ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал
№ 4/2022

Издается с 1999 года
Выходит четыре раза в год

Адрес редакции:
г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8
Научный центр МТУСИ
Тел.: (+7) 903-201-53-33
E-mail: rntores@mail.ru
vityazev.v.v@rsreu.ru
http://www.dspa.ru

Издатель:
Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
Компьютерная верстка: И.А. Благодарова
Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 19.01.23 г.
Формат 60x90/8.
Гарнитура «Arial». Печать офсетная.
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 200 экз.

Заказ № 0202. Отпечатано в
ООО НПЦ «Информационные технологии»
Рязань, ул. Островского, д. 21/1
тел.: (4912) 98-69-84

Издание зарегистрировано в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488
от 14.01.2000 г.

УЧРЕДИТЕЛИ:

АО «Инструментальные системы»

ФГУП «НИИ радио»

ООО «Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова»

В НОМЕРЕ:

Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В.
Перекрестная комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов 3

Джиган В.И.
Частично адаптивная прямоугольная антенная решетка с суммированием сигналов антенн по строкам и по столбцам 13

Быховский М.А.
Структура многомерных ансамблей сигналов и методы их оптимального приема 22

Кузьмин Е.В.
Анализ частотных характеристик процедур корреляционной обработки при произвольных и фазоманипулированных опорных сигналах 34

Паршин Ю.Н., Паршин А.Ю., Грачев М.В.
Таксономический анализ энергоэффективной системы передачи информации IOT 45

Клочко В.К., Ву Ба Хунг
Обнаружение подвижных источников системой радиоприемников 50

Заикин А.А., Миннуллина Р.А.
Анализ и классификация эхометрического сигнала в задаче определения жидкости в нефтедобывающих скважинах 56

Васильев С.В., Жигулина И.В., Дербуш Д.А.
Фазоэнергетические функции видеопоследовательности с движущимся объектом прямоугольной формы 65

Витязева Т.А.
Методы многоскоростной обработки сигналов в задачах анализа вариабельности сердечного ритма 72

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в перечень ведущих рецензируемых научных изданий, в которых по рекомендации минобрнауки РФ, должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук

Подписной индекс по каталогу
ОАО «Роспечать» – **82185**

Digital Signal Processing

Science & Technical Magazine
Issue 4, 2022 year

Is published quarterly since 1999

THE EDITOR-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor, Corresponding Member of Russian Academy of Sciences U.N. Zubarev

DEPUTY EDITORS-IN-CHIEF:

Dr.Sci. (Tech.), Professor V.V. Vityazev,
Dr. Sci (Tech), Professor
Corresponding Member of RAS A.V. Dvorkovich

Editorial office address:

Aviamotornaya, 8, Moscow, Russia
Research Center of MTUCI
Phone: (+7) 903-201-53-33
E-mail: rntores@mail.ru,
vityazev.v.v@rsreu.ru
Web: http://www.dspa.ru

Publisher:

Russian A.S. Popov Society for Radioengineering, Electronics & Communications

Computer makeup:

I.A. Blagodarova

FOUNDERS:
InSys
Radio Research and Development Institute

CONTENTS:

Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V.
Crossed complex-conjucated symmetry coefficients of the two-dimensional discrete Fourier transform with variable parameters of real signals ... 3

Djigan V.I.
Partially Adaptive Rectangular Antenna Arrays with Combination of Row and Column Antenna Signals ... 13

Bykhovskiy M.A.
Multidimensional signal ensembles, their structure and methods of optimal reception ... 22

Kuzmin E.V.
Analysis of the frequency responses of the correlation processing procedures for arbitrary and phase shift keying reference signals ... 34

Parshin Yu. N., Parshin A.Yu., Grachev M.V.
Taxonomical analysis of energy efficient IOT information transmission system ... 45

Klochko V.K., Hung Vu Ba
Mobile sources detection by a receiver system ... 50

Zaikin A.A., Minnullina R.A.
Analysis and classification of an echometric signal for fluid level detection in oil-producing wells ... 56

Vasilyev S.V., Zhigulina I.V., Derbush D.A.
Phase-energy functions of a video sequence with a rectangular moving object ... 65

Vityazeva T.A.
Methods of multi-speed signal processing in the problems of analysis of heart rate variability ... 72

Subscription index: 82185 ("Rospechat")
ISSN: 1684-2634 9 771684 263005

УДК 621.372

ПЕРЕКРЕСТНАЯ КОМПЛЕКСНО-СОПРЯЖЕННАЯ СИММЕТРИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДВУМЕРНОГО ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ С ВАРЬИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Пономарева О.В., *д.т.н., профессор Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова, e-mail: ponva@mail.ru;*
Пономарев А.В., *к.э.н., доцент Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова, e-mail: palexizh@gmail.com;*
Пономарева Н.В., *к.т.н., доцент Севастопольского государственного университета, e-mail: yolkanv@gmail.com*

CROSSED COMPLEX-CONJUCATED SYMMETRY COEFFICIENTS OF THE TWO-DIMENSIONAL DISCRETE FOURIER TRANSFORM WITH VARIABLE PARAMETERS OF REAL SIGNALS

Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V.

In many areas of scientific research, the methods and algorithms of digital Fourier processing have applications in solving a wide range of practical problems. The methods and algorithms of this group for processing complex and real discrete finite signals are based on one-dimensional, two-dimensional (generally multidimensional) discrete Fourier transform. The practice of applying the methods of digital Fourier processing of discrete finite signals based on discrete Fourier transforms has revealed both the advantages of these unitary transformations and their disadvantages, which manifest themselves in the form of a number of negative effects. These are, first of all, the picket fence effect, the aliasing effect and the leakage effect, as well as the scalloping effect. The paper considers two new discrete Fourier transforms that are a generalization of the classical discrete Fourier transforms: the parametric discrete Fourier transform (one-dimensional case) (DFT-P) and the discrete two-dimensional Fourier transform with variable parameters (two-dimensional case) (2D DFT-IP). These Fourier transforms, which are a development of the classical discrete Fourier transforms, make it possible to eliminate or significantly weaken the influence of the negative effects inherent in standard discrete Fourier transforms. Due to the wide distribution of real signals, in order to develop effective and efficient methods for the Fourier processing of this class of signals in new bases, the properties of the complex conjugate symmetry of the DFT-P and 2D DFT-IP coefficients are considered in the work. The concept of cross complex-conjugate symmetry of 2D DFT-WT coefficients of real signals is introduced. The properties of the cross complex conjugate symmetry of the 2D DFT-WT coefficients of real signals are confirmed by the results of mathematical modeling. Methods and algorithms for fast calculation of the discrete Fourier transform with variable parameters of real signals for various combinations of variable parameters have been developed.

Key words: real signal, parametric discrete Fourier transform, discrete two-dimensional Fourier transform with variable parameters, cross complex conjugate symmetry.

Во многих областях научных исследований методы и алгоритмы цифровой Фурье-обработки имеют приложения при решении большого круга практических задач. В основе методов и алгоритмов этой группы обработки комплексных и действительных дискретных финитных сигналов лежит одномерное, двумерное (в общем случае многомерное) дискретное преобразование Фурье. Практика применения методов цифровой Фурье-обработки дискретных финитных сигналов на основе дискретных преобразований Фурье выявила как преимущества этих унитарных преобразований, так и их недостатки, которые проявляются в виде ряда негативных эффектов. Это, прежде всего, эффекты частокола, наложения и утечки (picket fence effect, aliasing effect и leakage effect), а также гребешковый эффект (scalloping effect). В работе рассматривается два новых дискретных преобразования Фурье, являющихся обобщением классических дискретных преобразований Фурье: параметрическое дискретное преобразование Фурье (одномерный случай) (ДПФ-П) и дискретное двумерное преобразование Фурье с варьируемыми параметрами (двумерный случай) (2D ДПФ-ВП). Данные преобразования Фурье, являющиеся развитием классических дискретных преобразований Фурье, позволяют устранить или существенно ослабить влияние негативных эффектов, присущих стандартным дискретным преобразованиям Фурье. В силу широкого распространения действительных сигналов, с целью разработки эффективных и результативных методов Фурье-обработки этого класса сигналов в новых базисах, в работе рассмотрены свойства комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов ДПФ-П и 2D ДПФ-ВП. Введено понятие перекрестной комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов 2D ДПФ-ВП действительных сигналов. Свойства перекрестной комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов 2D ДПФ-ВП действительных сигналов подтверждены результатами математического моделирования. Разработаны методы и алгоритмы быстрого вычисления дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов при различных сочетаниях варьируемых параметров.

Ключевые слова: действительный сигнал, параметрическое дискретное преобразование Фурье, дискретное двумерное преобразование Фурье с варьируемыми параметрами, перекрестная комплексно-сопряженная симметрия.

Введение

Методы и алгоритмы цифровой Фурье-обработки, основанные на дискретном преобразовании Фурье (ДПФ), имеют самое широкое приложение при решении большого круга практических задач во многих областях научных исследований [1-38]. В научно-квалификационной работе одного из авторов [38] введено и исследовано параметрическое дискретное преобразование (ДПФ-П).

ДПФ-П является обобщением и развитием классического ДПФ и в матричной форме описывается следующим соотношением:

$$\mathbf{S}_{N,\theta} = \frac{1}{N}\mathbf{F}_{N,\theta}\mathbf{X}_N\ ;\ 0 \le \theta < 1; \qquad (1)$$

где $\mathbf{X}_N = [\ x(0), x(1),..., x((N-1)\ ]^T$ – представление дискретного сигнала $x(n),\ \ n = \overline{0, N-1}$, в виде вектора N -мерного линейного пространства; T – символ транспонирования;

$\mathbf{S}_{N,\theta} = \left[S_{N,\theta}(0), S_{N,\theta}(1),..., S_{N,\theta}(N-1)\right]^T$ – вектор коэффициентов разложения $\mathbf{X}_N$ по системе параметрических дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ – П), задаваемой матрицей $\mathbf{F}_{N,\theta}$:

$$\mathbf{F}_{N,\theta} = \tag{2}$$

$$= \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & . \ . & (N-1) & n \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ . \\ . \\ (N-1)_k \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^{\theta} & . \ . & W_N^{\theta(N-1)} \\ . & . & . \ . & . \\ . & . & . \ . & . \\ 1 & W_N^{(N-1+\theta)} & & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)} \end{bmatrix} \end{array};$$

$$W_N = \exp\left[-j\frac{2\pi}{N}\right];\ \theta \text{ – параметр.} \tag{3}$$

При значении параметра θ равного нулю ДПФ-П тождественен ДПФ.

Как известно одномерные финитные дискретные сигналы (1D ФД сигналы) $x(n),\ \ n = \overline{0, N-1}$, делятся на два больших класса: класс действительных 1D ФД сигналов и класс комплексных 1D ФД сигналов[1].

Практика вычисления ДПФ действительных 1D ФД сигналов выявила свойство комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов Фурье этого класса сигналов:

$$S_N(k) = S_N^*(N-k),\ \ k = \overline{1, N/2-1}. \tag{4}$$

Известен метод [10] применения комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов Фурье действительных 1D ФД сигналов, для сокращения примерно в два раза вычислительных затрат и затрат памяти. Метод заключается в следующем: из четных и нечетных отсчетов действительного 1D ФД сигнала формируется комплексный 1D ФД сигнал, ДПФ которого позволяет найти (за счет симметрии спектра действительного 1D ФД сигнала) спектр действительного 1D ФД сигнала на положительных частотах.

Перекрестная комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов Фурье параметрического дискретного преобразования Фурье действительных сигналов

Комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов Фурье ДПФ-П, т. е значений вектора $\mathbf{S}_{N,\theta}$ (1), действительных $\mathbf{X}_N$, также подробно исследована в работе [38]. Доказано, что при значении параметра $\theta \neq 1/2$ элементы вектора $\mathbf{S}_{N,\theta}$ действительных 1D ФД сигналов обладают важным свойством, названое автором ДПФ-П свойством перекрестной комплексно-соп-ряженной симметрии:

$$S_N(k,\ \theta) = S_N^*((N-1-k),\ 1-\theta);$$

$$S_N(k,\ 1-\theta) = S_N^*((N-1-k),\ \theta);\ k = \overline{0, N/2-1}. \tag{5}$$

Это свойство элементов вектора $\mathbf{S}_{N,\theta}$ при четных N иллюстрируется для некоторого случайного сигнала $x(n),\ \ n = \overline{0,7}$ рис. 1.

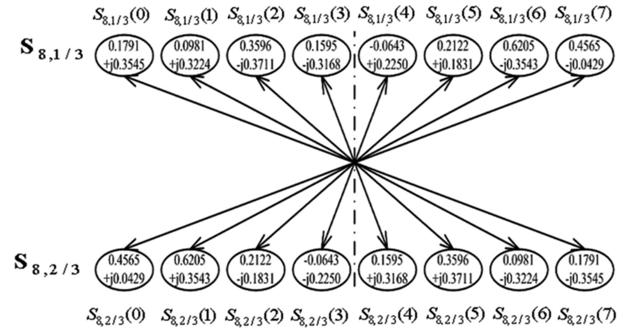


Рис. 1. Перекрестная комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов ДПФ-П действительных 1D сигналов при $\theta \neq 1/2$

Свойство перекрестной комплексно-сопряженной симметрии элементов вектора $\mathbf{S}_{N,\theta}$ действительных 1D сигналов позволяет при четных N, $\theta \notin 1/2$ вычислив $\mathbf{S}_{N,\theta}$ действительного вектора $\mathbf{X}_N$, найти одновременно два спектра: $\mathbf{S}_{N,\theta}$ и $\mathbf{S}_{N,1-\theta}$:

– на положительных частотах вектора $\mathbf{S}_{N,\theta}$ – спектр ДПФ-П $\mathbf{S}_{N,\theta}$ при значении параметра θ, на частотах: $k = \overline{0, N/2-1}$;

– на отрицательных частотах вектора $\mathbf{S}_{N,\theta}$ – спектр ДПФ-П $\mathbf{S}_{N,1-\theta}$ при значении параметра $1-\theta$ на частотах: $k = \overline{0, N/2-1}$.

Исследования аналитических свойств ДПФ-П показали, что при четных N, $\theta = 1/2$, все коэффициенты ДПФ-П действительных 1D сигналов обладают свойством комплексно-сопряженной симметрии:

$$S_N(k,\ 1/2) = S_N^*((N-1-k),\ 1/2);\ k = \overline{0, N/2-1}. \tag{6}$$

В работе [38] на основе свойства (6) предложен метод и алгоритм вычисления ДПФ-П, который позволяет сократить вычислительные затраты и затраты памяти в два раза.

