

УДК 62-791, 621.373.826, 629.783, 621.384.3

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ МИКРОЧАСТИЦ

*Гладышев А.И., д.т.н., профессор Российского нового университета (РосНОУ), e-mail: tolyagladyshev@yandex.ru*

*Телегин А.М., к.ф.-м.н., доцент кафедры КТЭСУ Самарского университета, e-mail: talex85@mail.ru*

*Щелоков Е.А., аспирант Самарского университета, e-mail: riddick41666@mail.ru.*

## MATHEMATICAL MODEL OF THE OPTICAL SYSTEM FOR MEASURING THE PARAMETERS OF HIGH-SPEED MICROPARTICLES

*Gladyshev A.I., Telegin A.M., Shchelokov E.A.*

*The problem of constructing a mathematical model of an optical system for recording the parameters of high-speed microparticles (micrometeoroids and space debris particles) is considered. To find the distribution of light fluxes caused by the scattering of laser radiation on microparticles, the Mie theory is used. The aim of the work is to develop recommendations for constructing an optical system for recording microparticle parameters.*

**Key words:** microparticles, Mie theory, laser beam, scattering.

**Ключевые слова:** микрочастицы, теория Ми, лазерный луч, рассеяние.

### Введение

При измерении параметров микрометеороидов и микрочастиц космического мусора используются как контактные, так и бесконтактные методы, основанные на различных физических принципах [1, 2]. Для контроля параметров частиц микронного размера разработаны информационно-измерительные с различными типами датчиков, предназначенные для функционирования на борту космического аппарата. Одним из важных контролируемых параметров является скорость движения микрочастиц, которая может достигать десятков км/с. Наиболее распространённый бесконтактный метод измерения основан на применении эффекта электростатической индукции [1], суть которого заключается в наведении электрического потенциала на измерительный электрод при пролете заряженных микрочастиц. Недостатком данного метода являются помехи, которые наводятся на измерительном электроде от сторонних источников, поэтому поиск альтернативных методов и реализующих их систем бесконтактного измерения скорости микрометеороидов является актуальной научно-технической задачей.

В работе [3] приведен пример конструкции датчика для измерения скорости микрочастицы на основе лазера и фотодиода. При прохождении частицей лазерного луча происходит пропадание сигнала с фотодатчика. Однако данная конструкция ограничена тем, что может быть использована только в лабораторных условиях с ограниченным размером измерительного окна. Авторами предлагается модифицированный вариант метода и соответствующего конструктивного исполнения системы, существенно расширяющих практические сферы ее применения с учетом наличия возможности увеличения точности измерения скорости микрочастиц и получения информации о материале, из которого они состоят.

*Рассматривается задача построения математической модели оптической системы для регистрации параметров высокоскоростных микрочастиц (микрометеороидов и частиц космического мусора). Для нахождения распределения световых потоков, вызванных рассеянием лазерного излучения на микрочастицах используется теория Ми. Целью работы является разработки рекомендаций для построения оптической системы для регистрации параметров микрочастиц.*

### Модель оптической измерительной системы

Построим модель измерительной системы, в которой будут использованы «идеальные» материалы (с неплоскостностью поверхности равной «0» и коэффициентом отражения равным 100 %).

Для перекрытия большой площади контролируемой поверхности создаётся световая завеса из множества лучей, полученных за счет многократного переотражения исходного луча двумя параллельными друг другу зеркальными поверхностями. На рис. 1 представлен вариант модели хода лазерного луча для идеального варианта структуры измерительного тракта. При идеальности отражающей плоскости за счет отсутствия факторов, способных оказать влияние на ход луча, получаем возможность создать «сплошную световую завесу», длину которой можно задавать без ограничений. Практически систему создать идеальную систему невозможно из-за потерь на переотражения лазерного луча и данная система хорошо работает, только если поперечные размеры измеряемых частиц больше или соизмеримы с диаметром лазерного луча, что необходимо для превышения заданного порога диапазона изменения напряжения на выходе схемы измерения сигнала фотодиода.

Рассмотрим модель системы, когда размеры частицы настолько малы, что лазерный луч можно рассматривать для микрочастиц, как падение плоской электромагнитной волны.

