доплеровской фазе сигнала вероятности правильного обнаружения, наиболее полно характеризующей эффективность выделения полезных сигналов. В силу этого, энергетический критерий оптимизации не всегда приводит к оптимальным по критерию Неймана – Пирсона параметрам РФ. Такой подход оправдан при малых порядках нерекурсивных РФ. Ниже рассматривается метод оптимизации систем обнаружения, осуществляющих когерентное режектирование помех нерекурсивными РФ произвольного порядка с последующим когерентным или некогерентным накоплением остатков режектирования, по вероятностному критерию.

Вероятностные характеристики систем обнаружения

Оптимизация системы обнаружения по критерию

Неймана – Пирсона предполагает максимизацию вероятности правильного обнаружения D . Средняя вероятность обнаружения при неизвестной и равномерно распределенной в интервале однозначности $[-\pi, \pi]$ величине доплеровского сдвига фазы сигнала φ за период повторения T зондирующих импульсов определяется усредненной зависимостью вероятности правильного обнаружения D от входного отношения сигнал/помеха q :

$$D(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D(q, \varphi) d\varphi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} D(q, \varphi) d\varphi. \quad (1)$$

Конкретизируем выражение характеристик обнаружения $D(q)$, установив функциональную зависимость вероятности D от параметров системы и входных данных. Для систем с когерентным режектированием помехи и последующим когерентным накоплением сигналов при вероятности ложной тревоги F справедливо соотношение [12]

$$D(q, \varphi) = F^{1/[1+q\mu(\varphi)]} = \exp\{\ln F / [1+q\mu(\varphi)]\}.$$

При этом выигрыш в отношении сигнал/помеха

$$\mu(\varphi) = \mathbf{W}^{*T} \mathbf{R}_c(\varphi) \mathbf{W} / \mathbf{W}^{*T} (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{W},$$

где \mathbf{W} – N -мерный вектор обработки системы, эле-

менты которого $W_k = \sum_{l=0}^k g_{k-l} h_l e^{i(k-l)\psi}$; N – объем обра-

батываемой выборки; g_{k-l} – весовые коэффициенты нерекурсивного режекторного фильтра; h_l и $(k-l)\psi$ – модули и аргументы весовых коэффициентов накопителя; $\mathbf{R}_c(\varphi)$ и \mathbf{R}_n – корреляционные матрицы сигнала и помехи соответственно; \mathbf{I} – единичная матрица; λ – отношение собственный шум/пассивная помеха на входе системы.

Выделение сигналов в доплеровском диапазоне $[-\pi, \pi]$ достигается его перекрытием совокупностью каналов накопления, число которых с учетом исключения переходного процесса в РФ порядка m обычно выбирается равным $N - m$, а среднее значение и ширина полосы пропускания каждого канала определяются соответственно величинами $\psi_j = 2\pi j / (N - m) - \pi$ и $\Delta\psi = 2\pi / (N - m)$. С учетом аналогичного (1) усреднения в пределах полосы пропускания каждого канала и по каналам в целом средняя вероятность

$$D(q) = \frac{1}{(N - m)\Delta\psi} \sum_{j=1}^{N-m} \int_{\psi_j - \Delta\psi/2}^{\psi_j + \Delta\psi/2} \exp\{\ln F / [1+q\mu_j(\varphi)]\} d\varphi,$$

расчет которой осуществляется путем подстановки в формулу выигрышей $\mu_j(\varphi)$, значений весовых коэффициентов РФ g_k , матриц $\mathbf{R}_c(\varphi)$ и \mathbf{R}_n , весовых коэффициентов накопителя в зависимости от номера канала j и величины λ .

Для систем с когерентным режектированием и последующим некогерентным накоплением алгоритм обнаружения описывается квадратичной формой, приводящей к решающей статистике

$$v = \mathbf{U}^{*T} \mathbf{Q} \mathbf{U} \geq v_0,$$

где $\mathbf{U} = \{U_j\}^T$ – N -мерный вектор-столбец входных данных, $\mathbf{Q} = \mathbf{G}\mathbf{G}^T$ – матрица обработки системы обнаружения, образованная матрицей режекции \mathbf{G} треугольной формы с элементами $G_{jk} = g_{j-k}$ при $0 \leq j-k \leq m$ и $G_{jk} = 0$ при $j-k > m$ и $j-k < 0$, v_0 – пороговый уровень обнаружения.

Для определения вероятностных характеристик системы обнаружения необходимо найти распределение решающей статистики v . С этой целью будем использовать универсальную методику анализа на основе метода характеристических функций [13, 14]. Характеристическая функция величины v при гауссовской совместной плотности вероятности вектора \mathbf{U} определяется в виде:

$$\Theta_v(it) = \overline{\exp(itv)} = [\det(\mathbf{I} - 2it\mathbf{RQ})]^{-1},$$

где \mathbf{R} – корреляционная матрица вектора \mathbf{U} .

Искомая плотность вероятности статистики v находится с помощью преобразования Фурье данной характеристической функции:

$$p(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_v(it) \exp(-itv) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-itv)}{\det(\mathbf{I} - 2it\mathbf{RQ})} dt. \quad (2)$$

Для приведения определителя $\det(\mathbf{I} - 2it\mathbf{RQ})$ в подынтегральном выражении к необходимому для интегрирования виду могут быть использованы метод следа и метод собственных значений [13, т. 2]. Метод следа позволяет в результате преобразования характеристической функции найти кумулянты распределения $p(v)$, которые оказываются пропорциональными величинам $\text{sp}(\mathbf{RQ})^s$, где символ sp обозначает след матрицы, под которым понимается сумма диагональных элементов матрицы. Искомая плотность вероятности теперь может быть представлена в виде разложения в ряд по ортогональным полиномам, например, в виде ряда Эджворта, коэффициенты разложения которого выражаются через кумулянты распределения. Процедура расчета при этом оказывается алгоритмически однозначной, но в принципе приближенной, приводя к существенным погрешностям при малых вероятностях ложной тревоги.

Для получения точных расчетных соотношений необходимо использовать метод собственных значений, позволяющий представить характеристическую функцию в виде [13]

$$\Theta_v(it) = \prod_{j=1}^N (1 - 2it\alpha_j)^{-1}, \quad (3)$$

где α_j – собственные значения матрицы \mathbf{RQ} .

Интегрированием в соотношении (2) с использованием метода вычетов и с учетом выражения (3) находится плотность вероятности $p(v)$, по которой определяется искомая вероятность превышения порогового уровня v_0 статистикой v :

$$P(v \geq v_0) = \int_{v_0}^{\infty} p(v) dv = \sum_{j=1}^L \exp\left(-\frac{v_0}{\alpha_j}\right) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left(1 - \frac{\alpha_k}{\alpha_j}\right)^{-1}, \quad (4)$$

где L – число различных положительных собственных значений матрицы \mathbf{RQ} .

Использование в выражении (4) собственных значений матрицы $\mathbf{RQ} = (\mathbf{R}_n + \lambda\mathbf{I})\mathbf{Q}$ приводит к вычислению вероятности ложной тревоги F , а собственных значений матрицы $\mathbf{RQ} = \mathbf{R}_{\text{сн}}(\varphi)\mathbf{Q} = [q\mathbf{R}_c(\varphi) + \mathbf{R}_n + \lambda\mathbf{I}]\mathbf{Q}$ – вероятности правильного обнаружения $D(q, \varphi)$. Усредненная по величине φ в доплеровском интервале однозначности $[-\pi, \pi]$ вероятность правильного обнаружения $D(q)$ определяется в соответствии с выражением (1).

Параметры РФ по вероятностному критерию будем определять в зависимости от корреляционной матрицы помехи \mathbf{R}_n , элементы которой $R_{jk}^n = \rho_{jk}^n = \rho_{jk}$.

Процедура оптимизации

Задача оптимизации системы обнаружения при фиксированной вероятности F и заданном отношении q_0 сводится к определению действительного вектора $\mathbf{g} = \{g_k\}^{m+1}$ по критерию

$$D(q, \rho_{jk}) \rightarrow \max_{\mathbf{g}} |_{q=q_0}, \quad (5)$$

а при заданной вероятности D_0 по критерию

$$q(D, \rho_{jk}) \rightarrow \min_{\mathbf{g}} |_{D=D_0}, \quad (6)$$

позволяющим установить связь оптимального вектора \mathbf{g} с параметрами помехи. Поскольку функционалы $D(\cdot)$ и $q(\cdot)$ недифференцируемы в явном виде и нахождение оптимального вектора \mathbf{g} аналитическими методами невозможно, следует пользоваться методами нелинейного программирования [15, 16]. Итерационная процедура на k -м шаге поиска при использовании квазиньютоновского метода имеет вид

$$\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{g}^{(k-1)} - \nabla\Phi(\mathbf{g}^{(k-1)}) \nabla^2\Phi(\mathbf{g}^{(k-1)})^{-1}, \quad (7)$$

где ∇ – оператор градиента; $\Phi(\mathbf{g}^{(k-1)})$ – целевая функция, в качестве которой выступает функционал $D(\cdot)$ или $q(\cdot)$.

Процедура (7) в общем случае приводит к определению локальных экстремумов (5) или (6). Для обеспечения сходимости задачи нелинейного программирования к главному экстремуму введем ограничения на равностоящие отсчеты $X_n = x_n e^{i\theta_n}$ ($n = 1, m+1$) частотной характеристики РФ, полагая фазовую характеристику θ_n линейной, а амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) за пределами полосы режекции монотонной. С учетом симметрии АЧХ в диапазоне однозначности число l варьируемых отсчетов равно $m/2$ для четного и $(m-1)/2$ для нечетного m .

Использование в качестве независимых переменных итерационной процедуры оптимизации l частотных отсчетов x_n позволяет, исключив нежелательные деформации АЧХ РФ (характерные для большинства локальных экстремумов), получить унимодальный характер целевой функции и достичь сходимости решения к главному экстремуму. Критерий оптимизации вектора $\mathbf{x} = \{x_n\}^l$ принимает вид

$$D(q, \rho_{jk}) \rightarrow \max_{\mathbf{x}} |_{q=q_0} \text{ или } q(D, \rho_{jk}) \rightarrow \min_{\mathbf{x}} |_{D=D_0}, \quad (8)$$

а обратное дискретное преобразование Фурье $m+1$ равноотстоящих отсчетов АЧХ РФ определяет его весовые коэффициенты

$$g_k = \sum_{j=0}^m x_j e^{i0_j} e^{i2\pi jk/(m+1)}.$$

Решение задачи оптимизации (8) в результате применения к вектору \mathbf{x} аналогичной (7) процедуры позволяет установить соответствие между параметрами помехи и оптимальным вектором \mathbf{g} . На основе данных зависимостей рассчитывается совокупность значений вектора \mathbf{g} . В процессе адаптации системы обнаружения определяются оценки коэффициентов корреляции $\hat{\rho}_{jk}$, которые используются для классификации помеховой обстановки путем их идентификации в априорном пространстве характеристик помех с последующим выбором предварительно рассчитанного оптимального вектора \mathbf{g} .

Числовые результаты оптимизации

Рассмотрим результаты оптимизации системы с когерентным режектированием и последующим некогерентным накоплением по вероятностному критерию и сравним их с аналогичными результатами, соответствующими оптимизации РФ по энергетическому критерию. Полагаем, что сигнал флюктуирует совместно ($\rho_{jk}^c = 1$), огибающую коэффициентов корреляции помехи аппроксимируем гауссовской кривой $\rho_{jk} = \exp\{-[\pi(j-k)\beta]^2 / 2,8\}$ при нормированной ширине спектра $\beta = \Delta f T = 0,05$, $N = 10$, $\lambda = 10^{-4}$ дБ, $F = 10^{-3}$ и $D_0 = 0,8$. В процессе расчетов порядок РФ m , связанный с порядком накопителя при $N = \text{const}$, варьировался.

Как показали числовые результаты, для систем с РФ малого порядка ($m = 2; 3$) сравниваемые критерии оптимизации приводят к близким значениям весовых коэффициентов РФ, а результирующая эффективность систем практически равноценна, что указывает на пра-

вомерность использования в этом случае энергетического критерия оптимизации [5]. Однако при увеличении порядка РФ ($m \geq 4$) появляются дополнительные степени свободы формирования АЧХ РФ, позволяющие оптимизировать его коэффициенты по вероятностному критерию и приводящие к существенным отличиям их величин и результирующей эффективности.

Значения коэффициентов g_k для $m = 4$ и 5 сведены в табл. 1. Характеристики обнаружения системы,

соответствующие оптимизации по двум критериям, и АЧХ РФ, являющиеся дискретным преобразованием Фурье приведенных в табл. 1 коэффициентов g_k , при $m = 4$ изображены соответственно на рис. 1 и 2 (кривые 1 соответствуют вероятностному критерию, кривые 2 – энергетическому). Как видим, выигрыш в пороговом отношении сигнал/помеха q вследствие оптимизации параметров РФ по критерию (8) при $D = 0,8$ составляет 14 дБ (при $m = 5$ – 24 дБ).

Таблица 1. Весовые коэффициенты РФ

m	k	g_k	
		энергетический критерий	вероятностный критерий
4	0; 4	1	1
	1; 3	-3,89698	-17,37016
	2	5,79484	32,32044
5	0; 5	± 1	± 1
	1; 4	$\mp 4,82924$	$\pm 3,23276$
	2; 3	$\pm 9,49212$	$\mp 13,93103$

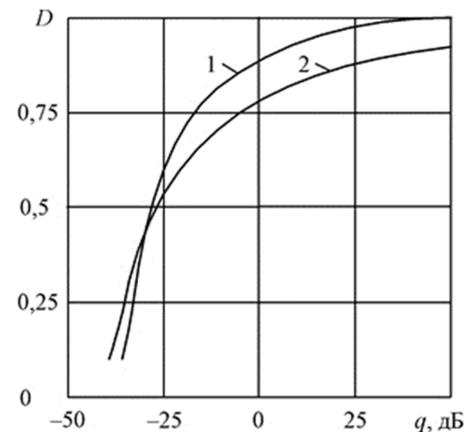


Рис. 1. Характеристики обнаружения системы

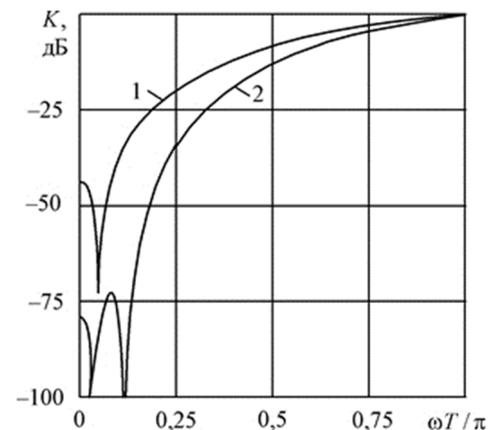


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики РФ

Данные выигрыши объясняются особенностями АЧХ РФ. В случае применения энергетического критерия достигается предельное подавление коррелированной составляющей помехи, уровень остатков которой на выходе РФ при рассматриваемых параметрах m и λ оказывается значительно ниже уровня некоррелированной составляющей. Наблюдающееся при этом сужение полосы пропускания АЧХ приводит к потерям в эффективности выделения доплеровских сигналов и, следова-

тельно, в пороговом отношении q . Выбор весовых коэффициентов по вероятностному критерию приводит к подавлению коррелированной составляющей помехи до уровня некоррелированного шума при максимально возможной ширине полосы пропускания доплеровских частот, обуславливающей результирующие выигрыши в пороговом отношении сигнал/помеха.

Увеличение порядка РФ повышает возможность формирования АЧХ, но одновременно приводит к снижению порядка накопителя и его вклада в повышение эффективности системы. Существует оптимальное соотношение между порядками РФ и накопителя, при котором реализуется предельная эффективность системы, что в условиях априорной неопределенности предполагает наряду с адаптацией параметров РФ перестройку структуры системы в целом. Значения $m_{\text{опт}}$ зависят от величины λ . В частности, для рассматриваемых параметров и $\lambda = 10^{-6}$ – $m_{\text{опт}} = 6$, а для $\lambda = 10^{-8}$ – $m_{\text{опт}} = 7$.

Заключение

В работе рассмотрена оптимизация систем обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех. Предложен метод оптимизации систем, реализующих когерентное режективное нерекурсивными фильтрами с последующим когерентным или некогерентным накоплением, по вероятностному критерию. Установлено, что предложенный метод оптимизации систем обнаружения по вероятностному критерию позволяет получить существенные выигрыши в эффективности обнаружения сигналов по сравнению с оптимизацией по энергетическому критерию и реализовать предельную для рассматриваемого класса систем эффективность, что в условиях априорной неопределенности предполагает адаптивную перестройку структуры и параметров системы.

Литература

1. Skolnik M.I. Introduction to Radar System, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001. 862 p.
2. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. 924 p.

3. Melvin W.L., Scheer J.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Advanced Techniques. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013. 846 p.

4. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. М.И. Скольника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. 672 с.

5. Попов Д.И. Адаптация нерекурсивных режективных фильтров. Известия вузов. Радиоэлектроника. 2009. Т. 52. № 4. С. 46-55.

6. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 30-33.

7. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы многочастотных пассивных помех. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 65. С. 32-37.

8. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех. Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 32-37.

9. Попов Д.И. Адаптивные режективные фильтры каскадного типа. Цифровая обработка сигналов. 2016. № 2. С. 53-56.

10. Попов Д.И. Адаптивные режективные фильтры с действительными весовыми коэффициентами. Цифровая обработка сигналов. 2017. № 1. С. 22-26.

11. Попов Д.И. Оптимизация нерекурсивных режективных фильтров с частичной адаптацией. Цифровая обработка сигналов. 2018. № 1. С. 28-32.

12. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.

13. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи: в 2 т. / Пер. с англ. М.: Сов. Радио, 1961. Т. 1. 782 с.; 1962. Т. 2. 832 с.

14. Попов Д.И. Адаптивная межпериодная обработка многочастотных сигналов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018. № 64. С. 17-22.

15. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование; пер. с англ. под ред. М. Л. Быховского. М.: Мир, 1975. 536 с.

16. Попов Д.И. Оптимизация систем обработки многочастотных радиолокационных сигналов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 67. С. 11-18.

НОВЫЕ КНИГИ

Поборчая Н.Е.

Методы и алгоритмы оценивания параметров канала связи в условиях априорной неопределенности в системах с приемником прямого преобразования: Учебное издание для вузов, М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2023 г. 240 с.: ил.

Изложены методы и алгоритмы совместного оценивания параметров сигнала (канала связи) в условиях априорной неопределенности относительно статистических характеристик канала связи и законов распределения шумов. Особое внимание уделено системам с приемником прямого преобразования. Рассмотрены вопросы синтеза и анализа процедур оценивания для систем связи с одной передающей и приемной антенной (SISO), с несколькими передающими и приемными антеннами (MIMO), а также для систем с ортогональным частотным мультиплексированием (OFDM).

Предложенные алгоритмы способствуют повышению помехоустойчивости приема информации или понижению вычислительной сложности процедур обработки сигнала.

Для научных работников, инженеров и аспирантов. Может быть полезна студентам старших курсов и магистрантам, обучающимся по направлению подготовки «Радиотехника» и «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».



ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ СЕРИИ ЕГО ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

Горячкин О.В., д.т.н., профессор, проректор по научной работе Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ), e-mail: oleg.goryachkin@gmail.com

Борисенков А.В., к.т.н., доцент кафедры теоретических основ радиотехники и связи ПГУТИ, e-mail: aleksey.v.borisenkov@gmail.com

RECONSTITUTION OF AN OBJECT IMAGE BASED ON A SERIES OF ITS IMAGES DISTORTED IN A RANDOM ENVIRONMENT

Goryachkin O.V., Borisenkov A.V.

The article considers an algorithm for blind deconvolution of images distorted in a random environment and registered as a set of random implementations. The proposed approach based on polynomial representations reduces the problem of deconvolution of images blindly to the problem of factorization of the covariance matrix of a given structure. To solve the problem, a blind identification method is used using second-order polynomial statistics generated by random polynomials. The article presents the results of modeling the proposed image deconvolution algorithm. The algorithm can be used to solve the problem of image reconstruction that occurs in astronomy using the speckle interferometry method, technical television.

Key words: blind image deconvolution, SIMO, polynomial statistics.

Ключевые слова: слепая деконволюция изображений, SIMO, полиномиальная статистика.

Введение

Задача восстановления изображений различной природы – это задача восстановления пространственно ограниченного двумерного сигнала, искаженного линейным преобразованием на фоне аддитивного шума [1, 2].

Искажение изображения обычно является результатом нежелательного линейного преобразования. Причиной такого преобразования могут быть: расфокусировка оптической системы, размытие из-за движения камеры и объекта съемки, предел дифракции и влияние среды распространения света.

Если ядро линейного преобразования известно, то реконструкция изображения может быть выполнена с использованием оптимального фильтра, построенного в соответствии с выбранной стратегией регуляризации [3].

В случаях, когда эта информация недоступна, информация о ядре искажающего оператора может быть извлечена непосредственно из наблюдаемого изображения. Эта проблема упоминается в литературе как слепая деконволюция сигналов или изображений [4, 5].

Проблема деконволюции изображений вслепую возникает в области дистанционного зондирования Земли, астрономии и медицины, обработки фото- и видеоматериалов и т.п. В работах, посвященных слепой обработке сигналов, часто упоминается, что возможности многоканальной слепой идентификации больше, чем у одноканальной [5]. Поэтому эта группа методов используется чаще [13].

Подобная задача возникает в современных системах беспроводной связи, использующих технологию MIMO.

Рассматривается алгоритм слепой деконволюции изображений, искаженных в случайной среде и зарегистрированных как набор случайных реализаций. Предлагаемый подход, основанный на полиномиальных представлениях, сводит задачу деконволюции изображений вслепую к задаче факторизации ковариационной матрицы заданной структуры. Для решения задачи используется метод слепой идентификации, использующий полиномиальные статистики второго порядка, генерируемые случайными полиномами. В статье представлены результаты моделирования предложенного алгоритма деконволюции изображений. Алгоритм может быть использован при решении задачи восстановления изображения, возникающей в астрономии при использовании метода спекл-интерферометрии, техническом телевидении.

В этом случае говорят о задаче многоканальной слепой коррекции, где целью является оценка неизвестного входного сигнала, по выходному, без знания источника сигнала или канала [6-7].

Эта тема становится довольно популярной в беспилотных летательных аппаратах. Так, например, одна из недавних статей посвящена разработке алгоритма восстановления изображения вслепую по серии изображений с использованием локальной и нелокальной информации об изображениях [9].

В этой статье мы будем рассматривать случай многоканальной слепой деконволюции изображений, который также известен как многокадровая слепая деконволюция (MFBD) [8]: т.е. задача восстановления исходного изображения из последовательности нечетких и зашумленных наблюдений.

Несмотря на значительные успехи методов машинного обучения по восстановлению искаженных изображений [13-16], поиск эффективных регулярных методов также остается актуален. В данной работе мы продолжим развитие регулярных статистических методов, основанных на применении полиномиальных статистик [12].

Слепая деконволюция изображений на основе полиномиальных представлений

Рассмотрим математическую модель искаженного изображения, заданного в дискретном времени.

$$y(l, i) = \sum_{n=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{M_2} h(n, j) x'(n+l, j+i) + v(l, i). \quad (1)$$

В этом выражении $l = 1, \dots, N$, $i = 1, \dots, M$, $N = N_1 + N_2 - 1$, $M = M_1 + M_2 - 1$, $x'(n, j)$ – двумерная последовательность исходного изображения с добавлением нулей, $h(n, j)$ – искажающая случайная функция в дискретном времени, $v(l, i)$ – аддитивный шум.

Выражение (1) можно представить в полиномиальной форме

$$y(z_1, z_2) = h(z_1, z_2)x(z_1, z_2) + v(z_1, z_2). \quad (2)$$

В рассматриваемой задаче мы имеем набор искаженных изображений $y_k(z_1, z_2)$, где k -номер изображения, и $h_k(z_1, z_2)$ – набор искажающих случайных функций.

Начальный момент второго порядка наблюдаемого набора случайных изображений можно представить в виде

$$K_y(z_1, z_2, z_3, z_4) = x(z_1, z_2)K_h(z_1, z_2, z_3, z_4)x^*(z_3, z_4) + K_v(z_1, z_2, z_3, z_4). \quad (3)$$

Пусть мы имеем оценку $\hat{K}_y(z_1, z_2, z_3, z_4)$, полученную по набору реализаций $y_k(z_1, z_2)$, знаем $K_h(z_1, z_2, z_3, z_4)$ и $K_v(z_1, z_2, z_3, z_4)$, тогда мы можем записать выражение, где искомое изображение представлено в явном виде

$$x(z_1, z_2)x^*(z_3, z_4) \cong \frac{\hat{K}_y(z_1, z_2, z_3, z_4) - K_v(z_1, z_2, z_3, z_4)}{K_h(z_1, z_2, z_3, z_4)}. \quad (4)$$

Т.к. правая часть получена по конечному набору данных, то мы будем искать оценку изображения, решая задачу факторизации ковариационной матрицы заданной структуры методом наименьших квадратов в виде

$$\hat{x}(z_1, z_2) = \arg \min_{\|x(z_1, z_2)\|=1} \left\| \frac{\hat{K}_y(z_1, z_2, z_3, z_4) - K_v(z_1, z_2, z_3, z_4)}{-x(z_1, z_2)x^*(z_3, z_4)} \right\|^2. \quad (5)$$

Как было показано в [4], полиномиальные представления позволяют улучшить качество решения задачи (5), если использовать значения z_1, z_2, z_3, z_4 , расположенные на многообразии заданной корреляции вида

$$V_t^h = \{(z_1, z_2, z_3, z_4) \in Z^4 : K_h(z_1, z_2, z_3, z_4) = t, t \neq 0\}. \quad (6)$$

Данный алгоритм (далее А1) может быть реализован непосредственно в виде (5-6), однако его вычислительная сложность быстро растет с увеличением размера изображения, кроме этого выбор сечений на многообразии V_t^h как правило исключает значения, модуль которых равен 1, что в свою очередь приводит к необходимости вычисления больших степеней и соответственно к вычислениям с большими числами и росту погрешности вычислений.

Далее мы рассмотрим подход, основанный на сведении задачи к одномерному случаю, что несколько упрощает реализацию алгоритма восстановления.

Алгоритм слепой деконволюции изображения

Математическая модель соответствующего одномерного канала в полиномиальной форме может быть представлена в виде

$$y_i(z) = \sum_{j=1}^{M_2} h_j(z)x_{j+i}(z) + v_i(z), \quad i = 1, \dots, M \quad (7)$$

$$y_i(z) = \sum_{l=1}^N y(l, i)z^{l-1}, \quad h_j(z) = \sum_{l=1}^{N_2} h(l, j)z^{l-1},$$

$$x_j(z) = \sum_{l=1}^{N_1} x(l, j)z^{l-1}.$$

Алгоритм идентификации изображений по заданным корреляционным многообразиям мы можем представить в виде следующей последовательности операций:

1. Преобразование двумерной свертки в набор одномерных свертков, выходные отсчеты которых можно представить в виде

$$y_{i,k}(z_1, \dots, z_{N_1}) = \begin{pmatrix} y_{i,k}(z_1) \\ \vdots \\ y_{i,k}(z_{N_1}) \end{pmatrix} = \mathbf{V}_{N_1, N}(z_1, \dots, z_{N_1}) \mathbf{y}_k(i) = \begin{pmatrix} 1 & z_1 & \dots & z_1^{N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & z_{N_1} & \dots & z_{N_1}^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(1, i) \\ \vdots \\ y(N, i) \end{pmatrix}_k, \quad (8)$$

где $\mathbf{V}_{N_1, N}(z_1, \dots, z_{N_1})$ – $N_1 \times N$ матрица Вандермонда, и $\mathbf{y}_{i,k}(z_1, \dots, z_{N_1})$ – N_1 -мерный вектор выходных отсчетов k -го сигнала, образованный z_1, \dots, z_{N_1} – различными сечениями, $\mathbf{y}_k(i)$ – N -мерный вектор выходных отсчетов k -го сигнала, $k = 1, \dots, N_s$.

2. Оценка импульсной характеристики одномерных каналов с помощью статистических алгоритмов слепой идентификации канала одномерной системы.

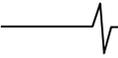
Одномерный алгоритм слепой идентификации может быть реализован различными способами. В данной работе мы используем подход, который аналогично (5-6), использует многообразия заданной корреляции [11]. Т.о., далее выполняется преобразование парных корреляций выходного сигнала:

$$\mathbf{x}_{k,n}(\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1}) = \mathbf{V}_{M_1, M}(\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1}) \mathbf{y}_k(z_n) = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_1 & \dots & \alpha_1^{M-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \alpha_{M_1} & \dots & \alpha_{M_1}^{M-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1,k}(z_n) \\ \vdots \\ y_{M,k}(z_n) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $\mathbf{V}_{M_1, M}(\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1})$ матрица Вандермонда $M_1 \times M$, и $\mathbf{x}_{k,n}$ – M_1 -мерный вектор выходного сигнала одномерной системы.

3. Оценка ковариационной матрицы

$$\mathbf{R}_n = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{x}_{k,n}(\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1}) \mathbf{x}_{k,n}^*(\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1}) - \mathbf{W}_n, \quad (10)$$



где \mathbf{W}_n – известная ковариационная матрица аддитивного шума.

4. Вычисление собственных векторов матрицы $\mathbf{G}_n = (r_{i,j,n} / t_{i,j,n})$,

$$\begin{pmatrix} x_n(\alpha_1) \\ \vdots \\ x_n(\alpha_{M_1}) \end{pmatrix} = \arg(\max_{\mathbf{x}} (\mathbf{x}^* \mathbf{G}_n \mathbf{x})). \quad (11)$$

5. Вычисление вектора отсчетов входных параметров одномерных каналов

$$\begin{pmatrix} x_1(z_n) \\ \vdots \\ x_{M_1}(z_n) \end{pmatrix} = \mathbf{V}_{M_1}^{-1}(\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1}) \begin{pmatrix} x_m(\alpha_1) \\ \vdots \\ x_m(\alpha_{M_1}) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

6. Восстановление изображения по вычисленным характеристикам одномерных каналов, $i = 1, \dots, M_1$,

$$\begin{pmatrix} x_{1,i} \\ \vdots \\ x_{N_1,i} \end{pmatrix} = \mathbf{V}_{N_1}^{-1}(z_1, \dots, z_{N_1}) \begin{pmatrix} x_i(z_1) \\ \vdots \\ x_i(z_{N_1}) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$x_{1,1}, \dots, x_{N_1, M_1}$ – искомые отсчеты входного изображения.

Эффективность алгоритма зависит от выбора поперечных сечений z_1, \dots, z_{N_1} и $\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1}$.

Для простоты реализации и по причинам, упомянутым выше, в отличие от алгоритма (5-6) сечения z_1, \dots, z_{N_1} лучше выбрать на единичной окружности в комплексной плоскости.

В алгоритме одномерной идентификации мы используем стратегию выбора поперечного сечения $\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1-1}$, на многообразии заданной корреляции, которое имеет следующий вид

$$V_t^h = \{(z_1, z_2) \in C^2 : z_1 z_2^* = \alpha_t(t), t \neq 0, i = \overline{1, M_1 - 1}\}, \quad (14)$$

где $\alpha_1, \dots, \alpha_{M_1}$ – корни полинома, где $t \neq 0$

$$P(x) = (\sigma_h^2(1, n) - t + \sigma_h^2(2, n)x + \sigma_h^2(3, n)x^2 + \dots + \sigma_h^2(M_2, n)x^{M_2-1}).$$

Как показано в работах [4, 11], это гарантирует, что в матрице $\mathbf{G}_n = (r_{i,j,n} / t_{i,j,n})$ нет бесконечных компонент.