Алгоритм ДПФ-П на основе комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов ДПФ-П при четных N, $\theta = 1/2$, состоит из следующих этапов:

– формируется комплексный вектор $\mathbf{Y}_{N/2} = [y(0), y(1),..., y(N/2-1)]^T$ из действительного вектора $\mathbf{X}_N = [\ x(0), x(1),..., x((N-1)\ ]^T$ (1). Элементы вектора $\mathbf{Y}_{N/2}$ формируются из элементов вектора $\mathbf{X}_N$ согласно соотношениям:

[1] **Отметим, что** ДПФ и алгоритмы быстрого их вычисления – **алгоритмы БПФ** ориентированы на комплексные 1D ФД сигналы, в то время как многие 1D ФД сигналы являются принципиально действительными 1D ФД сигналами.

$$y(n) = [\ x(n) + jx(n + N/2)\ ]; \tag{7}$$

или

$$y(n) = [\ x(n) - jx(n + N/2)\ ]; \tag{8}$$

– выполняется ДПФ-П (1) вектора $\mathbf{Y}_{N/2}$ при значении параметра $\theta = 3/4$, если формирование элементов вектора $\mathbf{Y}_{N/2}$ проводилось согласно соотношению (7), или выполняется ДПФ-П (1) вектора $\mathbf{Y}_{N/2}$ при значении параметра $\theta = 1/4$, если формирование элементов вектора $\mathbf{Y}_{N/2}$ проводилось согласно соотношению (8);

– из вектора $\mathbf{Y}_{N/2}$ формируется вектор $\mathbf{Y}_N$ на положительных частотах согласно соотношениям (6, 7) или (6, 8).

По мере развития науки и техники, совершенствования методов цифровых информационных технологий, расширения спектра их приложений происходит переход от одномерных к двумерным методам Фурье-обработки. Как известно, основой двумерных методов Фурье-обработки является двумерное дискретное преобразовании Фурье (2D ДПФ) [1]. В работе [19] в цифровую обработку сигналов (ЦОС) введено новое преобразование Фурье, названное автором двумерным дискретным преобразованием Фурье с варьируемыми параметрами (2D ДПФ-ВП).

Дискретное преобразование Фурье с варьируемыми параметрами

2D ДПФ-ВП может рассматриваться с трех точек зрения. С одной стороны, как обобщение ДПФ-П на двумерный случай обработки ФД сигналов. С другой стороны, 2D ДПФ-ВП можно рассматривать также и как обобщение стандартного 2D ДПФ, поскольку 2D ДПФ-ВП при нулевых значениях параметров тождественно 2D ДПФ. И наконец, ДПФ-П можно рассматривать и как частный случай 2D ДПФ-ВП. Действительно, при отсутствии второй пространственной переменной и второго параметра в 2D ДПФ-ВП, это преобразование может рассматриваться как одномерное ДПФ с варьируемым параметром – 1D ДПФ-ВП.

Матричная форма 2D ДПФ-ВП задается следующими соотношениями:

$$\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} = \frac{1}{N_1 \cdot N_2}\mathbf{F}^{k_1,k_2}_{N_2\times N_1,\theta_1,\theta_2} \cdot \mathbf{X}_{N_1\times N_2}; \tag{9}$$

где $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ – двумерный сигнал:

$$\mathbf{X}_{N_1\times N_2} = \tag{10}$$

$$= \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & . & . & (N_2-1) \end{array} \quad n_2 \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ . \\ . \\ (N_1-1) \\ n_1 \end{array} & \begin{bmatrix} x(0,0) & x(0,1) & . & . & x(0,N_2-1) \\ x(1,0) & x(1,1) & . & . & x(1,N_2-1) \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ x(N_1-1,0) & x(N_1-1,1) & . & . & x(N_1-1,N_2-1) \end{bmatrix} \end{array};$$

$\mathbf{F}^{k_1,k_2}_{N_2\times N_1,\theta_1,\theta_2}$ – матрица двумерных дискретных экспоненциальных функций с варьируемыми параметрами:

$$\mathbf{F}^{k_1,k_2}_{N_2\times N_1,\theta_1,\theta_2} = \tag{11}$$

$$= \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & . & . & (N_1-1) \end{array} \quad k_1 \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ . \\ . \\ (N_2-1) \\ k_2 \end{array} & \begin{bmatrix} \mathbf{W}^{0\cdot 0}_{N_1,N_2,\theta_1,\theta_2} & \mathbf{W}^{0\cdot 1}_{N_1,N_2,\theta_1,\theta_2} & . & . & \mathbf{W}^{0\cdot(N_1-1)}_{N_1,N_2,\theta_2,\theta_2} \\ \mathbf{W}^{1\cdot 0}_{N_1,N_2,\theta_2,\theta_2} & \mathbf{W}^{1\cdot 1}_{N_1,N_2,\theta_1,\theta_2} & . & . & \mathbf{W}^{1\cdot(N_1-1)}_{N_1,N_2,\theta_1,\theta_2} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \mathbf{W}^{(N_2-1)\cdot 0}_{N_1,N_2,\theta_1,\theta_2} & \mathbf{W}^{(N_2-1)\cdot 1}_{N_1,N_2,\theta_1,\theta_2} & . & . & \mathbf{W}^{(N_2-1)\cdot(N_1-1)}_{N_1,N_2,\theta_1,\theta_2} \end{bmatrix} \end{array};$$

$\mathbf{W}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2}$ – двумерные дискретные экспоненциальные функции с варьируемыми параметрами (2D ДЭФ-ВП):

$$\mathbf{W}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & . & (N_2-1) \end{array} \quad n_2 \\ \begin{array}{c} 0 \\ . \\ (N_1-1) \\ n_1 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1\cdot W_{N_2}^{(k_2+\theta_2)} & . & . & 1\cdot W_{N_2}^{(k_2+\theta_2)(N_2-1)} \\ . & . & . & . & . \\ 1 & W_{N_1}^{(k_1+\theta_1)(N_1-1)}\cdot W_{N_2}^{(k_2+\theta)} & . & . & W_{N_1}^{(k_1+\theta_1)(N_1-1)}\cdot W_{N_2}^{(k_2+\theta_2)(N_2-1)} \end{bmatrix} \end{array}; \tag{12}$$

где $W_{N_1}^{(k_1+\theta_1)n_1} \cdot W_{N_2}^{(k_2+\theta_2)n_2} = \exp\left[-j\frac{2\pi}{N_1}(k_1+\theta_1)n_1\right] \cdot \exp\left[-j\frac{2\pi}{N_2}(k_2+\theta_2)n_2\right];$ (13)

$\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2}$ – матрица коэффициентов разложения двумерного сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ по системе 2D ДЭФ-ВП, задаваемых матрицей $\mathbf{F}^{k_1,k_2}_{N_2\times N_1,\theta_1,\theta_2}$:

$$\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & . & . & (N_2-1) \end{array} \quad k_2 \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ . \\ . \\ (N_1-1) \\ k_1 \end{array} & \begin{bmatrix} S^{(0,0)}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} & S^{(0,1)}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} & . & . & S^{(0,(N_2-1))}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} \\ S^{(1,0)}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} & S^{(1,1)}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} & . & . & S^{(1,(N_2-1))}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ S^{((N_1-1),0)}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} & S^{((N_1-1),1)}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} & . & . & S^{((N_1-1),(N_2-1))}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} \end{bmatrix} \end{array}. \tag{14}$$

Цель работы: исследование перекрестной комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов, разработка для действительных сигналов быстрых методов и алгоритмов вычисления данного унитарного дискретного преобразования.

Комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье

Практика вычисления 2D ДПФ финитных действительных 2D сигналов выявила при нулевых значениях параметров θ_1 и θ_2 свойство комплексно-сопряженной симметрии значений элементов матрицы $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2}$ (14), являющимися коэффициентами разложения действительного двумерного сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ по системе 2D ДЭФ, задаваемой матрицей $\mathbf{F}^{k_1,k_2}_{N_2\times N_1,\theta_1,\theta_2}$ (11) при нулевых значениях параметров θ_1 и θ_2.

Если изобразить комплексно-сопряженную симметрию комплексных чисел условно в виде стрелок, то комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов 2D ДПФ действительного двумерного сигнала $x(n_1,n_2)$; $n_1=\overline{0,N_1-1}$; $n_2=\overline{0,N_2-1}$ может быть в общем виде проиллюстрирована рис. 2.

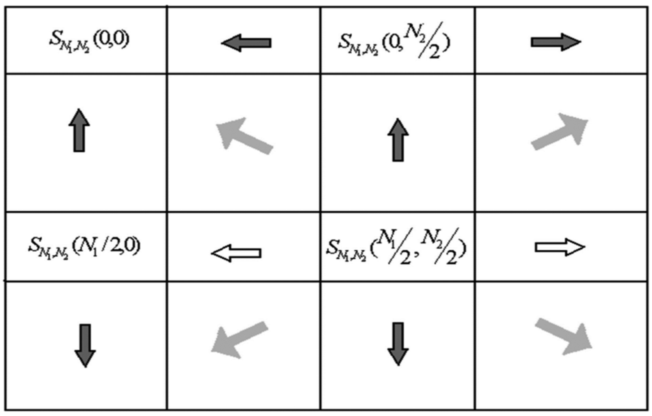


Рис. 2. Комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье действительного двумерного сигнала

Перекрестная комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительного сигнала

Пусть задан 2D действительный сигнал $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$, (10) 2D ДПФ-ВП которого определим согласно соотношению (9) при следующих значениях параметров $\theta_1=1/r_1$, $2/r_1,...,(r_1-1)/r_1$; $\theta_2=1/r_2,2/r_2,...,(r_2-1)/r_2$; $r_1=\overline{3,4,...}$; $r_2=\overline{3,4,...}$. Матрица сочетаний параметров 2D ДПФ-ВП 2D сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ $\Re$ имеет вид:

$$\Re = \tag{15}$$

$$= \begin{array}{c} \\ 1/r_1 \\ 2/r_1 \\ . \\ . \\ (r_1-1)/r_1 \\ \theta_1 \end{array} \begin{bmatrix} 1/r_2 & .. & (r_2-1)/r_2 \\ (1/r_2,1/r_2) & .. & (1/r_1,(r_2-1)/r_2) \\ (2/r_1,1/r_2) & .. & (2/r_1,(r_2-1)/r_2) \\ . & .. & . \\ . & .. & . \\ ((r_1-1)/r_1,1/r_2) & .. & ((r_1-1)/r_1,(r_2-1)/r_2) \\ & & \end{bmatrix}^{\theta_2} .$$

Несложно видеть, что при выборе для значений r_1 и r_2 четных чисел, на $r_1/2$ и $r_2/2$ шагах изменений параметров θ_1 и θ_2 параметры достигнут значений $\theta_1=1/2$ и $\theta_2=1/2$.

Для 2D действительного сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ матрица (14) при значениях параметров $\theta_1=1/2$ и $\theta_2=1/2$ примет следующий вид:

$$\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} = \tag{16}$$

$$= \begin{array}{c|ccccc} & 0 & 1 & . & (N_2-2) & (N_2-1) \quad k_2 \\ \hline 0 & S^{(0,0)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & S^{(0,1)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & . & S^{(0,(N_2-2))}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & S^{(0,(N_2-1))}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} \\ 1 & S^{(1,0)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & S^{(1,1)}_{N_1\times N_2,1/,1/2} & . & S^{(1,(N_2-2))}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & S^{(1,(N_2-1))}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} \\ . & . & . & . & . & . \\ (N_1-2) & S^{*(1,(N_2-1))}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & S^{*(1,N_2-1))}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & . & S^{*(0,1)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & S^{*(1,0)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} \\ (N_1-1) & S^{*(0,(N_2-1)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & S^{*(0,(N_2-1)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} & . & S^{*}_{N_1\times N_2,!/2,1/2} & S^{*(0,0)}_{N_1\times N_2,1/2,1/2} \\ k_1 & & & & & \end{array} .$$

Метод сокращения вычислительных затрат и затрат памяти при вычислении 2D ДПФ-ВП финитных действительных сигналов при значениях параметров $\theta_1=1/2$ и $\theta_2=1/2$, будет рассмотрен позднее.

Метод быстрого вычисления двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов при значении параметров $\theta_1\neq 1/2$ и $\theta_2\neq 1/2$

Из матрицы сочетаний параметров 2D ДПФ-ВП (15) непосредственно следует, что число преобразований 2D ДПФ-ВП при выборе r_1 и r_2 в виде четных чисел, равно $m_1=[(r_1-1)\cdot(r_2-1)-1]$, а при выборе r_1 и r_2 в виде нечетных чисел, равно $m_2=[(r_1-1)\cdot(r_2-1)]$.

Системный анализ структуры матрицы 2D ДПФ-ВП 2D сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ для сочетаний параметров θ_1 и θ_2, описываемой матрицей (15), с учетом значений m_1 и m_2, показал, что перекрестная комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами в общем виде может быть описана при значении параметров $\theta_1\neq 1/2$ и $\theta_2\neq 1/2$ следующим соотношением:

$$\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2} = \mathbf{S}^{*(N_1-1-k_1),(N_2-1-k_2)}_{N_1\times N_2,(1-\theta_1),(1-\theta_2)} . \tag{17}$$

Справедливость соотношения (17) проиллюстрируем результатами математического моделирования.

Пусть задан 2D действительный сигнал $\mathbf{X}_{8\times 8}$ (табл. 1).

Табл. 1. действительный сигнал $\mathbf{X}_{8\times 8}$

2,021	0,502	-1,998	0,272	0,337	0,138	-1,611	-1,007
1,254	0,786	1,121	0,828	-0,555	-0,569	0,588	0,049
1,405	1,178	-1,114	0,247	-0,817	-1,267	-1,805	-0,702
0,100	-0,067	-0,913	1,627	-0,676	-1,237	0,106	-0,372
1,669	0,192	2,072	-0,312	0,253	-1,055	0,636	0,273
1,727	-1,884	0,769	-2,643	-0,943	-0,916	2,471	1,857
1,130	-1,917	0,410	-0,040	0,692	0,327	-1,926	-0,318
2,261	-1,380	-0,041	-0,672	-2,276	-0,656	0,832	-0,774

Находим 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times 8}$ при $(\theta_1 = 1/4, \theta_2 = 1/4)$ (табл. 2).