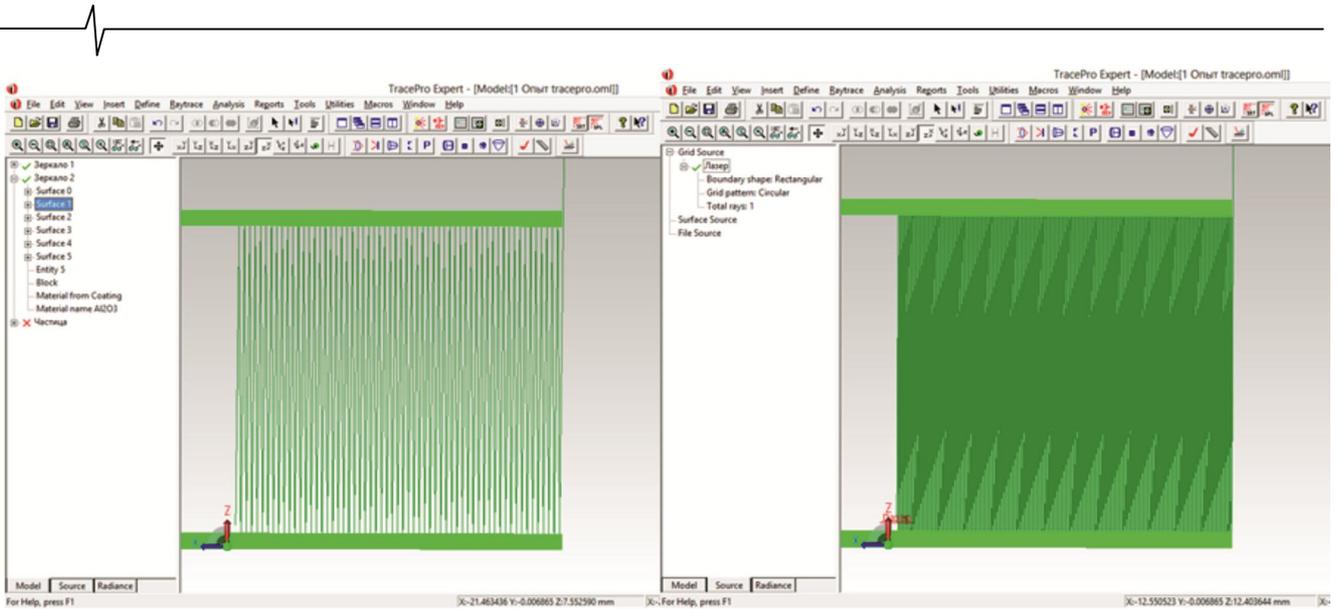


Рис. 1. Ход луча для: а) для угла наклона лазера 89,5°, б) для угла наклона лазера 89,9°

При облучения микрочастиц световым потоком наблюдаются эффекты, наглядно представленные на рис. 2 [4]. С точки зрения построения систем регистрации по изменению светового потока будем ориентироваться на рассеянное излучение. Анализируемые частицы могут быть двух типов: диэлектрические и проводящие. При этом могут существовать потери световой энергии за счет поглощения частицей: диэлектрических потерь и потерь за счет конечности проводимости. О наличии потерь в частицах говорит наличие мнимой части в показателе преломления материала частицы.

Угловое распределение рассеянного света малой частицы определяют важную характеристику рассеяния света – индикатрису рассеяния, которая дает графическое изображение зависимости интенсивности рассеянного света от угла рассеяния [5, 6].