Однако при использовании алгоритма одномерной слепой идентификации мы имеем N_1 неопределенных констант, без знания которых мы не можем восстано-

вить исходное изображение. Необходимые константы могут быть получены из уравнения для выборочной и вычисленной ковариации вида

$$E[y_i(z_1)y_i^*(z_2)] = \frac{1}{N_s} \sum_k y_{i,k}(z_1)y_{i,k}^*(z_2), \quad (15)$$

N_s – число реализаций, $y_{i,k}(z_1)$ – k -я реализация.

Можно показать, что если искажающее поле представляет собой двумерное множество независимых случайных величин с дисперсией $\sigma_h^2(n, i)$, то вычисленная ковариация имеет вид

$$E[y_i(z_1)y_i^*(z_2)] = \sum_j^{M_2} x_j(z_1)x_j^*(z_2) \sum_n^{N_2} \sigma_h^2(n, j+i) z_1^{n-1} (z_2^*)^{n-1} + E[v_i(z_1)v_i^*(z_2)]. \quad (16)$$

Тогда, если $\hat{x}_j(z_1)$ – оценки одномерных каналов, полученных на 5-м этапе алгоритма, то искомое уравнение принимает вид

$$\frac{1}{N_s} \sum_k y_{i,k}(z_1)y_{i,k}^*(z_2) - E[v_i(z_1)v_i^*(z_2)]}{c(z_1)c^*(z_2)} = \sum_j^{M_2} \hat{x}_j(z_1)\hat{x}_j^*(z_2) \sum_n^{N_2} \sigma_h^2(n, j+i) z_1^{n-1} (z_2^*)^{n-1}, \quad (17)$$

$c(z_1)$ – многочлен, коэффициенты которого являются искомыми константами.

Результаты моделирования

Проведенное моделирование иллюстрирует эффективность предложенного алгоритма. На рис. 1 показано влияние числа реализаций. На рис. 2 показано влияние аддитивного шума. При моделировании использован размер изображения 52×52 , размер искажающей случайной комплексной импульсной характеристики 53×53 , реализации имеют гауссовское распределение и статистически независимы.

Для сравнения на рис. 3 показан результат моделирования алгоритма спектральной факторизации (A2) [12]. Этот алгоритм является частным случаем A1, а именно, случаем когда все сечения выбираются на единичной окружности в комплексной плоскости.

Алгоритм восстановления изображений, основанный на заданных корреляционных многообразиях (A1), демонстрирует лучшую сходимость и помехоустойчивость по сравнению с соответствующим алгоритмом, исполь-

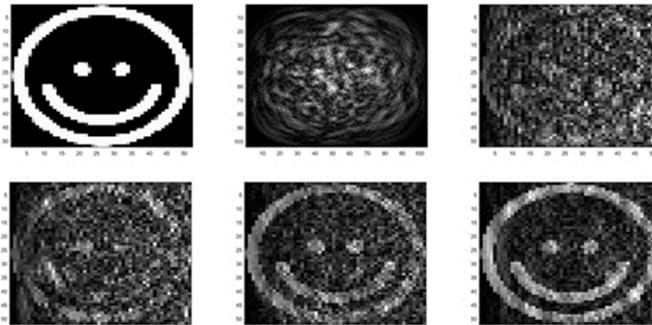


Рис. 1. Алгоритм A1, слева направо, сверху вниз: исходное изображение; пример искаженного изображения; восстановленное изображение после обработки 200 реализаций; восстановленное изображение после обработки 400 реализаций; восстановленное изображение после обработки 800 реализаций; восстановленное изображение после обработки 1600 реализаций без шума

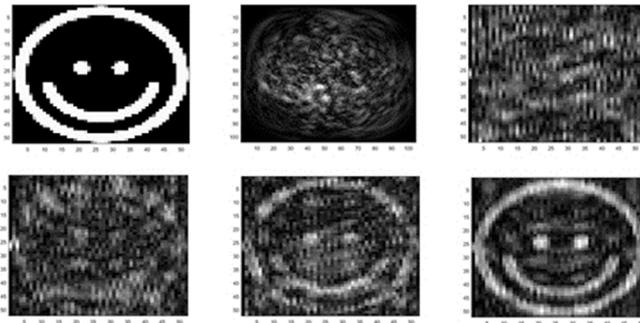


Рис. 2. Алгоритм A2, слева направо, сверху вниз: исходное изображение; пример искаженного изображения; восстановленное изображение после обработки 200 реализаций; восстановленное изображение после обработки 400 реализаций; восстановленное изображение после обработки 800 реализаций; восстановленное изображение после обработки 1600 реализаций без шума

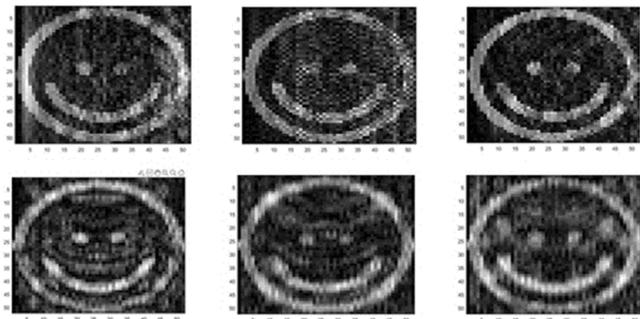


Рис. 3. Алгоритм A1 – первый ряд, A2 – второй ряд, слева направо: восстановленное изображение после обработки 1600 реализаций, SNR=1дБ; восстановленное изображение после обработки 1600 реализаций, SNR=10 дБ; восстановленное изображение после обработки 1600 реализаций, SNR=20дБ с аддитивным гауссовским шумом

зующим спектральную факторизацию (A2). Это объясняется отсутствием нулей в $t_{i,j,n}$ при вычислении матриц G_n , при этом алгоритм A2 имеет лучшее быстродействие.

Заключение

Таким образом, в статье показана возможность восстановления изображения, искаженного в случайной среде и зарегистрированного как набор случайных реализаций. Предполагается, что искажающий изображение случайный импульсный отклик линейной среды описывается случайным дискретным полем с независимыми нестационарными случайными коэффициентами. Предлагаемый подход сводит задачу статистической деконволюции изображений вслепую к задаче слепой идентификации одномерных сигналов. Далее для решения одномерной задачи используется метод полиномиальной статистики второго порядка, генерируемый случайными полиномами. В статье представлены результаты моделирования предложенного алгоритма. Алгоритм может быть использован в задаче восстановления изображения, возникающей в астрономии при использовании метода спекл-интерферометрии, техническом телевидении.

Литература

1. Методы компьютерной обработки изображений. Под ред. В.А. Соффера, Физматлит, 2001.
2. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.:Наука, 1974.
4. Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложение в системах радиотехники и связи. М: Радио и связь, 2003.
5. Hua Y., «Fast maximum likelihood for blind identification of blind iden-

tification of multiple fir channels», IEEE Transactions on Signal Processing 44, pp. 661-672 (Mar. 1996).

6. Katkovnik V.; Paliy D., «Frequency domain blind deconvolution in multiframe imaging using anisotropic spatially-adaptive denoising», Proceedings of EUSIPCO (2006).

7. H. Pozidis and A.P. Petropulu. «Cross-correlation based multichannel blind equalization», Proceedings of 8th IEEE SSAP (1996).

8. Zhang, Haichao, David Wipf, and Yanning Zhang. «Reconstruction of single image from multiple blurry measured images» IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence 36.8 (2014): pp. 1628-1643.

9. Lin, Tsung-Ching, et al. «Multi-observation blind deconvolution with an adaptive sparse prior». IEEE Transactions on Image Processing 27.6 (2018): 2762-2776.

10. К.А. Постнов Лекции по Общей Астрофизике для Физиков. <http://www.astronet.ru/db/msg/1170612/index.html>

11. W. Niu, K. Zhang, W. Luo and Y. Zhong, «Blind Motion Deblurring Super-Resolution: When Dynamic Spatio-Temporal Learning Meets Static Image Understanding», in IEEE Transactions on Image Processing, vol. 30, pp. 7101-7111, 2021, doi: 10.1109/TIP.2021.3101402.

12. Goriachkin O.V., Erina E.I. Given Correlation Manifolds and their Application in Blind Channel Identification. The Open Statistics and Probability Journal, 2009, vol. 1, 55-64 pp.

13. P. Zhu, C. Xie and Z. Gao, «Multi-Frame Blind Restoration for Image of Space Target With FRC and Branch-Attention», in IEEE Access, vol. 8, pp. 183813-183825, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3029356.

14. P. Zhu, C. Xie and Z. Gao, «Multi-Frame Blind Restoration for Image of Space Target With FRC and Branch-Attention», in IEEE Access, vol. 8, pp. 183813-183825, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3029356.

15. Savvin S.V., Sirota A.A. Algorithms for multi-frame image super-resolution under applicative noise based on deep neural networks. Computer Optics 2022; 46(1): 130-138. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-904.

16. Никоноров А.В. Реконструкция изображений в дифракционно-оптических системах на основе сверточных нейронных сетей и обратной свертки / А.В. Никоноров, М.В. Петров, С.А. Бибииков, В.В. Кутикова, А.А. Морозов, Н.Л. Казанский. Компьютерная оптика. 2017. Т. 41, № 6. С. 875-887. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-6-875-887.

ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННАЯ ОБРАБОТКА РАДИОСИГНАЛОВ ОТ НЕСКОЛЬКИХ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ

*Клочко В.К., д.т.н., профессор РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: klochkovk@mail.ru
Ву Ба Хунг, аспирант РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: ronando2441996@gmail.com*

TIME-FREQUENCY PROCESSING OF RADIO SIGNALS FROM MULTIPLE MOVING OBJECTS

Klochko V.K., Vu Ba Hung

The problem of determining the angular coordinates of several objects in multi-channel Doppler radar is being solved. Three approaches to processing reflection signals from several moving objects are considered in comparison – processing in the time domain, in the frequency domain and joint time-frequency signal processing. For processing in the time domain, a new approach is proposed to select signals from each object from a mixture of signals based on extrapolation of initially isolated signals, their subtraction from the smoothed mixture of signals and phase estimation using the Kalman filter. For processing in the frequency domain, the known approach for selection of spectral components in a signal mixture in several processing channels with the following determination of angular coordinates by the phase method is considered. To be able to detect objects moving with similar velocity vectors and time points of arrival of reflected signals, the time-frequency processing is proposed based on comparing the number of objects detected in time and frequency domains and angular coordinates found in these regions. The results of computer modeling of algorithms that realize approaches are presented. The advantage of time-frequency approach is shown. It is recommended to use the proposed approach in existing finding systems for detecting several moving objects.

Key words: radio signal processing, time processing, frequency processing, time-frequency processing, object detection, parameter estimates.

Ключевые слова: обработка радиосигналов, временная обработка, частотная обработка, частотно-временная обработка, обнаружение объектов, оценки параметров.

Введение

При пеленгации нескольких маловысотных объектов на малой дальности посредством доплеровской радиолокационной станции (РЛС) на заданном рубеже дальности возникает проблема обнаружения объектов, имеющих близкие векторы скорости и моменты времени прихода отраженных сигналов. Если несколько объектов имеют близкие доплеровские частоты, то они обнаруживаются в спектре доплеровских частот как один объект. Однако, если сигналы отражения от объектов приходят в разные моменты времени, то объекты обнаруживаются по времени прихода сигналов. С другой стороны, возникают ситуации, когда сигналы отражения от объектов приходят в близкие моменты времени, но в силу различия векторов скорости объекты обнаруживаются по доплеровской частоте. Не исключается случай, когда объекты не обнаруживаются и по времени и по доплеровской частоте, но он маловероятен.

Возникает необходимость совместной обработки принимаемых сигналов во временной и частотной областях в целях обнаружения объектов с близкими доплеровскими частотами или близкими моментами времени прихода сигналов. Известны работы, основанные на совместной частотно-временной обработке сигналов [1 – 3].

Решается задача обнаружения и оценивания угловых координат нескольких объектов в многоканальной доплеровской РЛС. Рассматриваются в сравнении три подхода к обработке сигналов отражения – обработка во временной области, в частотной области и совместная частотно-временная обработка. Для обработки во временной области предлагается подход к выделению сигналов от каждого объекта из смеси сигналов, основанный на экстраполяции первоначально выделенных сигналов, их вычитании из сглаженной смеси сигналов и оценивании фазы с помощью фильтра Калмана. Для обработки в частотной области рассматривается известный подход выделения спектральных составляющих смеси сигнала в нескольких каналах обработки с последующим определением угловых координат методом разности фаз. Для возможности обнаружения объектов, имеющих близкие векторы скорости и моменты времени прихода отраженных сигналов, предлагается частотно-временная обработка, основанная на сравнении числа объектов, обнаруженных во временной и частотной областях, а также найденных в этих областях угловых координат. Представлены результаты компьютерного моделирования работы алгоритмов, реализующих подходы. Показано преимущество частотно-временного подхода. Рекомендуется применение предложенного подхода в существующих системах пеленгации нескольких движущихся объектов.

Однако предлагаемые там решения требуют больших вычислительных затрат. Также известна работа [4], но предлагаемое в ней решение ограничено случаем не более двух объектов и предположением о равенстве амплитуд и частот сигналов от них. В данной работе предлагается решение, свободное от указанных ограничений, которое не меняет существующей схемы доплеровской обработки отраженных сигналов в частотной

области и лишь добавляет к ней параллельную процедуру обработки сигналов во временной области и анализ полученных в двух областях оценок.

Целью работы является разработка алгоритма обнаружения и оценивания угловых координат нескольких движущихся объектов в доплеровской РЛС, позволяющего различать объекты с близкими векторами скорости и моментами времени прихода сигналов за счет частотно-временной обработки принимаемых сигналов.

Модель сигнала и постановка задачи

Приемопередающая станция посылает гармонический сигнал $s(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ с амплитудой U_0 , несущей частотой ω_0 и начальной фазой φ_0 в заданном угловом направлении и принимает отраженные сигналы в периоде зондирования, соответствующем заданному рубежу дальности. Такой режим обеспечивает малые энергетические затраты и дает возможность использования малогабаритных мобильных станций.

Положение каждого объекта $M(\theta, \varphi, R)$ в антенной системе координат измеряется углом места θ , азимут φ и дальностью R , при этом угол θ отсчитывается в вертикальной плоскости, угол φ – в горизонтальной так, как показано на рис. 1. Движение объекта рассматривается в прямоугольной системе координат. Оценки пространственных координат находятся как в сферической, так и прямоугольной системах. Прямоугольные и сферические координаты связаны $x = R \cos \theta \sin \varphi$, $y = R \sin \theta$, $z = R \cos \theta \cos \varphi$. Отраженные сигналы принимаются антенной решеткой (АР). Приемные элементы АР расположены в плоскости ОХУ с прямоугольными координатами центров $(x_1, y_1) = (0, 0)$, $(x_2, y_2) = (d_m, 0)$, $(x_3, y_3) = (0, d_m)$, $(x_4, y_4) = (-d_z, 0)$, $(x_5, y_5) = (0, -d_z)$, $d_m > 0$, $d_z > 0$, несимметрично (для учета неоднозначности измерения фазы), как показано на рис. 2 (d_m – точная база, d_z – грубая база).

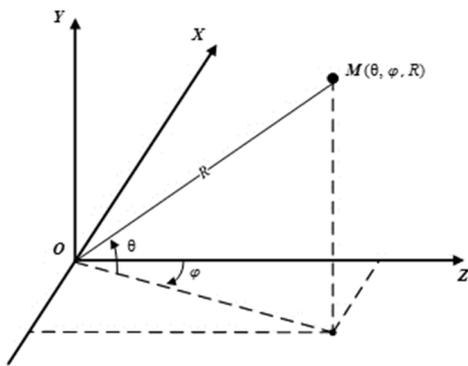


Рис. 1. Антенная система координат

Сигнал отражения от отдельного объекта, принятый на дальности R в q -м приемном элементе АР ($q = 1, 2, \dots, Q$, $Q = 5$ – число элементов АР) в момент времени t описывается моделью

$$s_q(t - \tau_q) = \tilde{U}_0 G(\varphi, \theta) \times \cos[(\omega_0(t - \tau_q) + \varphi_0 + \eta + \varepsilon_q)] + p_q,$$

где \tilde{U}_0 – амплитуда отраженного сигнала, зависящая от U_0 , R и отражающих свойств объекта; $G(\varphi, \theta)$ – амплитудная характеристика диаграммы направленности (ДН) приемного элемента АР (одинаковая для всех q -х элементов); $\omega_0 = 2\pi c / \lambda$, c – скорость света, λ – длина волны; τ_q – задержка сигнала: $\tau_q = D_q / c$, $D_q = 2R + \delta_q$ – расстояние, пройденное сигналом в случае неподвижного объекта; δ_q – отклонение фронта волны, достигшей q -го бокового элемента АР, относительно центра антенны ($\delta_0 = 0$); η – случайное изменение фазы на $[-\pi, \pi]$ при отражении от объекта; ε_q – фазовый шум в q -м канале; p_q – аддитивный белый гауссовский шум в q -м канале.

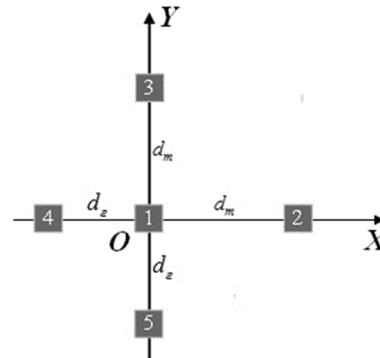


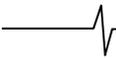
Рис. 2. Расположение элементов АР

Суммарный сигнал отражения от нескольких движущихся объектов принимается антенной решеткой (АР) и проходит тракт первичной обработки в нескольких q -х приемных каналах ($q = \overline{1, Q}$, Q – число каналов по числу приемных элементов АР). После понижения частоты и дискретизации по времени t_i модель дискретной последовательности $\{y_q(t_i)\}$ значений принимаемого сигнала в q -м приемном канале имеет вид [4]

$$y_q(t_i) = \sum_{k=1}^m s_{qk}(t_i - \tau_{qk}) + p_q(t_i) = \sum_{k=1}^m \tilde{U}_{0k} G(\varphi_k, \theta_k) \cos(\omega_{0k} t_i - 4\pi R_k / \lambda - 2\pi \delta_{qk}(\varphi_k, \theta_k) / \lambda + \xi_k + \varepsilon_q) + p_q(t_i) = \sum_{k=1}^m A_k \cos(\omega_{0k} t_i - \psi_{qk}) + p_q(t_i),$$

$i = \overline{1, n}, \quad q = \overline{1, Q},$

где n – число дискретных отсчетов моментов времени на промежутке времени длительностью $T = t_n - t_1$; τ_{qk} – момент времени появления k -го сигнала в q -м приемном канале; ω_{0k} – промежуточная частота с учетом доплеровского сдвига от k -го объекта; t_i – текущее дискретное время; m – неизвестное число сигналов, отраженных от m объектов; \tilde{U}_{0k} – амплитуда отраженного сигнала от k -го объекта; R_k – радиальная дальность до k -го объекта; $\xi_k = \varphi_0 + \eta_k$ – случайная величина; φ_k и θ_k – соответственно азимут и угол места k -го объекта в антенной



системе координат; A_k и ψ_{qk} – амплитуда и фаза принимаемого сигнала от k -го объекта в q -м канале.

После прохождения тракта первичной обработки отраженных сигналов последовательности $y_q(t_i)$, $i = \overline{1, n}$, $q = \overline{1, Q}$, подвергаются быстрому преобразованию Фурье, в результате чего образуются частотные последовательности $\dot{S}_q(\omega_o(i))$, $i = \overline{1, n_1}$, $n_1 > n$, $q = \overline{1, Q}$.

Информация об угловых координатах k -го объекта φ_k , θ_k во временной области находится в фазах ψ_{qk} в выражениях δ_{qk} , которые для плоского фронта волны имеют вид [5]:

$$\delta_{qk} = x_q \cos \theta_k \sin \varphi_k + y_q \sin \theta_k,$$

где x_q и y_q – координаты центра q -го приемного элемента AP в антенной прямоугольной системе координат, а угловые координаты φ_k , θ_k определяются методом разности q -х фаз [5].

В частотной области эта же информация находится в аргументах комплексных составляющих спектра доплеровских частот: $\psi_{qk} = \arg \dot{S}_q[\omega_o(i_k)]$, где $\omega_o(i_k)$ – доплеровские частоты, соответствующие k -м объектам: i_k принимает m значений на $\{1, 2, \dots, n_1\}$.

Задача. Так как число объектов m заранее неизвестно, то задача заключается в обнаружении и выделении сигналов $s_{qk}(t_i - \tau_{qk})$ от k -х объектов в q -х приемных каналах во временной области и обнаружении спектральных составляющих $\dot{S}_q[\omega_o(i_k)]$ k -х объектов в q -х приемных каналах в полосе доплеровских частот. После выделения составляющих сигнала задача заключается в нахождении оценки \hat{m} числа объектов и оценок угловых координат φ_k , θ_k всех k -х объектов ($k = \overline{1, \hat{m}}$) методом разности фаз совместно во временной и частотной области.

Обработка во временной области

Если сигналы от объектов приходят в разные моменты времени τ_k , то для определения τ_k на фоне аддитивного шума можно воспользоваться оптимальным по методу максимального правдоподобия обнаружителем [6]. При этом, что не является принципиальным, можно применить и другие критерии: критерий согласия Пирсона для одной гипотезы H_0 – присутствия дискретного белого шума $p_q(t_i) \sim N(0, \sigma_p^2)$ или логический критерий « L из N » (например, «2 из 3-х» подряд) попаданий в доверительный интервал, рассчитанный с учетом σ_p [4]. Главным отличием предлагаемого алгоритма является способ выделения из смеси сигналов отдельных составляющих, принадлежащих объектам, во временной области.

Алгоритм обработки сигналов во временной области сводится к следующим операциям.

1. На начальном промежутке времени $[t_1, \tau_1)$, пред-

шествующем моменту времени τ_1 появления сигнала от первого объекта, в q -х каналах действует дискретный белый шум: $y_q(t_i) = p_q(t_i)$, $q = \overline{1, Q}$, $i = 1, 2, \dots$, с нулевым средним и дисперсией σ_p^2 . Последовательности $\{y_q(t_i)\}$, $q = \overline{1, Q}$, подаются на вход одноступенчатого экспоненциального фильтра нулевого порядка, который оценивает среднее нулевое значение шумового сигнала, и в соответствии с операциями, изложенными в [4], обнаруживаются моменты времени τ_{q1} появления сигналов $s_{q1}(t_i - \tau_{q1})$, $q = \overline{1, Q}$, $t_i \geq \tau_{q1}$, от первого объекта в q -х каналах.

2. После принятия решения о наличии сигналов $s_{q1}(t_i - \tau_{q1})$, $q = \overline{1, Q}$, от первого объекта, начиная с моментов τ_{q1} , включается в работу трехступенчатый экспоненциальный фильтр, наиболее простой в реализации и сглаживающий последовательность $y_q(t_i)$ по модели 2-го порядка в пределах эффективной памяти фильтра в каждом q -м канале с целью подавления шумов $p_q(t_i)$.

Получаются сглаженные последовательности $\tilde{y}_{q1}(t_i) = s_{q1}(t_i - \tau_{q1}) + \tilde{p}_{q1}(t_i)$, $t_i \geq \tau_{q1}$, где $\tilde{p}_{q1}(t_i)$ – ошибка сглаживания. По сглаженным значениям $\tilde{y}_{q1}(t_i)$, $q = \overline{1, Q}$, вычисляются оценки полупериодов сигналов в Q каналах и по совокупности этих оценок определяется оценка частоты $\hat{\omega}_1$. Одновременно находятся остаточные ряды $e_{q1}(t_i) = y_q(t_i) - \tilde{y}_{q1}(t_i)$, $q = \overline{1, Q}$, которые обрабатываются одноступенчатым экспоненциальным фильтром для обнаружения моментов времени τ_{q2} появления второго сигнала.

3. Сглаженные последовательности $\tilde{y}_{q1}(t_i)$, $q = \overline{1, Q}$, $\tau_1 < t_i < \tau_2$, запоминаются и повторно обрабатываются алгоритмом оценивания фазы сигнала. Известен оптимальный по методу максимального правдоподобия измеритель фазы сигнала на фоне аддитивного шума [6]. Такой измеритель фазы, работающий в непрерывном времени t , требует наличия линии задержки по фазе и вычисления корреляционного интеграла от опорного и принимаемого сигнала для каждой задержки по фазе [6]. В работе для оценивания фазы выбран дискретный фильтр Калмана [5], позволяющий наряду с оцениванием фазы дополнительно сглаживать сигнал, что положительно отличает его от эвристических алгоритмов измерения фазы. В разделе моделирования будет проведено сравнение работы предлагаемого алгоритма с применением оптимального измерителя фазы [6] и фильтра Калмана. Калмановский фильтр настроен на модель сигнала [5] вида

$$s_{q1}(t_i - \tau_{q1}) = a_{q1} \cos \hat{\omega}_1 t_i + b_{q1} \sin \hat{\omega}_1 t_i,$$

где $\hat{\omega}_1$ – найденная оценка частоты; a_{q1} и b_{q1} – параметры, постоянные в пределах эффективной памяти фильтра. Модель измерения имеет вид

$$\tilde{y}_{q1}(t_i) = H_i X_i + \tilde{p}_{q1}(t_i),$$

где $H_i = (\cos \hat{\omega}_1 t_i \quad \sin \hat{\omega}_1 t_i)$, $X_i = (a_{q1}, b_{q1})^T$ – вектор состояния, подчиненный уравнению

$$X_{i+1} = AX_i, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Фильтр Калмана [5] последовательно во времени t_i находит оценку вектора состояния $\hat{X}_i = (\hat{a}_{q1}(t_i), \hat{b}_{q1}(t_i))^T$, и на основе оценок параметров $\hat{a}_{q1}(t_i), \hat{b}_{q1}(t_i)$ вычисляются оценки фаз в q -х каналах к моментам времени τ_{q2} прихода второго сигнала

$$\hat{\psi}_{q1} = \arctg(\hat{b}_{q1}(\tau_{q2}) / \hat{a}_{q1}(\tau_{q2})), \quad q = \overline{1, Q},$$

или с учетом π в зависимости от знаков $\hat{a}_{q1}(\tau_{q2})$ и $\hat{b}_{q1}(\tau_{q2})$.

Обработка фаз $\hat{\psi}_{q1}$, $q = \overline{1, Q}$, происходит по методу разности фаз и результатом обработки являются оценки угловых координат $\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1$ первого объекта.

4. По остаточным рядам $e_{q1}(t_i)$, $t_i > \tau_1$, обнаруживаются моменты времени τ_{q2} и принимается решение о наличии сигналов $s_{q2}(t_i - \tau_{q2})$, $q = \overline{1, Q}$, от второго объекта. Начиная с моментов времени τ_{q2} , формируются и запоминаются последовательности значений экстраполированных оценок сигналов от первого объекта

$$\hat{s}_{q1}(t_i - \tau_{q1}) = \hat{a}_{q1}(\tau_{q2}) \cos \hat{\omega}_1 t_i + \hat{b}_{q1}(\tau_{q2}) \sin \hat{\omega}_1 t_i,$$

$$q = \overline{1, Q}, \quad t_i > \tau_2.$$

5. По истечению времени Δt переходного процесса (величина Δt устанавливается эмпирически), начиная с момента $\tau_2 + \Delta t$, производится вычитание из сглаженных входных последовательностей $\tilde{y}_q(t_i)$ экстраполированных оценок сигнала от первого объекта, и разность принимается за оценку сигнала $s_{q2}(t_i - \tau_{q2})$ от второго объекта:

$$\hat{s}_{q2}(t_i - \tau_{q2}) = \tilde{y}_q(t_i) - \hat{s}_{q1}(t_i - \tau_{q1}), \quad q = \overline{1, Q}, \quad t_i \geq \tau_{q2} + \Delta t.$$

6. Подсчитывается число полупериодов сигналов $\hat{s}_{q2}(t_i - \tau_{q2})$, $q = \overline{1, Q}$, и находится оценка частоты $\hat{\omega}_2$. Запомненные последовательности $\hat{s}_{q2}(t_i - \tau_{q2})$ повторно обрабатываются фильтром Калмана на основе модели сигнала

$$\hat{s}_{q2}(t_i - \tau_{q2}) = a_{q2} \cos \hat{\omega}_2 t_i + b_{q2} \sin \hat{\omega}_2 t_i,$$

и методом разности фаз находятся оценки угловых координат $\hat{\phi}_2, \hat{\theta}_2$ второго объекта.

7. Продолжается сглаживание входных последовательностей $y_q(t_i)$ при $t_i \geq \tau_{q2}$ трехступенчатым фильтром, в результате получаются сглаженные последовательности

$$\tilde{y}_{q2}(t_i) = s_{q1}(t_i - \tau_{q1}) + s_{q2}(t_i - \tau_{q2}) + \tilde{p}_{q2}(t_i), \quad t_i \geq \tau_{q2}.$$

Одновременно вычисляются остаточные ряды

$$e_{q2}(t_i) = y_q(t_i) - \tilde{y}_{q2}(t_i), \quad q = \overline{1, Q},$$

которые обрабатываются одноступенчатым экспонен-

циальным фильтром для обнаружения моментов времени τ_{q3} появления третьего сигнала.

С моментов τ_{q3} повторяются операции пп. 1 – 7, выделяются сигналы $\hat{s}_{q3}(t_i - \tau_{q3})$, $t_i \geq \tau_{q3} + \Delta t$, вычисляются оценки $\hat{\phi}_3, \hat{\theta}_3$ и т.д. происходит обработка в пределах времени T .

В результате находится оценка числа объектов \hat{m}_1 как число обнаруженных моментов времени $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{\hat{m}_1}$ и запоминаются оценки угловых координат $\hat{\phi}_{1k}, \hat{\theta}_{1k}$, $k = \overline{1, \hat{m}_1}$.

Обработка в частотной области

Алгоритм обработки в частотной области [4] следующий.

1. Последовательности $y_q(t_i)$, $q = \overline{1, Q}$, $i = \overline{1, n}$, запомненные на промежутке времени наблюдения длительностью T , подвергаются быстрому преобразованию Фурье. В результате в полосе доплеровских частот образуются спектры в виде комплексных последовательностей $\dot{S}_q(\omega_0(i))$, $i = \overline{1, n_1}$, $n_1 > n$, $q = \overline{1, Q}$.

2. Выделяются спектральные составляющие на \hat{m}_2 частотах, на которых амплитуды $|\dot{S}_q(\omega_0(i_k))|$ превышают порог обнаружения полезного сигнала во всех Q каналах.

3. Методом разности фаз $\psi_{qk} = \arg \dot{S}_q(\omega_0(i_k))$, взятых на выделенных частотах, находятся оценки угловых координат $\hat{\phi}_{2k}, \hat{\theta}_{2k}$, $k = \overline{1, \hat{m}_2}$, где \hat{m}_2 – оценка числа объектов, разрешенных по доплеровской частоте.

Замечание. Если все источники разрешены по доплеровской частоте, то точность оценок угловых координат, найденных в частотной области, в общем случае выше точности оценок, найденных во временной области, что обусловлено большей длительностью n частотной последовательности по сравнению с меньшей длительностью отдельных участков временной последовательности.