Табл. 2. 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times 8}$, $(\theta_1 = 1/4, \theta_2 = 1/4)$

0,008 +0,007i	0,003 -0,013i	0,017 -0,003i	0,009 -0,011i	0,003 -0,014i	0,006 -0,007i	0,004 -0,002i	0,009 -0,009i
0,004 +0,003i	0,000 +0,009i	0,000 -0,003i	-0,002 +0,002i	0,01 +0,011i	0,006 -0,01i	0,007 -0,005i	0,007 -0,01i
-0,004 -0,004i	-0,005 -0,008i	0,004 +0,004i	0,006 -0,003i	-0,005 -0,007i	0,007 +0,000i	0,012 +0,004i	0,002 +0,003i
-0,011 +0,005i	0,011 +0,008i	0,005 +0,000i	0,000 -0,001i	0,001 +0,003i	0,006 +0,004i	0,002 +0,006i	0,003 -0,003i
0,001 +0,002i	-0,004 +0,012i	-0,003 -0,011i	0,005 -0,002i	0,001 +0,006i	-0,003 +0,008i	0,005 -0,009i	0,016 +0,003i
-0,002 +0,008i	-0,008 +0,002i	0,003 -0,007i	0,002 -0,002i	-0,006 +0,006i	0,001 +0,005i	0,008 -0,01i	-0,009 +0,005i
0,004 -0,006i	0,005 +0,003i	0,002 +0,000i	-0,005 +0,012i	0,005 +0,001i	-0,001 +0,001i	0,001 +0,006i	-0,003 +0,000i
0,003 +0,006i	0,000 +0,000i	0,001 -0,004i	-0,002 -0,014i	-0,014 +0,004i	-0,007 +0,008i	0,007 -0,004i	0,001 +0,014i

Находим 2D ДПФ-ВП 2D действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times 8}$ при $(\theta_1 = 3/4, \theta_2 = 3/4)$ (табл. 3).

Табл. 3. 2D ДПФ-ВП действительного сигнал $\mathbf{X}_{8\times 8}$, $(\theta_1 = 3/4, \theta_2 = 3/4)$

0,001 -0,014i	0,007 +0,004i	-0,007 -0,008i	-0,014 -0,004i	-0,002 +0,014i	0,001 +0,004i	0,000 +0,000i	0,003 -0,006i
-0,003 +0,000i	0,001 -0,006i	-0,001 -0,001i	0,005 -0,001i	-0,005 -0,012i	0,002 +0,000i	0,005 -0,003i	0,004 +0,006i
-0,009 -0,005i	0,008 +0,010i	0,001 -0,005i	-0,006 -0,006i	0,002 +0,002i	0,003 +0,007i	-0,008 -0,002i	-0,002 -0,008i
0,016 -0,003i	0,005 +0,009i	-0,003 -0,008i	0,001 -0,006i	0,005 +0,002i	-0,003 +0,011i	-0,004 -0,012i	0,001 -0,002i
0,003 +0,003i	0,002 -0,006i	0,006 -0,004i	0,001 -0,003i	0,000 +0,001i	0,005 +0,000i	0,011 -0,008i	-0,011 -0,005i
0,002 -0,003i	0,012 -0,004i	0,007 +0,000i	-0,005 +0,007i	0,006 +0,003i	0,004 -0,004i	-0,005 +0,008i	-0,004 +0,004i
0,007 +0,010i	0,007 +0,005i	0,006 +0,010i	0,010 -0,011i	-0,002 -0,002i	0,000 +0,003i	0,000 -0,009i	0,004 -0,003i
0,009 +0,009i	0,004 +0,002i	0,006 +0,007i	0,003 +0,014i	0,009 +0,011i	0,017 +0,003i	0,003 +0,013i	0,008 -0,007i

Находим 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times 8}$ при $(\theta_1 = 1/2, \theta_2 = 1/4)$ (табл. 4).

Табл. 4. 2D ДПФ-ВП действительного сигнал $\mathbf{X}_{8\times 8}$, $(\theta_1 = 1/2, \theta_2 = 1/4)$

0,018 +0,003i	0,000 -0,005i	0,017 -0,009i	0,01 -0,011i	0,000 -0,01i	0,004 -0,009i	0,007 -0,002i	0,004 -0,01i
0,005 -0,004i	0,009 +0,006i	0,000 +0,000i	-0,001 +0,006i	0,016 +0,008i	0,002 -0,004i	0,004 -0,004i	-0,001 -0,012i
0,000 +0,001i	-0,009 +0,000i	0,005 +0,002i	0,004 -0,005i	-0,009 +0,000i	0,002 -0,003i	0,012 -0,006i	0,009 +0,000i
-0,008 +0,013i	0,01 +0,003i	0,005 +0,000i	-0,002 +0,001i	0,000 +0,004i	0,005 +0,001i	0,005 +0,005i	0,001 -0,004i
0,004 -0,002i	0,009 +0,013i	-0,009 -0,001i	0,000 -0,004i	0,003 +0,003i	0,004 +0,013i	-0,005 -0,003i	0,012 -0,009i
0,004 +0,006i	-0,003 +0,01i	-0,005 -0,005i	-0,002 -0,006i	-0,002 +0,007i	0,003 +0,006i	-0,001 -0,015i	-0,005 +0,005i
-0,004 -0,005i	0,003 -0,001i	-0,001 -0,003i	0,003 +0,012i	0,004 +0,000i	-0,001 +0,002i	0,004 +0,005i	-0,002 +0,006i
0,007 +0,004i	0,003 +0,002i	0,002 -0,003i	-0,01 -0,013i	-0,011 +0,007i	-0,005 +0,012i	-0,004 -0,008i	0,007 +0,008i

Находим 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times8}$ при $(\theta_1 = 1/2, \theta_2 = 3/4)$ (табл. 5).

Табл. 5. 2D ДПФ-ВП действительного сигнал $\mathbf{X}_{8\times8}$, $(\theta_1 = 1/2, \theta_2 = 3/4)$

0,007 -0,008i	-0,004 +0,008i	-0,005 -0,012i	-0,011 -0,007i	-0,01 +0,013i	0,002 +0,003i	0,003 -0,002i	0,007 -0,004i
-0,002 -0,006i	0,004 -0,005i	-0,001 -0,002i	0,004 +0,000i	0,003 -0,012i	-0,001 +0,003i	0,003 +0,001i	-0,004 +0,005i
-0,005 -0,005i	-0,001 +0,015i	0,003 -0,006i	-0,002 -0,007i	-0,002 +0,006i	-0,005 +0,005i	-0,003 -0,01i	0,004 -0,006i
0,012 +0,009i	-0,005 +0,003i	0,004 -0,013i	0,003 -0,003i	0,000 +0,004i	-0,009 +0,001i	0,009 -0,013i	0,004 +0,002i
0,001 +0,004i	0,005 -0,005i	0,005 -0,001i	0,000 -0,004i	-0,002 -0,001i	0,005 +0,000i	0,01 -0,003i	-0,008 -0,013i
0,009 +0,000i	0,012 +0,006i	0,002 +0,003i	-0,009 +0,000i	0,004 +0,005i	0,005 -0,002i	-0,009 +0,000i	0,000 -0,001i
-0,001 +0,012i	0,004 +0,004i	0,002 +0,004i	0,016 -0,008i	-0,001 -0,006i	0,000 +0,000i	0,009 -0,006i	0,005 +0,004i
0,004 +0,01i	0,007 +0,002i	0,004 +0,009i	0,000 +0,01i	0,01 +0,011i	0,017 +0,009i	0,000 +0,005i	0,018 -0,003i

Находим 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times8}$ при $(\theta_1 = 1/4, \theta_2 = 1/2)$ (табл. 6).

Табл. 6. 2D ДПФ-ВП действительного сигнал $\mathbf{X}_{8\times8}$, $(\theta_1 = 1/4\ \theta_2 = 1/2)$

0,009 +0,001i	-0,008 -0,011i	0,012 -0,013i	-0,001 -0,014i	-0,013 -0,008i	0,000 -0,001i	0,004 -0,001i	0,003 -0,003i
0,008 -0,001i	0,005 +0,005i	0,001 -0,003i	0,001 +0,002i	0,012 +0,000i	-0,005 -0,008i	0,002 -0,005i	-0,002 -0,01i
-0,004 -0,002i	-0,013 -0,001i	0,009 +0,000i	0,003 -0,006i	-0,009 -0,002i	0,002 -0,006i	0,013 -0,004i	0,003 +0,002i
-0,006 +0,011i	0,009 -0,006i	0,011 -0,001i	0,000 -0,001i	0,000 -0,001i	0,006 -0,004i	0,011 +0,007i	-0,001 -0,002i
-0,002 +0,003i	0,007 +0,009i	-0,004 -0,003i	0,004 -0,005i	0,003 +0,001i	0,004 +0,007i	0,003 -0,003i	0,014 -0,011i
0,002 +0,011i	-0,004 +0,01i	-0,002 -0,006i	0,003 -0,006i	-0,001 +0,009i	0,006 +0,005i	0,001 -0,011i	0,000 +0,008i
-0,005 -0,004i	0,005 +0,003i	0,003 +0,001i	0,01 +0,013i	0,006 -0,003i	0,001 +0,002i	0,006 +0,005i	-0,003 +0,003i
0,001 +0,003i	0,002 +0,004i	-0,002 +0,000i	-0,007 -0,002i	-0,006 +0,015i	0,001 +0,016i	0,005 -0,003i	0,011 +0,016i

Находим 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times8}$ при $(\theta_1 = 3/4, \theta_2 = 1/2)$ (табл. 7).

Табл. 7. 2D ДПФ-ВП действительного сигнал $\mathbf{X}_{8\times8}$, $(\theta_1 = 3/4\ \theta_2 = 1/2)$

0,011 -0,016i	0,005 +0,003i	0,001 -0,016i	-0,006 -0,015i	-0,007 +0,002i	-0,002 +0,000i	0,002 -0,004i	0,001 -0,003i
-0,003 -0,003i	0,006 -0,005i	0,001 -0,002i	0,006 +0,003i	0,010 -0,013i	0,003 -0,001i	0,005 -0,003i	-0,005 +0,004i
0,000 -0,008i	0,001 +0,011i	0,006 -0,005i	-0,001 -0,009i	0,003 +0,006i	-0,002 +0,006i	-0,004 -0,010i	0,002 -0,011i
0,014 +0,011i	0,003 +0,003i	0,004 -0,007i	0,003 -0,001i	0,004 +0,005i	-0,004 +0,003i	0,007 -0,009i	-0,002 -0,003i
-0,001 +0,002i	0,011 -0,007i	0,006 +0,004i	0,000 +0,001i	0,000 +0,001i	0,011 +0,001i	0,009 +0,006i	-0,006 -0,011i
0,003 -0,002i	0,013 +0,004i	0,002 +0,006i	-0,009 +0,002i	0,003 +0,006i	0,009 +0,000i	-0,013 +0,001i	-0,004 +0,002i
-0,002 +0,010i	0,002 +0,005i	-0,005 +0,008i	0,012 +0,000i	0,001 -0,002i	0,001 +0,003i	0,005 -0,005i	0,008 +0,001i
0,003 +0,003i	0,004 +0,001i	0,000 +0,001i	-0,013 +0,008i	-0,001 +0,014i	0,012 +0,013i	-0,008 +0,011i	0,009 -0,001i

Находим 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times8}$ при $(\theta_1 = 3/4, \theta_2 = 1/4)$ (табл. 8).

Табл. 8. 2D ДПФ-ВП действительного сигнал $\mathbf{X}_{8\times8}$, $(\theta_1 = 3/4\ \theta_2 = 1/4)$

0,020 -0,008i	0,005 +0,002i	0,014 -0,012i	0,010 -0,013i	0,002 -0,006i	0,002 -0,007i	0,009 -0,003i	-0,001 -0,006i
-0,002 -0,005i	0,010 -0,002i	0,001 +0,001i	0,001 +0,009i	0,019 +0,000i	0,005 +0,000i	0,006 -0,001i	-0,007 -0,004i
0,005 -0,002i	-0,004 +0,006i	0,006 +0,001i	0,004 -0,006i	-0,004 +0,008i	-0,002 +0,002i	0,003 -0,010i	0,008 -0,008i
0,000 +0,017i	0,007 +0,001i	0,004 -0,001i	-0,001 +0,003i	0,001 +0,005i	0,002 +0,000i	0,007 +0,001i	-0,002 -0,004i
-0,002 -0,005i	0,017 +0,001i	-0,003 +0,007i	-0,004 +0,000i	0,001 +0,000i	0,013 +0,009i	-0,004 +0,008i	0,001 -0,010i
0,004 -0,001i	0,006 +0,009i	-0,005 +0,002i	-0,008 -0,004i	0,000 +0,005i	0,008 +0,004i	-0,011 -0,011i	-0,005 +0,003i
-0,006 +0,003i	-0,001 -0,001i	-0,007 -0,002i	0,007 +0,007i	0,003 -0,001i	-0,001 +0,003i	0,006 +0,001i	0,005 +0,007i
0,007 -0,001i	0,006 -0,001i	0,004 -0,004i	-0,015 -0,007i	-0,008 +0,007i	0,002 +0,013i	-0,013 +0,000i	0,004 +0,002i

Находим 2D ДПФ-ВП действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times8}$ при $(\theta_1 = 1/4, \theta_2 = 3/4)$ (табл. 9).

Табл. 9. 2D ДПФ-ВП действительного сигнал $\mathbf{X}_{8\times8}$, $(\theta_1 = 1/4\ \theta_2 = 3/4)$

0,004 -0,002i	-0,013 +0,000i	0,002 -0,013i	-0,008 -0,007i	-0,015 +0,007i	0,004 +0,004i	0,006 +0,001i	0,007 +0,001i
0,005 -0,007i	0,006 -0,001i	-0,001 -0,003i	0,003 +0,001i	0,007 -0,007i	-0,007 +0,002i	-0,001 +0,001i	-0,006 -0,003i
-0,005 -0,003i	-0,011 +0,011i	0,008 -0,004i	0,000 -0,005i	-0,008 +0,004i	-0,005 -0,002i	0,006 -0,009i	0,004 +0,001i
0,001 +0,01i	-0,004 -0,008i	0,013 -0,009i	0,001 +0,000i	-0,004 +0,000i	-0,003 -0,007i	0,017 -0,001i	-0,002 +0,005i
-0,002 +0,004i	0,007 -0,001i	0,002 +0,000i	0,001 -0,005i	-0,001 -0,003i	0,004 +0,001i	0,007 -0,001i	0,000 -0,017i
0,008 +0,008i	0,003 +0,01i	-0,002 -0,002i	-0,004 -0,008i	0,004 +0,006i	0,006 -0,001i	-0,004 -0,006i	0,005 +0,002i
-0,007 +0,004i	0,006 +0,001i	0,005 +0,000i	0,019 +0,000i	0,001 -0,009i	0,001 -0,001i	0,01 +0,002i	-0,002 +0,005i
-0,001 +0,006i	0,009 +0,003i	0,002 +0,007i	0,002 +0,006i	0,01 +0,013i	0,014 +0,012i	0,005 -0,002i	0,02 +0,008i

Анализ результатов математического моделирования путем сравнения табл. 2 с табл. 3, табл. 4 с табл. 5, табл. 6 с табл. 7, табл. 8 с табл. 9 подтвердили справедливость соотношения (17).