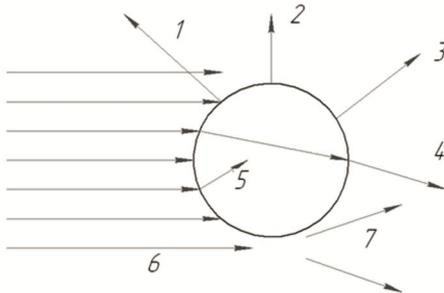


Рис. 2. Возможное взаимодействие падающего светового луча с частицей или каплей: 1 – отражение; 2 – флуоресценция; 3 – Рамановское рассеяние; 4 – преломление; 5 – поглощение; 6 – падающий световой пучок; 7 – дифракция

Для достаточно больших частиц, размеры, которых соизмеримы с длиной волны можно использовать для расчета теорию Ми. Рассеяние принято описывать безразмерными функциями, показывающими относительное угловое распределение интенсивности рассеянного света [7, 8], индикатрисами  $\xi(\theta, \varphi)$ :

$$\xi(\theta, \varphi) = S_{\perp} \cdot S_{\perp}^* \cdot \sin^2(\varphi) + S_{\parallel} \cdot S_{\parallel}^* \cdot \cos^2(\varphi),$$

где  $[S]$  – матрица рассеяния, которая в системе отсчета, связанной с плоскостью рассеяния, имеет диагональ-

ный вид:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{\perp} & 0 \\ 0 & S_{\parallel} \end{bmatrix},$$

где  $S_{\perp}$  и  $S_{\parallel}$  – безразмерные комплексные амплитудные функции рассеяния для составляющих, перпендикулярной и параллельной плоскости рассеяния. Общие выражения для  $S_{\perp}$  и  $S_{\parallel}$  в виде рядов были получены Ми:

$$\begin{aligned} S_{\perp} &= S_{\perp}(m, x, \theta) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n \cdot (n+1)} \cdot (a_n(m, x) \cdot \pi_n(\theta) + b_n(m, x) \cdot \tau_n(\theta)), \\ S_{\parallel} &= S_{\parallel}(m, x, \theta) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n \cdot (n+1)} \cdot (b_n(m, x) \cdot \pi_n(\theta) + a_n(m, x) \cdot \tau_n(\theta)), \end{aligned}$$

где  $m = \frac{n_1}{n_2}$  – относительный показатель преломления,

$n_1$  – показатель преломления частицы,  $n_2$  – показатель

преломления среды,  $x = k \cdot a = \frac{2\pi \cdot n_2}{\lambda} \cdot a$  – безразмер-

ный параметр в теории Ми,  $a$  – радиус частицы,  $\lambda$  – длина волны светового потока облучающего частицу.

Поскольку формулы Ми включают сумму бесконечного ряда, то редко представляется возможным получить аналитическое выражение, описывающее индикатрису рассеяния. Поэтому сумму ряда ищут, используя рекурсию и ограничившись конечным числом членов при достижении заданной точности  $\varepsilon$ . Например,  $\pi_n$  и  $\tau_n$  вычисляются с использованием рекуррентных соотношений для полиномов Лежандра и их производных [8]:

$$\pi_n(\theta) = \cos(\theta) \frac{2n-1}{n-1} \pi_{n-1}(\theta) - \frac{n}{n-1} \pi_{n-2}(\theta),$$

$$\begin{aligned} \tau_n(\theta) &= \cos(\theta) \cdot [\pi_n(\theta) - \pi_{n-2}(\theta)] - \\ &- (2n-1) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \pi_{n-1}(\theta) + \tau_{n-2}(\theta), \end{aligned}$$

где

$$\pi_0(\theta) = 0, \quad \pi_1(\theta) = 1, \quad \pi_2(\theta) = 3 \cdot \cos(\theta),$$

$$\tau_0(\theta) = 0, \quad \tau_2(\theta) = \cos(\theta), \quad \tau_2(\theta) = 3\cos(2\theta).$$

Формулы для расчета коэффициентов Ми  $a_n$  и  $b_n$  выглядят следующим образом:

$$a_n(m, x) = \frac{\left[ \frac{A_n(mx)}{m} + \frac{n}{x} \right] \cdot \text{Re}(\omega_n(x)) - \text{Re}(\omega_{n-1}(x))}{\left[ \frac{A_n(mx)}{m} + \frac{n}{x} \right] \cdot \omega_n(x) - \omega_{n-1}(x)},$$

$$b_n(m, x) = \frac{\left[ m \cdot A_n(mx) + \frac{n}{x} \right] \cdot \text{Re}(\omega_n(x)) - \text{Re}(\omega_{n-1}(x))}{\left[ m \cdot A_n(mx) + \frac{n}{x} \right] \cdot \omega_n(x) - \omega_{n-1}(x)},$$