Частотно-временная обработка

Алгоритм совместной обработки сигналов во временной и частотной областях следующий.

1. Принятые сигналы одновременно обрабатываются во временной и частотной областях. Результатом обработки являются оценки угловых координат $\hat{\phi}_{1k}, \hat{\theta}_{1k}$, $k = \overline{1, \hat{m}_1}$, объектов, обнаруженных во временной области, и оценки координат $\hat{\phi}_{2k}, \hat{\theta}_{2k}$, $k = \overline{1, \hat{m}_2}$, объектов, обнаруженных в частотной области.

2. Если $\hat{m}_1 \leq \hat{m}_2$, то берутся оценки, найденные в частотной области.

3. Если $\hat{m}_1 > \hat{m}_2$, то в упрощенной версии алгоритма берутся оценки, найденные во временной области.

4. В усложненной версии в случае $\hat{m}_1 > \hat{m}_2$ осуществляется классификация оценок $\hat{\varphi}_{2k}, \hat{\theta}_{2k}, k = \overline{1, \hat{m}_2}$, на предмет их соответствия оценкам $\hat{\varphi}_{1k}, \hat{\theta}_{1k}, k = \overline{1, \hat{m}_1}$. Смысл классификации состоит в том, что приоритет имеют более точные оценки, найденные в частотной области. Но так как их количество \hat{m}_2 в данном случае меньше, чем \hat{m}_1 во временной области, то во временной области следует найти $\hat{m}_1 - \hat{m}_2$ оценок угловых координат объектов, которые не были обнаружены в частотной области. Эта стандартная задача классификации решается на основе критерия близости векторов оценок угловых координат с привлечением нормы разности векторов.

Замечание. Рассмотренный алгоритм частотно-временной обработки сигналов и сопутствующие ему алгоритмы обработки во временной и частотной областях следует все же отнести к эвристическим алгоритмам, так как они совместно не отвечают единому критерию синтеза. Поэтому эффективность работы алгоритмов проверялась компьютерным моделированием.

Результаты моделирования

Проводилось компьютерное моделирование трех алгоритмов: алгоритма обработки сигналов в частотной области, во временной области и частотно-временной области. Приемопередающая станция посылала непрерывный сигнал в сантиметровом диапазоне длин волн. Слежение за объектами осуществлялось в пределах круговой диаграммы направленности (ДН) в 2° на уровне 0,5 мощности. Параметры АР выбирались как $d_m = 3\lambda, d_c = 0,5\lambda$ при $\lambda = 0,03$ м. Принимаемые в АР сигналы переводились на промежуточную частоту f_{Π} и моделировались с шагом дискретизации $\Delta t = 1/(8f_{\Pi})$, где $f_{\Pi} = 10$ кГц. Фазовый шум действовал в каждом q -м канале по равномерному закону на $[0, \pi/10]$.

Объекты двигались с близкими скоростями от 10 до 11 м/с в направлении приемопередающей станции, первоначально удаленной от них на 1 км по радиальной дальности, и занимали по отношению к ней положение по двум угловым координатам от 29° до 31° . Сигналы от объектов приходили с разной задержкой по времени и моделировалось преимущественно плохое разрешение по доплеровской частоте.

Считалось, что все объекты обнаружены правильно, если оценка \hat{m} числа объектов совпадала с числом m моделируемых объектов, оценки угловых координат объектов не выходили за пределы ширины ДН, а ошибки измерения угловой координаты азимута и угла места не превышали 1° .

В табл. 1 – 3 представлены результаты, полученные для двух объектов ($m = 2$) при 5000 реализациях в одинаковых условиях моделирования: зависимости средних значений $M[\rho]$ и СКО $\sigma[\rho]$ случайной величины ρ , имеющей смысл нормы вектора ошибок определения угловых координат φ и θ для обнаруженных объектов,

а также оценки вероятности \hat{P} правильного обнаружения всех объектов от отношения сигнал-шум (аддитивный шум p_q). Табл. 1 – алгоритм обработки в частотной области, табл. 2 – алгоритм обработки во временной области, табл. 3 – алгоритм обработки в частотно-временной области. На рис. 3 показаны зависимости оценки вероятности обнаружения одного объекта во временной области с применением оптимального измерителя фазы, обеспечивающего границу точности измерения фазы по неравенству Крамера-Рао [6], и измерителя фазы с помощью фильтра Калмана. Сравнение дает возможность определить условия применимости алгоритма частотно-временной обработки на уровне 14 – 20 дБ для обеспечения вероятности обнаружения не ниже 0,8. На рис.4 и 5 даны графики зависимости оценок вероятности правильного обнаружения двух и трех объектов от отношения сигнал-шум для всех алгоритмов.

Таблица 1. Алгоритм обработки в частотной области ($m = 2$)

Отношение сигнал-шум	Оценка угловой координат объектов (в градусах)		Вероятность обнаружения всех объектов
	$M[\rho]$	$\sigma[\rho]$	
q (дБ)			\hat{P}
14	0,355	0,129	0,703
16	0,354	0,128	0,706
18	0,352	0,127	0,707
20	0,352	0,126	0,711

Таблица 2. Алгоритм обработки во временной области ($m = 2$)

Отношение сигнал-шум	Оценка угловой координат объектов (в градусах)		Вероятность обнаружения всех объектов
	$M[\rho]$	$\sigma[\rho]$	
q (дБ)			\hat{P}
14	0,605	0,201	0,586
16	0,560	0,192	0,707
18	0,507	0,185	0,800
20	0,461	0,169	0,840

Таблица 3. Алгоритм обработки в частотно-временной области ($m = 2$)

Отношение сигнал-шум	Оценка угловой координат объектов (в градусах)		Вероятность обнаружения всех объектов
	$M[\rho]$	$\sigma[\rho]$	
q (дБ)			\hat{P}
14	0,406	0,176	0,877
16	0,402	0,171	0,917
18	0,398	0,159	0,939
20	0,383	0,150	0,958

Видно (табл. 1 – 3) что при близких показателях точности правильных оценок алгоритм частотно-временной обработки имеет преимущество по вероятности правильного определения положения объектов. Рис. 4 – 5 также подтверждают преимущество третьего алгоритма.

Преимущество временной обработки по сравнению с частотной по вероятности обнаружения всех объектов при отношении сигнал-шум 20 дБ выражается в повышении вероятности с 0,71 до 0,84, а частотно-временной обработки – в повышении вероятности с 0,71 до 0,96.

Оценка сложности и быстродействия алгоритмов

При обработке в частотной области применялось БПФ, сложность которого $O(n \log_2 n)$, где n – число отсчетов сигнала. При обработке во временной области применялся экспоненциальный сглаживающий фильтр для оценивания частоты и

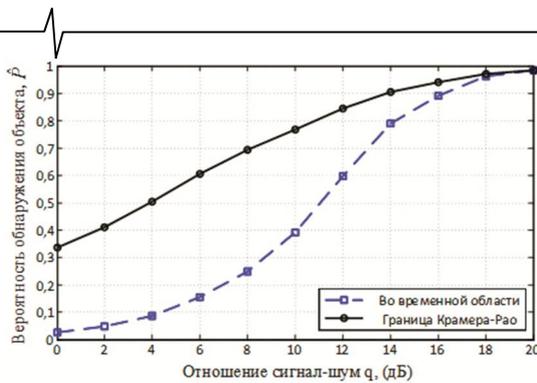


Рис. 3. Сравнение с границей Крамера – Рао

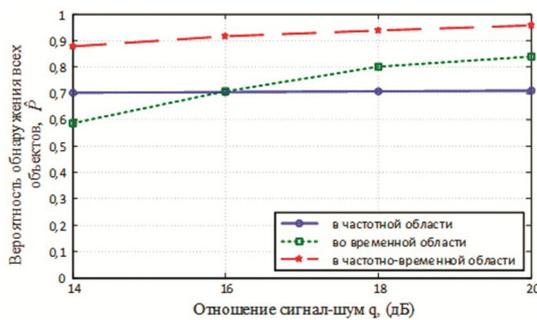


Рис. 4. Зависимости вероятности обнаружения всех объектов от отношения сигнал-шум для двух объектов

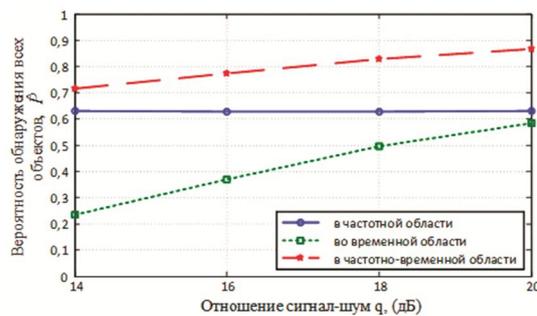


Рис. 5. Зависимости вероятности обнаружения всех объектов от отношения сигнал-шум (для трех объектов)

фильтр Калмана для оценивания фазы. Сложность экспоненциального фильтра второго порядка $O(4n)$, сложность фильтра Калмана с учетом матричных операций $O(138M)$, где M – число отсчетов сигналов для оценки фазы, причем для предварительно сглаженного сигнала достаточно $M = 20$. В работе рассматривалась последовательность отсчетов длительностью $n = 3200$.

За счет параллельной обработки радиосигналов в частотной и во временной области в расчете сложности принимается наибольшая сложность из двух параллельных операций. В табл. 4 показано количество N операций умножения, необходимое для оценивания частоты и фазы. Операции умножения в современных процессорах могут быть произведены за несколько тактов. Так, число тактов процессора Intel Core i9-9900K, 3,6 ГГц, необходимое при выполнении операции умножения 32 разрядных чисел с плавающей запятой, составляет 2 – 5 тактов. С учетом этого в табл. 4 показано время T (мс), необходимое для выполнения операций.

Расчет показывает двукратное преимущество временной обработки в количестве операций по сравнению с частотной обработкой. Частотно-временная обработка не имеет такого преимущества, так как операции производятся параллельно во временной и частотной областях, а оценка затрат дается по

максимуму из двух возможных. Время обработки может быть снижено при использовании специализированных программно-аппаратных средств (FPGA, ASIC), реализация которых на ПЛИС позволиткратно снизить время вычислений.

Таблица 4. Количество операций и время обработки

Обработка	N	T (мс)
Частотная	32760	0,0455
Временная	15560	0,0216
Частотно-временная	32760	0,0455

Заключение

В плане обнаружения нескольких объектов и определения их угловых координат в многоканальной доплеровской РЛС рассмотрены в сравнении три алгоритма обработки сигналов отражения – обработки во временной области, в частотной области и совместной частотно-временной обработки. Для обработки во временной области предложен подход к выделению сигналов от каждого объекта из смеси сигналов, основанный на экстраполяции первоначально выделенных сигналов, их вычитании из сглаженной смеси сигналов и оценивании фазы с помощью фильтра Калмана. Для обработки в частотной области рассмотрен известный подход выделения спектральных составляющих смеси в спектрах доплеровских частот с последующим определением угловых координат методом разности фаз.

Для возможности различения объектов, движущихся с близкими векторами скорости и моментами времени прихода сигналов, предложен алгоритм частотно-временной обработки, основанный на сравнении числа сигналов от объектов, выделенных во временной и частотной областях, а также координат объектов. Представленные результаты компьютерного моделирования показывают преимущество частотно-временного подхода. Алгоритм частотно-временной обработки сигналов может найти применение в существующих радиосистемах пеленгации движущихся с близкими скоростями нескольких объектов. Перспектива исследований направлена на изучение технических возможностей применения данного алгоритма как в отдельной доплеровской РЛС, так и в полуактивной системе позиционирования приемников [7].

Литература

1. F. Hlawatsch, G. Matz, H. Kirchauer, and W. Kozek. Time-frequency formulation, design, and implementation of time-varying optimal filters for signal estimation, *IEEE Trans. Signal Process.*, 48, 1417-1432 pp., May 2000.
2. K. Gharthey, A. Papandreou-Suppappola, and D. Cochran. On the Use of Matching Pursuit Time-Frequency Techniques for Multiple-Channel Detection, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 5, 3201-3204, May 2001.
3. Papandreou-Suppappola, Antonia, *Applications in time-frequency signal processing (Electrical engineering and applied signal processing series)*, New York, 2002, 397 p.
4. Ключко В.К., Ву Б. Х. Частотно-временная обработка сигналов в доплеровском радиоприемнике. *Цифровая обработка сигналов*. 2023. № 2. С. 15-21.
5. Ключко В.К., Кузнецов В.П., Ву Ба Хунг. Оценивание параметров радиосигналов от подвижных маловысотных объектов. *Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета*. 2022. Вып. 80. С. 12-23.
6. Бакулев П.А. Радиолокационные системы. Учебник для вузов. Изд. 3-е, перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2015. 440 с.
7. Ключко В.К., Ву Ба Хунг. Обнаружение подвижных источников системой радиоприемников. *Цифровая обработка сигналов*. 2022. № 4. С. 50-55.

УДК 004.932

НЕЙРОСЕТЕВАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ЗЕМЛИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ОТ СИСТЕМ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ СЪЁМКИ И ЗНАНИЙ ОБ ИХ ВИДЕОИНФОРМАЦИОННОМ ТРАКТЕ

*Еремеев В.А., аспирант, НИИ «Фотон», Рязанский государственный радиотехнический университет
им. В.Ф. Уткина, аспирант, e-mail: foton@rsreu.ru*

Макаренков А.А., к.т.н., ведущий научный сотрудник НИИ «Фотон», Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, в.н.с., e-mail: foton@rsreu.ru

NEURAL NETWORK EARTH OBJECT IDENTIFICATION BASED OF HYPERSPECTRAL IMAGING SYSTEMS AND KNOWLEDGE ABOUT THEIR VIDEO INFORMATION PATH

Eremeev V.A., Makarenkov A.A.

The need for the development of aerospace systems for hyperspectral imaging of the Earth in Russia is noted in order to increase the level of automation of the process of identifying observed objects. At the system level, the video information path of such systems is considered and tasks arising from its features are posed. An analysis of factors that reduce the quality of hyperspectral information was performed. The challenges of reducing the redundancy of hyperspectral images using real survey materials has been studied.

Key words: remote sensig, hyperspectral images (HSI), radiometric and spectral resolution of HSI, reduction of HSI redundancy, neural network objects identification using HSI.

Ключевые слова: дистанционное зондирование Земли, гиперспектральные изображения (ГСИ), радиометрическое и спектральное разрешение ГСИ, сокращение избыточности ГСИ, нейросетевая идентификация объектов по ГСИ.

Введение и постановка задачи

В последние 20 лет за рубежом активно ведутся работы по созданию аэрокосмических систем гиперспектральной съёмки Земли [1-3]. Они позволяют получить десятки и сотни изображений одной и той же сцены в очень узких соприкасающихся спектральных поддиапазонах, которые в совокупности образуют так называемый гиперкуб $B = (B_k(m, n), k = \overline{1, K}, m = \overline{1, M}, n = \overline{1, N})$. Каждой точке с фиксированными координатами $m, n = const$ гиперкуб ставит в соответствие спектральную характеристику $CX = (B_k(m, n), k = \overline{1, K})$, т.е. дискретную функцию принятой гиперспектральной аппаратурой (ГСА) лучистой энергии в зависимости от спектрального поддиапазона $k = \overline{1, K}$. Знание CX создаёт новые возможности для автоматизации процессов распознавания наблюдаемых объектов земной поверхности.

В нашей стране по известным причинам работы в данном направлении идут с некоторым отставанием [4-11]. Тем не менее, делаются активные попытки по исследованию технологий идентификации объектов Земли по данным гиперспектральных съёмок с российских космических аппаратов (КА) серии «Ресурс-П».

Получение знаний о CX достигается ценой многократного уменьшения отношения «полезный сигнал / шум» изображений гиперкуба. Это связано с расщеплением лучистой энергии, поступающей на вход ГСА, на десятки и сотни потоков по числу спектральных поддиапазонов K при сохранении уровня шума в каждом $k - m$,

Отмечается необходимость развития в России аэрокосмических систем гиперспектральной съёмки Земли с целью повышения уровня автоматизации процесса идентификации наблюдаемых объектов. На системном уровне рассмотрен видеоинформационный тракт (СИТ) подобных систем и поставлены задачи, вытекающие из его особенностей. Выполнен анализ факторов, снижающих качество гиперспектральной информации. Исследован вопрос сокращения избыточности гиперспектральных изображений с использованием реальных материалов съёмки.

$k = \overline{1, K}$, поддиапазоне гиперспектрометра.

В связи с этим в работе ставятся следующие задачи.

Первая. Общее формальное представление модели видеотракта систем гиперспектральной съёмки Земли и определение задач, вытекающих из этой модели.

Вторая. Анализ радиометрического качества гиперспектральной аппаратуры.

Третья. Исследование вопроса о сокращении избыточности данных от ГСА с прицелом на использование нейросетевых технологий для идентификации объектов на ГСИ.

Видеоинформационный тракт

В работах с участием авторов настоящей статьи [12,13] определены несколько направлений по использованию знаний о сквозном информационном тракте (СИТ) систем гиперспектральной съёмки Земли в нейросетевых технологиях идентификации объектов наблюдаемой сцены. Цель здесь одна – использовать имеющиеся знания по передаточным характеристикам основных звеньев СИТ для повышения эффективности работы нейросетей (НС) – времени их обучения и точности идентификации заданных объектов.

Схему СИТ, описанную в [11], можно представить в более обобщённом виде как

$$S_B^{\Pi} \xrightarrow{\gamma_A^{\Pi}} S_H^{\Pi} \xrightarrow{\gamma_3} S_H^O \xrightarrow{\gamma_A^O} S_B^O \xrightarrow{\gamma_{КА}} B, \quad (1)$$

где S_B^H , S_H^H , S_H^O , S_B^O – энергия потоков излучения от Солнца, падающих на Землю (H) и отражённых в направлении на спутник (O), на верхней (B) и нижней (H) границах атмосферы;

γ_A , γ_3 , γ_{KA} – коэффициенты спектральной передачи гиперспектральной информации через атмосферу (A), после отражения от Земли (3) и видеотракт гиперспектрометра (KA). Здесь $\gamma_A^H = \frac{S_H^H}{S_B^H}$, $\gamma_3 = \frac{S_H^O}{S_B^H}$,

$\gamma_A^O = \frac{S_B^O}{S_H^O}$, $\gamma_{KA} = \frac{B}{S_B^O}$. В результате входная лучистая энергия от Солнца S_B^H , доходящая до верхней границы атмосферы, и B – гиперкуб на выходе ГСА космического аппарата определяются как [11]

$$B = (\gamma_A^H \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_A^O \cdot \gamma_{KA}) \cdot S_B^H. \quad (2)$$

Если предположить, что свойства атмосферы незначительно изменяются при прохождении излучений, падающего от Солнца (S_B^H) и отражённого от Земли (S_H^O), то с точностью до линейного коэффициента α :

$$B = (\alpha \cdot \gamma_A^2 \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_{KA}) \cdot S_B^H. \quad (3)$$

Здесь важно отметить:

1) α определяется углом падения излучения от Солнца до наблюдаемого участка Земли и углом отражения от Земли в направлении КА;

2) γ_A и γ_{KA} – определяют коэффициенты спектральной передачи в однородной среде, т.е. функции от длины волны $\gamma_A(\lambda)$ и $\gamma_{KA}(\lambda)$;

3) γ_3 и как следствие B , – это функции трёх переменных – координат сканируемой точки (x, y) и длинны волны отражённого от неё излучения λ .

Поэтому

$$B(x, y, \lambda) = f(\lambda) \cdot \gamma_3(x, y, \lambda), \quad (4)$$

где $f(\lambda) = \alpha \cdot \gamma_A^2(\lambda) \cdot \gamma_{KA}(\lambda) \cdot S_B^H(\lambda)$.

Из (4) следует, что процесс формирования гиперкуба $B = (B_k(x, y), k = \overline{1, K})$ определяется произведением двух функций, одна из которых зависит только от длины волны λ (и однозначно связанным индексом k), а другая – от координат сканируемой точки (x, y) и длины волны λ . При использовании логарифмического масштаба (4) можно представить как сумму отмеченных компонент:

$$\ln B(x, y, \lambda) = \ln f(\lambda) + \ln \gamma_3(x, y, \lambda). \quad (5)$$

Стоит чисто математическая (статистическая) задача оценки функций $f(\lambda)$ и $\gamma_3(x, y, \lambda)$ по наборам данных $B(x, y, \lambda)$.

Задачи, вытекающие из модели СИТ

Из весьма простого формального представления СИТ в виде (4) и (5) следуют постановки достаточно серьёзных практических задач.

Задача 1. Оценка коэффициента спектрального отражения $\gamma_3(x, y, \lambda)$ в точках с координатами (x, y) по данным гиперкуба $B(x, y, \lambda)$, моделям атмосферы $\gamma_A(\lambda)$ и видеотракта спутника γ_{KA} . Это основная задача, ради которой создаются средства аэрокосмической гиперспектральной съёмки Земли.

Задача 2. Получение новых знаний по атмосфере Земли, т.е. о функции $f_A(\lambda)$. Здесь исходной информацией является откалиброванный тракт гиперспектрометра $\gamma_{KA}(\lambda)$ и его измерения $B(x, y, \lambda)$, а также опорные радиометрические полигоны, определяющие функцию $\gamma_3(x, y, \lambda)$ в виде одномерной функции $\gamma_3(\lambda)$.

Задача 3. Полётная калибровка видеотракта гиперспектрометра $\gamma_{KA}(\lambda)$ по опорным радиометрическим полигонам или участкам Земли с известными коэффициентами спектрального отражения (песчаные пустыни, водные поверхности и т.п.). При этом в качестве $\gamma_A(\lambda)$ используется наиболее совершенная модель атмосферы, ориентированная на пространственную привязку к полигонам.

Ниже будет сделан акцент на оценку $\gamma_3(x, y, \lambda)$, т.е. на решение задачи 1.

Анализ радиометрического качества ГСИ

При решении трёх обозначенных выше задач исходной информацией являются данные по излучению от Солнца, пришедшего на верхнюю границу атмосферы (S_B^H). Модель этого процесса описана аналитически с достаточно высокой точностью [19]. Результат прохождения сигналов через СИТ фиксирует гиперспектрометр КА в виде гиперкуба B . Поэтому при решении каждой из трёх перечисленных задач принципиально значимым вопросом является оценка радиометрического качества ГСИ. При предполётных испытаниях ГСА путём подачи на её вход лучистой энергии в зависимости от длины волны λ , формируется функция $\gamma_{KA}(\lambda)$, которая уточняется в ходе полётных калибровок по наземным опорным объектам. Главным фактором, снижающим радиометрическое качество ГСИ, является наличие трёх видов шумов: электронного и структурного шума, а также шума квантования. Необходимость рассмотрения их влияния на качество ГСИ диктуется принципом формирования гиперкуба, при котором входное для ГСА излучение расщепляется на десятки и сотни потоков, многократно уменьшая полезный сигнал. При этом уровень шумов в каждом спектральном канале ГСА остаётся неизменным. То есть получение знаний о спектре принятого сигнала достигается ценой снижения отношения «полезный сигнал / шум». По физическим соображениям обозначенные три вида шумов можно считать независимыми между собой и полезным сигналом. Единственным исключением является структурный шум, который обусловлен разбросом чувствительностей и темновых сигналов оптоэлектронных сенсоров, входящих в ГСА. Однако при вполне определённом геометрическом порядке анализа структурного шума и его можно считать независимым от формируемого сигнала. Кроме этого разработаны ряд эффективных методов и алго-

ритмов его устранения на изображениях [14]. Поэтому далее будем считать, что ГСИ представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала $f_k(m, n)$ и шума $\varepsilon_k(m, n)$, где $k = \overline{1, K}$ – определяют средние значения длин волн ГСА в k -м поддиапазоне, (m, n) – дискретные значения координат (x, y) , т.е. номера элементов в направлениях осей (x, y) .

Рассмотрим корреляционную меру различимости двух наборов данных ГСИ, относящихся к двум непересекающимся участкам наблюдаемой сцены в k -м и s -м спектральных поддиапазонах: $f_k(m, n) + \varepsilon_k(m, n)$ и $\varphi_s(m, n) + \pi_s(m, n)$. В качестве меры их близости определим коэффициент корреляции ρ_{ks} , инвариантный к любым линейным преобразованиям сопоставляемых данных:

$$\rho_{ks} = \frac{\overline{(f_k + \varepsilon_k) \cdot (\varphi_s + \pi_s)} - \overline{(f_k + \varepsilon_k)} \cdot \overline{(\varphi_s + \pi_s)}}{\sqrt{[\overline{(f_k + \varepsilon_k)^2} - \overline{(f_k + \varepsilon_k)}]^2 [\overline{(\varphi_s + \pi_s)^2} - \overline{(\varphi_s + \pi_s)}]^2}}, \quad (6)$$

где: черта над выражениями означает усреднение по координатам (m, n) , которые в переменных для простоты не указаны;

(f_k, φ_k) и (ε_k, π_k) – значения полезного сигнала и шума в k -м и s -м, $k, s \in \{1, 2, \dots, K\}$, спектральных каналах.

В итоге при статистически представительной выборке данных, в силу независимости $f, \varphi, \varepsilon, \pi$ и одинаково распределённых шумов ε, π с нулевым средним, получим

$$\rho_{ks} = \frac{\overline{f_k \cdot \varphi_s} - \overline{f_k} \cdot \overline{\varphi_s}}{\sqrt{(D_{f_k} + D_{\varepsilon})(D_{\varphi_s} + D_{\pi_s})}}, \quad (7)$$

где D – оценки дисперсий полезных сигналов (D_{f_k}, D_{φ_s}) и шума D_{ε} . Разделив в (7) числитель и знаменатель на $\sqrt{D_f \cdot D_\varphi}$, получим

$$\rho_{ks} = \frac{\rho_{ks}^*}{\sqrt{1 + \beta_f^2 + \beta_\varphi^2 + \beta_f \cdot \beta_\varphi}}, \quad (8)$$

где ρ_{ks}^* – оценка коэффициента корреляции при отсутствии шумов, т.е. в (7) $D_{\varepsilon} = 0$ и $\rho_{ks} = \rho_{ks}^*$;

β – отношение СКО шума к СКО сигналов, помеченных индексами f и φ .

Рассмотрим квадратную матрицу

$$\rho_{ks} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{21} & \dots & \rho_{K1} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \dots & \rho_{K2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{K1} & \rho_{K2} & \dots & \rho_{KK} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

в которой по горизонтали отложены значения ρ_{ks} при $k = \overline{1, K}$, $s = const$, а по вертикали $s = \overline{1, K}$, $k = const$. Для диагональных членов матрицы из (8) следует

$$\rho_{kk} = \frac{\rho_{kk}^*}{\sqrt{1 + 3\beta_{fk}^2}}, \quad k = \overline{1, K}, \quad \text{т.к. } \beta_f = \beta_\varphi. \quad (10)$$

Для произвольной пары $\rho_{st} = \rho_{ts}$, $s, t \in \{1, 2, 3, \dots, K\}$,

$$\rho_{st} = \rho_{ts} = \frac{\rho_{st}^*}{\sqrt{1 + \beta_{fst}^2 + \beta_{\varphi st}^2 + \beta_{fst} \cdot \beta_{\varphi st}}}. \quad (11)$$

Как видим, корреляционные связи между данными s -го и k -го каналов ГСА ослабевают в зависимости от отношений в них «полезный сигнал / шум» (β): чем β ниже, тем меньше становится корреляционная связь ρ_{st} . В то же время экспериментально установлено, что между соседними каналами ГСА существует сильная корреляционная связь, что говорит об информационной избыточности ГСИ ради достижения более точного представления дискретной СХ в каждой точке гиперкуба. Поэтому правомерна постановка задачи сокращения указанной избыточности.

Сокращение избыточности ГСИ для нейросетевой обработки

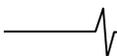
ГСИ даёт уникальную возможность привлечения нейронных сетей для создания эффективных технологий идентификации объектов наблюдаемой сцены. Однако информационный объём ГСИ линейно увеличивается с ростом числа спектральных поддиапазонов K . Возникает проблема сокращения информационной ёмкости ГСИ.

Очевидным решением этого вопроса является использование метода главных компонент (МГК) [15]. МГК основан на формировании ортогонального базиса, в котором обрабатываемые данные обладают максимальной дисперсией. Базис формируется так, что данные по его осям ранжированы по мере убывания дисперсии. Этот факт позволяет выбрать для последующей обработки первые L ($L < K$) – главных компонент, содержащих наибольшую часть полезной информации. При этом при наличии шума МГК выполняет роль фильтра, так как отношение «полезный сигнал / шум» также убывает с ростом номера главной компоненты.

При использовании МГК для предобработки данных, использующихся в системах принятия решений с учителем (к которым относятся нейросетевые методы обработки), требуется учитывать важную особенность: при обработке с помощью МГК каждого изображения будет сформирован свой базис и данные спроецированы на него. Так как обучающая выборка обычно формируется из множества изображений, то данные различных изображений оказываются в отличающихся системах координат (в отличие, от исходной единой системы координат: номер канала – яркость). Для устранения этого эффекта базис МГК должен быть рассчитан для всей обучающей выборки.

При использовании нейросетевых методов для обработки гиперспектральных данных особенно актуально сокращение размерности, так как её рост приводит к увеличению числа неизвестных «весов» нейросети. Это в свою очередь, требует существенного увеличения обучающей выборки, формирование которой является трудоемким и зачастую неопределённым процессом (поскольк она обычно формируется экспертным методом).

Для экспериментальных исследований по решению задачи идентификации объектов по данным гиперспектральной съёмки привлечена видеoinформация от ги-



перспектральной аппаратуры космической системы (КС) «Ресурс-П», а также авиационного датчика «AVIRIS» (открытый набор данных «Salinas» [16]). При этом из набора данных «Salinas» использованы данные в спектральном диапазоне (400 – 1000 нм), соответствующим ГСА КС «Ресурс-П».

В качестве архитектуры сверточной нейронной сети (СНС) использовалась сеть, приведенная в [17], дополненная слоем «batch normalization» перед слоем «dense».

На рис. 1, 2 представлены результаты нейросетевой обработки ГСИ от «Salinas» и «Ресурс-П» для различного числа компонент, обрабатываемых СНС.

Для оценки точности идентификации объектов использовалась F -мера [18]. В табл.1 и табл. 2 представлены вычисленные значения F -меры при различном числе компонент L .

Исходя из полученных оценок, можно сделать вывод о том, что 10 первых компонент достаточно для эффективного обучения СНС на используемых наборах данных. Дополнительный анализ показал, что более высокие показатели F -меры по данным ГСИ «Salinas» объясняется меньшим уровнем шумов, чем у ГСИ «Ресурс-П».

На рис. 3 представлено сравнение F -меры в зависимости от способа вычисления базиса МГК для ГСИ от «Ресурс-П». Для этого эксперимента исходное ГСИ предварительно разделено на части для обучения и тестирования. В первом случае базис для преобразования вычислялся по всему исходному ГСИ. В другом случае, расчёт базиса МГК для обучения СНС осуществляется исключительно по выборке для обучения. При тестировании СНС расчёт базиса производился на основе тестовой части ГСИ.