Справедливость соотношения (17), т.е. доказанность свойства перекрестной комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами для 2D действительных сигналов, позволяет сократить вычислительные затраты и затраты памяти в два раза. Этот вывод следует из того, что вычислять коэффициенты 2D ДПФ-ВП $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,(1-\theta_1),(1-\theta_2)}$ не имеет смысла, поскольку они не несут новой информации. Коэффициенты $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,(1-\theta_1),(1-\theta_2)}$ могут быть получены из коэффициентов 2D ДПФ-ВП $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,\theta_1,\theta_2}$ путем соответствующего комплексного сопряжения последних.

Рассмотрим метод сокращения вычислительных затрат и затрат памяти при вычислении 2D ДПФ-ВП 2D действительных сигналов при $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$.

Метод быстрого вычисления двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов при значении параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$

2D ДПФ-ВП $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,1/2,1/2}$ (16) действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times8}$, (табл. 1), приведено в табл.10.

Воспользовавшись обозначением комплексно-сопряженной симметрии комплексных чисел (рис. 2), комплексно-сопряженную симметрию коэффициентов 2D ДПФ-ВП $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,1/2,1/2}$ действительного сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$, можно изобразить в следующем виде.

Идея метода быстрого вычисления 2D ДПФ-ВП действительных сигналов $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ при значениях параметров $\theta_1 = 1/2$ и $\theta_2 = 1/2$ основана на анализе структуры матрицы $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,1/2,1/2}$ и использовании того, что при представлении действительного сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ в комп-

Табл. 10. 2D ДПФ-ВП $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,1/2,\,1/2}$ действительного сигнала $\mathbf{X}_{8\times 8}$

0,014 -0,006i	-0,006 +0,000i	0,006 -0,017i	-0,002 -0,015i	-0,012 -0,002i	-0,002 -0,002i	0,004 -0,004i	0,003 -0,004i
0,003 -0,006i	0,009 -0,001i	0,002 -0,002i	0,004 +0,003i	0,014 -0,006i	-0,003 -0,001i	0,002 -0,002i	-0,008 -0,005i
0,001 -0,003i	-0,009 +0,009i	0,007 -0,003i	0,002 -0,007i	-0,005 +0,005i	-0,004 -0,002i	0,006 -0,013i	0,007 -0,005i
0,004 +0,016i	0,002 -0,003i	0,009 -0,006i	0,002 +0,000i	0,000 +0,003i	-0,001 -0,005i	0,013 -0,003i	0,000 -0,001i
0,000 +0,001i	0,013 +0,003i	-0,001 +0,005i	0,000 -0,003i	0,002 -0,000i	0,009 +0,006i	0,002 +0,003i	0,004 -0,016i
0,007 +0,005i	0,006 +0,013i	-0,004 +0,002i	-0,005 -0,005i	0,002 +0,007i	0,007 +0,003i	-0,009 -0,009i	0,001 +0,003i
-0,008 +0,005i	0,002 +0,002i	-0,003 +0,001i	0,014 +0,006i	0,004 -0,003i	0,002 +0,002i	0,009 +0,001i	0,003 +0,006i
0,003 +0,004i	0,004 +0,004i	-0,002 +0,002i	-0,012 +0,002i	-0,002 +0,015i	0,006 +0,017i	-0,006 +0,000i	0,014 +0,006i

комплексной форме мнимая часть равна нулю. Структура матрицы $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,1/2,\,1/2}$ действительного сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ такова, что если известны значения элементов блоков A и B, то элементы блоков C и D восстанавливаются однозначно (табл. 10). Аналогичное утверждение справедливо и относительно блоков A, C и B, D .

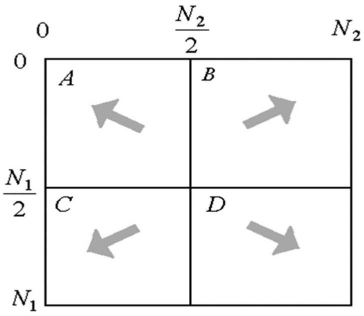


Рис. 3. Комплексно-сопряженная симметрия коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами $\mathbf{S}^{k_1,k_2}_{N_1\times N_2,1/2,\,1/2}$

Использование факта отсутствия мнимой части у элементов действительного сигнала $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ можно реализовать двумя способами:

1) путем формирования комплексного сигнала $\mathbf{Y}_{N_1\times N_2/2}$, (табл. 11) «сжимая» исходный сигнал $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ (10) по горизонтали согласно соотношению:

$$y(n_1,n_2)=x(n_1,n_2)-jx(n_1,n_2+N_2/2)\,; \qquad (18)$$

2) путем формирования комплексного сигнала $\mathbf{Z}_{N_1/2\times N_2}$, (табл.12) «сжимая» исходный сигнал $\mathbf{X}_{N_1\times N_2}$ (10) по вертикали согласно соотношению:

$$z(n_1,n_2)=x(n_1,n_2)-jx(n_1+N_{1/2},n_2)\,. \qquad (19)$$

Табл. 11. Комплексный сигнал $\mathbf{Y}_{N_1\times N_2/2}$

2,021-0,337i	0,502-0,138i	-1,998 +1,611i	0,272 +1,007i
1,254 +0,555i	0,786 +0,569i	1,121-0,588i	0,828-0,049i
1,405 +0,817i	1,178 +1,267i	-1,114 +1,805i	0,247 +0,702i
0,100 +0,676i	-0,067 +1,237i	-0,913-0,106i	1,627 +0,372i
1,669-0,253i	0,192 +1,055i	2,072-0,636i	-0,312-0,273i
1,727 +0,943i	-1,884 +0,916i	0,769-2,471i	-2,643-1,857i
1,130-0,692i	-1,917-0,327i	0,410 +1,926i	-0,040 +0,318i
2,261 +2,276i	-1,380 +0,656i	-0,041-0,832i	-0,672 +0,774i

Результаты 2D ДПФ-ВП комплексного сигнала $\mathbf{Y}_{N_1\times N_2/2}$ при значении параметров $\theta_1=1/4$ и $\theta_2=1/2$ и комплексного сигнала $\mathbf{Z}_{N_1/2\times N_2}$ при значении параметров $\theta_1=1/2$ и $\theta_2=1/4$ и приведены в соответственно в табл. 13 и табл. 14.

Анализируя табл. 13 и табл. 14 несложно установить, что информация, содержащаяся в них, позволяет однозначно восстановить табл. 10.

Таким образом, предложен метод быстрого вычисления двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов при значении параметров $\theta_1=1/2$ и $\theta_2=1/2$. Метод позволяет сократить вычислительные затраты и затрат памяти в два раза.

Табл. 12. Комплексный сигнал $\mathbf{Z}_{N_1/2\times N_2}$

2,021-1,669i	0,502-0,192i	-1,998-2,072i	0,272 +0,312i	0,337-0,253i	0,138 +1,055i	-1,611-0,636i	-1,007-0,273i
1,254-1,727i	0,786 +1,884i	1,121-0,769i	0,828 +2,643i	-0,555i-+0,943i	-0,569 +0,916i	0,588-2,471i	0,049-1,857i
1,405-1,130i	1,178 +1,917i	-1,114-0,410i	0,247 +0,040i	-0,817 +0,692	-1,267-0,327i	-1,805 +1,926i	-0,702 +0,318i
0,100-2,261i	-0,067 +1,380	-0,913 +0,041	1,627 +0,672	-0,676 +2,276i	-1,237 +0,656i	0,106-0,832i	-0,372 +0,774

Табл. 13. 2D ДПФ-ВП комплексного сигнала $\mathbf{Z}_{N_1/2\times N_2}$ *при значении параметров* $\theta_1 = 1/2$ *и* $\theta_2 = 1/4$

0,014 -0,006i	0,006 -0,017i	-0,012 -0,002i	0,004 -0,004i
0,003 -0,006i	0,002 -0,002i	0,014 -0,006i	0,002 -0,002i
0,001 -0,003i	0,007 -0,003i	-0,005 +0,005i	0,006 -0,013i
0,004 +0,016i	0,009 -0,006i	0,000 +0,003i	0,013 -0,003i
0,000 +0,001i	-0,001 +0,005i	0,002 +0,000i	0,002 +0,003i
0,007 +0,005i	-0,004 +0,002i	0,002 +0,007i	-0,009 -0,009i
-0,008 +0,005i	-0,003 +0,001i	0,004 -0,003i	0,009 +0,001i
0,003 +0,004i	-0,002 +0,002i	-0,002 +0,015i	-0,006 +0,000i

Табл. 14. 2D ДПФ-ВП комплексного сигнала $\mathbf{Y}_{N_1\times N_2/2}$ *при значении параметров* $\theta_1 = 1/4$ *и* $\theta_2 = 1/2$

0,014-0,006i	-0,006 +0,000i	0,006-0,017i	-0,002-0,015i	-0,012-0,002i	-0,002-0,002i	0,004-0,004i	0,003-0,004i
0,001-0,003i	-0,009 +0,009i	0,007-0,003i	0,002-0,007i	-0,005 +0,005i	-0,004-0,002i	0,006-0,013i	0,007-0,005i
0,000 +0,001i	0,013 +0,003i	-0,001 +0,005i	0,000-0,003i	0,002 +0,000i	0,009 +0,006i	0,002 +0,003i	0,004-0,016i
0,007 +0,005i	0,006 +0,013i	-0,004 +0,002i	-0,005-0,005i	0,002 +0,007i	0,007 +0,003i	-0,009-0,009i	0,001 +0,003i

Заключение

1. Рассмотрено новое дискретное преобразование Фурье – дискретное преобразование Фурье с варьируемыми параметрами, которое является обобщением стандартного двумерного ДПФ и имеет ряд преимуществ перед последним.

2. Выявлена и исследована перекрестная комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов.

3. Свойства перекрестной комплексно-сопряженной симметрии коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами для действительных сигналов подтверждены результатами математического моделирования.

4. Разработаны методы и алгоритмы быстрого вычисления дискретного преобразования Фурье с варьируемыми параметрами действительных сигналов при различных сочетаниях варьируемых параметров

Литература

1. Rabiner L., Gold B. Theory and Application of digital signal processing. New Jersey, Prentice-hall, 1975. 772 p.

2. Favorskaya M., Savchina E., Popov A. Adaptive visible image watermarking based on Hadamard transform. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018, vol. 450, no. 5, pp. 052003.1-052003.6. doi: 10.1088/1757-899X/450/5/052003

3. Klionskiy D. M., Kaplun D. I., Geppener V. V. Empirical more decomposition for signal preprocessing and classification of intrinsic mode functions. Pattern Recognition and Image Analysis (Advances in Mathematical Theory and Applications). 2018, vol. 28, No. 1, pp. 122-132. doi:10.1134/S10546 61818010091

4. Ponomarev A.V., Ponomareva O.V. Digital technologies in non-destructif testing. Journal of Physics: Conference Series. 2019, 12038 p.

5. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. Application of parametric discret Fourier transform non-destructif testing of composite materiaials with a free oscilation metod. Journal of Physics: Conference Series. 2019. 12039 p.

6. Batishchev V.I.,Volkov I.I., Zolin A.G. Using a stochastic basis in signal and image recovery problems. Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2017, vol. 53, no. 4, pp. 414-420.

7. Kulikovskikh I., Prokhorov S. Psychological perspectives on implicit regularization: a model of retrieval-induced forgetting (rif). Journal of Physics: Conference Series. electronic edition. 2018. 012079 p. Doi:10.1088/1742-6596/1096/1/012079.

8. Favorskaya M.N., Buryachenko V.V. Authentication and copyright protection of videos under transmitting specifications. Computer Vision in Advanced Control Systems-5. ISRL. Springer, Cham, 2020, vol. 175, pp. 119-160. doi.org/10.1007/978-3-030-33795-7_5.

9. Blahut R.E. Fast Algorithms for Digital Signal Processing. Reading, MA: Addison-Wesley, 1984.

10. Bogner R.E., Constantinides A.G. Introduction to digital filtering. John Wiley and Sonc, London, New York, Sydney, Toronto, 1975. 216 p.

11. Likhttsinder B. Conditional average value of queues in queuing systems with bath request flows. 2017 4^{th} International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2017 – Proceedings. 2018, pp. 49-52. DOI:10.1109/INFOCOMMST.2017.8246347.

12. Bakulin M.G., Vityazev V.V., Shumov A.P., Kreyndelin V.B. Effective signal detection for the spatial multiplexing mimo systems. Telecommunications and Radio Engineering.

2018, vol. 77, no. 13, pp. 1141-1158. DOI.org/10.1615/TelecomRadEng.v77.i13.30.

13. Prozorov D., Tatarinova A. Comparison of grapheme-to-phoneme conversions for spoken document. 2019 IEEE East-West Design and Test Symposium, EWDTS 2019. 2019. 8884449 p. DOI:10.1109/EWDTS.2019.8884449.

14. Prozorov D., Trubin I. Detection of a signal in the simo system with spatial correlation of noise. 2018 7th Mediterranean Conference on Embedded Computing, MECO 2018 – Including ECYPS 2018, Proceedings. 7. 2018, pp. 1-5. DOI:10.1109/MECO.2018.8405965

15. Urakov A., Gurevich K., Alies M., Reshetnikov A., Kasatkin A., Urakova N. The tissue temperature during injection of drug solution into it as an integral indicator of rheology. Journal of Physics: Conference Series. 4th International Conference on Rheology and Modeling of Materials, IC-RMM 2019. 2020, 012003 p. DOI:10.1088/1742-6596/1527/1/012003.

16. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing. Published by Pearson, 2018. 1168 p.

17. Pratt William K. Digital image processing. A Wiley-Interscience publication, 2007. 807 p.

18. Cooley J., Tukey J. An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, Math. Comput., vol. 19, no. 90, Apr. 1965, pp. 297-301, doi: 10.2307/2003354.

19. Пономарев А.В. Основы теории двумерной цифровой обработки сигналов в базисах Фурье с варьируемыми параметрами. Цифровая обработка сигналов. 2019. № 2. С. 12-20.

20. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. Theoretical foundations of digital vector Fourier analysis of two-dimensional signals padded with zero samples. Informacionno-upravlyayushchie sistemy [Information and Control Systems], 2021, no. pp. 55-65. doi:10.31799/1684-8853-2021-1-55-65.

21. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Smirnova N.V. Sliding Spatial Frequency Processing of Discrete Signals. In: Advances in Signal Processing. Theories, Algorithms, and System Control-8. Favorskaya M.N., Jain L.C. (eds). Springer, Cham, vol.184, pp. 97-110. doi.org/10/1007/978-3-030-40312-6_8.

22. Ponomareva O., Ponomarev A., Smirnova N. Properties of Two-Dimensional Discrete Exponential Functions with Variable Parameter in Spatial-Frequency Domain / 2021 23rd International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2021. 23. 2021. С. 9535969.

23. Ponomareva O., Ponomarev A., Smirnova N. Two-Dimensional Discrete Fourier Transform with Variable Parameter in the Spatial-Frequency Domain / 2021 23rd International Conference on Digital Signal Processing and its Applications, DSPA 2021. 23. 2021. С. 9535997.

24. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения: Вып.1. Пер с англ. В.Ф.Писаренко. М.:Мир, 1971. 312 с.

25. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения: Вып.2. Пер с англ. В.Ф.Писаренко. М.: Мир, 1972. 283 с.

26. Милентьев В.С., Батищев В.И. Аппроксимационные методы и системы измерения и контроля параметров периодических сигналов. М.: Физматлит, 2011. 240 с.

27. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных процессов: Пер. с англ. М.:Мир, 1989. 540 с.

28. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Перевод с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.

29. Оппенгейм Э. Применение цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. М.: Мир,1980. 552 с.

30. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метеорологии. Изд. Гидрометеоиздат. Л.:1981.281 с.

31. Батищев В.И., Золин А.Г., Косарев Д.Н., Романеев А.Е. Аппроксимационный подход к решению задач анализа и интерпретации экспериментальных данных. Вестник Самарского государственного университета. Серия: Технические науки. 2006. № 40. С.57-65.

32. Батищев В.И., Мелентьев В.С. Измерительно-моделирующий подход к определению интегральных характеристик периодических сигналов. Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2003. № 6. С.36-39.

33. Батищев В.И., Волков И.И., Золин А.Г. Использование стохастического базиса в задачах восстановления сигналов и изображений. Автометрия.2017. Т. 53, № 4. С. 127-134.

34. Батищев В.И., Волков И.И., Золин А.Г. Исследование аппроксимационных свойств функциональных базисов в задачах реконструкции изображений при дистанци-он-ном зондировании земли. Проблемы управления и моделирования в сложных системах труды XVIII Международной конференции. 2016. С. 304-307.

35. Prokhorov S.A., Kulikovskikh I.M. Unique Condition for generalized Laguerre Functions to solve pole Position Problem. Signal Processing. 2015, vol. 108, pp. 25-29.

36. Прохоров С.А., Графкин В.В. Структурно-спектральный анализ случайных процессов. Изд. Самарский научный центр РАН. Самара, 2010.

37. Прозоров Д.Е., Петров Е.П. Быстрый поиск шумоподобных сигналов. Под ред. Е.П. Петрова. Изд. О-кратное. Киров, 2006.

38. Пономарева О.В. Развитие теории и разработка методов и алгоритмов цифровой обработки информационных сигналов в параметрических базисах Фурье: дис.…д-ра техн. наук: 05.13.01. Ижевск, 2016. 357 с.

УДК 621.396.96

ЧАСТИЧНО АДАПТИВНАЯ ПРЯМОУГОЛЬНАЯ АНТЕННАЯ РЕШЕТКА С СУММИРОВАНИЕМ СИГНАЛОВ АНТЕНН ПО СТРОКАМ И ПО СТОЛБЦАМ

***Джиган В.И.**, д.т.н., главный научный сотрудник Института проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук, г. Москва, Россия, e-mail: djigan@ippm.ru*

PARTIALLY ADAPTIVE RECTANGULAR ANTENNA ARRAYS WITH COMBINATION OF ROW AND COLUMN ANTENNA SIGNALS

Djigan V.I.

This paper considers a two-dimensional adaptive antenna array, whose antennas are placed in the nodes of the equally spaced rectangular grid. If the number of the antennas in such array is large, then the partial adaptation is used to reduce the arithmetic complexity of its adaptive algorithm. The total signals of the antennas over each row and each column of the array are adaptively processed in base-band. The radiation pattern of such an array does not have the grating lobes. This distinguishes it from a hybrid array, which is composed using the subarrays in the case of a large number of antennas. The radiation pattern of the hybrid antenna array is characterized by the grating lobes. Such lobes restricts the possibility of the interference suppression if the spatial locations of their sources coincide with those of these lobes. The arithmetic complexity of the used adaptive algorithm does not depend on the total number of its antennas in the considered partially adaptive antenna array. It depends on the number of rows and columns of antennas in the array. The examples of the computational procedure based on the Matrix Inversion Lemma (MIL) Recursive Least Squares (RLS) adaptive algorithm for the weight calculation of the partially and fully adaptive arrays are presented. Instead of the above mentioned adaptive algorithm, the gradient adaptive algorithms or other RLS adaptive algorithms can also be used in these adaptive arrays. The simulation demonstrate that the steady-state performance of the partially adaptive array is about the same as that of the fully adaptive array if the number of the received signal sources does not exceed the number of the weights of the partially adaptive array, which equals the sum of its rows and columns. In this case, the dynamic behavior of the compared full and partially adaptive arrays in the terms of the radiation pattern values towards to the sources of the received signals is differed only at the initial stage of the transient response. The considered technology of partial adaptation can be used in the rectangular adaptive arrays with large number of regularly spaced antennas.

Key words: Adaptive cancellation of interferences, adaptive antenna array, rectangular array, partial adaptation, Recursive Least Squares (RLS) algorithm.

Рассматривается двумерная адаптивная антенная решетка, антенны которой размещены в узлах равномерной прямоугольной сетки. Если число антенн решетки большое, то для уменьшения арифметической сложности адаптивного алгоритма в ней используется частичная адаптация. Адаптивной обработке на нулевой промежуточной частоте подвергаются суммарные сигналы строк и столбцов антенн, из которых состоит решетка. В диаграмме направленности такой решетки отсутствуют дифракционные лепестки. Это отличает ее от гибридной решетки, в которой адаптивно обрабатываются выходные сигналы подрешеток, из которых составляется такая антенная решетка. Диаграмма направленности гибридной антенной решетки характеризуется наличием дифракционных лепестков. Такие лепестки ограничивают возможность подавления помех, если пространственное направление на их источники совпадает с направлением этих лепестков. В рассматриваемой частично адаптивной антенной решетке арифметическая сложность используемого адаптивного алгоритма не зависит от полного числа ее антенн. Она зависит от числа строк и столбцов антенн этой решетки. В работе представлены примеры вычислительных процедур рекурсивного адаптивного алгоритма по критерию наименьших квадратов на основе леммы об обращении матрицы (Matrix Inversion Lemma Recursive Least Squares, MIL RLS) для расчета весовых коэффициентов как частично, так и полностью адаптивных антенных решеток. В рассматриваемых антенных решетках вместо указанного алгоритма могут быть также использованы градиентные или другие адаптивные RLS-алгоритмы. Результаты моделирования показывают, что если число источников принимаемых сигналов не превышает числа весовых коэффициентов частично адаптивной решетки, равного сумме числа строк и столбцов ее антенн, то эффективность частично адаптивной решетки в установившемся состоянии практически такая же, как и у полностью адаптивной решетки. При этом динамическое поведение сравниваемых полностью адаптивной и частично адаптивной решеток в терминах уровней диаграммы направленности в направлениях на источники принимаемых сигналов различается только на начальном этапе переходного процесса. Рассматриваемая технология частичной адаптации может быть использована в прямоугольных адаптивных антенных решетках с большим числом равномерно расположенных антенн.

Ключевые слова: Адаптивное подавление помех, адаптивная антенная решетка, частичная адаптация, прямоугольная антенная решетка, рекурсивный алгоритм по критерию наименьших квадратов (RLS).

Введение

Антенные решетки (АР) [1-5] являются одной из разновидностей современных направленных антенн. Они обладают рядом полезных свойств, которые отсутствуют у направленных антенн с механическим управлением. Это такие свойства, как возможность электронного управления лучом путем изменения фаз сигналов в каналах АР, увеличение выходного отношения сигнал-шум (ОСШ) за счет когерентного сложения информационных сигналов и некогерентного сложения шумов каналов решетки, а также возможность изменять форму диаграммы направленности (ДН) за счет изменения весовых коэффициентов (ВК) в каналах АР. Поэтому сегодня АР широко используются в качестве направленных антенн оборудования радиосистем различного назначения [6-8].

Изменение формы ДН позволяет увеличить отношение сигнал/помеха (ОСП) в выходном сигнале АР за счет ее способности подавлять сигналы помех. Это подавление осуществляется путем формирования малых значений модуля ДН (провалов) в направлениях на источники помех. Приемные АР, выполняющие подавление сигналов помех в режиме реального времени и при отсутствии какой-либо априорной информации об их источниках, называются адаптивными АР (ААР) [9-15].

Работа ААР основана на адаптивной обработке сигналов [16-23], которая является одним из передовых направлений в современной цифровой обработке сигналов [24, 25]. Большинство адаптивных алгоритмов обрабатывают сигналы каналов АР на нулевой промежуточной частоте, т.е. в информационной полосе частот (англоязычный термин «baseband»). Эти сигналы доступны в АР с цифровым формированием ДН (цифровых АР) [26-31]. Цифровые АР появились благодаря достижениям микроэлектронной промышленности, которая сегодня предоставляет разнообразные радиочастотные и цифровые компоненты для изготовления таких АР и обработки их сигналов [32-37]. Хотя современные цифровые вычислительные устройства обеспечивают обработку сигналов, дискретизированных на достаточно высоких частотах, требования к быстродействию этих устройств увеличивается в цифровых АР в связи с их многоканальной архитектурой. Кроме того, требуемая скорость вычислительных устройств также зависит от арифметической сложности адаптивных алгоритмов, используемых для расчета ВК АР, если решетки адаптивные.

Сегодня существуют две основные группы алгоритмов адаптивной обработки сигналов [16-23]. Это алгоритмы, основанные на градиентном поиске, такие как алгоритмы по критерию наименьших квадратов (Least Mean Square, LMS), нормализованные LMS-алгоритмы (Normalized LMS, NLMS), алгоритмы аффинных проекций (Affine Projection, AP) и алгоритмы, основанные на рекурсивном методе наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS). Первая группа (LMS-, NLMS- и AP-алгоритмы) характеризуется низкой арифметической сложностью и низкой эффективностью, а вторая (RLS-алгоритмы) – высокой арифметической сложностью и высокой эффективностью по сравнению с первой группой [38, 39]. В связи с этим, задача уменьшения арифметической сложности адаптивных RLS-алгоритмов является актуальной. Некоторые решения этой задачи приведены в [40-44].

В то же время, в случае цифровой ААР имеется еще одна степень свободы для снижения ее арифметической сложности, не зависящая от вида используемого адаптивного алгоритма. Действительно, число антенн АР обычно часто выбирается исходя из требуемой ширины ее луча (главного лепестка ДН), которая, в свою очередь, определяется размером апертуры решетки. В случае прямоугольной АР ее апертура может быть небольшой, но общее число антенн при этом может быть достаточно большим из-за их двумерного расположения на плоскости. В то же время известно [9-15], что при приеме информационного сигнала только от одного направленного источника число сигналов направленных источников помех, которые может подавить ААР, равно $M-1$, где M – полное число ВК (а также антенн и каналов решетки). На практике, число направленных источников сигналов помех обычно много меньше $M-1$, особенно если значение M большое. Это позволяет за счет так называемой частичной адаптации уменьшить размерность адаптивно вычисляемого вектора ВК ААР, а значит, уменьшить и арифметическую сложность используемого адаптивного алгоритма.

Уменьшение размерности вектора ВК ААР может быть достигнуто различными способами. Самый простой из них состоит в том, что антенны АР объединяются в подрешетки, выходные сигналы которых затем используются для адаптивной обработки. Такая конструкция АР называется гибридной. Однако в ДН гибридных АР появляются дифракционные лепестки [45, 46], что ограничивает возможности ААР по подавлению помех, источники которых располагаются в направлениях, совпадающих с направлениями дифракционных лепестков.

ААР с частичной адаптацией может быть построена путем выбора для адаптации лишь отдельных ее каналов [47]. Однако эффективность такого решения зависит от геометрической конфигурации решетки и пространственного расположения источников принимаемых сигналов, т.е. это решение не является универсальным.

Суммирование сигналов антенн по строкам и столбцам прямоугольной АР – это еще один способ уменьшения арифметической сложности ААР [48]. В такой АР дифракционные лепестки ДН отсутствуют, однако для обеспечения указанного суммирования в аналоговом виде требуется разделять сигнал каждой антенны с помощью аналоговых делителей, что приводит к усложнению аппаратуры ААР. В случае цифровой АР аналоговое разделение сигналов не требуется, так как суммирование отсчетов сигналов антенн по строкам и столбцам осуществляется цифровым способом на нулевой промежуточной частоте. В работе [48] был рассмотрен лишь принцип работы такой частично адаптивной ААР, но не были рассмотрены какие-либо ее адаптивные алгоритмы.

Целью настоящей работы является исследование эффективности применения RLS-алгоритма адаптивной фильтрации на основе леммы об обращении матриц (Matrix Inversion Lemma, MIL) в частично адаптивной АР с суммированием сигналов ее антенн по строкам и по столбцам. Эффективность такой АР сравнивается с эффективностью полностью адаптивной АР путем компьютерного моделирования.

Частично адаптивная антенная решетка с суммированием сигналов антенн по строкам и столбцам

Архитектура прямоугольной частично адаптивной АР с обработкой сигналов на нулевой промежуточной частоте показана на рис. 1.