где  $A_n(mx)$  – множители, которые определяются через функции Бесселя комплексного аргумента,  $\omega_n(x)$  – круговые функции, которые в данном случае имеют действительный аргумент и совпадают с функциями Рикати – Бесселя [8]. Определим данные функции также с использованием рекуррентных соотношений:

$$\omega_n(x) = \frac{2n-1}{x} \omega_{n-1}(x) - \omega_{n-2}(x)$$

$$\omega_0(x) = \sin x - i \cos x$$

$$\omega_{-1}(x) = \cos x - i \sin x$$

$$A_n(mx) = -\frac{n}{y} + \left[ \frac{n}{y} - A_{n-1}(mx) \right]^{-1}$$

$$A_0(mx) = \frac{\sin p \cdot \cos p + i \cdot \text{sh}(q) \cdot \text{ch}(q)}{\sin^2 p + \text{sh}^2 q}$$

$$p = \text{Re}(m) \cdot x$$

$$q = \text{Im}(m) \cdot x$$

На рис. 3, 4 представлены диаграмма рассеяния для проводящей и диэлектрической частицы. При малых значениях  $x$  график рассеяния начинает приближаться по форме к Рэллеевскому рассеянию.

Представленные графики показывают, что малых размерах частицы, когда она не полностью перекрывает световой поток от источника излучения существует часть излучения, проходящая в прямом направлении и боковом направлении. Анализ источников [4-10] показал, что более эффективную систему измерения можно построить по принципу контроля появления не прямого, а бокового рассеяния (рис. 5).

Принцип работы датчика, представленного на рис. 5, следующий: частица, пролетая через первую оптическую завесу, распределяет световую энергию лазера во все стороны. При этом с точки зрения получения измерительной информации представляет интерес та часть оптического потока, которая поступает на светодиоды  $D1$  и  $D2$  и в сумме равна  $\Phi$ . При этом световой поток, поступающий на фотодиод  $D1$ , обозначается как  $\Phi_1$ , а световой поток попадающий на фотодиод  $D2$  – как  $\Phi_2$ .

В отсутствии частицы, сигнал с  $D2$  равен 0 и смещение обусловлено только шумами диода. На  $D1$  поступает световой поток  $\Phi$ . При появлении частицы по направлению  $N2$  распространится световой поток, который вызовет появления сигнала на  $D2$ , пропорционального потоку  $\Phi_2$ .

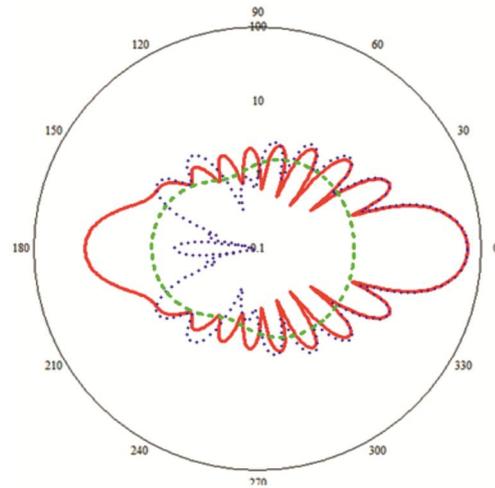


Рис. 3. Рассеяние в полярной системе координат для частицы сделанной из железа ( $m = 1,28-1,37i$ ) в зависимости от  $x$ : красная линия  $-x = 100$ , синяя линия  $x = 10$ , зеленая линия  $-x = 1$

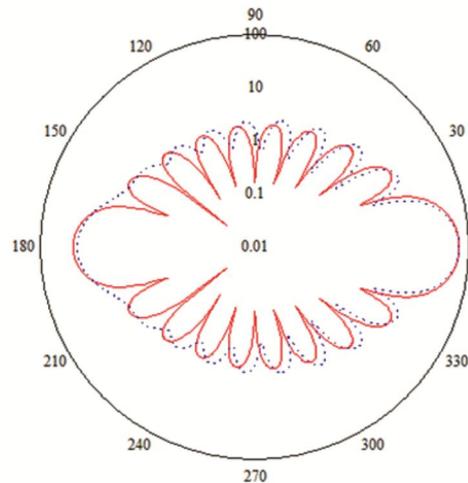


Рис. 4. Рассеяние в полярной системе координат для частицы сделанной из железа (синяя линия) и из диэлектрического материала с  $m = 5$  при  $x = 100$