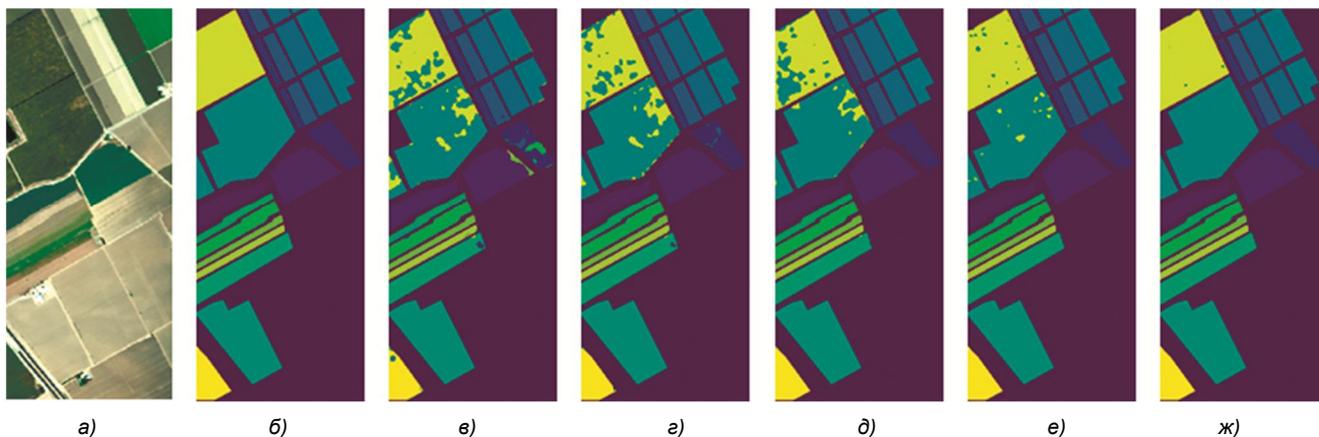


Рис. 1. Результаты нейросетевой обработки ГСИ от «Salinas» для различного числа компонент, обрабатываемых СНС: (а) – ГСИ (синтез RGB), (б) – эталон, (в) – 3, (г) – 5, (д) – 7, (е) – 10, (ж) – 20

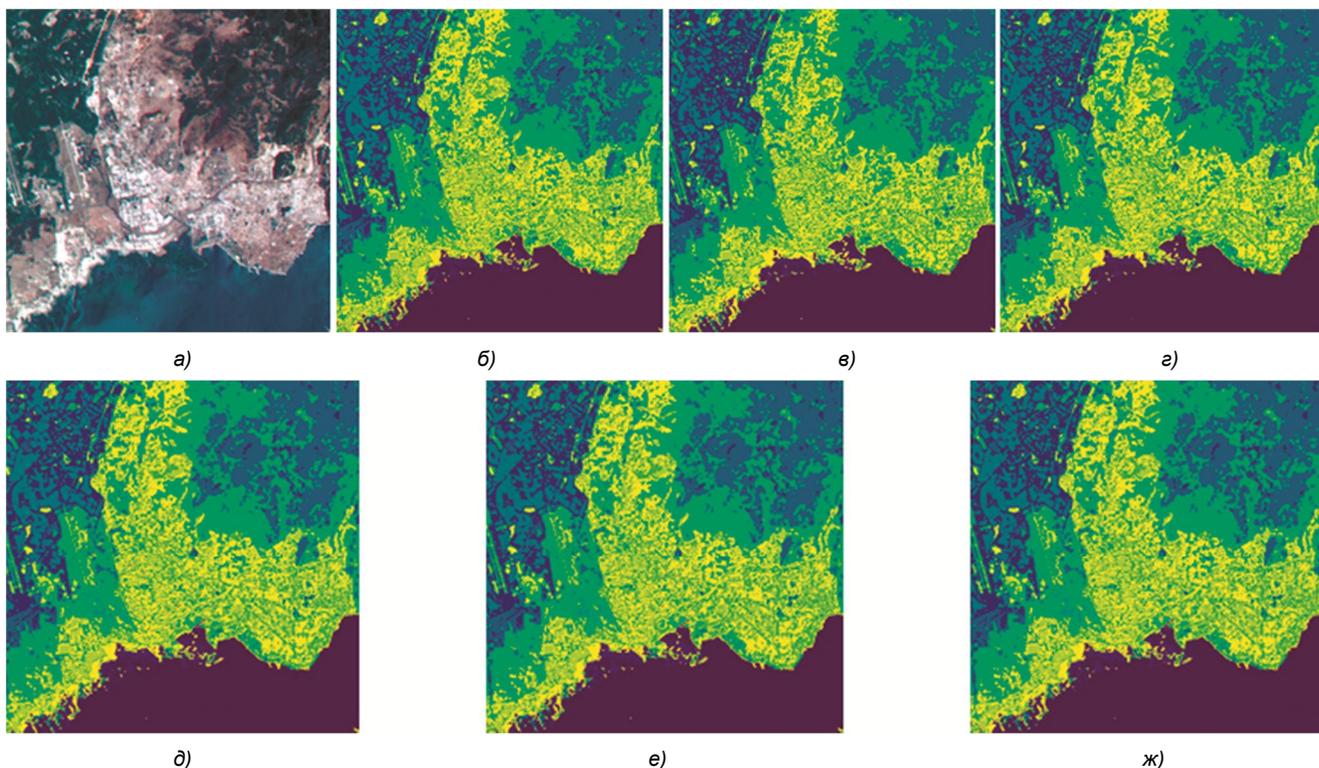


Рис. 2. Результаты нейросетевой обработки ГСИ от «Ресурс-П» для различного числа компонент, обрабатываемых СНС: (а) – ГСИ (синтез RGB), (б) – эталон, (в) – 3, (г) – 5, (д) – 7, (е) – 10, (ж) – 20

Таблица 1. F-мера для различного числа обрабатываемых компонент (ГСИ от «Salinas»)

Класс/Число компонент	3	5	7	10	20
Брокколи	0.77	0.93	1.00	1.00	1.00
Пары	0.87	0.95	1.00	1.00	1.00
Пары (вспашка)	0.97	0.97	1.00	1.00	1.00
Жнивье	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Сельдерей	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00
Стареющая пшеница с зелеными сорняками	0.97	0.99	1.00	1.00	1.00
Салат ромэн	0.84	0.99	1.00	1.00	1.00

Таблица 2. F-мера для различного числа обрабатываемых компонент (ГСИ от «Ресурс-П»)

Класс/Число компонент	3	5	7	10	20
Глубокая вода	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00
Мелкая вода	0.78	0.86	0.87	0.87	0.91
Растительность	0.82	0.91	0.92	0.92	0.94
Почва	0.92	0.93	0.95	0.95	0.96
Дороги	0.82	0.85	0.86	0.88	0.91
Застройка	0.77	0.81	0.85	0.86	0.90

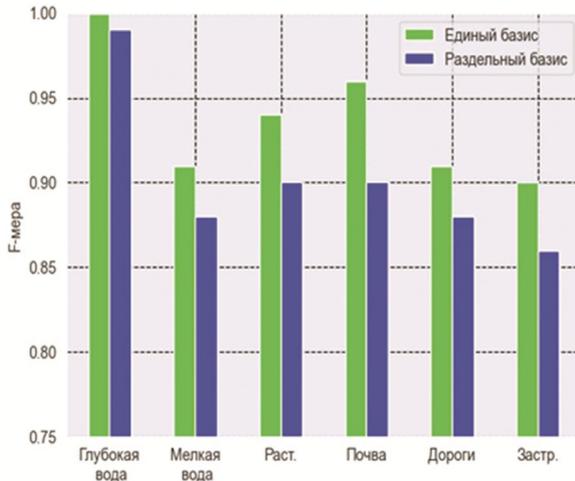


Рис. 3. Сравнение F-меры в зависимости от способа вычисления базиса МГК для ГСИ от «Ресурс-П»

На основе результатов эксперимента можно сделать вывод о том, что способ расчёта базиса МГК на основе всей выборки ГСИ более эффективен. Единый базис позволяет предоставить данные для СНС в единой системе координат и зафиксировать результирующий базис преобразования.

Заключение

По результатам проведённых исследований можно сделать следующие выводы.

1. Выполнен анализ СИТ аэрокосмических систем гиперспектральной съёмки Земли. Формально СИТ пред-

ставлен в виде произведения или суммы двух функций: трёхмерной функции от координат и длины волны излучения, отраженного от каждой точки Земли, и одномерной функции спектральной передачи излучения во всех звеньях тракта. Поставлена чисто математическая задача оценки этих функций.

2. По результатам формального представления СИТ определены практически важные задачи – это оценка коэффициента спектрального отражения точек Земли, уточнение спектральных коэффициентов передачи атмосферы и видеотракта гиперспектрометра в процессе его лётной эксплуатации.

3. Выполнен анализ радиометрического качества гиперспектрометра и сокращения избыточности его выходной информации с прицелом на использование нейросетевых технологий для идентификации объектов наблюдаемой сцены. Проведены экспериментальные исследования с использованием данных от гиперспектрометров, установленных на авиационную систему «AVIRIS» и космическую российскую систему «Ресурс-П». Получены численные оценки эффективности нейросетевой идентификации объектов на гиперспектральных снимках и эффекта от сокращения избыточности по методу главных компонент.

Литература

1. M.D. Lewis et al. «The Hyperspectral Imager for the Coastal Ocean (HICO): Sensor and data processing overview», OCEANS 2009, Biloxi, MS, USA, 2009, pp. 1-9.

2. H. Kaufmann et al. «EnMAP A Hyperspectral Sensor for Environmental Mapping and Analysis», 2006 IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing, Denver, CO, USA, 2006, pp. 1617-1619.

3. Ахметьянов В.Р., Николенко А.А., Терентьева В.В. Развитие космической гиперспектральной аппаратуры за рубежом. Матер. науч.-техн. конф. «Гиперспектральные приборы и технологии». М.: ОАО «Красногорский завод им. С.А. Зверева», 2013. С. 41-42.

4. Еремеев В.В., Егошкин Н.А., Макаренков А.А., Москвитин А.Э., Ушенкин В.А. Проблемные вопросы обработки данных от космических систем гиперспектральной и радиолокационной съёмки Земли. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2017. № 60. С. 54-64.

5. Архипов С.А., Ляхов А.Ю., Тарасов А.П. Работы ОАО «Красногорский завод им. С.А. Зверева» по созданию гиперспектральных приборов дистанционного зондирования. Матер. научн.-техн. конф. «Гиперспектральные приборы и технологии». М.: ОАО «Красногорский завод им. С.А. Зверева», 2013. С. 25-30.

6. Кирилин А.Н., Ахметов Р.Н., Стратилатов Н.Р., Бакланов А.И., Федеров В.М., Новиков М.В. Космический аппарат «Ресурс-П». Геоматика. 2010. № 4. С. 23-26.

7. Антонушкина С.В., Еремеев В.В., Макаренков А.А., Москвитин А.Э. Особенности анализа и обработки информации от систем гиперспектральной съёмки земной поверхности. Цифровая обработка сигналов. 2010. № 4. С. 38-43.

8. Ахметов Р.Н., Везенов В.И., Еремеев В.В., Стратилатов Н.Р., Юдаков А.А. Модели формирования и некоторые алгоритмы обработки гиперспектральных

изображений. Исследование Земли из космоса. 2014. №1. С. 17-28.

9. Успенский А.Б., Рублев А.Н. Современное состояние и перспективы спутникового гиперспектрального атмосферного зондирования. Исследование Земли из космоса. 2013. № 6. С. 4-15.

10. Григорьева О.В. Наблюдение деградации лесов по данным гиперспектрального аэро- и космического зондирования. Исследование Земли из космоса. 2014. №1. С. 43-48.

11. Еремеев В.В., Егошкин Н.А., Макаренков А.А., Ушенкин В.А., Постыляков О.В. Улучшение технологий искусственного интеллекта при обработке материалов наблюдения Земли на основе системного анализа сквозного информационного тракта. Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 6. С.144-154.

12. Еремеев В.А., Макаренков А.А. Использование сверточных нейронных сетей для идентификации структурно-однородных областей на космических снимках Земли. Цифровая обработка сигналов. 2022. №3. С. 45-48.

13. Еремеев В.В., Еремеев В.А., Макаренков А.А. Выделение границ объектов на гиперспектральных спутниковых снимках земной поверхности. Цифровая

обработка сигналов. 2022. № 3. С.49-52.

14. Современные технологии обработки данных дистанционного зондирования Земли / под. ред. В.В. Еремеева. М.: Физматлит, 2015. 460 с.

15. Craig Rodarmel, Jie Shan, Principal component analysis for hyperspectral image classification / Surveying and Land Information Systems, vol. 62, no. 2, 2002, pp.115-000.

16. Plaza, Antonio & Tilton, James. Automated selection of results in hierarchical segmentations of remotely sensed hyperspectral images. International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). 7.4946-4949.10.1109/IGARSS.2005.1526784. 2005.

17. Muhammad Ahmad, Adil Mehmood Khan, Manuel Mazzara, Salvatore Distefano, Mohsin Ali, Muhammad Shahzad Sarfraz. A fast and compact 3-D CNN for hyperspectral image classification. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2022, vol. 19, pp. 1-5.

18. Marina Sokolova, Guy Lapalme. A systematic analysis of performance measures for classification tasks. Information Processing and Management. 2009. 45(4). pp. 427-437.

19. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений. М.: Техносфера, 2010. 560 с.

Уважаемые коллеги!

Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы)

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом 200 экз.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в базу данных Web of Science – Russian Science Citation Index.

Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

- № 2 июнь 2024 г. Тематический выпуск по материалам 26-й Международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».
- № 3 сентябрь 2024 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».
- № 4 декабрь 2024 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

- 4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.
- 2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.
- 1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора

д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru

УДК 004.056.3

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СИГНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ ДИСКРЕТНОГО АРГУМЕНТА

*Якимов В.Н., д.т.н., профессор Самарского государственного технического университета,
e-mail: yvnr@hotmail.com*

RECOVERY OF A DISCRETE TIME SIGNAL USING AN ORTHOGONAL POLYNOMIALS SYSTEM OF A DISCRETE ARGUMENT

Yakimov V.N.

The article discusses the development of mathematical software for recovery the numerical values of samples of a discrete sequence of a uniformly sampled continuous signal in time. The development was carried out on the basis of the approximation method and the construction of a basic polynomials system for a discrete argument. The basic polynomials system is constructed depending on the order of the approximating model, taking into account the fact that each subsequent polynomial must be orthogonal with the two previous polynomials. The resulting mathematical solution reduces the amount of computational procedures by half in relation to the number of sequence samples to be recovery. This is achieved due to the possibility of calculating estimates of the values of the samples simultaneously both forward and backward in the process of recovery the problem section of the sequence. The practical result was the development of algorithmic support. It is implemented as a functionally complete software module. This module was developed in accordance with regulatory requirements for the development of software components that affect the accuracy characteristics of computing procedures. The module is designed to operate in asynchronous control mode without interrupting the execution of the main application program that performs the current signal processing. Numerical experiments to evaluate the metrological and functional capabilities of the developed algorithmic support and software module were carried out using simulation modeling. The results of numerical experiments have shown that the recovery of the samples is carried out with a fairly low error.

Key words: discrete time signal, sampled sequence, signal recovery, approximation, polynomial.

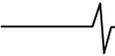
Ключевые слова: сигнал дискретного времени, последовательность отсчетов, восстановление сигнала, аппроксимация, полином.

Введение

В процессе цифровой обработки сигнала одной из актуальных задач является восстановление утраченных значений отсчетов его дискретной последовательности. В частности, решение такой задачи представляет особый интерес при обработке сигналов в радиолокации, вибродиагностике, системах беспроводной передачи данных, в ходе анализа речевых сигналов и т.п. [1-3].

Утрата значений отсчетов дискретной последовательности сигнала может произойти по техническим причинам их источников или средств принимающей стороны. Это также может быть обусловлено внешними воздействиями на сигнал при его передаче [4-6]. Эффект краткосрочного дрожания импульсов тактовой частоты синхронизирующих устройств может привести к неравномерности временной сетки формирования отсчетов на отдельных участках дискретной последовательности [7, 8]. В отдельных случаях преднамеренно осуществляется нерегулярное формирование дискретной последовательности [9-15]. Неравномерность представления сигнала в дискретном виде может иметь место в высокоскоростных многоканальных системах цифровой обработки сигналов. Это может происходить на

Рассмотрена разработка математического обеспечения для восстановления численных значений отсчетов дискретной последовательности равномерно дискретизированного непрерывного во времени сигнала. Разработка осуществлена на основе аппроксимационного метода и построения системы базисных полиномов дискретного аргумента. Система базисных полиномов строится в зависимости от порядка аппроксимирующей модели с учетом того, что каждый последующий полином должен быть ортогональным с двумя предыдущими полиномами. Полученное математическое решение сокращает объем вычислительных процедур в два раза по отношению к количеству подлежащих восстановлению отсчетов последовательности. Это достигается за счет возможности в процессе восстановления проблемного участка последовательности осуществлять вычисление оценок значений отсчетов одновременно как вперед, так и назад. Практическим результатом стала разработка алгоритмического обеспечения. Оно реализовано в виде функционально завершенного программного модуля. Данный модуль разработан в соответствии с нормативными требованиями, предъявляемыми к проектированию программных компонент, влияющих на точностные характеристики вычислительных процедур. Модуль предназначен для работы в режиме асинхронного управления без прерывания выполнения основной прикладной программы, осуществляющей обработку сигнала. Численные эксперименты по оценке метрологических и функциональных возможностей алгоритмического обеспечения и программного модуля проводились с использованием имитационного моделирования. Результаты экспериментов показали, что восстановление отсчетов осуществляется с достаточно низкой погрешностью.



участках объединения выборок, формируемых несколькими параллельно работающими низкоскоростными аналого-цифровыми преобразователями [16, 17].

Утрата значений отсчетов приводит к необходимости восстановления (реконструкции во времени) дискретной последовательности сигнала. В случае наличия небольшого числа утраченных отсчетов они могут быть заменены отсчетами с нулевыми или усредненными значениями. Это снижает вероятность грубых ошибок. Тем не менее, при анализе коротких выборок результирующая погрешность может превысить допустимую погрешность цифровой обработки сигнала. Прежде всего, это может отрицательно отразиться на погрешности от смещенности конечного результата. С целью обеспечения более эффективных результатов восстановления дискретной последовательности активно разрабатываются специальные методы [18-26]. В общем случае основу этих методов составляют частотно-временное преобразование или разложение во временные ряды. В первом случае восстановление сигнала основано на применении различных адаптивных ядер. Однако такой подход может негативно повлиять на форму спектрального представления анализируемого сигнала. Во втором случае восстановление дискретной последовательности осуществляется на основе аппроксимативного подхода. Он обеспечивает хорошую сходимость процедур восстановления во временной области. Однако вычислительная эффективность алгоритмов, реализующих данный подход, может снижаться с увеличением числа восстанавливаемых отсчетов. Следствием этого может стать снижение эффективности восстановления значений отсчетов в реальном режиме цифровой обработки сигнала.

Таким образом, актуальной задачей является разработка математического обеспечения, позволяющего реализовать алгоритмы с повышенной вычислительной эффективностью восстановления дискретных последовательностей сигналов. Это позволит расширить область применения таких алгоритмов в процессе цифровой обработки сигналов.

Предлагаемый подход к восстановлению дискретной последовательности сигнала с использованием системы ортогональных полиномов дискретного аргумента

Задачу восстановления дискретной последовательности отсчетов x_i будем решать исходя из того, что исходный непрерывный сигнал $x(t)$ является стационарным или хотя бы квазистационарным. Выполнение условия квазистационарности позволяет учесть также те сигналы, для которых частотно-временные характеристики можно считать неизменными в пределах интервала времени их наблюдения.

Пусть дискретизация сигнала $x(t)$ осуществлена с частотой заданной согласно теореме Котельникова. Допустим, что для $i \in [0; \eta]$ и $i \in [\eta + M + 1; N - 1]$ отсчеты x_i получены без искажения временной сетки, и их значения известны точно. Значения M отсчетов x_i

для $i \in [\eta + 1; \eta + M]$ образуют проблемный участок. Они могут быть искажены, утрачены или не соответствовать равномерной временной сетке. В любом случае в процессе обработки последовательности значения этих отсчетов должны быть восстановлены.

Будем восстанавливать значения отсчетов x_i для $i \in [\eta + 1; \eta + M]$ по предыдущим $i \in [\eta - L + 1; \eta]$ и последующим значениям отсчетов $i \in [\eta + M + 1; \eta + M + L]$, где значение L должно удовлетворять условиям $\eta - L + 1 \geq 0$ и $\eta + M + L \leq N - 1$. Для вычисления оценок значений отсчетов исходной последовательности будем использовать модель:

$$\hat{x}_i = \sum_{v=0}^p a_v P_v(i), \quad (1)$$

где $P_v(i)$ – полином порядка v дискретного аргумента i , a_v – весовые коэффициенты; p – порядок модели.

Построение модели (1) осуществим на основе критерия минимума квадратической погрешности:

$$\delta_p = \sum_i (\hat{x}_i - x_i)^2 = \sum_i \left(\sum_{v=0}^p a_v P_v(i) - x_i \right)^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $i \in [\eta - L + 1; \eta]$ и $i \in [\eta + M + 1; \eta + M + L]$.

Вычислим частные производные первого порядка $\partial \delta_p / \partial a_n$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots, p$, и приравняем их нулю. Тогда получаем, что δ_p будет минимальной, если значения a_v будут находиться из решения системы уравнений:

$$\sum_{v=0}^p a_v \sum_i P_v(i) P_n(i) = \sum_i x_i P_n(i), \quad n = 0, 1, 2, \dots, p. \quad (3)$$

Будем использовать ортогональные полиномы, т.е. они будут удовлетворять условию:

$$\sum_i P_v(i) P_n(i) = 0, \quad \text{если } v \neq n. \quad (4)$$

С учетом (4) из (3) получаем:

$$a_v = \frac{\sum_i x_i P_v(i)}{\sum_i P_v^2(i)}, \quad v = 0, 1, 2, \dots, p. \quad (5)$$

Также с учетом (4) будем иметь:

$$\delta_p = \sum_i x_i^2 - \sum_{v=0}^p a_v^2 \sum_i P_v^2(i). \quad (6)$$

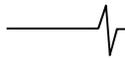
Ортогональные полиномы $P_v(i)$ будем строить согласно следующему правилу:

$$\begin{cases} P_0(i) = 1; & P_1(i) = i - \alpha_1; \\ \dots & \\ P_v(i) = (i - \alpha_v) P_{v-1}(i) - \lambda_{v-2} P_{v-2}(i), & \text{где } v = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (7)$$

Для полинома $P_0(i) = 1$ будет выполняться следующее равенство:

$$P_0(i + \eta + M + 1) = P_0(\eta - i) = (-1)^0 P_0(\eta - i). \quad (8)$$

Значения величин α_v и λ_{v-2} определим из (4). Это условие для полинома $P_v(i)$ порядка v будет выполнено для всех $n = 0, 1, 2, \dots, p$, если оно будет выполнено



для $n = v - 1$ и $n = v - 2$, т.е. полином $P_v(i)$ должен быть ортогональным с двумя предыдущими.

Принимая во внимание, что $P_0(i) = 1$ имеем:

$$\sum_i P_1(i)P_0(i) = \sum_i (i - \alpha_1) = L(2\eta + M + 1 - 2\alpha_1) = 0. \quad (9)$$

Из (9) получаем:

$$\alpha_1 = (2\eta + M + 1) / 2. \quad (10)$$

Тогда полином первого порядка примет вид:

$$P_1(i) = i - (2\eta + M + 1) / 2. \quad (11)$$

Полинома первого порядка (11) обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} P_1(\eta - i) &= -(i + (M + 1) / 2) \text{ и} \\ P_1(i + \eta + M + 1) &= (i + (M + 1) / 2). \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) следует, что

$$P_1(i + \eta + M + 1) = (-1)^1 P_1(\eta - i). \quad (13)$$

Полином порядка $v \geq 2$ должен быть ортогональным с полиномами, порядок которых равен $v - 2$ и $v - 1$. Согласно (4) он должен удовлетворять условиям:

$$\sum_i P_v(i)P_{v-2}(i) = 0 \text{ и } \sum_i P_v(i)P_{v-1}(i) = 0. \quad (14)$$

Условия (14) с учетом (7) примет вид:

$$\sum_i (i - \alpha_v)P_{v-1}(i)P_{v-2}(i) - \lambda_{v-2} \sum_i P_{v-2}^2(i) = 0, \quad (15)$$

$$\sum_i (i - \alpha_v)P_{v-1}^2(i) - \lambda_{v-2} \sum_i P_{v-2}(i)P_{v-1}(i) = 0. \quad (16)$$

Полиномы $P_{v-1}(i)$ и $P_{v-2}(i)$ ортогональны между собой. Принимая это во внимание, а также то, что в (15) и (16) $i \in [\eta - L + 1; \eta]$ и $i \in [\eta + M + 1; \eta + M + L]$, получаем соотношения для построения полиномов произвольного порядка:

$$\alpha_v = \quad (17)$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^{L-1} ((\eta - i)P_{v-1}^2(\eta - i) + (i + \eta + M + 1)P_{v-1}^2(i + \eta + M + 1))}{\sum_{i=0}^{L-1} (P_{v-1}^2(\eta - i) + P_{v-1}^2(i + \eta + M + 1))},$$

$$\lambda_{v-2} = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} (P_{v-1}^2(\eta - i) + P_{v-1}^2(i + \eta + M + 1))}{\sum_{i=0}^{L-1} (P_{v-2}^2(\eta - i) + P_{v-2}^2(i + \eta + M + 1))}. \quad (18)$$

Для полинома второго порядка с учетом (8) и (13) получаем:

$$\alpha_2 = (2\eta + M + 1) / 2, \quad (19)$$

$$\lambda_0 = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} P_1^2(i + \eta + M + 1)}{\sum_{i=0}^{L-1} P_0^2(i + \eta + M + 1)}. \quad (20)$$

Сопоставляя (10) и (19) между собой, приходим к выводу, что $\alpha_2 = \alpha_1$. Тогда с учетом (11) полином второго порядка будет иметь вид:

$$P_2(i) = P_1^2(i) - \lambda_0 P_0(i). \quad (21)$$

Исходя из (8) и (13) для полинома второго порядка будет справедливо соотношение:

$$P_2(i + \eta + M + 1) = (-1)^2 P_2(\eta - i). \quad (22)$$

Принимая во внимание (8), (13) и (22), для полинома третьего порядка будем иметь:

$$\alpha_3 = (2\eta + M + 1) / 2, \quad (23)$$

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} P_2^2(i + \eta + M + 1)}{\sum_{i=0}^{L-1} P_1^2(i + \eta + M + 1)}. \quad (24)$$

Полином третьего порядка определяется соотношением:

$$P_3(i) = P_1(i)P_2(i) - \lambda_1 P_1(i). \quad (25)$$

Как и полиномы $P_0(i)$, $P_1(i)$ и $P_2(i)$ полином третьего порядка обладает свойством:

$$P_3(i + \eta + M + 1) = (-1)^3 P_3(\eta - i). \quad (26)$$

Осуществляя процедуру определения ортогональных полиномов последующих порядков, получаем систему для их построения:

$$\begin{cases} P_0(i) = 1; & P_1(i) = i - (2\eta + M + 1) / 2; \\ \dots & \\ P_v(i) = P_1(i)P_{v-1}(i) - \lambda_{v-2} P_{v-2}(i), & \text{где } v = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (27)$$

где

$$\lambda_{v-2} = A_{v-1} / A_{v-2}, \quad A_v = \sum_{i=0}^{L-1} P_v^2(i + \eta + M + 1). \quad (28)$$

Полином порядка v обладает свойством:

$$P_v(i + \eta + M + 1) = (-1)^v P_v(\eta - i). \quad (29)$$

Принимая во внимание (29), можно записать:

$$A_v = \sum_{i=0}^{L-1} P_v^2(\eta - i). \quad (30)$$

Теперь, после того как рассмотрена система построения ортогональных полиномов, вернемся к соотношениям (5) и (6). С учетом (27) получаем:

$$\begin{aligned} a_v &= \frac{1}{2A_v} \sum_{i=0}^{L-1} (x_{i+\eta+M+1} + (-1)^v x_{\eta-i}) P_v(i + \eta + M + 1), \\ v &= 0, 1, 2, \dots, p; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\delta_p = \sum_{i=0}^{L-1} (x_{\eta-i}^2 + x_{i+\eta+M+1}^2) - 2 \sum_{v=0}^p a_v^2 A_v. \quad (32)$$

Соотношение (31) определяет процедуру вычисления весовых коэффициентов a_v модели (1), а соотношение (32) определяет значение квадратической погрешности результатов восстановления в зависимости от порядка модели p .

Рассмотрим упрощение вычисления весовых коэффициентов a_v . Введем обозначение:

$$B_v(i) = P_v(i + \eta + M + 1). \quad (33)$$

Для вычисления этих полиномов будем иметь систему:

$$\begin{cases} B_0(i) = 1; & B_1(i) = i - (2\eta + M + 1) / 2; \\ \dots & \\ B_v(i) = \phi_1(i)B_{v-1}(i) - (A_{v-1} / A_{v-2})B_{v-2}(i), & \\ \text{где } v = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (34)$$

В (34) имеем:

$$A_v = \sum_{i=0}^{L-1} B_v^2(i). \quad (35)$$

Тогда (31) примет вид:

$$a_v = \frac{1}{2A_v} \sum_{i=0}^{L-1} (x_{i+\eta+M+1} + (-1)^v x_{\eta-i}) B_v(i),$$

$$v = 0, 1, 2, \dots, p. \quad (36)$$

Согласно модели (1) необходимо оценить значения x_i для $i \in [\eta+1; \eta+M]$. Отсюда следует, что эту модель можно представить в следующем виде:

$$\hat{x}_{\eta+i} = \sum_{v=0}^p a_v P_v(\eta+i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (37)$$

Введем обозначение:

$$D_v(i) = P_v(\eta+i). \quad (38)$$

Вычисление полиномов $D_v(j)$ может быть осуществлено следующим образом:

$$\begin{cases} D_0(i) = 1; & D_1(i) = i - (M+1)/2; \\ \dots \\ D_v(i) = D_1(i)D_{v-1}(i) - (A_{v-1}/A_{v-2})D_{v-2}(i), \end{cases} \quad (39)$$

где $v = 2, 3, \dots$

Тогда получаем:

$$\hat{x}_{\eta+i} = \sum_{v=0}^p a_v D_v(i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (40)$$

Для полиномов $D_v(i)$ и $B_v(i)$ справедливы соотношения:

$$\begin{cases} D_v(i) = (-1)^v B_v(-i); \\ D_v(i) = B_v(i-M-1); \\ D_v(i+M+1) = B_v(i); \\ D_v(M+1-i) = (-1)^v D_v(i). \end{cases} \quad (41)$$

Модель восстановления значений отсчетов $\hat{x}_{\eta+i}$, согласно (40), требует вычисления значений полинома $D_v(j)$ для $j = 1, 2, 3, \dots, M$. Принимая во внимание (41) число таких вычислений можно уменьшить в два раза.

Сделаем тождественную замену $i \equiv M+1-i$. С учетом (41) получаем:

$$\hat{x}_{\eta+M+1-i} = \sum_{v=0}^p a_v (-1)^v D_v(i). \quad (42)$$

Рассмотрим (42) как результат суммирования промежуточных сумм для четных и нечетных значений индекса v . В соответствии с этим введем обозначения:

$$G(i) = \sum_v a_{2v} D_{2v}(i) \quad \text{и} \quad Q(i) = \sum_v a_{2v+1} D_{2v+1}(i). \quad (43)$$

Будем вычислять $G(i)$ и $Q(i)$ для $i = 1, 2, 3, \dots, L$.