АР может быть расположена произвольным образом в пространстве относительно осей декартовой системы координатах. Для определённости на рисунке антенны АР расположены в плоскости координатных осей x и y. Согласно этому рисунку, антенны ААР, расположенные в узлах прямоугольной эквидистантной сетки, образуют M_x

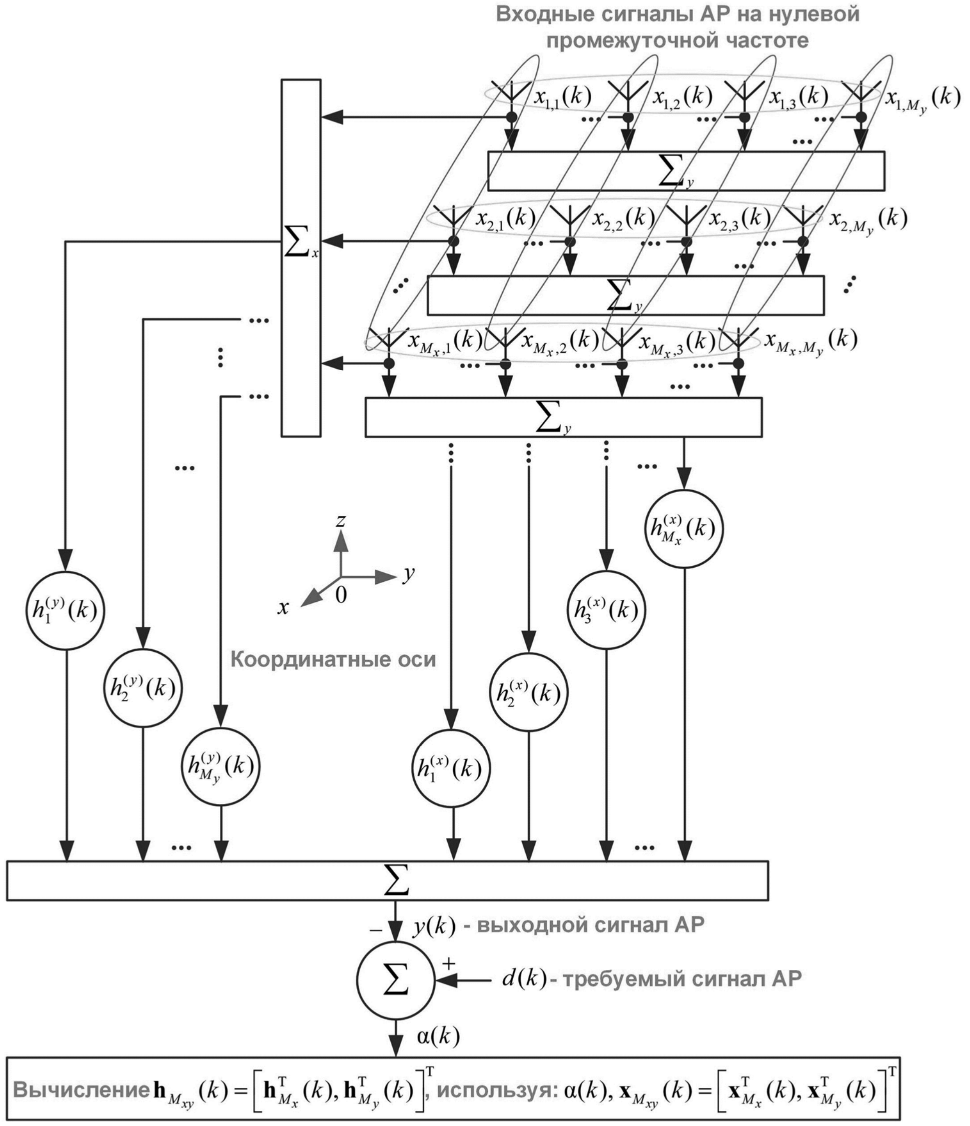


Рис. 1. Архитектура прямоугольной частично адаптивной АР

строк и M_y столбцов, параллельных осям y и x. Общее число антенн прямоугольной ААР равно $M = M_x M_y$. Сигналы с выхода антенн $x_{m_x,m_y}(t)$ после преобразования по частоте и дискретизации (блоки, выполняющие эти операции, на рисунке не показаны) появляются в виде дискретных цифровых отсчетов $x_{m_x,m_y}(k)$, которые затем суммируются в цифровом виде в пределах каждой строки и каждого столбца, образуя $M_{xy} = M_x + M_y$ сигналов, используемых для дальнейшей адаптивной обработки. В отличие от аналогового суммирования сигналов $x_{m_x,m_y}(t)$ [48], при цифровом суммировании разделение сигналов $x_{m_x,m_y}(k)$ не требуется. Здесь $m_x = 1, 2, ..., M_x$, $m_y = 1, 2, ..., M_y$, t – это непрерывное время, а k – номер отсчёта дискретизированного сигнала, совпадающий с номером итерации используемого адаптивного алгоритма. Преобразование частоты сигналов $x_{m_x,m_y}(t)$ с ее понижением и последующей дискретизацией представляет собой стандартную процедуру, используемую в радиоприемниках с нулевой промежуточной частотой. Эта процедура реализуется с помощью оборудования, которое для одной строки рассматриваемой частично адаптивной ААР в общем виде показано на рис. 2.

Приемный тракт каждого канала ААР включает в себя антенну, полосовой фильтр (ПФ), фазовращатель (ФВ), малошумящий усилитель (МШУ) и преобразователь частоты (ПЧ). Фазы принимаемых сигналов, обусловленные состояниями ФВ (значениями устанавливаемых фазовых сдвигов), определяются требуемым направлением главного лепестка ДН ААР на источник полезного сигнала. Для каждого ФВ требуемое значение фазы определяется сферическими углами ϕ и θ, задающими направление на данный источник, и декартовыми координатами x_m, y_m и z_m (m_x, m_y)-й антенны решетки как

$$\varphi_{m_x,m_y} = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(x_m \cos\phi \sin\theta + y_m \sin\phi \sin\theta + z_m \cos\theta), \qquad (1)$$

где λ_0 – длина волны несущего колебания [1-5, 45, 46]. Сдвиги фаз сигналов $x_{m_x,m_y}(t)$ на величину (1) обеспечивают одинаковое значение фаз составляющих информационного сигнала во всех сигналах $x_{m_x,m_y}(k)$, что обусловлено формированием максимума главного лепестка ДН в направлении на источник этого сигнала.

Путем суммирования дискретных сигналов $x_{m_x,m_y}(k)$ в частично адаптивной АР формируются векторы сигналов строк

$$\mathbf{x}_{M_x}(k) = \tag{2}$$

$$= \left[\sum_{m_y=1}^{M_y} x_{1,m_y}(k), \sum_{m_y=1}^{M_y} x_{2,m_y}(k), ..., \sum_{m_y=1}^{M_y} x_{m_x,m_y}(k), ..., \sum_{m_y=1}^{M_y} x_{M_x,m_y}(k) \right]^{\mathrm{T}}$$

и векторы сигналов столбцов

$$\mathbf{x}_{M_y}(k) = \tag{3}$$

$$= \left[\sum_{m_x=1}^{M_x} x_{m_x,1}(k), \sum_{m_x=1}^{M_x} x_{m_x,2}(k), ..., \sum_{m_x=1}^{M_x} x_{m_x,m_y}(k), ..., \sum_{m_x=1}^{M_x} x_{m_x,M_y}(k) \right]^{\mathrm{T}}.$$

Эти векторы образуют полный вектор обрабатываемых сигналов

$$\mathbf{x}_{M_{xy}}(k) = \left[\mathbf{x}^{\mathrm{T}}_{M_x}(k), \mathbf{x}^{\mathrm{T}}_{M_y}(k) \right]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

с числом элементов $M_{xy} = M_x + M_y$.

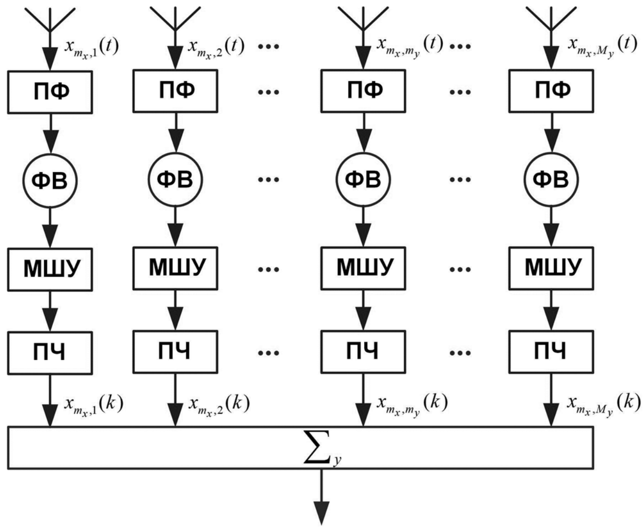


Рис. 2. Архитектура одной строки прямоугольной частично адаптивной АР

В данной работе векторы и матрицы обозначаются жирными строчными и прописными буквами. Скалярные переменные или элементы векторов и матриц обозначаются строчными буквами. Верхний индексы T и H соответственно обозначают операции транспонирования и эрмитово сопряжения векторов и матриц. Число элементов в векторе, например, M_{xy} или число элементов в квадратной матрице, например, $M_{xy} \times M_{xy}$ обозначается одним нижним индексом.

Значение M_{xy} определяет размер (число элементов) рассчитываемого с помощью адаптивного алгоритма вектора ВК

$$\mathbf{h}_{M_{xy}}(k) = \left[\mathbf{h}^{\mathrm{T}}_{M_x}(k), \mathbf{h}^{\mathrm{T}}_{M_y}(k) \right]^{\mathrm{T}}, \tag{5}$$

где $\mathbf{h}_{M_x}(k)$ – вектор ВК суммарных сигналов антенн строк и $\mathbf{h}_{M_y}(k)$ – вектор ВК суммарных сигналов антенн столбцов частично адаптивной АР. Используя (5), выходной сигнал рассматриваемой частично адаптивной АР определяется как

$$y(k) = \mathbf{h}^{\mathrm{H}}_{M_{xy}}(k-1)\,\mathbf{x}_{M_{xy}}(k). \tag{6}$$

Вычисление вектора $\mathbf{h}_{M_{xy}}(k)$ ВК ААР основано на обработке векторов сигналов $\mathbf{x}_{M_{xy}}(k)$ и сигнала ошибки

$$\alpha(k) = d(k) - y(k), \tag{7}$$

где $d(k)$ – требуемый сигнал адаптивного фильтра, которым в данном случает является ААР.

Для вычисления ВК ААР могут быть использованы различные алгоритмы адаптивной фильтрации. В данной статье представлен пример использования для этой цели MIL RLS-алгоритма. Вычислительная процедура частично адаптивной АР, см. рис. 1, на основе такого алгоритма приведена в табл. 1.

В табл. 1, δ^2 – параметр начальной регуляризации корреляционной матрицы $\mathbf{R}_{M_{xy}}(k)$ сигналов антенн строк и столбцов ААР, $0 \ll \lambda \le 1$ – параметр забывания, см. [16-23], а $*$ – символ операции комплексного сопряжения переменной.

Архитектура полностью адаптивной АР в работе не приводится. Она отличается от АР, см. рис. 1, отсутствием отдельного суммирования сигналов антенн по строкам и столбцам. Каждый из $M = M_x M_y$ сигналов такой АР взвешивается своим ВК перед общим суммированием. Вычислительная процедура полностью адаптивной АР также на основе MIL RLS-алгоритма приведена в табл. 2.

Многоканальные алгоритмы градиентного поиска или другие RLS-алгоритмы, например, на основе на преобразовании Хаусхолдера или QR-разложении, также могут использоваться в табл. 1 и в табл. 2. В случае использования таких RLS-алгоритмов инициализация обратных матриц $\mathbf{R}^{-1}_{M_{xy}}(0)$ и $\mathbf{R}^{-1}_{M}(0)$ несколько отличается от приведённой в этих таблицах. Кроме того, вместо вычислений (1.6) – (1.8), см. табл. 1, и вместо вычислений (2.6) – (2.8), см. табл. 2, используются соответствующие вычислительные процедуры указанных выше многоканальных адаптивных алгоритмов, см. [21], в которых размер используемых и вычисляемых векторов и матриц соответствует размерам векторов и матриц в табл. 1 и табл. 2. При инициализации, как это показано в [21], все перечисленные адаптивные RLS-алгоритмы являются математически эквивалентными друг-другу. Они различаются вычислительными процедурами, числом арифметических операций, приходящихся на одну итерацию алгоритма, а также устойчивостью в случае их реализации в цифровых устройствах с ограниченной разрядностью.

Табл. 1. Частично адаптивная АР на основе MIL RLS-алгоритма

Вычисления	Ссылки
Инициализация : $\mathbf{h}_{M_x}(0)=[1,1,...,1]$, $\mathbf{h}_{M_y}(0)=[1,1,...,1]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{h}_{M_{xy}}(0)=\left[\mathbf{h}^{\mathrm{T}}_{M_x}(0),\mathbf{h}^{\mathrm{T}}_{M_y}(0)\right]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{R}^{-1}_{M_{xy}}(0)=\delta^{-2}\mathbf{I}_{M_{xy}}$	(1.0)
For $k=1,2,\ldots,K$	
$\mathbf{x}_{M_x}(k)=\left[\sum\limits_{m_y=1}^{M_y}x_{1,m_y}(k),\sum\limits_{m_y=1}^{M_y}x_{2,m_y}(k),...,\sum\limits_{m_y=1}^{M_y}x_{m_x,m_y}(k),...,\sum\limits_{m_y=1}^{M_y}x_{M_x,m_y}(k)\right]^{\mathrm{T}}$	(1.1)
$\mathbf{x}_{M_y}(k)=\left[\sum\limits_{m_x=1}^{M_x}x_{m_x,1}(k),\sum\limits_{m_x=1}^{M_x}x_{m_x,2}(k),...,\sum\limits_{m_x=1}^{M_x}x_{m_x,m_y}(k),...,\sum\limits_{m_x=1}^{M_x}x_{m_x,M_y}(k)\right]^{\mathrm{T}}$	(1.2)
$\mathbf{x}_{M_{xy}}(k)=\left[\mathbf{x}^{\mathrm{T}}_{M_x}(k),\mathbf{x}^{\mathrm{T}}_{M_y}(k)\right]^{\mathrm{T}}$	(1.3)
$y(k)=\mathbf{h}^{\mathrm{H}}_{M_{xy}}(k-1)\mathbf{x}_{M_{xy}}(k)$	(1.4)
$\alpha(k)=d(k)-y(k)$	(1.5)
$\mathbf{g}_{M_{xy}}(k)=\dfrac{\mathbf{R}^{-1}_{M_{xy}}(k-1)\mathbf{x}_{M_{xy}}(k)}{\lambda+\mathbf{x}^{\mathrm{H}}_{M_{xy}}(k)\mathbf{R}^{-1}_{M_{xy}}(k-1)\mathbf{x}_{M_{xy}}(k)}$	(1.6)
$\mathbf{R}^{-1}_{M_{xy}}(k)=\lambda^{-1}\left[\mathbf{R}^{-1}_{M_{xy}}(k-1)-\mathbf{g}_{M_{xy}}(k)\mathbf{x}^{\mathrm{H}}_{M_{xy}}(k)\mathbf{R}^{-1}_{M_{xy}}(k-1)\right]$	(1.7)
$\mathbf{h}_{M_{xy}}(k)=\mathbf{h}_{M_{xy}}(k-1)+\mathbf{g}_{M_{xy}}(k)\alpha^{*}(k)$	(1.8)
End	