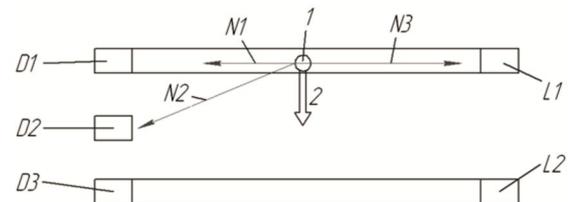


Рис. 5. Конструкция измерительного тракта системы измерения скорости микрочастицы:  $D1, D2, D3$  – фотодиоды;  $N1, N2, N3$  – направления распространения световой энергии;  $L1, L2$  – лазеры

Тогда световой поток, поступающий на  $D1$ , изменится на величину:

$$\Delta\Phi_1 = \Phi - \Phi_1 = \Phi(1 - k_1),$$

а световой поток, поступающий на  $D2$ , изменится на величину:

$$\Delta\Phi_2 = \Phi_2 = \Phi \cdot k_2.$$

Если информацию о световых потоках с этих двух датчиков обрабатывать совместно, то можно компенсировать шумы на фотодиодах и повысить уровень измеряемого изменения светового потока:

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2 = \Phi(1 - k_1 - k_2).$$

Коэффициенты  $k_1, k_2$  вычисляются с использованием теории Ми о рассеянии света на малых частицах с учетом телесных углов и габаритов фотодатчика.

Дальнейшей модификацией системы измерения является введение дополнительных каналов измерения распределения оптического потока, что позволяет повысить информативность получаемых данных.

На рис. 6 представлена конструкция системы измерения скорости микрочастицы с дополнительным измерительным каналом.

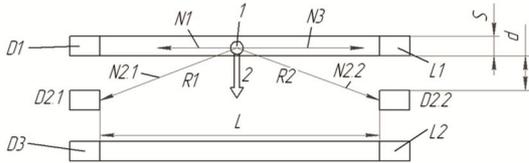


Рис. 6. Конструкция системы измерения скорости микрочастицы с дополнительным каналом:

$D1, D2.1, D2.2, D3$  – фотодиоды (фотодиодные линейки);  $N1, N2.1, N2.2, N3$  – направления распространения световой энергии;  $L1, L2$  – лазеры

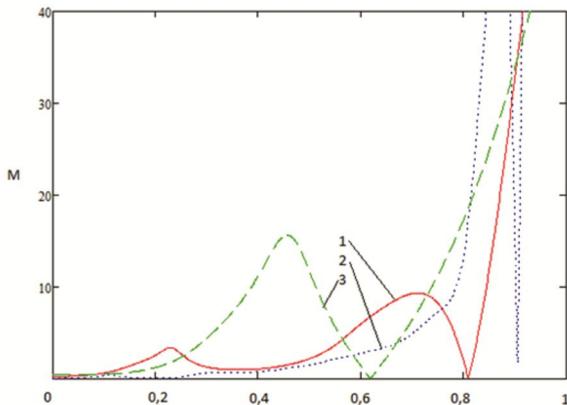


Рис. 7. График зависимости  $M$  от  $\gamma = L_\gamma / L$ , где  $L_\gamma$  – места пролета: 1 –  $d = 10$  мм; 2 –  $d = 5$  мм; 3 –  $d = 20$  мм

Фотодиоды  $D2.1$  и  $D2.2$  расположены на расстояниях  $R1$  и  $R2$  соответственно. Использование дополнительной фотодиодной линейки позволяет измерять координату пролета.