При этом $L = M/2$, если M четное число. В противном случае $L = [M/2] + 1$, где $[M/2]$ целая часть результата $M/2$. Тогда (40) и (42) соответственно примут вид:

$$\hat{x}_{\eta+j} = G(j) + Q(j), \quad (44)$$

$$\hat{x}_{\eta+M+1-j} = G(j) - Q(j). \quad (45)$$

Согласно (44), вычисляем $\hat{x}_{\eta+1}, \hat{x}_{\eta+2}, \dots, \hat{x}_{\eta+L}$. В свою очередь $\hat{x}_{\eta+L+1}, \hat{x}_{\eta+L+2}, \dots, \hat{x}_{\eta+M}$ вычисляем в соответствии с (45). Таким образом, получаем, что соотношения (44) и (45) сокращают объем вычислительных про-

цедур в два раза по сравнению с (37).

Результаты численных экспериментов

На основе рассмотренной системы ортогональных полиномов $P_v(i)$ и полученного решения для вычисления весовых коэффициентов a_v , с учетом соотношений (44) и (45), разработано алгоритмическое обеспечение для вычисления оценок утраченных значений отсчетов дискретной последовательности. Данное алгоритмическое обеспечение реализовано в виде программного модуля согласно нормативным требованиям, предъявляемым к разработке программных компонент, влияющих на точностные характеристики вычислительных процедур [27-29]. Модуль предназначен для использования в составе метрологически значимой части программного обеспечения цифровой обработки сигнала. Функциональным назначением модуля является вычисление оценок отсчетов в режиме асинхронного управления без прерывания выполнения основной прикладной программы. Численные эксперименты по исследованию функциональных возможностей модуля проводились на основе имитационного моделирования дискретной последовательности сигнала с проблемными участками отсчетов [30]. В качестве реализации исходного непрерывного сигнала использовалась модель следующего вида:

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k \cos(2\pi f_k t + \phi_k). \quad (46)$$

В (46) значения амплитуд A_k и частот f_k задавались в пределах от нуля до единицы. Они интерпретировались как нормированные соответственно по отношению к наибольшей амплитуде и частоте гармоник, присутствующих в составе модели сигнала. Интерпретация частот и амплитуд как нормированных объясняется тем, что такой подход позволяет оценить возможности алгоритма восстановления в зависимости от соотношения их значений в составе сигнала. Значения начальных фаз ϕ_k изменялись в пределах от $-\pi$ до $+\pi$ и задавались в соответствии с равномерным законом распределения.

Одна из реализаций модели сигнала содержала семь гармонических компонент, значения амплитуд, частот и начальных фаз которых приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения A_k , f_k и ϕ_k гармонических компонент

k	A_k	f_k	ϕ_k
1	0,15	0,1	-1,185905
2	0,3	0,25	-1,210170
3	0,5	0,35	0,054345
4	1,0	0,5	-1,269063
5	0,7	0,75	0,986344
6	0,35	0,85	0,564374
7	0,1	1	-0,548928

В процессе проведения экспериментов, прежде всего, исследовалась способность алгоритма осуществлять восстановление значений отсчетов, когда формирование последовательности осуществлялось с предельно низкой частотой дискретизации. Для приведенного в табл. 1 гармонического состава модели сигнала наибольшую нормированную частоту равную единице

имеет компонента под номером семь. Согласно теореме Котельникова, предельно низкая частота дискретизации была равна $F_s = 2f_s = 2$, т.е. интервал дискретизации был равен $\Delta t = 0,5$.

В частности, двадцать отсчетов последовательности с индексами $i \in [322; 341]$ рассматривались в качестве утраченных. В соответствии с этим имеем $\eta = 321$ и $M = 20$. На рис. 1 приведен фрагмент дискретной последовательности с учетом места нахождения участка этих отсчетов. В табл. 2 представлены результаты численных экспериментов по восстановлению проблемного участка. Порядок модели восстановления p был равен десяти и пятнадцати. Относительная погрешность восстановления значений отсчетов вычислялась согласно соотношению $\delta_{\eta+m}^x = (\hat{x}_{\eta+m} - x_{\eta+m})/x_{\eta+m}$, где $m = 1, 2, 3, \dots, M$. Ее значения находятся на достаточно низком уровне в пределах всего восстанавливаемого участка. Вместе с этим вычислялись среднеквадратическая погрешность

$$\delta_{MSE}^x = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\hat{x}_{\eta+m} - x_{\eta+m})^2}$$

и средняя абсолютная погрешность $\delta_{MAE}^x = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |\hat{x}_{\eta+m} - x_{\eta+m}|$. Значения этих погрешностей также приведены в табл. 2. Они практически не превышают значения 0,01.

Таким образом, результаты численных экспериментов показывают, что практическая реализация разработанного математического обеспечения позволяет осу-

ществлять восстановление утраченных значений отсчетов дискретной последовательности сигнала с достаточно низкой погрешностью.



Рис. 1. Фрагмент последовательности с проблемным участком

Заключение

В статье рассмотрена задача восстановления численных значений отсчетов на проблемных участках дискретной последовательности. Задача решалась исходя из того, что дискретная последовательность была получена в результате равномерной дискретизации непрерывного сигнала. Предполагается, что сигнал удовлетворяет условию стационарности или хотя бы должен быть квазистационарным на интервале времени его анализа. Разработка математического обеспечения для восстановления значений отсчетов сигнала осуществлена на основе аппроксимационного метода и построе-

Таблица 2. Результаты восстановления значений отсчетов

m	i = η + m	x _{η+m}	Порядок модели			
			p = 10		p = 15	
			$\hat{x}_{\eta+m}$	$\delta_{\eta+m}^x$	$\hat{x}_{\eta+m}$	$\delta_{\eta+m}^x$
1	322	0,8017	0,8144	0,0159	0,8077	0,0075
2	323	0,8360	0,8227	-0,0159	0,8275	-0,0102
3	324	-2,1218	-2,1104	-0,0054	-2,1072	-0,0069
4	325	0,6767	0,6686	-0,0119	0,6640	-0,0187
5	326	1,1902	1,1886	-0,0013	1,1851	-0,0043
6	327	-0,4410	-0,4445	0,0079	-0,4470	0,0137
7	328	-0,2645	-0,2595	-0,0190	-0,2531	-0,0431
8	329	-0,1937	-0,1792	-0,0748	-0,1892	-0,0234
9	330	0,5578	0,5631	0,0096	0,5588	0,0018
10	331	0,2781	0,2700	-0,0291	0,2726	-0,0199
11	332	-0,5900	-0,5878	-0,0038	-0,5858	-0,0072
12	333	0,9066	0,9052	-0,0015	0,9048	-0,0019
13	334	1,3875	1,3903	0,0020	1,3883	0,0006
14	335	-1,5561	-1,5645	0,0054	-1,5612	0,0033
15	336	-1,4902	-1,4857	-0,0030	-1,4822	-0,0054
16	337	0,2288	0,2242	-0,0202	0,2235	-0,0233
17	338	0,5473	0,5552	0,0144	0,5492	0,0036
18	339	1,2982	1,2843	-0,0107	1,2870	-0,0087
19	340	-1,6635	-1,6566	-0,0042	-1,6505	-0,0078
20	341	0,0733	0,0716	-0,0233	0,0730	-0,0038
δ_{MSE}^x			0,008104		0,007636	
δ_{MAE}^x			0,007636		0,006353	



ния системы базисных полиномов. При этом построение системы базисных полиномов осуществляется в зависимости от порядка аппроксимирующей модели с учетом того, что каждый последующий полином должен быть ортогональным с двумя предыдущими полиномами. Полученное математическое решение сокращает объем вычислительных процедур в два раза за счет возможности в процессе восстановления проблемного участка вычислять оценки значений отсчетов одновременно как вперед, так и назад. Практическим результатом стала разработка алгоритмического обеспечения и его реализация в виде функционально завершенного программного модуля для вычисления оценок утраченных значений отсчетов дискретной последовательности. Модуль адаптирован для работы в режиме асинхронного управления в составе прикладного метрологически значимого программного обеспечения, осуществляющего цифровую обработку сигнала [31-34]. Численные эксперименты по оценке метрологических и функциональных возможностей разработанного алгоритмического обеспечения и программного модуля проводились с использованием имитационного моделирования. Результаты экспериментов показали, что восстановление отсчетов осуществляется с достаточно низкой погрешностью.

Литература

1. Madiseti V.K. The Digital Signal Processing Handbook, Second edition: Digital Signal Processing Fundamentals. CRC Press, Taylor and Francis Group, 2010. 904 p.
2. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие. М: Горячая линия-Телеком, 2005. 704 с.
3. Oppenheim A.V., Schaffer R.W. Discrete-time signal processing: Third edition. Pearson Higher Education, 2010. 1108 p.
4. Khan N.A., Ali S. Robust Sparse Reconstruction of Signals with Gapped Missing Samples from Multi-Sensor Recordings. Digital Signal Processing. 2022, vol. 123. 103392.
5. Aceska R., Bouchot J.-L., Li S. Local Sparsity and Recovery of Fusion Frame Structured Signals. Signal Processing. 2020, vol. 174. 107615.
6. Stankovic L., Stankovic S., Amin M. Missing samples analysis in signals for applications to L-estimation and compressive sensing. Signal Processing. 2014, vol. 94, pp. 401-408.
7. Maymon S. Oppenheim A.V. Sinc Interpolation of Nonuniform Samples. IEEE Transactions on Signal Processing. 2011, vol. 59, no. 10, pp. 4745-4758.
8. Andras I., Dolinsky P., Michaeli L., Saliga J. A Time Domain Reconstruction Method of Randomly Sampled Frequency Sparse Signal. Measurement. 2018, vol. 127, pp. 68-77.
9. Bilinskis I. Digital Alias-free Signal Processing. Wiley, 2007. 454 p.
10. Wanga P., Yanga H., Yea Z. 1-Bit Direction of Arrival Estimation Via Improved Complex-Valued Binary Iterative Hard Thresholding. Digital Signal Processing. 2022, vol. 120. 103265.
11. Guoa L.-B., Donga C.-X., Donga Y.-Y., Sunb T., Maoa Y. One-Bit LFM Signal Recovery: A consistency Algorithm With One-Sided Weighted Quadratic Penalty. Digital Signal Processing. 2022, vol. 127. 1-03575.
12. Якимов В.Н., Машков А.В. Знаковый алгоритм анализа спектра амплитуд и восстановления гармонических составляющих сигналов в условиях присутствия некоррелированных фоновых шумов. Научное приборостроение. 2017. 27. № 2. С. 83-90.
13. Якимов В.Н. Математическое представление потоков дискретного знакового преобразования непрерывных сигналов. Вест. Самар. гос. техн. ун-та. Серия: Технические Науки. 2000. Вып. 8. С. 190-192.
14. Якимов В.Н. Обобщенная математическая модель двухуровневого знакового преобразования. Техника машиностроения. 2000. №4. С. 72-74.
15. Якимов В.Н. Цифровой комплексный статистический анализ на основе знакового представления случайных процессов. Известия самарского научного центра РАН. 2016. Т. 18. № 4(7). С. 1346-1353.
16. Choe C.-G., Pak J.-H., Rim S.-S. Joint. Near-Isometry and Optimal Sparse Recovery: Nonuniform Recovery from Multi-Sensor Measurements. Signal Processing. 2023, vol. 208. 108980.
17. Liu N., Tao R., Wang R., Deng Y., Li N., Zhao S. Signal Reconstruction from Recurrent Samples in Fractional Fourier Domain and Its application in Multichannel SAR. Signal Processing. 2017, vol. 131, pp. 288-299.
18. Wang H., Yang S., Liu Y., Li Q. Compressive Sensing Reconstruction for Rolling Bearing Vibration Signal Based on Improved Iterative Soft Thresholding Algorithm. Measurement. 2023, vol. 210. 112528.
19. Sejdic E., Orovic I., Stankovic S. Compressive sensing meets time-frequency: An Overview of Recent Advances in Time-Frequency Processing of Sparse Signals. Digital Signal Processing. 2018, vol. 77, pp. 22-35.
20. Tang Q., Jiang Y., Xin J., Liao G., Zhou J., Yang X. A Novel Method for the Recovery of Continuous Missing Data Using Multivariate Variational Mode Decomposition and Fully Convolutional Networks. Measurement. 2023, vol. 220. 113366.
21. Khan N.A., Ali S. Reconstruction of Gapped Missing Samples Based on Instantaneous Frequency and Instantaneous Amplitude Estimation. Signal Processing. 2022, vol. 193. 108429.
22. Dokuchaev N. On Recovery of Discrete Time Signals from Their Periodic Subsequences. Signal Processing. 2019, vol. 162, pp. 180-188.
23. Annaby M.H., Al-Abdi I.A., Abou-Dina M.S., Ghaleb A.F. Regularized Sampling Reconstruction of Signals in the Linear Canonical Transform Domain. Signal Processing. 2022, vol. 198. 108569.
24. Yue C., Liang J., Qu B., Han Y., Zhu Y., Crisalle O.D. A Novel Multi-objective Optimization Algorithm for Sparse Signal Reconstruction. Signal Processing. 2020, vol. 167. 107292.
25. Якимов В.Н. Восстановление дискретной временной последовательности сигнала на основе локальной аппроксимации с использованием ряда Фурье по ортогональной системе тригонометрических функций. Информатика и автоматизация. 2022. Т. 21. № 5. С. 1016-1043.
26. Якимов В.Н. Восстановление отсчетов равномерно дискретизированного сигнала на основе авторегрессионных моделей прямого и обратного прогнозирования. В сборнике: Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXIX Международной научно-технической конференции. Воронежский государственный университет; АО «Концерн «Созвездие». – Воронеж: Издательский дом ВГУ. 2023. Т. 1. С. 51-57.
27. ГОСТ Р 8.883-2015 Государственная система обеспечения единства измерений. Программное обеспечение средств измерений. Алгоритмы обработки, хранения, защиты и передачи измерительной информации. Методы испытаний. Введ. 2016-03-01. М.: Стандартинформ, 2018. 19 с.
28. ГОСТ Р 51904-2002 Программное обеспечение встроенных систем. Общие требования к разработке и документированию. Введ. 2003-07-01. М.: Госстандарт России, 2005. 63 с.
29. ГОСТ 8.654-2015 Государственная система обеспечения единства измерений. Требования к программному обеспечению средств измерений. Основные положения. Введ. 2016-03-01. М.: Стандартинформ, 2015. 11 с.
30. ГОСТ Р 57700.22-2020 Компьютерные модели и моделирование. Классификация. Введ. 2021-06-01. М.: Стандартинформ, 2020. 7 с.
31. Yakimov V.N., Zaberzhinskij B.E., Mashkov A.V., Bukanova Yu.V. Multi-threaded Approach to Software High-speed Algorithms for Spectral Analysis of Multi-component Signals. Proceedings of IEEE XXI International Conference on Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP). 2019, pp. 698-701.
32. Якимов В.Н., Машков А.В., Желонкин А.В. Специализированное программное обеспечение измерительной системы для оперативного оценивания спектрального состава многокомпонентных процессов. Программные продукты и системы. 2019. № 1. С. 159-166.
33. Якимов В.Н., Горбачев О.В. Программное обеспечение системы измерения амплитудных спектров колебательных процессов. Программные продукты и системы. 2013. № 2. С. 6.
34. Якимов В.Н., Машков А.В., Желонкин А.В. Метрологически значимое программное обеспечение контрольно-измерительной системы для комплексного оперативного спектрального анализа на основе технологии распараллеливания процессорных вычислений. Промышленные АСУ и контроллеры. 2019. № 9. С. 25-29.

УДК 621.396, 656.629

МЕТОДОЛОГИЯ ОПТИМИЗАЦИИ ТОПОЛОГИИ ПОЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ПОПРАВКИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ СЕТИ КОНТРОЛЬНО-КОРРЕКТИРУЮЩИХ СТАНЦИЙ

Шахнов С.Ф., д.т.н., доцент, профессор кафедры Судоходства на внутренних водных путях ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адм. С.О. Макарова», e-mail: shahnovsf@gumrf.ru

Смоленцев С.В., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой Автоматики и вычислительной техники ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адм. С.О. Макарова», e-mail: SmolentsevSV@gumrf.ru

Буцанец А.А., к.т.н., начальник отдела НТИ и ИС ФГБОУ ВО «ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова»

Иванова А.А., специалист по НТИ ФГБОУ ВО «ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова», e-mail: uid@gumrf.ru

METHODOLOGY FOR OPTIMIZING THE TOPOLOGY OF THE DIFFERENTIAL CORRECTION FIELD WHEN CONSTRUCTING A NETWORK OF REFERENCE INTEGRITY MONITORING STATIONS

Shakhnov S.F., Smolentsev S.V., Butsanets A.A., Ivanova A.A.

River information services (RIS) on inland waterways (IWW) of Russia are designed to ensure safe and cost-effective navigation by providing navigators, shipowners and inland waterway basins Administrations with a standard set of information services. One of the conditions for the technical implementation of the RIS concept is the coverage of inland waterways with a continuous differential correction field, the creation of which requires the construction of an optimal topology of a network of reference integrity monitoring stations (RS) of local differential subsystems (LDSS) of GNSS GLONASS. To build it, it is also necessary to take into account factors affecting the reference stations range. One of these factors, namely, noises of various natures is examined in the paper. A methodology for calculating the reference stations range is presented. An approach that takes into account the dependences of the electric-field strength on frequency for various types of noises has been demonstrated. Using the approach it becomes possible to simplify the algorithm for calculating the reference stations range. It is noted that when implementing the presented algorithm, it is particularly difficult to determine an attenuation function. An example of the application of the developed algorithm in calculating the coverage areas of the reference integrity monitoring stations network in the Krasnoyarsk region in the Yenisei basin is given. As a result, the presented methodology for calculating the reference integrity monitoring stations range, taking into account noises of various natures, makes it possible to optimize the topology of the differential field when constructing a telecommunication system for distributing and monitoring corrective information.

Key word: River information services, RIS, differential correction, control and correction station, reference station, reference integrity monitoring station, system for distributing and monitoring corrective information, calculation algorithm, reference stations network, probability of error.

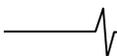
Ключевые слова: речная информационная служба, дифференциальная поправка, контрольно-корректирующая станция, система распространения и контроля корректирующей информации, алгоритм расчета, сеть ККС, вероятность ошибки поэлементного приема цифрового сообщения.

Введение

В настоящее время в Российской Федерации (РФ) наметился переход к практической реализации концепции речных информационных служб (РИС) на внутренних водных путях (ВВП) РФ. Данная концепция базируется на опыте создания River Information Services (RIS) на ВВП Европейского союза, важнейшей составляющей которой является Служба движения судов (Vessel Traffic Service (VTS)) [1].

РИС на ВВП РФ будут разворачиваться по бассейновому принципу на базе Администраций бассейнов ВВП и предназначаются для обеспечения судоводителей, судовладельцев и

Речные информационные службы (РИС) на внутренних водных путях (ВВП) России предназначены для обеспечения безопасного и экономически эффективного судоходства путем предоставления судоводителям, судовладельцам и Администрациям бассейнов внутренних водных путей стандартного набора информационных услуг. Одним из условий технической реализации концепции РИС является покрытие внутренних водных путей сплошным полем дифференциальной поправки, для создания которого требуется построение оптимальной топологии сети контрольно-корректирующих станций (ККС) локальных дифференциальных подсистем (ЛДПС) ГНСС ГЛОНАСС. Для её построения необходимо в том числе учитывать факторы, влияющие на дальность действия ККС. В данной работе рассмотрен один из таких факторов – это шумовые помехи различной природы. Представлена методология расчета дальности действия ККС. Продемонстрирован подход, учитывающий зависимости напряженности поля различных видов шумов от частоты, с помощью которого становится возможным упростить алгоритм расчета дальности действия ККС. Отмечено, что при реализации представленного алгоритма особую сложность представляет определение функции ослабления. Приведен пример применения разработанного алгоритма при расчете зон действия сети ККС в районе Красноярска в бассейне Енисея. В результате представленная методология расчета дальности действия ККС с учетом шумовых помех различной природы позволяет оптимизировать топологию поля дифференциальной поправки при построении телекоммуникационной системы распространения и контроля корректирующей информации.



Администраций бассейнов стандартным набором информационных услуг, обеспечивающих безопасное и экономически эффективное судоходство и охрану окружающей среды.

Важной технической составляющей концепции РИС является обеспечение ВВП РФ высокоточным навигационным полем, создаваемым глобальными навигационными спутниковыми системами (ГНСС). Для выполнения этого условия требуется создание на ВВП сплошного поля дифференциальной поправки (ДП), обеспечивающего необходимую точность местоопределения в 1÷2 м [2].

В рамках федеральной целевой программы «Поддержка, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2012-2020 годы» [3] было определено, что для создания поля дифференциальной поправки на ВВП России должна быть создана сеть контрольно-корректирующих станций (ККС) локальных дифференциальных подсистем (ЛДПС) ГНСС ГЛОНАСС, работающих в диапазоне морской радиомаячной службы (283.5÷325.0 кГц). То есть, должна быть создана телекоммуникационная система распространения и контроля корректирующей информации.

При создании сплошного поля дифференциальной поправки встал вопрос о построении оптимальной топологии сети ККС, для чего необходимо определить оптимальное количество ККС, их местоположение и дальность действия с учетом существенного влияния подстилающей поверхности [4, 5].

При этом, построение оптимальной телекоммуникационной системы распространения корректирующей информации производилось с учетом шумовых помех различной природы, оказывающих влияние на дальность действия ККС.

Методы и материалы

Методология определения дальности действия ККС базируется на известном соотношении между вероятностью ошибки поэлементного приема цифрового сообщения регг и энергетикой сигнала h^2 в условиях воздействия функционального шума [6,7]

$$P_{err.} = 0,5 \exp(-0,5h^2). \quad (1)$$

Здесь энергетика сигнала определяется соотношением

$$h^2 = \frac{P_c \cdot T}{v^2}, \quad (2)$$

где P_c – мощность сигнала в точке приема; T – длительность посылки; v^2 – спектральная плотность функционального шума.

Тогда граница устойчивой зоны действия ККС будет определяться условием

$$P_{err.} < P_{доп.} \quad (3)$$

Мощность на входе приемника связана с напряженностью дифференциального поля E известным соотношением [7]

$$P_c = \frac{E_c^2 L_d^2}{4R_a}, \quad (4)$$

где E_c – напряженность поля сигнала на антенне; L_d –

действующая высота антенны; R_a – активное сопротивление антенны.

Напряженность поля ДП, необходимая для вычисления мощности и энергетика сигнала на приеме, определяется из выражения [8]

$$|E(D)| = -\frac{3 \cdot 10^5 \sqrt{P}}{D} w(D) \text{ мкВ/м}, \quad (5)$$

где P – мощность передатчика в кВт; D – расстояние до точки приема в км; $w(D)$ – функция ослабления, которая может быть определена по методике, изложенной в работе [9].

Шумы на приеме будут складываться из внутренних шумов приемника и внешних шумов. Согласно рекомендации RTCM 104 версии 2.3 полоса частот передатчика ДП составляет 200 Гц. Поэтому спектральная плотность шума в полосе частот полезного сигнала практически постоянна, и ее величина будет определяться выражением [10]

$$v^2 = P_{ш} \cdot \Delta f_c, \quad (6)$$

где $P_{ш}$ – мощность шумовой помехи на входе приемника; Δf_c – полоса частот полезного сигнала.

Для расчета мощности помехи на входе приемника также используется выражение (4)

$$P_{ш} = \frac{E_{ш}^2 L_d^2}{4R_a}, \quad (7)$$

где $E_{ш}$ – напряженность поля помехи на антенне.

На ВВП РФ основными внешними шумами являются: атмосферные шумы; космические шумы; среднестатистические индустриальные шумы [11]. Кроме того, существенное влияние имеют местные (локальные) индустриальные шумы.

При наличии внешних и внутренних шумов, общая напряженность поля шумовых помех, наводимых возле антенны в шумовой полосе 1 кГц, будет определяться выражением

$$E_{ш} = \sqrt{E_{вне}^2 + E_{вн}^2}. \quad (8)$$

Суммарное значение напряженности поля внешних помех $E_{вне}$ будет равно:

$$E_{вне} = \sqrt{E_{н1}^2 + \dots + E_{нn}^2}. \quad (9)$$

Здесь в выражениях (8) и (9) E имеет размерность [мкВ/м $\sqrt{\text{кГц}}$].

Мощность шума в приемнике, приведенная ко входу, будет определяться выражением

$$P_{шн} = k T_{шн} \Delta f_{ш}, \quad (10)$$

где k – постоянная Больцмана; $T_{шн}$ – шумовая температура приемника; $\Delta f_{ш}$ – шумовая полоса.

Тогда напряженность внутреннего шума, приведенная к антенне, с учетом выражения (7), будет равна

$$E_{вн} = \frac{\sqrt{4k T_{шн} R_a \Delta f_{ш}}}{L_d}. \quad (11)$$

Выражения (1)÷(11) и будут определять методологию расчета дальности действия ККС. При этом, дальность действия ККС в заданном направлении будет определяться максимальным значением D , при котором еще выполняется условие (3).

Результаты

Результаты исследований уровней шумов [12-13], приведены на рис. 1.

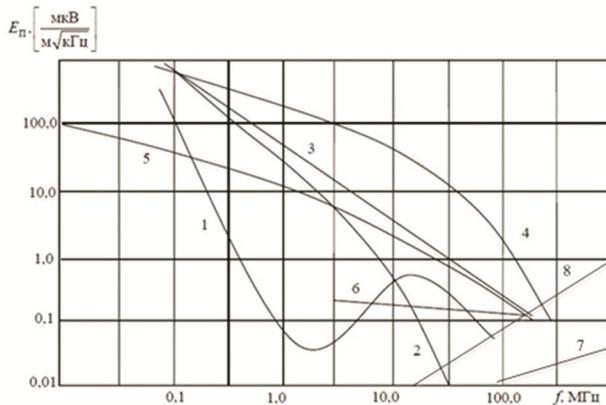


Рис. 1. Зависимость напряжённости поля шумовых помех возле антенны от частоты: 1 – средний уровень атмосферных помех днём; 2 – атмосферные помехи ночью; 3 – при местной грозе; 4 – средний уровень промышленных помех в городе; 5 – в сельской местности; 6 – максимальный уровень космических помех; 7 – шум спокойного Солнца; 8 – шум приемника

Из рис. 1 видно, что атмосферные шумы днем много меньше, чем атмосферные шумы ночью. Также средние промышленные шумы в городе значительно превышают среднестатистические промышленные шумы в сельской местности.

Кроме того, из графиков видно, что космические шумы и шумы спокойного Солнца в полосе частот морской радиомаячной службы (среднее 300 кГц) практически отсутствуют.

Также на этих частотах пренебрежительно малы собственные шумы приемника, что существенно облегчает работу при реализации алгоритма расчета дальности действия ККС по формулам (1)÷(11), так как определение шумовой температуры приемников разных типов представляет большую сложность из-за проблем с получением исходных данных. Таким образом, в нашем случае $E_{ш} = E_{вне}$.

Рекомендации RTCM 104 версии 2.3 не определяют требований к антеннам приемников дифференциальной поправки, поэтому использование выражения (7) в алгоритме расчета дальности действия ККС является весьма затруднительным, так как производители используют антенны различных типов и параметров.

Поэтому, с учетом того, что в нашем случае в достаточно узкой полосе полезного сигнала спектральная плотность шумовой помехи может считаться постоянной, выражение (2) может быть преобразовано

$$h^2 = \frac{P_c T}{v^2} = \frac{P_c T \Delta f_c}{v^2 \Delta f_c} = \frac{2P}{P_{ш}} = \frac{2E^2}{E_{ш}^2},$$

Здесь $\Delta f_c = 2 / T$, а согласно рекомендации RTCM 104 версии 2.3, T составляет 10 мс.

Таким образом, алгоритм расчета дальности действия ККС существенно упрощается и будет включать в себя только выражения (1), (3), (5) и (9). При расчете напряженности шумовой помехи по формуле (9) будут

учитываться только две составляющие: атмосферные шумы в ночное время и среднестатистические индустриальные шумы в сельской местности, так как в подавляющем большинстве случаев, границы зон действия ККС будут находиться именно там. При этом для определения значений этих шумов можно непосредственно воспользоваться графиком на рис.1.

Обсуждения

Основную трудность при реализации представленного алгоритма представляет определение функции ослабления в выражении (5). Она описывается уравнением Хаффорда, которое представляет собой интегральное уравнение Вольтерры второго рода [5]

$$w(D) = 1 + i \sqrt{\frac{ikD}{2\pi}} \int_0^D w(x) \left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon(x)}} + \sin\left(\frac{D-x}{2a}\right) \right] \times \exp\left(ik \frac{xD(D-x)}{8a^2}\right) \times \frac{dx}{\sqrt{x(D-x)}}, \quad (13)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; λ – длина волны; a – радиус Земли; $\varepsilon(x)$ – комплексная диэлектрическая проницаемость подстилающей поверхности; x – расстояние от источника до текущей точки интегрирования.

Для численного решения этого уравнения разработано программное обеспечение в программной оболочке MATLAB.

На рис. 2 представлены результаты расчета зон действия сети ККС в районе Красноярска в бассейне Енисея, выполненные с применением разработанного алгоритма. В расчетах использовались передатчики мощностью 0,4 кВт. Так как согласно рекомендации RTCM 104 v2.3 максимальная длина сообщения не может превышать 800 знаков, то допустимая вероятность поэлементного приема двоичного сигнала была принята равной 10^{-3} .

Заключение

Представленные результаты исследований уровней шумов (рис. 1) позволяют определять величину напряженности поля различных видов внешних шумов и внутреннего шума приемника в зависимости от частоты. Поскольку ЛДПС ГНСС ГЛОНАСС, формирующая поле дифференциальной поправки на ВВП России, работает в диапазоне частот морской радиомаячной службы (283,5÷325,0 кГц), то при расчетах можно пренебречь влиянием таких видов шумовых помех как космические помехи, шум спокойного Солнца и собственные шумы приемника и исключить их величины из выражения для расчета напряженности шумовой помехи (9). Кроме того, расчеты производятся для худшего случая – работы ККС в ночное время, когда атмосферные шумы максимальны.