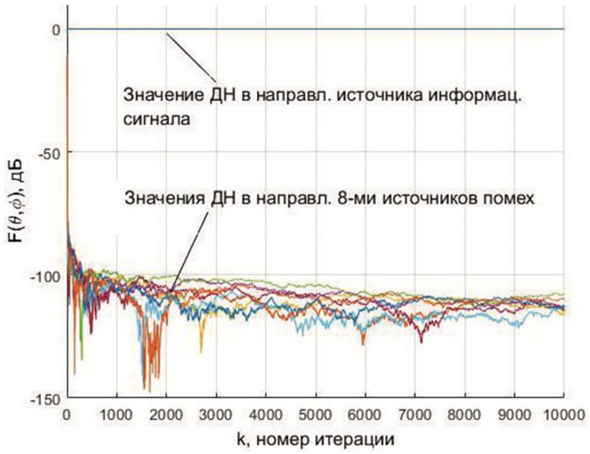
Табл. 2. Полностью адаптивная АР на основе MIL RLS-алгоритма

Вычисления	Ссылки
Инициализация : $\mathbf{h}_M(0)=[1,1,...,1]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{R}^{-1}_M(0)=\delta^{-2}\mathbf{I}_M$	(2.0)
For $k=1,2,\ldots,K$	
$\mathbf{x}_M(k)=[x_1(k),x_2(k),...,x_m(k),...,x_M(k)]^{\mathrm{T}}$	(2.1)
$x_m(k)=x_{m_x,m_y}(k)$	(2.2)
$m=m_x+M_x\cdot(m_y-1)$, $m_x=1,2,...,M_x$, $m_y=1,2,...,M_y$	(2.3)
$y(k)=\mathbf{h}^{\mathrm{H}}_M(k-1)\mathbf{x}_M(k)$	(2.4)
$\alpha(k)=d(k)-y(k)$	(2.5)
$\mathbf{g}_M(k)=\dfrac{\mathbf{R}^{-1}_M(k-1)\mathbf{x}_M(k)}{\lambda+\mathbf{x}^{\mathrm{H}}_M(k)\mathbf{R}^{-1}_M(k-1)\mathbf{x}_M(k)}$	(2.6)
$\mathbf{R}^{-1}_M(k)=\lambda^{-1}\left[\mathbf{R}^{-1}_M(k-1)-\mathbf{g}_M(k)\mathbf{x}^{\mathrm{H}}_M(k)\mathbf{R}^{-1}_M(k-1)\right]$	(2.7)
$\mathbf{h}_M(k)=\mathbf{h}_M(k-1)+\mathbf{g}_M(k)\alpha^{*}(k)$	(2.8)
End	

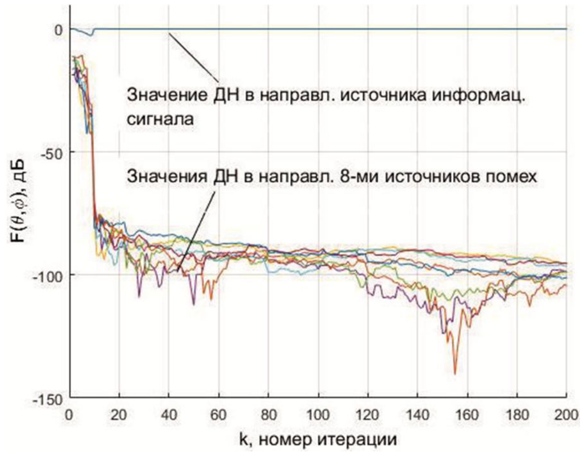
Моделирование частично и полностью адаптивных АР

В настоящем разделе представлены результаты сравнительного исследования рассмотренных частично и полностью адаптивных АР на основе MIL RLS-алгоритма, см. табл. 1 и табл. 2. Исследование выполнено путем компьютерного моделирования. Для моделирования АР использованы приемы [1-5, 49, 50]. Условия моделирования задавались следующим образом. Рассматривалась прямоугольная ААР с числом антенн, равным $M=M_xM_y=4\times8=32$. Антенны размещались в узлах прямоугольной сетки в плоскости декартовых координат xy, т.е. аналогично рис. 1. Расстояние между каждой парой всенаправленных соседних антенн вдоль каждой из осей координат x и y было одинаковым и равнялось $\lambda_0/2$. Главный лепесток ДН ААР был ориентирован вдоль оси z в направлении $[\theta_0,\phi_0)]=[0^{\circ},0^{\circ}]$. Направление на источник информационного сигнала совпадало с направлением главного лепестка ДН ААР. Число ВК частично адаптивной АР равнялось $M_{xy}=M_x+M_y=12$, а число ВК полностью адаптивной АР равнялось $M=M_xM_y=32$.

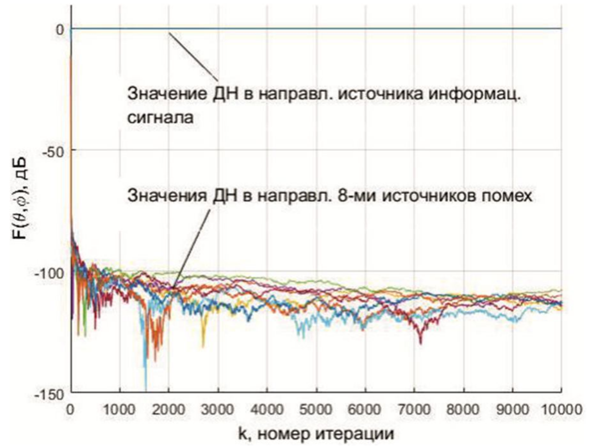
В качестве информационного сигнала использовался сигнал с бинарной фазовой манипуляцией (Binary Phase Shift Keying, BPSK). ОСШ каждом канале ААР равнялось



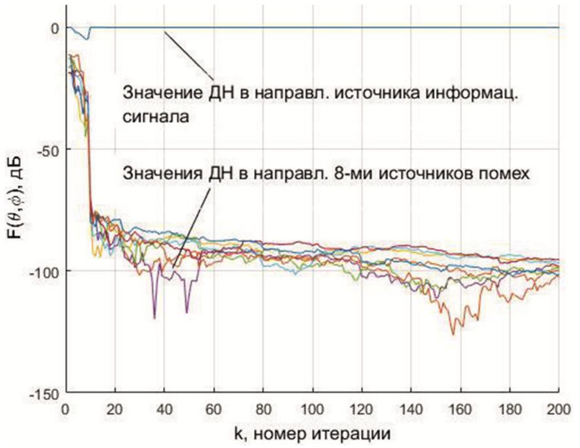
а)



б)

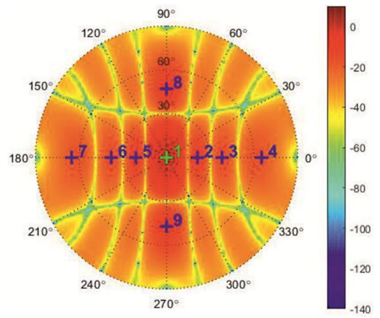


в)

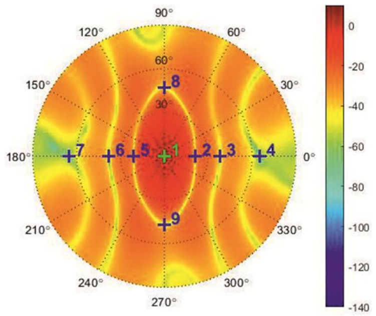


г)

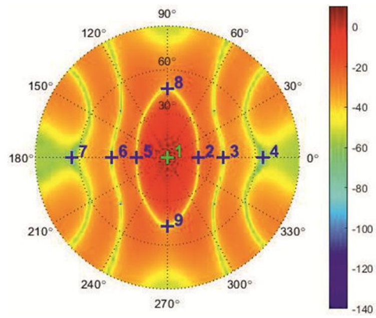
Рис. 3. Переходные процессы (9-ть входных сигналов): а), б) полностью адаптивной АР; в), г) частично адаптивной АР



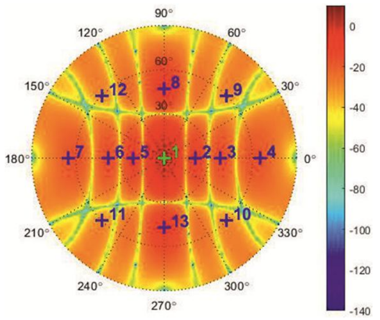
а)



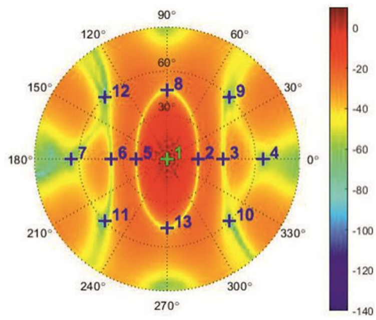
б)



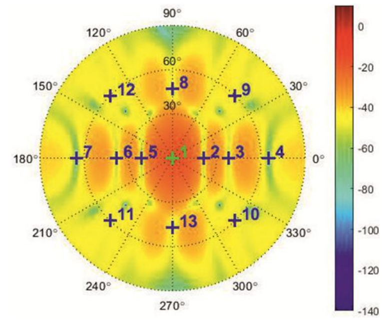
в)



г)



д)



е)

Рис. 4. Диаграммы направленности: а) исходная прием 9-ти сигналов;
б) установившаяся полностью адаптивной АР, прием 9-ти сигналов; в) установившаяся частично адаптивной АР, прием 9-ти сигналов; г) исходная, прием 13-ти сигналов; д) установившаяся полностью адаптивной АР, прием 13-ти сигналов; е) установившаяся частично адаптивной АР, прием 13-ти сигналов

30 дБ. Источники помех были расположены симметрично относительно главного лепестка ДН ААР в направлениях максимумов наибольших боковых лепестков ДН. Для каждой из принимаемых помех ОСП на входах ААР равнялось -30 дБ.

Результаты моделирования представлены на рис. 3 – рис. 5. Примеры переходных процессов алгоритмов адаптации в терминах значений нормированных ДН $|F(\theta,\phi)|$ показаны на рис. 3 для случая приема ААР девяти сигналов (один полезный и восемь помех).

Так как число степеней свободы полностью адаптивной АР $M = 32 > 9$ и число степеней свободы (число ВК) частично адаптивной АР $M_{xy} = 12 > 9$, то из рис. 3 следует, что в данной помеховой обстановке обе рассматриваемые ААР способны подавить заданное число сигналов источников помех. В установившемся состоянии значения ДН в направлениях источников этих сигналов в обеих ААР одинаковые, см. рис. 3 *а*) и рис. 3 *в*). Эти значения отличаются только в начале переходных процессов, см. рис. 3 *б*) и рис. 3 *г*).

Для построения ДН частично адаптивной АР требуется знать эквивалентные ВК полной АР в каждом канале решетки. Они реконструируются путем суммирования ВК пересекающихся строк и столбцов АР как

$$h_{m_x,m_y}(k) = h_{m_x}(k) + h_{m_y}(k). \quad (8)$$

В случае полностью адаптивной АР все ВК $h_{m_x,m_y}(k)$ вычисляются непосредственно с помощью адаптивного алгоритма.

На рис. 4 *а*), рис. 4 *б*) и рис. 4 *в*) показаны ДН ААР в начале и в конце описанного выше эксперимента. Направление на источник полезного сигнала здесь отмечено зелеными цифрой и крестиком, а направления на помехи отмечены синими цифрами и крестиками. На рисунках угол θ отсчитывается от центра круга вдоль его радиуса, а угол ϕ отсчитывается вокруг круга. Цвет рисунка обозначает значения ДН $|F(\theta,\phi)|$ в дБ в соответствии со значениями на цветной полосе. Из рис. 4 *б*) и рис. 4 *в*) видно, что в установившемся состоянии ДН обеих рассматриваемых ААР практически одинаковые, что подтверждает результаты, представленные на рис. 3.

Однако если число принимаемых сигналов равно тринадцати, то число степеней свободы частично адаптивной АР $M_{xy} = 12 < 13$ уже недостаточно для подавления сигналов источников помех, а число степеней свободы полностью адаптивной АР $M = 32 > 12$, по прежнему, достаточно. Поэтому только полностью адаптивная АР способна подавлять помехи, см. рис. 4 *г*), рис. 4 *д*) и рис. 4 *е*), в этом случае, для которого рисунки, аналогичные рис. 3, приведены на рис. 5.

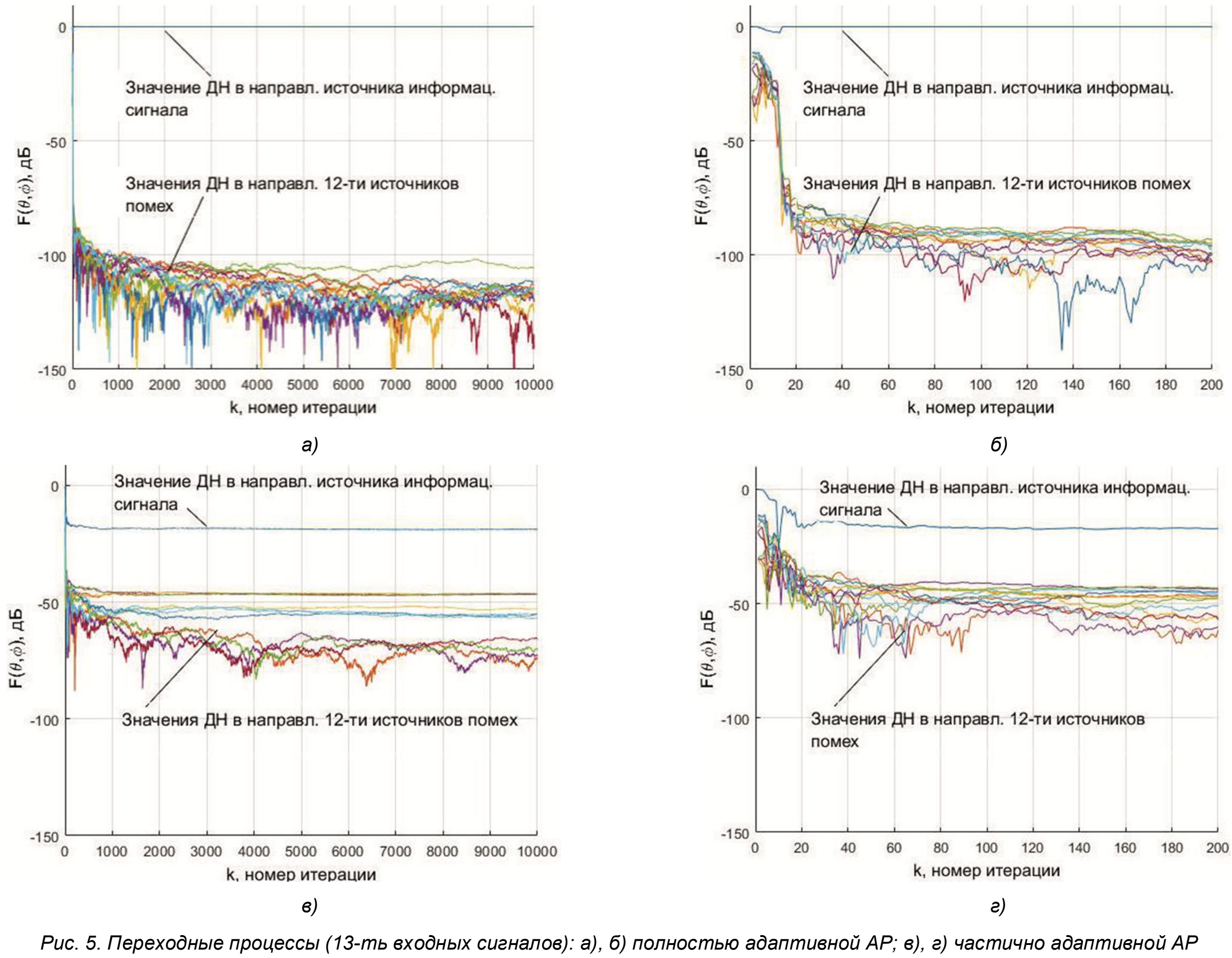


Рис. 5. Переходные процессы (13-ть входных сигналов): а), б) полностью адаптивной АР; в), г) частично адаптивной АР

Заключение

Таким образом, в работе представлены результаты сравнительного исследования частично адаптивных и полностью адаптивных АР на основе MIL RLS-алгоритма адаптивной фильтрации. Частично адаптивная прямоугольная АР с суммированием сигналов антенн по строкам и столбцам характеризуется меньшей арифметической сложностью по сравнению с полностью адаптивной АР. Уменьшение этой сложности зависит от соотношения M / M_{xy}. Если общее число принятых сигналов меньше M и меньше M_{xy}, то обе ААР обеспечивают одинаковое подавление сигналов источников помех в установившемся состоянии. Это позволяет уменьшить требуемые вычислительные ресурсы для реализации решетки в виде частично адаптивной АР, если число ее антенн велико.