Мощность светового излучения  $\Phi_1, \Phi_2$  на расстоянии  $R$  от частицы рассеяния обратно пропорциональна квадрату расстояния, тогда получим.

$$\Phi_1 = \Phi \cdot S^2(\theta_1) \cdot 1/R_1^2 \cdot \alpha, \quad \Phi_2 = \Phi \cdot S^2(\theta_2) \cdot 1/R_2^2 \cdot \beta,$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – некоторые коэффициенты, связанные с функцией преобразования фотодиода, для простоты анализа можно предположить, что они равны, либо они могут быть заранее измерены.

Введем величину  $M$ , которая не будет зависеть от мощности источника излучения:

$$M = \Phi_1 / \Phi_2 = \frac{S^2(\theta_1)}{S^2(\theta_2)} \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2},$$

$$R_1 = \sqrt{d^2 + (L_1)^2}, \quad R_2 = \sqrt{d^2 + (L - L_1)^2},$$

$$\theta_1 = 180^\circ - \arccos\left(\frac{d}{R_1}\right), \quad \theta_2 = \arccos\left(\frac{d}{R_2}\right).$$

На рис. 7 представлены графики зависимости  $M$  при различных координатах влета частицы при разных расстояниях размещения фотодиодов относительно лазера.

## Заключение

Анализ полученных графиков показал, что для того, чтобы фиксировать место пролета микрочастицы световой завесы, необходимо за ней ставить систему фотодиодов (линейку или матрицу).

В качестве критерия оценки места пролета предлагается использовать безразмерную величину  $M$ , которая не зависит от мощности лазера и в идеале позволяет компенсировать шумы и погрешности, которые связаны с фотодиодами.

Помимо информации о месте пролета, появляется возможность получения информации о размере и материале частице, так как индикатриса рассеяния для частиц из разных материалов и форм будет обладать своей уникальной сигнатурой.

Особенностью представленного метода является взаимосвязь точности системы с расчетом относительно большого количества индикатрис, а также учет того, что форма частицы считается круглой. С ростом количества индикатрис соответственно должна возрастать мощность лазерного излучения, достаточная для срабатывания фотодиодов. Это требует для его практического применения использовать современную элементную базу и вычислительные алгоритмы, позволяющие существенно повысить точность системы при ее незначительном усложнении.

## Литература

1. Воронов К.Е., Григорьев Д.П., Телегин А.М. Обзор аппаратных средств для регистрации ударов частиц о поверхность космического аппарата (обзор). Успехи прикладной физики. 2021. Т. 9. № 3. С. 245-265.
2. Kalaev M.P., Telegin A.M., Voronov K.E. etc. Investigation of optical glass characteristics under the influence of space factors. Computer Optics 2019, vol. 43, no. 5, pp. 803-809
3. José M. Sánchez-Pena, Marcos C., María Y. Fernández, Zaera R. Cost-effective optoelectronic system to measure the projectile velocity in high-velocity impact testing of aircraft and spacecraft structural elements. Optical Engineering. 2007, vol. 46, no. 5. Art. № 051014.
4. Glasse B., Zerwas A., Guardani R. and Fritsching U. Refractive indices of metal working fluid emulsion components. Meas. Sci. Technol. 2014, vol. 25. Art. № 035205.
5. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами: Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 664 с.
6. Г. Ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. Издательство иностранной литературы 1961 г.
7. Сапронов М.В., Скорнякова Н.М. Моделирование индикатрис рассеяния лазерного излучения малыми сферическими поглощающими частицами. Материал конференции: «Труды Международной конференции по компьютерной графике и зрению «Графикон». 2019. С. 99-103.
8. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами / Пер. с англ.: Под ред. К.Н. Кондратьева. М.: Мир. 1971. 165 с.
9. Weiner, M. Rust and Donnelly T.D. Particle size determination: An undergraduate lab in Mie scattering. Am. J. Phys. 2001, vol. 69, no. 129.
10. Peltoniemi J., Zubko N., Virkki A., Gritsevich M., Moilanen J., Roulet J., Nguyen D., Mitev V., Putzar R., Watson E., Schimmerohn M., Penttila A., Muinonen K., Millinger M. Light scattering model for small space debris particles. Advances in Space Research. 2022, vol. 70, pp. 2961-2975.