Исходя из того факта, что границы зоны действия ЛДПС ГНСС ГЛОНАСС, формируемые водными в её состав ККС, в большинстве случаев проходят вне крупных индустриальных центров, при расчете будут учитываться только среднестатистические промышленные шумы в сельской местности. При этом уровень атмосферных шумов в ночное время и среднестатистических индустриальных шумов в сельской местности можно

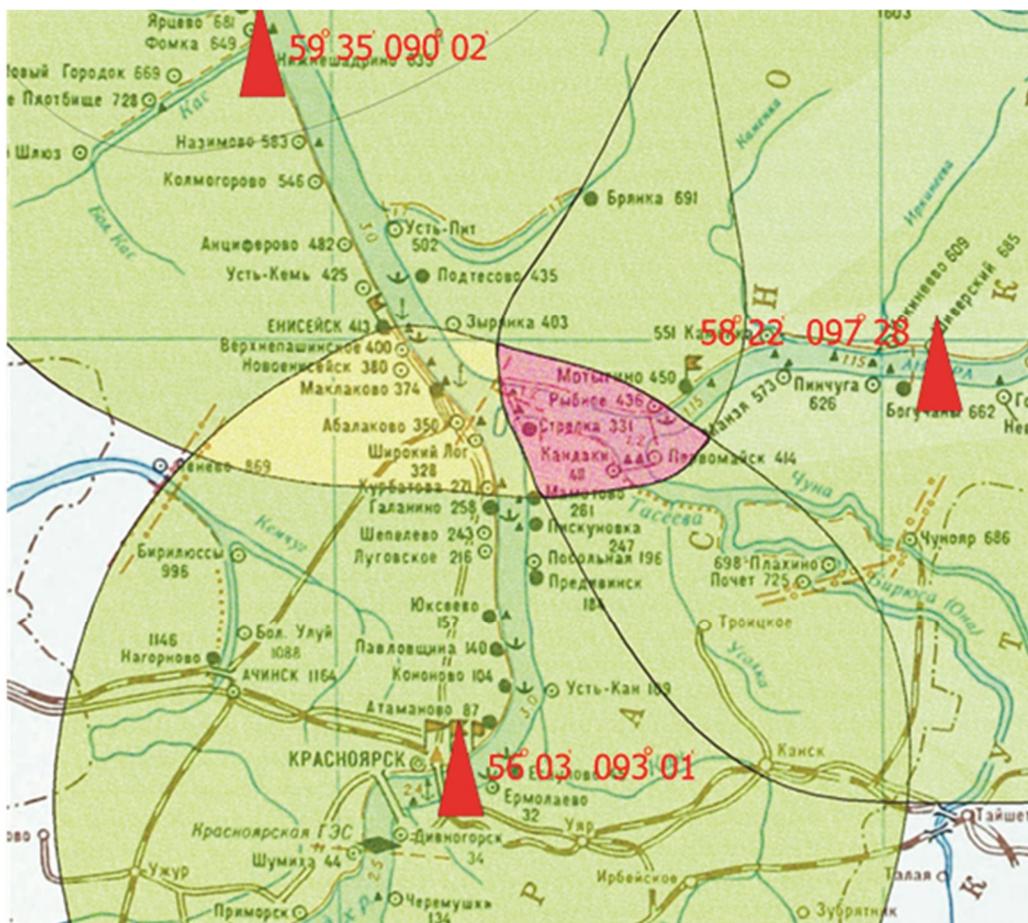


Рис. 2. Зоны действия ККС на наиболее проблемном участке в бассейне Енисея

определить по данным многочисленных исследований, представленным на рис. 1.

Учитывая постоянство спектральной плотности шумовой помехи в достаточно узкой полосе полезного сигнала, в выражении для энергетики сигнала можно перейти от отношения мощностей к отношению напряженностей, что существенно упрощает расчеты и избавляет от необходимости привязываться к конкретным параметрам антенн и приемников.

Таким образом, преобразования выражений (2) и (9), а также исключение выражений (4), (7), (10) и (11) позволят существенно упростить алгоритм расчета дальности действия ККС при построении оптимальной топологии сети контрольно-корректирующих станций.

Литература

1. Бродский Е.Л. Инфокоммуникация управления и мониторинга транспортного процесса на внутренних водных путях Европы / Е.Л. Бродский, А.А. Сикарев. Труды МАС. 2005. № 4 (35). С. 21-27.
2. Каретников В.В. Применение глобальных навигационных спутниковых систем на внутренних водных путях Российской Федерации: монография / В.В. Каретников, С.Ф. Милияков, С.Ф. Шахнов. СПб.: Наука, 2021. 287 с.
3. Постановление Правительства РФ от 03.03.2012 №189 «О федеральной целевой программе «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2012-2020 годы».
4. Шахнов С.Ф. Особенности учета влияния подстилающей поверхности в радиоканалах речной локальной дифференциальной подсистемы ГЛОНАСС/GPS / С.Ф. Шахнов, И.А. Сикарев, Г.А. Киселевич. Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. 2015. № 1. С. 83-87.
5. Шахнов С.Ф. Расчет функции ослабления поля контрольно-корректирующих станций с учетом влияния подстилающей поверхности

/ С.Ф. Шахнов. Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. 2015. № 1 (29). С. 116-123. DOI: 10.21821/2309-5180-2015-7-1-116-123

6. Сикарев А. А. Оптимальный прием дискретных сообщений: монография / А.А. Сикарев, А.И. Фалько. М.: Связь, 1978. 328 с.
7. Шахнов С.Ф. К расчету помехозащищенности радиоканалов речной локальной дифференциальной подсистемы при использовании детерминированных сигналов и взаимных помех / С.Ф. Шахнов. Вестник государственного университета морского и речного транспорта имени адм. С.О. Макарова. 2014. № 6 (28). С. 24-30.
8. Karetnikov V.V. Construction Method of Telecommunication System for Corrective Information Distribution / V.V. Karetnikov, S.F. Shahnov, A.A. Ageeva. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. IOP Publishing, 2018, vol. 171, is. 1, pp. 012010. DOI: 10.1088/1755-1315/171/1/012010
9. Сикарев А. А. К расчету напряженности поля в радиоканалах речной локальной дифференциальной подсистемы ГЛОНАСС/GPS среднего волнового диапазона / А.А. Сикарев, С.Ф. Шахнов. Вестник государственного университета морского и речного транспорта имени адм. С.О. Макарова. 2014. № 3 (25). С. 27-31.
10. Иванова А.А. Оценка влияния индустриальных помех при построении системы контроля и управления речной локальной дифференциальной подсистемы ГЛОНАСС / GPS / А.А. Иванова, С.Ф. Шахнов, А.А. Буцанец. Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адм. С.О. Макарова. 2019. Т. 11. № 3. С. 509-518. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-3-509-518.
11. Рекомендация МСЭ-R P.372-13 (09/2016). Радишум. Серия Р: Распространение радиоволн. Международный союз электросвязи, 2016. 76 с.
12. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и непреднамеренные помехи. Составитель Д.Р.Ж. Уайт, Джермантаун, Мериленд, 1971-1973. Вып. 1. Общие вопросы ЭМС. Межсистемные помехи. Сокращ. пер. с англ. Под ред. А.И. Сагира. Послесловие и комментарии А.Д. Князева. М.: «Сов. радио», 1977. 352 с.
13. Violette J.L.N. Electromagnetic compatibility handbook / J.L.N. Violette, D.R.J. White, M.F. Violette. Springer, 2014. 718 p.

УДК 621.396

ГИБРИДНОЕ ШИРОКОПОЛОСНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ЛУЧА С НИЗКОЙ СЛОЖНОСТЬЮ ДЛЯ МАССОВЫХ MIMO-OFDM-СИСТЕМ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

*Али Амджад, аспирант, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
e-mail: amjadali@hse.ru*

*Эбрахим Али, аспирант, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
e-mail: aebrakhim@hse.ru*

Ассаф Мохаммад, аспирант, Томский государственный университет, e-mail: md.moh1600@gmail.com

LOW COMPLEXITY HYBRID WIDEBAND BEAMFORMING FOR MILLIMETER-WAVE MASSIVE MIMO-OFDM SYSTEMS

Anjad Ali, Ali Ibrahim, Mohammad Assaf

In this paper, a single-user, fully-connected hybrid architecture with a low complexity wideband hybrid precoding technique for mmWave massive MIMO multicarrier systems is investigated. We demonstrate that, in order to optimize the sum rate of spectral efficiency, the radio frequency (RF) precoding/combining vectors can be directly obtained from the eigenvectors of the perfect fully-digital covariance matrix over all subcarriers. To increase the performance in the scenario where the number of RF chains is more than the number of streams, we also propose a novel approach that iteratively decreases the residual error between the covariance matrix and the sum of products of precoding matrices over all the subcarriers. The simulation results demonstrate that the suggested schemes' complexity is lower than that of the current approaches, and their performance can almost reach the upper bound achieved by the optimal full-baseband design.

Key words: analog/ digital precoding, Millimeter wave communication, massive MIMO, hybrid beamforming.

Ключевые слова: аналоговое/цифровое прекодирование, связь на миллиметровых радиоволнах, массовое MIMO, гибридное формирование луча.

Введение

Одной из важных технологий для достижения высокой пропускной способности в 5G NR является использование диапазона миллиметровых волн. Такой переход позволяет использовать более широкополосные радиоканалы, что, в свою очередь, приводит к повышению пропускной способности [1]. На текущем этапе в стандартах 5G регламентируется максимальная полоса пропускания на одну несущую частоту равная 400 МГц (в стандартах 4G эта величина равна 20 МГц). Переход на радиоканалы с более широкой полосой приводит к появлению эффекта частотной селективности радиоканалов, которого не проявлялось в узкополосном случае.

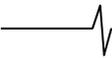
В широкополосной многоканальной системе прекодирование и комбинирование должны выполняться для каждой поднесущей. В традиционных многоканальных системах MIMO формирование луча может быть просто преобразовано из узкополосного в широкополосное, поскольку оно выполняется в цифровой области. Однако, такая простая адаптация не может быть использована в массовых гибридных системах MIMO, поскольку здесь требуется, чтобы аналоговая матрица прекодирования была одинакова (одна) во всей полосе пропускания. Это усложняет разработку алгоритмов для широкополосного гибридного прекодирования.

Исследуется однопользовательская, полностью связанная гибридная архитектура с низкой сложностью широкополосной гибридной техники прекодирования для многоканальных систем MIMO на миллиметровых волнах. Показано, что для оптимизации суммарного коэффициента спектральной эффективности векторы радиочастотного прекодирования/комбинирования могут быть получены непосредственно из собственных векторов идеальной полностью цифровой ковариационной матрицы на всех поднесущих. Для повышения эффективности в сценарии, когда количество радиочастотных цепей превышает количество потоков, предлагается новый подход, который итеративно уменьшает остаточную ошибку между ковариационной матрицей и суммой произведений матриц прекодирования по всем поднесущим. Результаты имитационного моделирования показывают, что сложность предложенных схем ниже, чем у существующих подходов, а их производительность практически достигает верхней границы, достигаемой оптимальной полнодиапазонной конструкцией.

Существует множество исследований в [2-7], связанных с формированием луча в широкополосных массовых MIMO-системах. В [2] предложен метод прекодирования, основанный на ковариационной матрице канала для построения аналоговой матрицы на стороне передатчика.

В [3] предложена схема совместного гибридного прекодирования и комбинирования на основе поиска по Табу TS (от англ. Tabu-search).

В [4] показано, что эквивалентное узкополосное прекодирование и комбинирование достаточны для достижения требуемой спектральной эффективности, когда многолучевость в широкополосном радиоканале не велика.



Свойство разреженности каналов миллиметровых волн используется в [5]. Здесь показано, что поскольку матрицы ковариации канала на различных поднесущих имеют почти одинаковый набор собственных векторов, можно использовать схему узкополосного предкодирования, предложенную в [6]. Матрицы предкодирования и комбинирования получаются в результате усреднения матриц ковариации канала.

Два широкополосных гибридных метода предкодирования представлены в [7]. Первый использует мультилинейное SVD (от англ. Singular Value Decomposition) для определения общих векторов аналогового комбинатора, а второй использует классификацию векторов формирования луча для максимизации усиления для эквивалентного базового канала.

Обозначения: в данной работе матрицы и векторы выделены жирным шрифтом, для матриц используются прописные буквы, а для векторов – строчные. Надстрочные знаки c^H и $^{-1}$ обозначают сопряженное транспонирование и инверсию, соответственно. $\|\cdot\|_F$ обозначает норму Фробениуса матрицы. \mathbf{I}_N – матрица идентичности $N \times N$; $\mathbf{0}_{M \times N}$ – матрица всех нулей $M \times N$. $\text{tr}(A)$ означает след матрицы A .

Системная модель гибридного прекодирования mMIMO-OFDM для широкополосного канала

Гибридная массовая MIMO-OFDM система для одного пользователя с K поднесущими в диапазоне миллиметровых волн показана на рис. 1. Предполагается, что передатчик имеет N_s пространственных потоков данных для каждой поднесущей, передаваемые через N_t антенн с помощью L_t радиочастотных цепей, а приемник использует N_r приемных антенн и L_r радиочастотных цепей.

Для того, чтобы обеспечить возможность реализации гибридной структуры, то есть низкую сложность, количество радиочастотных цепей должно быть меньше количества антенн, и, следовательно,

$$N_s \leq N_t^{RF} (N_r^{RF}) \ll N_t (N_r).$$

Как показано на рис. 1, $N_s \times 1$ вектор символов $s[k]$ на каждой поднесущей $k = 1, 2, \dots, K$ сначала прекодируется в цифровой области матрицей $F_{BB}[k] \in \mathbb{C}^{L_t \times N_s}$, а затем подвергается OFDM-модуляции (обратные дискретные преобразования Фурье и добавление циклического префикса). На следующем этапе формируются необходимые лучи в аналоговой области с помощью высокоразмерной матрицы радиочастотного предкодирования $F_{RF}[k] \in \mathbb{C}^{N_t \times L_t}$. Окончательно, переданный сигнал может быть выражен в виде [8]:

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}[k] \mathbf{s}[k], \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (1)$$

Для всех потоков предположим равное распределение мощности на каждой поднесущей, поэтому элементы вектора $s[k]$ предполагаются независимыми с нормированной мощностью на каждой поднесущей $E\{s[k]s[k]^H\} = I_{N_s}$. Кроме того, здесь необходимо учесть ограничения по мощности. Очевидно, что $\{\|\mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}[k]\|_F^2 \leq p_k\}_{1 \leq k \leq K}$, где p_k – полная мощность на k -й поднесущей, и $\sum_{k=1}^K p_k = p_{tot}$ – полная мощность передаваемого сигнала.

Цифровое предкодирование $\mathbf{F}_{BB}[k]$, выполняемое до модуля ОДПФ в частотной области, позволяет рассчитывать $\mathbf{F}_{BB}[k]$ для каждой поднесущей. Аналоговое радиочастотное предкодирование \mathbf{F}_{RF} выполняется после модуля ОДПФ во временной области, поэтому эта матрица должна быть одна для всех поднесущих. Поскольку аналоговые фазовращатели регулируют только фазу

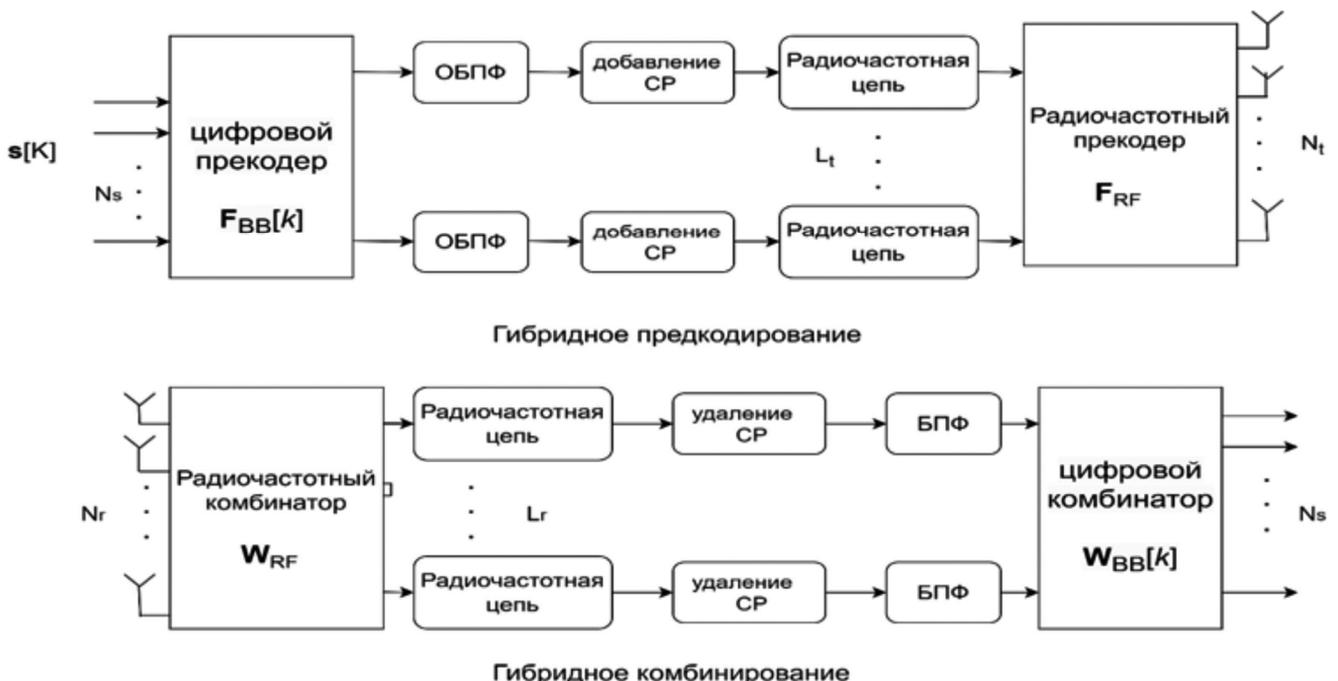
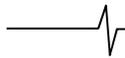


Рис. 1. Блок-схема гибридной системы массового MIMO-OFDM



сигнала, то необходимо потребовать, чтобы элементы радиочастотных матриц \mathbf{F}_{RF} и \mathbf{W}_{RF} в передающей и приемной системах соответственно имели постоянный модуль [9]. Таким образом, в отличие от систем с одной несущей (узкополосный канал), где требуется решить только проблему постоянного модуля радиочастотной матрицы, разработка гибридных формирователей луча для широкополосных систем OFDM имеет два ограничения: постоянный модуль и общая радиочастотная матрица для всех поднесущих.

Формулировка проблемы гибридного прекодирования mMIMO-OFDM для широкополосного канала

На стороне приемника вектор данных обрабатывается матрицей комбинирования $\mathbf{W}^*[k] = \mathbf{W}_{BB}^*[k]\mathbf{W}_{RF}^*$, где $\mathbf{W}_{BB}[k] \in \mathbb{C}^{L_t \times N_s}$ – цифровой комбинатор для каждой поднесущей и $\mathbf{W}_{RF}[k] \in \mathbb{C}^{N_r \times L_t}$ – радиочастотный комбинатор, который является общим для всех поднесущих. Сигнал на приемнике после комбинирования может быть представлен в виде [10]:

$$\hat{\mathbf{y}}[k] = \mathbf{W}_{BB}^*[k]\mathbf{W}_{RF}^*\mathbf{H}[k]\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}[k]\mathbf{s}[k] + \mathbf{z}[k], \quad (2)$$

где вектор шума $\mathbf{z}[k]$ предполагается с нулевым средним значением и ковариационной матрицей $\sigma^2\mathbf{I}_{N_r}$.

Средняя спектральная эффективность для всех поднесущих может быть рассчитана следующим образом:

$$R = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log_2 \left(\left| \begin{matrix} \mathbf{I}_{N_s} + \mathbf{R}_n^{-1}[k]\mathbf{W}_{BB}^*[k]\mathbf{W}_{RF}^*\mathbf{H}[k]\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}[k] \\ \times \mathbf{F}_{BB}^*[k]\mathbf{F}_{RF}^*\mathbf{H}^*[k]\mathbf{W}_{RF}\mathbf{W}_{BB}[k] \end{matrix} \right| \right), \quad (3)$$

где $\mathbf{R}_n[k] = \sigma_n^2\mathbf{W}_{BB}^*[k]\mathbf{W}_{RF}^*\mathbf{W}_{RF}\mathbf{W}_{BB}[k]$ – ковариационная матрица шума после комбинирования.

Основной целью является разработка эффективного метода, который может максимизировать сумму спектральной эффективности на всех поднесущих, то есть:

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{F}_{RF}^{opt}, \mathbf{W}_{RF}^{opt}, \left\{ \mathbf{F}_{BB}^{opt}, \mathbf{W}_{BB}^{opt} \right\}_{k=1}^K \right\} = \\ & = \arg \max_{\mathbf{F}_{RF}, \mathbf{W}_{RF}, \left\{ \mathbf{F}_{BB}[k], \mathbf{W}_{BB}[k] \right\}_{k=1}^K} R, \\ & \text{при условиях } \begin{cases} \left\{ \|\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}[k]\|_F^2 \leq p_k \right\}_{1 \leq k \leq K}, \\ \left| \mathbf{F}_{RF}(i, j) \right| = 1, \quad \forall i, j, \\ \left| \mathbf{W}_{RF}(i, j) \right| = 1, \quad \forall i, j. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

Оптимальный прекодер $\mathbf{F}_{opt}[k]$ на передатчике и оптимальный комбинатор $\mathbf{W}_{opt}[k]$ на приемнике могут быть определены с помощью N_s столбцов левых и правых сингулярных векторов канальной матрицы $\mathbf{H}[k]$, которые соответствуют наибольшему сингулярным значениям:

$$\mathbf{H}[k] = \mathbf{U}[k]\mathbf{\Sigma}[k]\mathbf{V}^*[k]$$

и $\begin{cases} \tilde{\mathbf{V}}[k] \text{ состоит из } N_s \text{ столбцов} \\ \text{правых сингулярных векторов } \mathbf{H}[k], \\ \tilde{\mathbf{U}}[k] \text{ состоит из } N_s \text{ столбцов} \\ \text{левых сингулярных векторов } \mathbf{H}[k], \end{cases}$

где $\mathbf{U}[k]$ и $\mathbf{V}[k] – N_r \times N_r$ и $N_t \times N_t$ унитарные матрицы, соответственно, а $\mathbf{\Sigma}[k] – N_r \times N_t$ диагональная матрица с диагональными элементами, расположенными в порядке убывания. Тогда $\mathbf{F}_{opt}[k] = \tilde{\mathbf{V}}[k]\tilde{\mathbf{\Sigma}}[k]$ и $\mathbf{W}_{opt}[k] = \tilde{\mathbf{U}}[k]$, а $\tilde{\mathbf{\Sigma}}[k]$ содержит значения мощности сигнала для каждого потока на каждой поднесущей [11]. Будем предполагать, что передатчик и приемник обладают всей информацией об оптимальных матрицах прекодирования и комбинирования.

Как и в случае узкополосного канала, проблема оптимизации делится на два этапа. Первый – проектирование двух матриц прекодирования на основе оптимальной матрицы прекодирования, а второй этап – оптимизация соответствующих матриц комбинирования таким же образом для обеспечения высокой спектральной эффективности. На стороне передатчика целью гибридной схемы является оптимизация цифровых матриц прекодирования по всем поднесущим $\{\mathbf{F}_{BB}[k]\}_{1 \leq k \leq K}$ и радиочастотной матрицы \mathbf{F}_{RF} , таким образом, чтобы приблизиться к оптимальной матрице на каждой поднесущей $\mathbf{F}_{opt}[k]$:

$$\max_{\mathbf{F}_{RF}, \left\{ \mathbf{F}_{BB}[k] \right\}_{1 \leq k \leq K}} \sum_{k=1}^K \left\| \mathbf{F}_{opt}^*[k]\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}[k] \right\|_F^2, \quad (5)$$

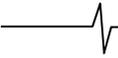
при условиях: $\begin{cases} \left| \mathbf{F}_{RF}(i, j) \right| = 1, \quad \forall i, j, \\ \left\{ \|\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}[k]\|_F^2 \leq p_k \right\}_{1 \leq k \leq K}. \end{cases}$

Предлагаемый метод широкополосного гибридного mMIMO-OFDM прекодирования

В случае узкополосного гибридного формирования луча существует одна матрица канала \mathbf{H} , из которой должны быть получены матрицы прекодирования. В случае широкополосного гибридного формирования луча существует K различных канальных матриц, которые следует учитывать для расчета матрицы аналогового прекодирования. В [5] показано, что при большом количестве антенн сходство между ковариационными матрицами канала на различных поднесущих значительно выше из-за разреженного характера канальных матриц. Это позволяет свести задачу прекодирования для широкополосного случая к задаче для случая узкополосного канала, в которой матрица ковариации канала задается как результат усреднения по поднесущим частотам матриц ковариации. Такой подход приводит к высокой вычислительной сложности, особенно для больших антенных решеток. В данной работе информация об элементах радиочастотной матрицы определяется непосредственно по фазе элементов оптимальных матриц $\{\mathbf{F}_{opt}[k]\}_{1 \leq k \leq K}$. Это позволяет уменьшить вычислительную сложность и количество информации, которую надо получить при зондировании радиоканала. Определим матрицу кандидата \mathbf{F}_{cand}^{opt} , которая является решением оптимизационной задачи:

$$\mathbf{F}_{cand}^{opt} = \max_{\mathbf{F}_{cand}} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left\| \mathbf{F}_{opt}^*[k]\mathbf{F}_{cand} \right\|_F^2, \quad (6)$$

Можно упростить выражение (6), используя то, что



$\Sigma \text{tr}(\cdot) = \text{tr}(\Sigma)$. Таким образом, (7) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left\| \mathbf{F}_{opt}^* [k] \mathbf{F}_{cand} \right\|_F^2 = \\ & = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{tr} \left(\mathbf{F}_{cand}^* \mathbf{F}_{opt} [k] \mathbf{F}_{opt}^* [k] \mathbf{F}_{cand} \right) = \\ & = \text{tr} \left(\mathbf{F}_{cand}^* \underbrace{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left(\mathbf{F}_{opt} [k] \mathbf{F}_{opt}^* [k] \right)}_{\mathbf{P}} \mathbf{F}_{cand} \right) = \\ & = \text{tr} \left(\mathbf{F}_{cand}^* \mathbf{P} \mathbf{F}_{cand} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Как видно из (6), для максимизации (7) столбцы матрицы-кандидата \mathbf{F}_{cand} должны быть определены как N_s основных собственных векторов \mathbf{P} , где \mathbf{P} равна оптимальной ковариационной матрице для всех поднесущих:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left(\mathbf{F}_{opt} [k] \mathbf{F}_{opt}^* [k] \right). \quad (8)$$

Точное решение (7) существует только когда $L_t = N_s$. Для решения задачи в случае, когда $L_t \geq N_s$ предлагаются два метода.

Первый метод. Элементы радиочастотной матрицы \mathbf{F}_{RF} непосредственно определяются фазой элементов матрицы \mathbf{F}_{cand} , где \mathbf{F}_{cand} вычисляется как L_t основных

собственных векторов ковариационной матрицы \mathbf{P} . Таким образом:

$$\mathbf{F}_{RF} = \mathbf{F}_{cand} \cdot / \text{abs}(\mathbf{F}_{cand}). \quad (9)$$

Цифровые матрицы предкодирования $\mathbf{F}_{BB} [k]$ определяются с помощью метода наименьших квадратов на каждой поднесущей k :

$$\mathbf{F}_{BB} [k] = (\mathbf{F}_{RF}^* \mathbf{F}_{RF})^{-1} \mathbf{F}_{RF}^* \mathbf{F}_{opt} [k]. \quad (10)$$

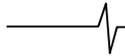
Второй метод. Гибридный алгоритм предкодирования адаптируется для использования в широкополосном канале. Алгоритм 1 представлен в виде псевдокода для предложенного прекодера.

На первой итерации $\mathbf{F}_{res} [k] = \mathbf{F}_{opt} [k]$ и $\mathbf{P} = \frac{1}{K} \times \sum_{k=1}^K \left(\mathbf{F}_{opt} [k] \mathbf{F}_{opt}^* [k] \right)$ – оптимальная ковариационная матрица. Первые N_s столбцов радиочастотного прекодера вычисляются на шаге 8 в соответствии с выражением $\hat{\mathbf{F}}_{RF} = \mathbf{F}_{cand}^{(i)} \cdot / \text{abs}(\mathbf{F}_{cand}^{(i)})$. Затем первые N_s строк $\mathbf{F}_{BB} [k]$ вычисляются на шаге 10. На следующей итерации остаточная ошибка между матрицей $\mathbf{F}_{opt} [k]$ и произведением $\mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} [k]$ на каждой поднесущей k вычисляется на шаге 4 как матрица $\mathbf{F}_{res} [k]$. Затем вычисляются следующие N_s столбцов \mathbf{F}_{RF} и N_s строк $\mathbf{F}_{BB} [k]$ для минимизации остаточной ошибки.

Алгоритм 1. Предложенный гибридный алгоритм предкодирования для широкополосного канала

Входные данные $\{\mathbf{F}_{opt} [k]\}_{1 \leq k \leq K}$, полная мощность на k -й поднесущей $\{p_k\}_{1 \leq k \leq K}$

1. $\mathbf{F}_{RF}, \{\mathbf{F}_{BB}\}_{1 \leq k \leq K}$ пустые матриц, $L = \begin{bmatrix} L_t \\ N_s \end{bmatrix}$
 2. for $i = 1 : L$
 3. for $k = 1 : K$
 4. $\mathbf{F}_{res} [k] = \mathbf{F}_{opt} [k] - \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} [k]$
 5. end for
 6. $\mathbf{P} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{F}_{res} [k] \mathbf{F}_{res}^* [k]$
 7. $\mathbf{P} = \mathbf{U}_P \Sigma_P \mathbf{U}_P$
 8. $\mathbf{F}_{cand}^{(i)} = \mathbf{U}_P(:, 1 : N_s)$
 9. $\hat{\mathbf{F}}_{RF} = \mathbf{F}_{cand}^{(i)} \cdot / \text{abs}(\mathbf{F}_{cand}^{(i)})$
 10. for $k = 1 : K$
 11. $\hat{\mathbf{F}}_{BB} [k] = (\hat{\mathbf{F}}_{RF}^* \hat{\mathbf{F}}_{RF})^{-1} \hat{\mathbf{F}}_{RF}^* \mathbf{F}_{res} [k]$
 12. $\mathbf{F}_{BB} [k] = [\mathbf{F}_{BB} [k] | \hat{\mathbf{F}}_{BB} [k]]$
 13. end for
 14. $\mathbf{F}_{RF} = [\mathbf{F}_{RF} | \hat{\mathbf{F}}_{RF}]$
 15. end for
 16. for $k = 1 : K$
 17. $\mathbf{F}_{BB} [k] = \sqrt{p_k} \frac{\mathbf{F}_{BB} [k]}{\|\mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} [k]\|_F}$
 18. end for
 19. return $\mathbf{F}_{RF}, \{\mathbf{F}_{BB} (k)\}_{1 \leq k \leq K}$
-



Стоит отметить, что матрицы комбинирования на стороне приемника могут быть получены тем же методом, что и в алгоритме 1.

Вычислительная сложность

В первом предложенном методе общая радиочастотная матрица получается непосредственно с использованием L_t основных собственных векторов ковариационной матрицы. Во втором методе элементы этой матрицы определяются итеративно с относительно небольшим числом итераций, поскольку число радиочастотных цепей предполагается близким к числу потоков данных.

Вычислительная сложность первого предложенного метода составляет:

$$o(KN_s^2(N_t + N_r) + KN_t^2N_s + 2L_t^2N_t + K(L_t^3 + 2L_t^2N_t + L_tN_sN_t)).$$

Вычислительная сложность второго предложенного метода составляет:

$$o(KN_s^2(N_t + N_r) + L(KN_t^2N_s + 2N_s^2N_t + K(N_s^3 + 3N_s^2N_t))).$$

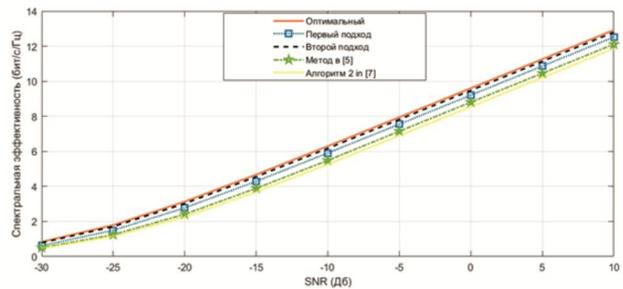
В случае, когда количество передающих и приемных антенн одинаково, т.е. $N_r = N_t$ и $N_s = L_t$, можно показать, что вычислительная сложность первого и второго предложенных подходов имеет порядок $o(KN_t^2)$. Сложность традиционных методов, использующих ковариационную матрицу канала, как в [2, 5, 7], составляет $o(KN_t^3)$. Таким образом, вычислительная сложность предлагаемых методов ниже, чем у традиционных подходов. Кроме того, как уже было сказано выше, использование предлагаемых методов требует меньшего количества информации, получаемой при зондировании канала.

Результаты апробации методов в численном эксперименте

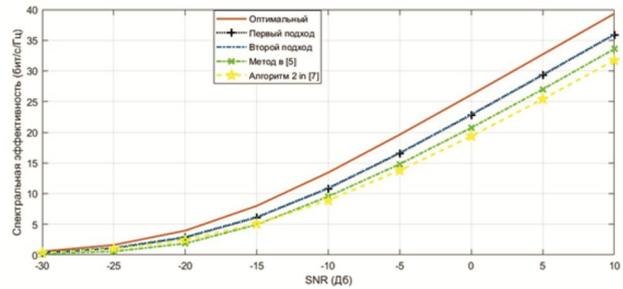
В проводившихся численных экспериментах проводилась оценка спектральной эффективности массовой MIMO-системы, достигаемая при использовании предложенных методов. Результаты использования предложенных методов сравниваются с результатами, обеспечиваемыми методами, предложенными в [5] и [7]. Полоса пропускания системы составляет $B = 400$ МГц, а несущая частота – 38 ГГц. Количество активных поднесущих предполагается равным $K = 64$, с длиной циклического префикса 16. Радиоканал генерируется на основе следующих параметров. Количество кластеров $N_{cl} = 8$, количество лучей $N_{ray} = 6$. Каждая точка на всех графиках, приведенных ниже, получена в результате усреднения по 10000 случайным реализациям канала.

На рис. 2 показана зависимость спектральной эффективности от отношения сигнал/шум (SNR) при ($N_t = 64, N_r = 32, L_t = L_r = 4$), для различных значений N_s . Из результатов моделирования на рис. 2 видно, что два предложенных метода превосходят схемы предкодирования, предложенные в [5] и [7], по спектральной эффективности во всем диапазоне SNR. Можно также

заметить, что при $N_s = 1$, второй предложенный метод обеспечивает ту же эффективность, что и оптимальный прекодер. При $L_t = N_s = 4$, спектральная эффективность двух предложенных методов одинакова, но все еще превосходит методы из [5] и [7].

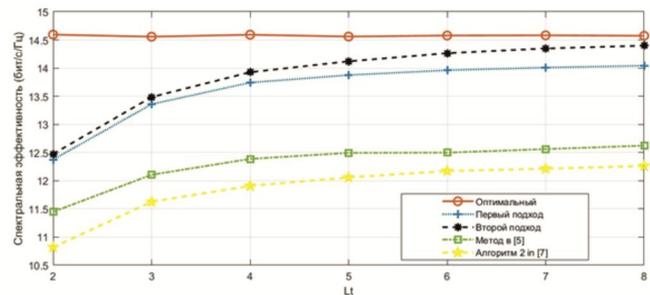


а) при $N_s = 1$

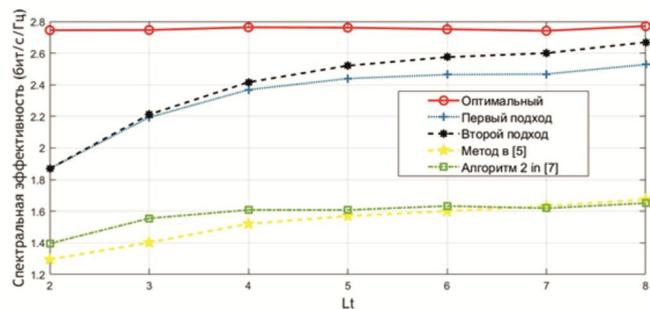


б) при $N_s = 4$

Рис. 2. Зависимость спектральной эффективности от SNR при $N_t = 64$ и $N_r = 32$



а) при $SNR = -20$



б) при $SNR = 0$

Рис. 3. Зависимость спектральной эффективности от количества радиочастотных цепей L_t

На рис. 3 показано, как спектральная эффективность изменяется в зависимости от количества радиочастотных цепей при $SNR = -20$ (рис. 3 а) и 0 дБ (рис. 3 б), $N_s = 2$ и количестве антенных элементов в решетках $N_t = 64, N_r = 16$. Первый предложенный метод и референсные методы не дают существенного повышения спектральной эффективности при увеличении числа

радиочастотных цепей. Для второго предложенного метода это не так. Здесь имеется явный рост спектральной эффективности с ростом количества радиочастотных цепей. Это связано с тем, что второй метод позволяет эффективно использовать избыточное количество радиочастотных цепей для повышения эффективности системы.

Заключение

В этой работе была исследована полностью подключенная гибридная архитектура с технологией широкополосного гибридного предварительного кодирования низкой сложности для систем с несколькими несущими mmWave massive MIMO. Был предложен новый подход, который итеративно уменьшает остаточную ошибку между ковариационной матрицей и суммой произведений матриц предварительного кодирования по всем поднесущим. Численные результаты показали, что сложность предлагаемых схем ниже, чем у существующих подходов, и их производительность может почти достигать верхней границы, достигаемой при оптимальном проектировании с полной базовой полосой.

Литература

1. Millimeter-wave massive MIMO communication for future wireless systems: A survey / S. A. Busari, K. M. S. Huq, S. umtaz [et al.]. IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2017. vol. 20, no. 2, pp. 836-869.
2. Park S. Dynamic Subarrays for Hybrid Precoding in Wideband mmWave MIMO Systems / S. Park, A. Alkhatieb, R.W. Heath. IEEE Transactions on Wireless Communications. 2017, vol. 16, no. 5, pp. 2907-2920.
3. Joint Hybrid Precoder and Combiner for Wideband Millimeter-Wave Massive MIMO Systems / T. Mir, U. Abbasi, R. Ali [et al.]. IEEE Access. 2020, vol. 8, pp. 196375-196385.
4. Venugopal K. Optimality of Frequency Flat Precoding in Frequency Selective Millimeter Wave Channels / K. Venugopal, N. González-Prelcic, R.W. Heath. IEEE Wireless Communications Letters. 2017, vol. 6, no. 3, pp. 330-333.
5. Sohrabi F. Hybrid Analog and Digital Beamforming for mmWave OFDM Large-Scale Antenna Arrays / F. Sohrabi, W. Yu. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2017, Vvol. 35, no. 7, pp. 1432-1443.
6. Sohrabi F. Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale antenna arrays / F. Sohrabi, W. Yu. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing. 2016, vol. 10, № 3, pp. 501-513.
7. Mustafa H.M. Hybrid wideband transceiver design for achievable rate maximization in millimeter-wave MIMO systems. Telecommunication Systems. 2021, vol. 78, no. 3. pp. 497-513.
8. X. Liu et al., «Hybrid Precoding for Massive mmWave MIMO Systems», in IEEE Access, vol. 7, pp. 33577-33586, 2019.
9. S. Wang, L. Li, R. Ruby, and P. Li, «A general hybrid precoding scheme for millimeter wave massive MIMO systems», Wireless Netw., vol. 26, pp. 1331-1345, Mar. 2020.
10. S. Wang, M. He, J. Wang, R. Ran, H. Ji and V. C. M. Leung, «A Family of Hybrid Precoding Schemes for Millimeter-Wave Massive MIMO Systems», in IEEE Systems Journal, vol. 16, no. 3, pp. 4881-4891, Sept. 2022
11. Z. Xiao et al., «A survey on millimeter-wave beamforming enabled UAV communications and networking», IEEE Commun. Surveys Tuts., vol. 24, no. 1, pp. 557-610, 5th Quart., 2022.

НОВЫЕ КНИГИ

Витязев В.В., Волченков В.А., Овинников А.А., Лихобабин Е.А.

Цифровая обработка сигналов: Учебное издание для вузов, М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2023 г. 188 с.: ил.

Рекомендовано Научно-методическим советом ФГБОУ ВО «Рязанский государственный Радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина» в качестве учебного пособия для студентов обучающихся по программе высшего образования по направлениям 11.03.01 – «Радиотехника» и 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», магистров по 09.04.04 – «Программная инженерия» и специалистов по специальности 12.05.01 – «Электронные и опико-электронные приборы и системы специального назначения».

Изложены общие принципы цифровой обработки сигналов. Основное внимание уделено проектированию цифровых фильтров в классе КИХ- и БИХ-цепей. Приводятся теоретические сведения, касающиеся характеристик фильтров, приводятся подробные примеры их проектирования и анализа их характеристик. Рассматриваются инструменты моделирования прохождения сигналов через цифровые фильтры в среде SimInTech. Использование среды SimInTech для проектирования цифровых фильтров и моделирования прохождения сигналов через них отличает данное учебное издание от имеющейся учебной литературы в данной области.

Для студентов, обучающихся по направлениям 11.03.01 – «Радиотехника» и 11.03.02 – «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» и специальности 12.05.01 – «Электронные и опико-электронные приборы и системы специального назначения», и магистрантов, обучающихся по направлению 09.04.04 – «Программная инженерия», может представлять интерес для специалистов.



УДК 621.391

АЛГОРИТМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОГНИТИВНЫХ КАРТ В ПРОЦЕДУРЕ ПЕРЕСТАНОВОЧНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ДВОИЧНЫХ КОДОВ

Гладких А.А., д.т.н., профессор, профессор кафедры «Радиотехника, телекоммуникации и защита информации» Ульяновского государственного технического университета, e-mail: a_gladkikh@mail.ru

Овинников А.А., к.т.н., с.н.с. кафедры Телекоммуникаций и основ радиотехники Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: ovinnikov.a.a@yandex.ru

Ничунаев А.А., аспирант Ульяновского государственного технического университета, e-mail: ni4unaev_art@mail.ru

Брынза А.А., аспирант Ульяновского государственного технического университета, e-mail: abrynza73@gmail.com

Аттаби А.Л.Х., аспирант Ульяновского государственного технического университета, e-mail: aqeel.attaby@gmail.com

PERMUTATION DECODING WITH A SYSTEM OF ADAPTED ALTERNATIVE SOLUTIONS

Gladkikh A.A., Ovinnikov A.A., Nichunaev A.A., Brynza A.A., Attabi A.L.X.

The expediency of using the permutation decoding (PD) method in practice is presented in a number of papers, where the procedure for searching for equivalent codes (EC) offers a unique opportunity to replace matrix calculations of various permutations of symbols, accepted code vectors, with a list of ready-made solutions calculated a priori and fixed in the cognitive maps of the decoder. The problem arises of organizing a rational search for the required data in the system of lists of cognitive decoder cards. The paper describes new properties of permutations of character numerators of binary code combinations, which may be of interest to specialists working in the field of abstract algebra and combinatorics. The concepts of the combined orbit (CO) of permutations are clarified and the term of the local orbit (LO) of permutations is introduced. It is shown that combining these properties with the features of constructing binary group codes makes it possible to organize more advanced algorithms for their processing in the PD system by introducing a list of alternative solutions into the decoder's cognitive map. The aim of the work is to develop and discuss the general principles of drawing up cognitive maps of block redundant codes of various lengths.

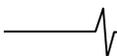
Key words: permutation decoding, cognitive maps of the decoder, numerators of binary code combinations, local orbit of permutations.

Ключевые слова: перестановочное декодирование, когнитивная карта результативных перестановок, когнитивная карта непродуцируемых перестановок, интервальная оценка нумераторов, взаимодействие когнитивных карт декодера.

Введение

подавляющее большинство работ, связанных с описанием метода перестановочного декодирования (ПД) двоичных избыточных кодов, устанавливают общие закономерности формирования множества записей когнитивных карт (КК) результативных перестановок нумераторов (РПН) и не пересекающего с первым множества нерезультативных перестановок нумераторов (НРПН) [1-6]. С математической точки зрения в ПД результативность перестановки определяется однозначной возможностью формирования эквивалентного кода (ЭК) по последовательности надежных нумераторов для принятой приемником символов комбинации основного кода. Мерой надежности в такой системе выступают мягкие решения символов (МРС) в целочисленном или действительном формате. При этом с учетом различных манипуляций, выполняемых над оценками в виде их ранжирова-

Предлагается подробное описание алгоритмов реализации метода перестановочного декодирования двоичных избыточных кодов в условиях, когда по объективным причинам не все перестановки символов после их ранжирования в пределах принятой приемником комбинации обеспечивают результативный переход к эквивалентному аналогу из-за вырожденности переставленной матрицы. Исследования показали, что это явление существенно снижает эффективность избыточного кодирования по мере роста длины кодовых векторов, когда общий объем результативных перестановок нумераторов неуклонно выравнивается с объемом нерезультативных перестановок нумераторов. Используя свойство вырожденности некоторого подмножества переставленных матриц, было доказано, что варианты результативных и нерезультативных перестановок нумераторов не пересекаются. Это открывает возможность для большинства последних за счет целенаправленной замены всего одного нумератора перевести их в множество результативных перестановок. При этом в процедуре декодирования однозначно исключается метод проб и ошибок. Было предложено указывать в когнитивной карте в явном виде априори неблагоприятные исходы коррекции нерезультативной перестановки. Это позволило сократить объем таких перестановок с 40 % ... 50 % примерно до 10 % от общего числа подобных неудачных исходов. Вместе с этим, в известных работах никак не оценивались объемы памяти когнитивных карт, которые решающим образом могут повлиять на конструктивные и временные параметры декодера.



ния, перестановок и определения интервальных оценок предпочтение отдается целочисленному формату МРС. Признаком принадлежности к множеству РПН является невырожденность переставленной информационной части порождающей матрицы основного кода. Напротив, вырожденность такой матрицы свидетельствует о принадлежности перестановки к множеству НПН. Указанные признаки являются взаимоисключающими, что определяет суть и научную новизну описанных в данной работе алгоритмов [7, 8].

Анализ известных работ предметной области показывает, что их содержание не затрагивает такой важный элемент, который определяет содержание первичной информации, поступающей на вход КК для организации решения альтернативной задачи принадлежности текущей перестановки нумераторов к множествам РПН или НПН. При этом в случае принадлежности оперативно обрабатываемой перестановки к множеству РПН требуется процедура поиска обратной матрицы для переставленной информационной части порождающей матрицы ЭК. В противном случае выполняется коррекция обрабатываемой перестановки нумераторов для ее высоковероятного приведения к множеству РПН [9]. В работе дается подробное описание такого перехода.

Известно, что попытка разместить в КК декодера все возможные перестановки нумераторов информационной части кодового вектора с ростом его длины становится труднореализуемой задачей. Поэтому предлагается использовать орбитальное представление всего пространства перестановок, что повышает оперативность поиска ЭК и работы декодера в целом. При этом учитывается, что в каждой сборной орбите (СО) находится несколько локальных (ЛО) орбит и для их отличия требуется вычислительный ресурс декодера [10]. Предлагается оригинальный способ решения указанной задачи, приводящий к компактной записи в списках КК всех необходимых данных о перестановках.

Принцип формирования записей когнитивной карты РПН

В любом случае в ходе сеанса связи при обработке данных в системе ПД, поступающих на вход приемника, формируется два кортежа данных, первый из них представляет последовательность нумераторов наиболее надежных из зафиксированных разрядов, которые принимаются за последовательность информационных

символов будущего ЭК, обозначим его как $[k]$. Второй кортеж – это последовательность менее надежных символов, представляет набор, оставшийся после формирования кортежа $[k]$, нумераторов проверочных символов формируемой комбинации ЭК. Обозначим второй кортеж как $[n-k]$. Например, для кода (15, 5, 7) возможно получить.

$$[1\ 2\ 3\ 4\ 13] [5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ 14\ 15]; \det [k] \neq 0. \quad (1)$$

$$[10\ 11\ 12\ 6\ 7] [15\ 1\ 2\ 9\ 13\ 14\ 5\ 8\ 3\ 4]; \det [k] \neq 0. \quad (2)$$

$$[11\ 5\ 2\ 1\ 7] [8\ 12\ 6\ 3\ 9\ 10\ 13\ 14\ 15\ 4]; \det [k] = 0. \quad (3)$$

В выражении (1) последовательности нумераторов для $[k]$ и для $[n-k]$ представлены в лексикографическом формате. В ходе обработки реальной информации при наличии помех получить подобные последовательности маловероятно. Основными кортежами данных в системе ПД будут последовательности, которые представлены выражениями (2) и (3), но для обеспечения регулярности преобразований данных для кортежей из множества $[k]$ неупорядоченные данные целесообразно представлять в виде (1), что потребует от декодера дополнительных временных и энергетических ресурсов. В этом случае упорядоченные данные являются для КК своеобразной хэш-таблицей, что в определенной степени компенсирует, указанные выше затратные ресурсы.

Возникают альтернативные задачи: сравнения результата поиска обратной матрицы конкретной упорядоченной лексикографически перестановки за счет прямого вычисления такой матрицы или получения такой матрицы за счет использования хэш-функции и поиска требуемой матрицы в КК РПН. Полученные результаты сравнения для двух кодов (15, 5, 7) и (15, 7, 5) приведены в табл. 1.

Из табл. 1 следует, что увеличение кортежа $[k]$ всего на два нумератора увеличивает время процедуры получения обратной матрицы примерно в 600 раз. Полученный результат не позволяет найти явно выраженное граничное значение между двумя конкурирующими концепциями: осуществлять вычисление обратной матрицы или искать готовое решение в базе данных, внесенных в КК РПН. Дело в том, что с увеличением размерности кортежа $[k]$ однозначно увеличивается список эталонных перестановок. При этом заполнение когнитивной карты осуществляется данными полученными априори с использованием внешних вычислителей и не представляется критичным в смысле сложности реализации деко-

Таблица 1. Сравнительные данные по числу операций и времени для двух кодов БЧХ при тактовой частоте условного микроконтроллера 32 МГц

№ п/п	Наименование операции	Код (15, 5, 7). Число операций и требуемое время (с)		Код (15, 7, 5). Число операций и требуемое время (с)	
		Число операций	Требуемое время (с)	Число операций	Требуемое время (с)
1	Формирование переставленной матрицы	5	$1,57 \cdot 10^{-7}$	7	$2,19 \cdot 10^{-7}$
2	Копирование переставленной матрицы	26	$8,12 \cdot 10^{-7}$	50	$1,56 \cdot 10^{-6}$
3	Вычисление миноров и дополнений	4702	$\approx 14,6 \cdot 10^{-5}$	288220	$\approx 9 \cdot 10^{-3}$
4	Вычисление присоединенной матрицы	4778	$\approx 14,9 \cdot 10^{-5}$	288361	$\approx 9 \cdot 10^{-3}$
5	Получение обратной матрицы завершено	4803	$\approx 15 \cdot 10^{-5}$	288410	$\approx 9 \cdot 10^{-3}$

дера. Поиск необходимой для осуществления способа ПД перестановки может занять большее время, чем обычное вычисление обратной матрицы. В такой формальной модели возможны три события:

- требуемая комбинация находится вначале списка и для ее поиска необходимо время $t_{нач}$;
- искомая комбинация находится в середине списка и время ее поиска составляет значение $t_{ср}$;
- комбинация находится в конце списка и необходимое время ее поиска оценивается как $t_{ок}$.

Прямое прохождение списка однозначно обеспечивает соотношение $t_{нач} < t_{ср} < t_{ок}$. Напрашивается применение в процедуре поиска кластерного анализа, реализация которого преобразует приведенное неравенство к равенству вида $t_{нач} \approx t_{ср} \approx t_{ок} \approx t_{поиска}$. Однако для этого размерность кластеров должна быть равномерной. Исследование показало, что в пространстве перестановок этого добиться невозможно. Состав кластера с номером j определяется множеством лексикографически упорядоченных перестановок, для которых на первой позиции в кортеже $[k]$ всегда будет находиться нумератор с индексом j , как показано ниже. При этом всегда выполняется условие: $1 \leq j \leq (n - k + 1)$. Выражению (4) соответствует индекс $j = 8$.

$$\begin{aligned}
 & [8\ 9\ 10\ 12\ 13] \\
 & [8\ 9\ 12\ 13\ 14] \\
 & \dots\dots\dots \\
 & [8\ 11\ 12\ 13\ 14].
 \end{aligned} \tag{4}$$

В табл. 2 представлены размерности кластеров перестановок с определителем не равным нулю для исследуемых в работе кодов.

Таблица 2. Составы кластеров для двух кодов БЧХ

Код (15, 5, 7)		Код (15, 7, 5)	
Признак кластера	Число элементов	Признак кластера	Число элементов
1	616	1	1512
2	440	2	872
3	304	3	480
4	201	4	219
5	131	5	107
6	80	6	35
7	40	7	11
8	21	8	3
9	11	9	1
10	3	Не формируется	
11	1	Не формируется	

Численным методом доказано, что кластерное представление множества РНП неравномерное и не представляет практического интереса из-за сложного учета тонкой структуры кластеров. Однако в работе [7] было показано, что все перестановки лексикографического формата, начинающиеся на единицу (кластер 1 в любом систематическом коде) являются образующими комбинациями орбит (ОКО) всего множества РПН. Кроме этого, появляется возможность уменьшить кластер 1 любого кода в k раз [7]. При этом потребуются некоторый вычислительный ресурс для нахождения параметров обрабатываемой перестановки. А в общем случае

множества РПР для исследуемых кодов уменьшается в 15 раз. Главным достоинством такого разбиения, кроме числа анализируемых перестановок, является равномерное распределение ОКО по орбитам и в этом случае кластерный анализ становится продуктивным. Недостатком является необходимость в тривиальном случае вычислять всю орбиту перестановок, что приводит к росту сложности вычислительного процесса. При этом за показатель кластера необходимо брать второй нумератор любой перестановки первого кластера.

Развитие алгоритма поиска обратной матрицы в системе РПН

Вычисление обратной матрицы A^{-1} для сформированной приемником перестановки $p_{пр}$ занимает центральное место в ПД, поскольку на основе этой матрицы в последующем формируется порождающая матрица эквивалентного систематического кода $G_{экр}$. Пусть известно, что переставленная матрица $P_{пер}$, обрабатываемой перестановки $p_{пр}$, имеет определитель $det \neq 0$. При этом определители возможных перестановок множества $\{P_{пер}\}$ определяются априори и загружаются в КК декодера или хранятся в системе внешней памяти. Поиск требуемой перестановки осуществляется с использованием хэш-таблицы, содержащей кортежи $[k]$ с $det \neq 0$. По этой же таблице находится значение обратной матрицы $A_{пер}^{-1}$ для переставленной матрицы $A_{пер}$. При этом вычисление матриц $A_{пер}^{-1}$ осуществляется также априори и заносится в КК. Как вариант, содержание матриц $A_{пер}^{-1}$ может вычисляться непосредственно декодером. Описание алгоритма дается в вербальной форме.

Шаг 1. Перестановка $p_{пр}$ приводится к лексикографическому формату $F_{лекс}$ и в этом формате определяется система интервальных оценок $F_{инт}$, которая единственным образом отражает все подмножество комбинаций {ОКО} для данной орбиты. В работе [7] показано, что для любой орбиты из РПН в ней насчитывается k ОКО. Из них одна является образующей комбинацией сборной орбиты (ОКСО) и $(k - 1)$ локальных орбит (ОКЛО).

Шаг 2. Определяется перестановка, связанная с $F_{инт}$ из первого шага.

Шаг 3. На основе интервальных оценок формируется проверочная часть порождающей матрицы ЭК для ОКСО. Если обрабатываемая перестановка не принадлежит ОКСО на основе регулярной процедуры по составу интервальных оценок формируются одна из $(k - 1)$ требуемых ОКЛО.

Шаг 4. По значению правых нумераторов в разрядной сетке оценивается порядковый номер искомой комбинации в составе своей орбиты относительно ОКО.

Шаг 5. В зависимости от размещения обрабатываемой перестановки в составе ОКСО или ОКЛО отыскивается порождающая часть эквивалентной порождающей матрицы ЭК.

Пример:

Шаг 1. Пусть $p_{пр} = [10\ 7\ 12\ 6\ 11]$, при этом $p_{пр} \in [k]$ с $det \neq 0 \rightarrow F_{лекс} = [6\ 7\ 10\ 11\ 12] \rightarrow F_{инт} = 1\ 3\ 1\ 1$.

Шаг 2. Первый нумератор является 1, тогда ОКО с учетом $F_{инт} = 1\ 3\ 1\ 1$ представляется как [1...] далее [1 2...] → [1 2 5...] → [1 2 5 6...] → [1 2 5 6 7].

Шаг 3. Находят другие ОКО: [1 10 11 14 15] – $F_{инт} = 9\ 1\ 3\ 1$; [1 2 11 12 15] – $F_{инт} = 1\ 9\ 1\ 3$; [1 2 3 12 13] – $F_{инт} = 1\ 1\ 9\ 1$; [1 4 5 6 15] – $F_{инт} = 3\ 1\ 1\ 9$. Заметно, что последовательность [1 2 5 6 7] среди ОКО имеет минимальное значение в правом нумераторе, следовательно, это ОКО СО.

Шаг 4. Искомая комбинация $F_{лекс} = [6\ 7\ 10\ 11\ 12]$, а значение ОКСО [1 2 5 6 7], отсюда $12 - 7 = 5$, т.е. порядковый номер цикла преобразования проверочной части порождающей матрицы будет равен 5. Принципиально это означает, что для получения порождающей матрицы искомой комбинации необходимо в исходной матрице ОКСО отсчитать пять столбцов справа и перенести их в левую часть матрицы, как показано в табл. 3.

Таблица 3. Пример преобразования проверочной части порождающей матрицы ЭК

H для ОКО СО [1 2 5 6 7]	H для комбинации $F_{лекс} = [6\ 7\ 10\ 11\ 12]$
0 1 1 1 0 1 0 1 0 1	0 1 0 1 0 0 1 1 1 0
1 1 0 1 1 1 0 0 1 1	0 0 1 1 1 1 1 0 1 1
1 0 1 1 1 1 1 1 0 0	1 1 0 0 1 0 1 1 1 1
0 1 0 1 1 0 1 1 1 0	1 1 1 0 0 1 0 0 1 1
1 0 1 1 0 0 1 0 1 1	1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
7 6 15 14 9 8 10 12 13 11	8 10 12 13 11 7 6 15 14 9

Отсюда следует, что все ОКЛО в КК РПН должны иметь метку с какого цикла перестановки матрицы H следует начинать отсчет для точного определения параметров этой матрицы для конкретной перестановки $p_{пр}$. При этом совершенно не важно представлять матрицу H в лексикографической форме. Целесообразно представлять шаг 3 алгоритма в следующем формате:

ОКО: [1 2 5 6 7] – **3 1 1 9 (0)**; [1 10 11 14 15] – **9 1 3 1 (9)**; [1 2 11 12 15] – **1 9 1 3 (10)**; [1 2 3 12 13] – **1 1 9 1 (11)**; [1 4 5 6 15] – **3 1 1 9 (14)**.

Круглые скобки указывают на номер позиции в сборной орбите, с которой следует отсчитывать очередное ОКО.

Очевидно, что лексикографическая переставленная матрица некоторой перестановки из кортежа $[k]$ может быть представлена $k! - 1$ перестановками строк такой матрицы (исключается исходная единственно лексикографически упорядоченная перестановка). Технология получения произвольной перестановки из лексикографического образца не является сложной задачей, и ее реализация представляется табл. 4 для трех случаев. Все другие перестановки формируются путем соответствующего перемещения строк исходной матрицы.

Особенности обработки данных когнитивной карты НПН достаточно подробно описаны работе [9], когда в

Таблица 4. Технология получения произвольной перестановки из лексикографического образца

Упорядоченная перестановка для A^{-1}	Произвольная перестановка	Произвольная перестановка	Произвольная перестановка
[6 7 10 11 12]	[7 6 10 11 12]	[12 7 10 11 6]	[6 10 7 12 11]
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 6 7 10 11 12	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 7 6 10 11 12	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 12 7 10 11 6	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 6 10 7 12 11

ситуации равенства определителя $det = 0$ переставленной матрицы $P_{пер}$ через систему интервальных оценок в КК НПН указывается ряд нумераторов, которые нецелесообразно использовать для трансформации перестановки. В этом случае код (15, 5, 7) оказывается более продуктивным, чем код (15, 7, 5) за счет большего числа альтернативных вариантов. В работе [6] показано, что представленный прием позволяет существенно расширить множество результативных перестановок после адаптивной целенаправленной коррекции исходной перестановки.

Процедура поиска и исправления ошибок

Работа устройства рассматривается на примере кода БЧХ (15, 5, 7) с порождающей матрицей G вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Столбцы матрицы G нумеруются для удобства от 1 до 15 в терминах десятичной системы счисления слева направо в виде верхних индексов для символов жестких решений. Пусть источник информации передает информационный вектор $V(инф) = 10010$ тогда в канал связи будет отправлен вектор избыточного кода

$$V_{кан} = V_{инф} \times G = 100100011110101.$$

Пусть вектор ошибок V_e при передаче по каналу связи вектора $V_{кан}$ имел вид $V_e = 001110011000110$. Тогда в ходе фиксации вектора приема $V_{пр} = V_{кан} \oplus V_e$ в блоке приема и последовательной выработки для каждого бита этого вектора мягких решений в блоке мягких решений формируется совместная последовательность жестких решений символов и соответствующих им целочисленных МРС. В результате в накопителе оценок фиксируется последовательность вида:

$$V_{мрс} = 1_5^1 0_5^2 1_3^3 0_2^4 1_4^5 0_6^6 0_7^8 0_4^9 1_7^{10} 1_7^{11} 0_7^{12} 0_5^{13} 1_6^{14} 1_6^{15}. \quad (6)$$

Значения МРС в блоке мягких решений формируется по правилу $\lambda_i = (\lambda_{max} / \rho \sqrt{E_B}) \cdot Z_i$, где ρ – интервал стирания; E_B – энергия сигнала, приходящаяся на один бит; Z_i – уровень принятого сигнала (модулируемого параметра); λ_{max} – фиксированная целочисленная оценка МРС с максимальным значением, как правило, определяемая конструктором декодера [5]. Целесообразно, например, назначит $\lambda_{max} = 7$, $\rho = 0,95$, $E_B = 2$. По сути широкий интервал стирания задается в таком приемнике для формирования углового коэффициента в линейной

функции $\lambda_i(Z_i)$. Тогда вектор $V_{\text{мрс}}$ для накопителя оценок мог быть получен по результатам фиксации в блоке приема параметра Z_i , как показано в табл. 5.

Упорядоченный вектор имеет вид

$$V_{\text{мрс.уп}} = 1_7^{10} 1_7^{11} 0_7^{12} 0_6^6 0_6^7 1_6^{15} 1_5^1 0_5^2 0_5^9 0_5^{13} 1_4^5 0_4^8 1_4^{14} 1_3^3 0_2^4. \quad (7)$$

В целях удобства зрительного восприятия последовательностей векторов в ходе их преобразований они условно разбиваются на пятизначные группы. Для дальнейшей организованной обработки кортеж $[k]$ (информационная часть) вектора $V_{\text{мрс.уп}}$ представляется в виде лексикографически упорядоченной последовательности нумераторов:

$$[6 \ 7 \ 10 \ 11 \ 12] \text{ и } [15 \ 1 \ 2 \ 9 \ 13 \ 5 \ 8 \ 14 \ 3 \ 4]. \quad (8)$$

Копия последовательности $[k]$ поступает в систему интервальных оценок. В этом блоке для нумераторов 6 7 10 11 12, формируется последовательность интервальных оценок вида $V_{\text{инт}} = 1 \ 3 \ 1 \ 1$, как расстояния между соседними нумераторами. Установлено, что любые ОКО в лексикографическом формате начинаются с нумератора, равного единице [6]. Для наглядности представим комбинации сборной орбиты в виде табл. 6.

По этим параметрам в когнитивной карте РПН находится структура обратной матрицы $A_{6...12}^{-1}$, которая является ключевым эталоном для формирования любых перестановок из лексикографически упорядоченной последовательности нумераторов кортежа $[k]$, в частности $[6 \ 7 \ 10 \ 11 \ 12]$, как было показано выше.

$$A_{6...12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A_{6...12}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 10. \\ 11 \\ 12 \end{matrix}$$

Следует учесть, что упорядоченная последовательность $A_{6...12}$ порождает $(5! - 1)$ неупорядоченных последовательностей перестановок. При нахождении для каждой из них обратной матрицы нет необходимости вычислять собственно обратную матрицу традиционным способом с использованием системы алгебраических дополнений. Для конструирования таких матриц необходимо сохранить в обратной матрице ту последовательность строк, которая задана текущей выборкой. Например, задана последовательность вида 7 12 6 11 10. Тогда получаем с использованием ключевой матрицы:

$$S_{71261110}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 12 \\ 6 \\ 11 \\ 10 \end{matrix}$$

Таким образом, когнитивная карта РПН должна хранить только образцы строк обратных матриц, а конструктор обратных матриц собирает требуемую перестановку из тех записей, которые соответствуют текущему кортежу данных в лексикографически не упорядоченной форме отличной от эталона последовательностью строк. Следующим этапом обработки данных будет получение порождающей матрицы ЭК. Для этого целесообразно использовать уже полученную ранее последовательность (8) не самых надежных символов из кортежа $[n-k]$:

$$V_{\text{пер}} = 1_7^{10} 1_7^{11} 0_7^{12} 0_6^6 0_6^7 1_6^{15} 1_5^1 0_5^2 0_5^9 0_5^{13} 1_4^5 0_4^8 1_4^{14} 1_3^3 0_2^4. \quad (9)$$

Следовательно, требуется использовать столбцы проверочной части порождающей матрицы основного кода в переставленном виде. В результате для последовательности столбцов из $[n-k]$ вида $[15 \ 1 \ 2 \ 9 \ 13 \ 5 \ 8 \ 14 \ 3 \ 4]$, поступающей из блока сортировки данных в блок эквивалентного кода формируется образ проверочной части порождающей матрицы ЭК с использованием данных из матрицы $A_{10111267}^{-1}$. Получаем:

Таблица 5. Оценка мягких решений символов в накопителе приемника

№ символа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Z_i	1,4	-1,4	0,8	-0,6	1,1	-1,7	-1,7	-1,1	-1,4	1,9	1,9	-1,9	-1,4	1,1	1,7
λ_i	5	5	3	2	4	6	6	4	5	7	7	7	5	4	6

Таблица 6. Структура сборной орбиты с ОКСО 1 2 5 6 7

Код БЧХ (15, 5, 7)					Число циклов		Интервальная оценка ОКО	
6	7	10	11	12				
7	8	11	12	13				
8	9	12	13	14				
9	10	13	14	15				
1	10	11	14	15	ОКО 2	Локальная	0	9 1 3 1
1	2	11	12	15	ОКО 3	Локальная	0	1 9 1 3
1	2	3	12	13	ОКО 4	Локальная	2	1 1 9 1
2	3	4	13	14				
3	4	5	14	15				
1	4	5	6	15	ОКО 5	Локальная	0	3 1 1 9
1	2	5	6	7	ОКО 1	Сборная	8	1 3 1 1
2	3	6	7	8				
3	4	7	8	9				
4	5	8	9	10				
5	6	9	10	11				
Повтор цикла. $\det \neq 0$ РПН								

$$H_{15..4} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

После умножения $A_{10\ 11\ 12\ 6\ 7}^{-1} \times H_{5..4}$ получаем истинную проверочную часть порождающей матрицы ЭК:

$$H_{ЭК} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

В выражении (9) информационный кортеж $[k]$ представлялся для ЭК в виде вектора 1 1 0 0 0. Это означает, что безошибочный вариант проверочной части порождающей матрицы ЭК (10) потребует обработки только первых двух строк. В результате такой обработки будет получен вектор вида

$$V_{H_{ЭК}} = 11011\ 01001. \quad (12)$$

Сравнивая проверочные части выражений (9) и (12), получаем

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 2 & 9 & 1 & 3 & 5 & 8 & 1 & 4 & 3 & 4 \end{matrix} \quad (13)$$

В выражении (13) в нижней строке выделены номера позиций, которые в результате мешающих факторов были приняты приемником ошибочно. Это соответствует, указанному выше вектору V_e . Таким образом показана возможность ПД исправлять ошибки за пределами границы Хэмминга. В работах [6, 7, 9-11] показано, что в общем случае максимальное число исправляемых кодом ошибок при использовании алгоритма ПД равно $[n-k]$.

Приведенный пример показывает, что не все возможности кода по исправлению ошибок использованы. Делается это преднамеренно, поскольку в случае конфигурации надежных символов из кортежа $[k]$ не обеспечивающих получения ЭК неиспользованные символы из кортежа $[n-k]$ позволяют адаптивно трансформировать перестановку НПН в перестановку РПН. Для этого правый разряд (номератор символа) из кортежа $[k]$ заменяется на левый незадействованный символ из кортежа $[n-k]$. Например, в табл. 7 показан вариант перестановки, попавшей в множество НПН.

Таблица 7. Структура номераторов ОКО локальных орбит из множества НПН

Комбинация ОКО	Разница соседних интервалов	Запрещенные номераторы
1 2 3 4 6	1 1 2 2	8 9 12
2 12 13 14 15	10 1 1 1	3 4 7
1 3 13 14 15	2 10 1 1	ВСЕ
1 2 4 14 15	1 2 10 1	6 7 10
1 2 3 5 15	1 1 2 10	7 8 11

Заменяя в первой строке последовательность 1 2 3 4 6 на последовательность 1 2 3 4 15, получаем перестановку из множества РПН. ЭК может быть получен.

Заключение

КК перестановочного декодера создаются за счет внешних вычислительных ресурсов. При этом общее множество результирующих и нерезультативных перестановок распадается на два непересекающихся подмножества РПН и НПН. С технической точки зрения это означает, что после приведения полученной перестановки к лексикографическому формату такая перестановка может одновременно обрабатываться в двух КК одновременно: и в карте результирующих перестановок, и в карте нерезультативных перестановок. Отклик появится только на выходе одной карты.

Между КК должна быть организована связь для упорядочения процесса реализации адаптивной целенаправленной коррекции исходной перестановки, попавшей первоначально в множество НПН.

Лексикографически организованная перестановка из множества РПН легко преобразуется в любую из $(k-1)$ перестановок за счет коммутации строк лексикографической перестановки в текущую неупорядоченную перестановку.

Из-за наличия верхних индексов у номераторов символов нет необходимости применять в процедуре декодирования перестановочную матрицу.

Установлено, что процедура обработки данных в картах РПН и НПН оказывается неравновесной по числу реализуемых функций. Поэтому возникает целесообразность выделить еще одну когнитивную карту, в которой решать вопрос по коррекции НПН.

Литература

- Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Вильямс. 2003. 1104 с.
- Morelos-Zaragoza R. The Art of noise-tolerant coding. Methods, algorithms, and applications. Per. from the English ed. Afanasiev V.B. M.: Technosphere. 2005. 320 p.
- Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: «Мир», 1976. 594 с.
- Аджемов А.С., Санников В.Г. Общая теория связи. Учебник для вузов. М.: Горячая линия-Телеком, 2018. 624 с.
- Гладких А.А., Овинников А.А., Тамразян Г.М. Математическая модель когнитивного перестановочного декодера. Цифровая обработка сигналов. 2019. № 1. С. 14-19.
- Гладких А.А., Овинников А.А., Пчелин Н.А., Брынза А.П. Перестановочное декодирование с системой адаптированных альтернативных решений. Цифровая обработка сигналов. 2023. № 4. С. 73-78.
- Ганин Д.В., Дамдам М.А.Я., Савкин А.Л. Перестановочное декодирование в маломощных беспроводных сенсорных сетях. Автоматизация процессов управления. 2022. № 1 (68). С. 54-61. doi:10.35752/1991-2927_2022_1_68_54.
- Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. Пер. с венгер. Ю.А. Данилова. М.: Мир, 1979, 260 с.
- А.А. Брынза, А.А. Гладких, А.А. Ничунаев, А.Л. Савкин, П.Б. Лютвинская Структура и взаимосвязь когнитивных показателей в системе перестановочного декодирования. Автоматизация процессов управления. 2023. № 4 (74). С. 126-133. doi:10.35752/1991-2927_2023_4_126.
- Бабанов Н.Ю., Шахтанов С.В. Циклические свойства орбит перестановок когнитивной карты перестановочного декодера систем реального времени. Проектирование и технология электронных средств. 2020. №4(62). С.85-92.
- Оценка статистических характеристик перестановочного декодера методом его программной реализации / А.Л.Х. Аттаби, А.А. Брынза, Д.В. Ганин, А.А. Ничунаев, А.В. Новоселов. Автоматизация процессов управления. 2023. № 2 (72). С. 91-98. doi:10.35752/1991-2927_2023_2_72_91.

УДК 621.396

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО РЕГИСТРАЦИИ И ПОСТОБРАБОТКЕ ПРЕОБРАЗОВАННОЙ РАДИОЧАСТОТНЫМ ТРАКТОМ СМЕСИ ШУМОПОДОБНОГО СИГНАЛА И ИНТЕНСИВНОЙ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ПОМЕХИ

Кузьмин Е.В., к.т.н., доц., доцент кафедры радиотехники ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», e-mail: ekuzmin@sfu-kras.ru

Тараненко А.Ю., ассистент кафедры радиотехники ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», e-mail: ataranenko@sfu-kras.ru

THE RESULTS OF EXPERIMENTS ON RECORDING AND POST-PROCESSING A MIXTURE OF A SPREAD SPECTRUM SIGNAL AND INTENSE CW INTERFERENCE CONVERTED BY A RADIO FREQUENCY FRONT-END

Kuzmin E.V., Taranenko A.Yu.

An experimental laboratory study of the suppression effectiveness of in-band intense continuous wave (CW) interference for radio electronic systems with spread spectrum signals has been carried out. Digital recording of an additive mixture of spread spectrum signals and CW interference at the output of the receiver radio frequency front-end (RF front-end) has been performed. Spectral pre-correlation algorithms of CW interference suppression and spread spectrum signals searching by delay procedures was carried out by post-processing of the recorded mixture samples. Spread spectrum signals simulator was used. The RF front-end is formed by a typical amplifying and filtering links. Recording of the mixture samples is performed into external memory by a digitally recording samples device. The post-processing of the mixture samples included a Fourier procedure for spread spectrum signals searching in the absence and presence of CW interference suppression algorithms. Spectral ranked element-by-element rejection and compensation based on spectral-weight estimation of CW interference parameters was used. The output effects of the spread spectrum signals searching procedure are presented in case of presence and absence of CW interference suppression. The effectiveness of the spectral pre-correlation algorithms for intense CW interference suppression was experimentally confirmed.

Key words: spread spectrum signals, continuous wave interference, signal acquisition, interference rejection, spectral-weight estimation, signals simulator, radio frequency front-end, post-processing.

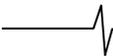
Ключевые слова: шумоподобные сигналы, гармоническая помеха, поиск сигналов, подавление помехи, спектрально-весовое оценивание, имитатор сигналов, радиотракт, постобработка.

Введение

Узкополосные и гармонические помехи (УП, ГП) являются распространёнными видами помеховых воздействий, способных снижать эффективность работы радиоэлектронных систем (РЭС) с шумоподобными сигналами (ШПС) [1-11]. Цифровая спектральная обработка ШПС обладает высокими алгоритмическими возможностями по подавлению УП, в частности, она потенциально позволяет существенно ослабить действие ГП [3; 11–17]. Вместе с тем, влияние радиочастотного тракта (радиотракта) приёмника является немаловажным фактором, сдерживающим достижение потенциально возможных характеристик подавления помех [3; 14]. Современные возможности синтеза и регистрации сигналов, а также наличие готовых инженерных решений для общепринятых радиочастотных преобразований, предрасполагают к проведению серии натуральных лабораторных экспериментов по выделению слабых ШПС на фоне интенсивной ГП при учёте влияния типового состава радиотракта. При проведении экспе-

Проведено экспериментальное лабораторное исследование эффективности подавления интенсивной гармонической помехи, воздействующей в полосе частот информационно-измерительных радиоэлектронных систем (РЭС) с шумоподобными сигналами (ШПС). Выполнена цифровая регистрация аддитивной смеси шумоподобных сигналов РЭС и помехи на выходе радиочастотного тракта (радиотракта) приёмника. Проведена постобработка зарегистрированных реализаций смеси, включающая «спектральные» меры предкорреляционного подавления помехи и последующий поиск ШПС по задержке. Для генерации ШПС использовался имитатор сигналов РЭС. Радиотракт образован типовым «преселекторным» наполнением, включающим усилительные и фильтрующие звенья. Регистрация реализаций выполнена средством для цифровой записи отсчётов во внешнюю память. Постобработка реализаций включала Фурье-процедуру поиска ШПС при отсутствии и наличии мер подавления помехи, в качестве которых применена спектральная ранжированная поэлементная режекция, а также компенсация, основанная на спектрально-весовом оценивании параметров. Представлены выходные эффекты процедуры поиска ШПС при наличии и отсутствии мер подавления интенсивной гармонической помехи, экспериментально подтверждающие их эффективность.

риментов шумоподобные сигналы генерировались имитатором, позволяющим в лабораторных условиях формировать банк стандартных сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) второго поколения, являющихся одним из наиболее распространённых



примеров РЭС со слабыми ШПС. Регистрация смеси ШПС и ГП на выходе радиотракта выполнялась с помощью средства цифровой записи (СЦЗ).

Цель статьи – экспериментальное исследование возможности реализации поиска шумоподобного сигнала в режиме постобработки при его цифровой регистрации в смеси с интенсивной помехой на выходе радиочастотного тракта, а также сравнение эффективности различных мер подавления помехи.

Структурная схема и описание физических лабораторных экспериментов

Обобщённая структурная схема выполненных экспериментов показана на рис. 1, где применены следующие обозначения: ПК – персональный компьютер, используемый для управления основными структурными элементами, а также для постобработки зарегистрированных реализаций аддитивной смеси ШПС и ГП; ИМ – имитатор сигналов ГНСС, обеспечивающий формирование стандартных сигналов; ГЕН – СВЧ-генератор гармонических сигналов, выполняющий роль генератора гармонической помехи; РТ – радиотракт, образованный полосовыми фильтрами и малошумящими усилителями; СЦЗ – средство цифровой записи, обеспечивающее аналого-цифровое преобразование (АЦП) и высокоскоростную регистрацию отсчётов смеси; символом «+» обозначен сумматор сигналов; радиочастотные соединения показаны обыкновенными линиями и стрелками, указывающими направление прохождения сигналов; двойными линиями показаны интерфейсные связи между ПК и имитатором, между ПК и СЦЗ; указатели «Упр.» означают передачу команд управления, а указатель «Данные» – передачу зарегистрированных отсчётов. На структурной схеме не показано управление СВЧ-генератором со стороны ПК и не показаны вспомогательные контрольно-измерительные приборы (анализатор спектра, осциллограф), использованные для настройки и контрольных оценок необходимых параметров смеси при проведении экспериментов.

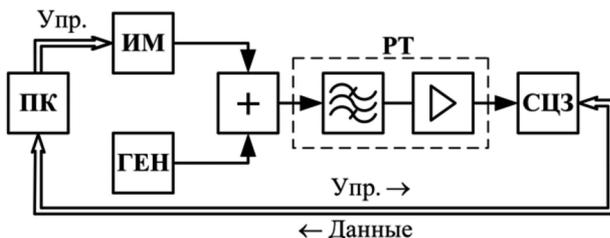


Рис. 1. Структурная схема экспериментов по регистрации и постобработке смеси ШПС и интенсивной гармонической помехи на выходе радиотракта

С использованием лабораторной установки, основная часть которой представлена структурной схемой (рис. 1), выполнена серия экспериментов по генерации физической аддитивной смеси ШПС с гармонической помехой, её регистрации на выходе радиотракта и дальнейшей постобработке. Первая серия экспериментов предполагала отключение генератора помехи, что было необходимо для настройки и проверки энергетического потенциала (отношения «сигнал/шум»), а также для отладки общей структуры эксперимента, включая

процесс получения (записи) отсчётов, выполнения одной из целевых задач при постобработке – поиска ШПС и проверку функционирования соответствующей процедуры. Далее выполнялась вторая серия экспериментов, предполагающая регистрацию смеси при включённом генераторе помехи и постепенном увеличении отношения «помеха/сигнал». Для каждого рассматриваемого случая производилась регистрация смеси и её постобработка.

Результаты постобработки данных физических лабораторных экспериментов

На рис. 2-4 в графической форме показаны результаты программной постобработки дискретных отсчётов физической аддитивной смеси ШПС, гармонической помехи и шума радиотракта. На рис. 2 представлены две группы (I и II) нормированных выходных эффектов Z_n процедуры поиска фазоманипулированных ШПС по задержке, соответствующие сигналам двух рассматриваемых РЭС, которые сгенерированы имитатором, преобразованы радиотрактом и зарегистрированы СЦЗ. Внешняя помеха отсутствовала. Энергетический потенциал $q=40$ дБГц. По оси абсцисс отложено нормированное к периоду повторения ШПС временное смещение τ/T_n . Нумерация графиков (5.8) соответствует количеству когерентных накоплений при выполнении корреляционной обработки ($M=5..8$). На рис. 3 представлены выходные эффекты процедуры поиска при наличии мощной гармонической помехи, для отношения «помеха/сигнал» $q_{nc}=64$ дБ. Энергетический потенциал прежний. Количество когерентных накоплений $M=9$. Кривая 1 получена при отсутствии мер подавления помехи и демонстрирует некорректную работу процедуры поиска, т.к. её максимум не указывает на заданное временное положение сигнала. Кривая 2 получена при предварительном подавлении помехи на основе спектральной ранжированной поэлементной режекции [16]. При постобработке в спектре взвешенной смеси режектировался приблизительно 1% частотных выборок (от их общего числа), локализующихся в окрестности максимума, определяемого помехой. Кривая 3 (серый фон) получена при применении компенсации помехи, основанной на спектрально-весовом оценивании её параметров [17].

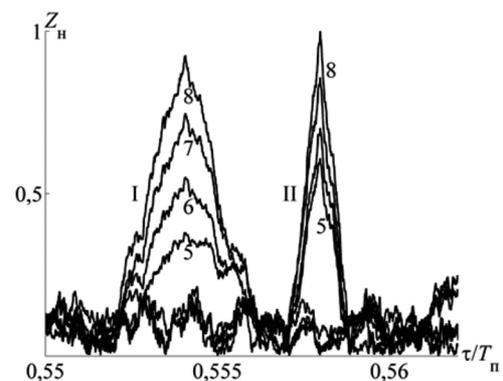


Рис. 2. Нормированные выходные эффекты процедуры поиска ШПС по задержке. Случай отсутствия внешнего помехового фона, $q=40$ дБГц, $M=5..8$

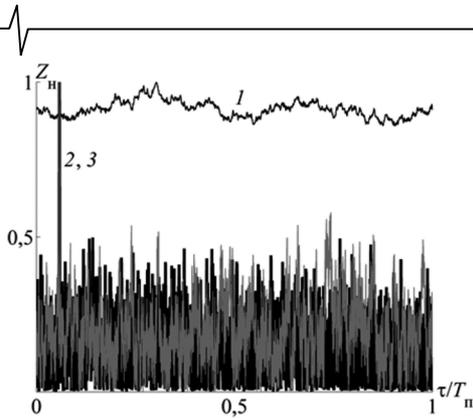


Рис. 3. Нормированные выходные эффекты процедуры поиска ШПС по задержке. Случай наличия внешнего помехового фона, $q_{nc} = 64$ дБ, $q = 40$ дБГц, $M = 9$

На рис. 4 показаны выходные эффекты, полученные и пронумерованные аналогично выходным эффектам на рис. 3, но при повышении отношения «помеха/сигнал» до 74 дБ и увеличении количества накоплений до $M = 20$. В табл. 1 представлены данные о «размахе» D значений отсчётов аддитивных смесей ШПС, помехи и шума РТ ($q = 40$ дБГц), зарегистрированных на выходе СЦЗ при различных рассмотренных отношениях «помеха/сигнал», включая случай отсутствия помехи, что показано прочерком. Кроме того, в табл. 1 показаны значения необходимого в каждом случае количества накоплений M для устойчивого выделения сигнального всплеска.

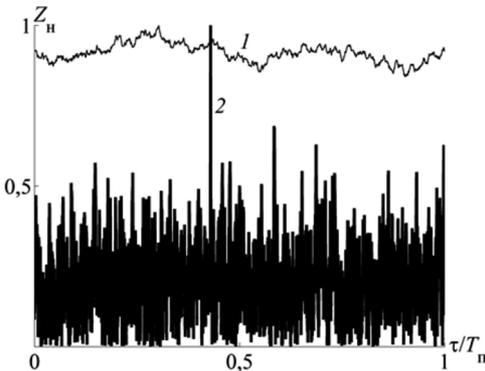


Рис. 4. Нормированные выходные эффекты процедуры поиска ШПС по задержке. Случай наличия внешнего помехового фона, $q_{nc} = 74$ дБ, $q = 40$ дБГц, $M = 20$

Таблица 1. Значения «размаха» D зарегистрированных отсчётов при различных отношениях «помеха/сигнал»; требуемое кол-во накоплений M

$q_{nc}, \text{дБ}$	–	40	54	64	74
D	255	192	79	60	55
M	≥ 4	6	6	9	≥ 12

Таким образом, проведённые физические лабораторные эксперименты по цифровой обработке зарегистрированных на выходе радиотракта шумоподобных сигналов, в условиях отсутствия помехи (рис. 2) и при её воздействии (рис. 3, 4), подтверждают корректность применения (реализации) алгоритмического инструментария для поиска ШПС (рис. 2-4) и высокую эффективность выполнения предварительной (предкорреляционной) спектральной обработки смеси (рис. 3, 4). В рассмотренных условиях спектральная ранжированная

позлементная режекция помехи и компенсационный подход, основанный на спектрально-весовом оценивании параметров помехи, обладают паритетной эффективностью.

Обсуждение результатов

Как видно из рис. 2, при рассматриваемых условиях наблюдения, характеризующихся отсутствием внешней помехи и наличием в регистрируемой смеси лишь полезных ШПС и шума радиотракта, выходные эффекты Z_n процедуры поиска при обработке сигналов двух РЭС соответствуют ожидаемым. Они содержат сигнальные всплески, позволяющие определить оценки задержек генерируемых имитатором сигналов. Кроме того, из рис. 2 видно, что временные интервалы, соответствующие длительности «оснований» наблюдаемых выходных эффектов, отличаются приблизительно в два раза, что объясняется различными длинами псевдослучайных последовательностей, используемых для синтеза ШПС в рассматриваемых РЭС, при равенстве периодов их повторения T_n . Устойчивое проявление сигнальных всплесков в выходных эффектах Z_n наблюдается при количестве производимых когерентных накоплений $M \geq 4$, что согласуется с ожидаемым поведением [3; 15]. Из рис. 3, 4 видно, что при воздействии интенсивной помехи ($q_{nc} = 64$ дБ, 74 дБ) и отсутствии мер по её подавлению, процедура поиска ШПС обладает выходными эффектами (кривые 1) с заметной «постоянной составляющей» и максимумами, существенно смещёнными относительно истинного временного положения ШПС. Это является следствием негативного влияния помехи. Применённые меры подавления помехи приводят к существенному улучшению ситуации (кривые 2, 3 на рис. 3 и кривая 2 на рис. 4): выходные эффекты содержат сигнальные выбросы, позволяющие правильно решить задачу поиска ШПС. Строго говоря, целевая задача обработки ШПС, решение которой следует после выполнения мер борьбы с помехой, может быть произвольной, а задача поиска ШПС является первичной, объективно необходимой и выбрана, в том числе, для наглядности визуализации достигаемого положительного эффекта, проверки практической возможности его получения. В рассмотренных условиях наблюдения полезных ШПС применяемые меры подавления помехи практически одинаково эффективны (рис. 3, 4), однако, из рис. 3 видно, что подавление помехи на основе спектрально-весового оценивания её параметров и компенсации приводит к слегка повышенным значениям боковых выбросов (кривая 3, серый фон), что, с одной стороны, не мешает решению целевой задачи поиска ШПС, а с другой стороны – несколько отличается от ожидаемого поведения, полученного статистическим моделированием [17]. Возможной и объяснимой причиной является функционирование системы цифровой автоматической регулировки усиления в составе СЦЗ, вносящей дополнительные «шумы», влияющие на эффективность спектрально-весового оценивания параметров помехи и точность её цифрового воспроизведения для компенсации. Кроме того, следует дополнительно отметить, что неизбежное влияние автоматической регулировки усиления оказывается и на полезный ШПС, уровень которого снижается,

при отработывании по интенсивной помехе с целью избегания возможных «ограничений» регистрируемой смеси. Проведённое ранее исследование [17] алгоритмических возможностей подавления интенсивной помехи на основе спектрально-веса оценивания её параметров и компенсации предполагало её присутствие в смеси с шумом приёмника, но не учитывало влияние регулировки усиления и других погрешностей, вносимых радиотрактом и СЦЗ.

Устойчивое функционирование совместно применяемых этапов обработки ШПС на фоне интенсивной ГП ($q_{nc} = 74$ дБ), включающих спектральную режекцию помехи и Фурье-процедуру поиска сигнала, позволяет зафиксировать выигрыш от 4 дБ до 14 дБ в сравнении с возможностями обеспечения функционирования приёмной аппаратуры РЭС [3, с. 758] при тех же мерах борьбы с помехой. В проведённых экспериментах, повышение отношения «помеха/сигнал» до 74 дБ приводило к дополнительному подавлению сигнала (табл. 1), поэтому при имеющихся технических ограничениях выделение сигнального всплеска оказалось возможно лишь при повышении интервала накопления – количества производимых когерентных накоплений ($M > 12$). Следует заметить, что это не всегда представляется возможным в силу формата ШПС, содержащих «медленную» информационную компоненту. Вместе с тем, при некоторых потерях, когерентное накопление может заменяться некогерентным. Кроме того, в модернизированных форматах ШПС для ГНСС имеются сигналы без информационной компоненты, что делает подход увеличения количества когерентных накоплений реализуемым и оправданным [18]. Алгоритмические возможности подавления помехи на основе режекции и компенсации являются существенно большими [3; 11; 14-17], но для их практической реализации требуется РТ, обеспечивающий расширенный динамический диапазон, а также СЦЗ, обладающее АЦП с высокой разрядностью и не вносящее дополнительных аберраций.

Заключение

В статье проведено экспериментальное исследование, включающее цифровую регистрацию и постобработку аддитивной смеси слабых шумоподобных сигналов информационно-измерительных РЭС и интенсивной гармонической помехи на выходе радиочастотного тракта, образованного типовыми структурными элементами. Получены выходные эффекты процедуры поиска ШПС при наличии и отсутствии помехи, а в случаях её воздействия – при наличии и отсутствии мер подавления. В рассмотренных условиях применяемые меры подавления помехи, предполагающие поэлементную спектральную режекцию или компенсацию, основанную на предварительном спектрально-веса оценивании параметров помехи, обладают паритетной эффективностью. Экспериментально показано устойчивое функционирование процедуры поиска ШПС на фоне интенсивной ГП вплоть до отношений «помеха/сигнал» $q_{nc} = 74$ дБ (выигрыш до 14 дБ в сравнении с [3, с. 758]), что определяется характеристиками радиотракта, разрядностью АЦП и особенностями автоматической регулировки усиления в СЦЗ, приводящей к подавлению сигнала при отработывании по помехе, а не возможностями алгоритмов подавления помехи, которые при рассматрива-

емых условиях обеспечивают паритетную эффективность и обладают существенно большими потенциальными возможностями.

Литература

1. Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф. Помехоустойчивость асинхронных систем передачи с шумоподобными сигналами при действии узкополосных помех. Радиотехника. 1993. № 7. С. 27-36.
2. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др. Помехозащищённость систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью. М.: Радио и связь, 2003.
3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
4. Borio D. GNSS acquisition in the presence of continuous wave interference. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. 2010, vol. 46, no. 1, pp. 47-60.
5. Авдеев В.А., Кошкарлов А.С., Коннов Е.В. Обнаружение помех в частотных диапазонах космических навигационных систем. Журнал радиоэлектроники. 2015. № 10. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct15/12/text.pdf>
6. Bek M.K., Shaheen E.M., Elgamel S.A. Analysis of the global position system acquisition process in the presence of interference. IET Radar, Sonar & Navigation. 2016, vol. 10, no. 5, pp. 850-861.
7. Ye F., Tian H., Che F. CW interference effects on the performance of GPS receivers. Progress In Electromagnetics Research Symposium - Fall (PIERS - FALL), 19-22 November 2017, Singapore. pp. 66-72.
8. Куликов Г.В., Нестеров А.В., Лелюх А.А. Помехоустойчивость приёма сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией в присутствии гармонической помехи. Журнал радиоэлектроники. 2018. № 11. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/nov18/9/text.pdf>.
9. Кузьмин Е.В. Анализ частотных характеристик процедур корреляционной обработки при произвольных и фазоманипулированных опорных сигналах. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 4. С. 34-44.
10. Кузьмин Е.В., Зограф Ф.Г. Влияние гармонической помехи на эффективность процедуры беспорогового поиска шумоподобного сигнала по времени запаздывания с переходом в частотную область определения. Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. № 8. С. 774-781.
11. Кузьмин Е.В. Влияние многотональной помехи на поиск псевдослучайного сигнала и повышение эффективности режекции за счёт взвешивания современными модификациями функций Дольфа-Чебышева. Цифровая обработка сигналов. 2023. № 4. С. 58-61.
12. Davidović S., Kanterakis E.G. Narrow-Band Interference Rejection Using Real-Time Fourier Transforms. IEEE Transactions on Communications. 1989, vol. 37, no. 7, pp. 713-722.
13. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь, 1993.
14. Бакитко Р.В., Польщиков В.П., Шилов А.И., Хацкелевич Я.Д., Болденков Е.Н. Использование весовых функций для предварительной обработки шумоподобных сигналов при наличии сильных интерференционных помех. Радиотехника. 2006. № 6. С. 13-17.
15. Кузьмин Е.В. Повышение эффективности обработки сигналов на фоне гармонической помехи за счёт выбора функции предварительного взвешивания для частотного режектора. Цифровая обработка сигналов. 2021. № 4. С. 16-20.
16. Кузьмин Е.В. Показатели качества алгоритма ДПФ-режекции узкополосной помехи при различных функциях предварительного взвешивания. Цифровая обработка сигналов. 2023. № 1. С. 48-53.
17. Кузьмин Е.В. Нейтрализация интенсивной гармонической помехи за счёт спектрально-веса оценивания её параметров. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 2. С. 21-28.
18. Ярлыков М.С. Полные СВОС-сигналы и их корреляционные функции. Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 9. С. 914-930.