Литература

1. Самойленко В. И., Шишов Ю. А. Управление фазированными антенными решётками. М.:Радио и связь, 1983. 240 с.
2. Сазонов Д. М. Антенны и устройсва СВЧ. Учебн. для радиотехн. спец. вузов. М.: Высшая школа, 1988. 432 с.
3. Воскресенский Д. И., Гостюхин В. Л., Максимов В. М., Пономарев Л. И. и др. Устройства СВЧ и антенны. Под ред. Д. И. Воскресенского. М.: Радиотехника, 2016. 560 с.
4. Balanis C. A. Antenna theory: analysis and design. 4th ed. John Wiley & Sons, Inc., 2016. 1095 p.
5. Maillou R. J. Phased array antenna handbook, 3-rd ed. Artech House, Inc., 2017. 506 p.
6. Tsoulos G. V. Adaptive antennas for wireless communications. IEEE Press, 2001. 764 p.
7. Fen A. J. Adaptive antennas and phased arrays in radar and communications. Artech House, Inc., 2007. 410 p.
8. Guo Y. J., Ziolkowski R. W. Advanced array engineering for 6G and beyong wireless communications. Willey-IEEE Press, 2021. 336 p.
9. Журавлев А. К., Лукошкин А. П., Поддубний С. С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Л.:Издательсво Ленинградского ун-та, 1983. 240 с.
10. Compton R. T. Adaptive antennas. Concepts and performance. Prentice Hall, 1988. 448 p.
11. Пистолькорс А. А., Литвинов О. С. Введение в теорию адаптивных антенн. М.: Наука, 1991. 200 с.
12. Chandran S., Ed. Adaptive antenna arrays: trends and applications. Springer, 2004. 660 p.
13. Allen B., Ghavami M. Adaptive array systems. Fundamentals and applications. John Wiley & Sons Ltd., 2005. 250 p.
14. Hudson J. E. Adaptive array principles.The Institution of Engineering and Technology, 2007. 253 p.
15. Monzingo R. A., Haupt R. L., Miller T. W. Introduction to adaptive arrays, 2nd ed. SciTech Publishing, 2011. 510 p.
16. Widrow B., Stearns D. D. Adaptive signal processing. Pearson. 1985. 528 p.
17. Cowan C. F. N., Grant P. M. Adaptive filters. Premtice-Hall, Inc., 1985. 308 p.
18. Sayed A. H. Fundamentals of adaptive filtering. John Willey and Sons, 2003.1125 p.
19. Sayed A. H. Adaptive filters. John Wiley and Sons, 2008. 785 p.
20. Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters theory and applications. 2-nd ed. John Wiley & Sons, 2013. 778 p.
21. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М: Техносфера, 2013. 528 с.
22. Haykin S. Adaptive filter theory. 5-th ed. Pearson Education Inc., 2014. 889 p.
23. Diniz P. S. R. Adaptive filtering algorithms and practical implementation. 5-th ed. Springer, 2020. 495 p.
24. Oppenheim A. V., Schafer R. W. Discrete-time signals procesing. Prentice-Hall, 2009. 1144 p.
25. Сюзев В. В. Основы теории цифровой обработки сигналов. М: РТ Софт, 2014. 752 с.
26. Steyskal H. Digital beamforming antennas. Microwave Journal. 1987. № 1. P. 107-124.
27. Litva J., Lo T. K.-Y. Digital beamforming in wireless communications. Artech House., 1996. 301 p.
28. Григорьев Л. Н. Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках. М.: Радиотехника, 2010. 144 с.
29. Добычина Е. М., Кольцов Ю. В. Цифровые антенные решетки в бортовых радиолокационных системах. М.: Изд. МАИ, 2013. 158 с.
30. Слюсар В. И. Развитие схемотехники ЦАР: некоторые итоги. Часть 1. Первая миля. Last mile. 2018. № 1. С. 72-77.
31. Слюсар В. И. Развитие схемотехники ЦАР: некоторые итоги. Часть 2. Первая миля. Last mile. 2018. № 2. С. 76-80.
32. Darabi H. Radiofrequency integrated circuits and systems, 2-nd ed. Cambridge University Press, 2020. 778 p.
33. Kuo S. M., Gan W.-S. Digital signal processors: architectures, implementations and applications. Prentice Hal, 2004. 624 p.
34. Woods R., McAllister J., Lightbody G., Ying Yi. FPGA-based implementation of signal processing systems. 2-nd ed. Willey, 2017. 360 p.
35. Welch T. B., Wright H. G., Morrow M. G. Real-time digital signal processing from MATLAB to C with the TMS320C6x DSPs. 3-rd ed. CRC Press, 2017. 480 p.
36. Витязев С.В. Цифровые процессоры обработки сигналов. М.: Горячая линия-Телком, 2017. 100 с.
37. Архипкин В. Я., Дябин М. И., Ерохин В. В., Леохин Ю. Л. Построение высокопроизводительной СнК на основе 16-разрядного процессорного ядра // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2020. Выпуск 4. С. 134-139.
38. Джиган В. И. Многоканальные RLS- и быстрые RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации. Успехи современной радиоэлектроники. 2004. № 11. С. 48-77.
39. Djigan V. I. Recursive least squares – an idea whose time has come. Proceedings of the 7-th International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing. Moscow, Russia, September 1-2, 2007. 4 p.
40. Джиган В. И., Вечтомов В. А. Пространственная фильтрация помех в антенне, построенной из подрешеток. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Прибо-

ростроение. 2012. Специальный выпуск № 7 «Радиооптические технологии приборостроения». С. 158-171.

41. Джиган В. И. Функциональная и вычислительная эффективность RLS-алгоритмов в арифметике действительных чисел для многолучевых адаптивных антенных решеток. Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 2. С. 29-35.

42. Джиган В.И. Двумерные адаптивные антенные решетки в арифметике комплексных и действительных чисел. Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем. 2018. Выпуск 4. С. 161-168.

43. Djigan V. I. Some tricks of calculations in MIL RLS algorithm. Proceedings of the 23-th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA-2021). Moscow, Russia, March 24 – 26, 2021. 4 p.

44. Djigan V. I. Low complexity RLS adaptive filters. Proceedings of the 23-th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA-2022). Moscow, Russia, March 30 – April 1, 2022. 5 p.

45. Бененсон Л. С., Журавлев В. А., Попов С. В, Постнов Г. А. Антенные решетки. Методы расчета и проектировнаия. М.: Совесткое радио, 1966. 368 с.

46. Brown A. D., Boeringer D., Cooke T. Electronically scanned arrays. MATLAB® modelling and simulation. CRC Press, 2012. 214 p.

47. Morgan D. R. Partially adaptive array techniques. IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1978, Vol. 26, no. 6, pp. 823-833.

48. Chapman D. J. Partial adaptivity for the large array. IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1976, vol. 24, no. 5, pp. 685-696.

49. Плетнева И.Д., Джиган В.И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках. Исследования в области цифровых систем связи. М.: Изд. МИЭТ, 2007. С. 36-43.

50. Makarov S. N., Iyer V., Kulkami S., Best S. R. Antenna and EM dodelling with MATLAB® Antenna Toolbox. John Wiley and Sons, Inc., 2021. 319 p.

НОВЫЕ КНИГИ

Основы статистической теории радиотехнических систем:

Учебное пособие под ред. А.В. Коренного – М.: Изд-во Радиотехника, 2021 г. – 240 с.: ил.

Приведены необходимые сведения из теории вероятностей, случайных процессов и математической статистики, и на их основе рассмотрены статистические методы анализа линейных и нелинейных систем. На базе теории фильтрации изложены современные методы синтеза радиоэлектронных систем различного назначения, основы теории информации и методы статистического моделирования. Методика применения теоретических результатов к решению практических задач проиллюстрирована содержательными примерами.

Предназначено для слушателей и курсантов военных вузов, а также студентов вузов, обучающихся по специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы». Может быть аспирантам и преподавателям вузов, занимающихся вопросами синтеза и анализа радиотехнических устройств и систем.

Гаврилов К.Ю., Каменский И.В., Кирдяшкин В.В., Линников О.Н.

Моделирование и обработка радиолокационных сигналов в MATLAB: Учебное пособие – М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. – 264 с.: ил.

Рассмотрены методы моделирования радиолокационных сигналов при отражении от сложных целей, принципы моделирования аналоговых и цифровых устройств обработки сигналов, включающие формирование двумерной матрицы цифровых отсчетов, методы согласованной фильтрации, обнаружения и обработки сигналов в импульсно-доплеровских радиолокационных системах.

Показаны примеры обработки наиболее распространенных видов радиолокационных сигналов – импульсных, с линейной частотной модуляцией и фазо-кодоманипулированных сигналов. Приведены программы моделирования и обработки сигналов в среде MATLAB.

Для студентов, аспирантов и инженеров, изучающих и использующих теорию радиолокации и методы моделирования и обработки радиолокационных сигналов. Будет полезна научным работникам и разработчикам радиолокационных систем.

УДК 621.391.13

СТРУКТУРА МНОГОМЕРНЫХ АНСАМБЛЕЙ СИГНАЛОВ И МЕТОДЫ ИХ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМА

Быховский М.А., доктор технических наук, профессор, e-mail: bykhmark@gmail.com

MULTIDIMENSIONAL SIGNAL ENSEMBLES, THEIR STRUCTURE AND METHODS OF OPTIMAL RECEPTION

Bykhovskiy M.A.

The paper examines the issues related to the structure of multidimensional signal ensembles with hyperphase modulation (HPPM). The author considers two functional designs of optimal demodulators of HPPM signals; one of which is synthesized on the basis of the Neumann-Pearson method, and the second one is based on a method that allows to determine the coordinates of signal points for HPPM signals by using a maximum likelihood method. The proposed methods allow to estimate with a high accuracy the probability of error when receiving HPPM signals.

The paper contains formulas and charts that allow to estimate the probability of error during signal reception depending on normalized signal duration, as well as on the specific speed of message transmission and on the signal-to-noise ratio at the demodulator input. The author presents the results of a comparison of the communication system with HPPM to traditional communication systems, in which two-dimensional signal ensembles and error-correcting codes (ECC) are used. It is shown that communication systems with HPPM provide 2 ... 3 dB higher energy efficiency, as well as 1.5 ... 2 times higher spectral efficiency as compared to traditional communication systems. It is noted that the technical implementation of communication systems with HPPM is substantially simpler than communication systems in which two-dimensional signal ensembles and long ECC are utilized.

Key words: Optimal multidimensional signals, error-correcting codes, message transmission rate, energy and spectral efficiency, optimal signal reception, reception immunity.

Исследуются вопросы, связанные со структурой ансамблей многомерных сигналов с гиперфазовой модуляцией (ГПФМ). Рассмотрены две функциональные схемы оптимальных демодуляторов сигналов таких сигналов, одна из которых синтезирована на основе метода Неймана-Пирсона, а вторая – на основе метода, позволяющего определять координаты сигнальных точек для сигналов ГПФМ. Предложены методы, позволяющие с высокой точностью оценить вероятность ошибки при приеме сигналов с ГПФМ.

Представлены формулы и графики, позволяющие оценить вероятность ошибки при приеме сигналов в зависимости от нормированной длительности сигналов, а также от удельной скорости передачи сообщений и от отношения сигнал/шум на входе демодулятора. Приведены результаты сравнения системы связи с ГПФМ и традиционными системами связи, в которых применяются двумерные ансамбли сигналов и помехоустойчивые коды (ПК). Показано, что системы связи с ГПФМ обеспечивают большую на 2…3 дБ энергетическую эффективность, а также большую в 1,5…2 раза спектральную эффективность по сравнению традиционными системами связи. Отмечается, что техническая реализация систем связи с ГПФМ существенно проще систем связи, в которых используются двумерные ансамбли сигналов и длинные ПК.

Ключевые слова оптимальные многомерные сигналы, помехоустойчивые коды, скорость передачи сообщений, энергетическая и спектральная эффективность, оптимальный приема сигналов, помехоустойчивость приема.

Введение

Основными характеристиками систем связи являются надежность передачи сообщений, характеризуемая значением вероятности ошибки при приеме определенной последовательности информационных символов (P_{ser}), энергетика линии связи, определяющая значение ρ_s – отношение сигнал/шум на входе демодулятора, необходимое для обеспечения требуемой надежности, и удельная скорость передачи сообщений (R_f бит/сек·Гц), равная количеству бит, передаваемых по каналу связи в одну секунду, отнесенное к ширине (F) его полосы частот. Важной характеристикой системы связи является также задержка между моментом поступления сообщения на входе системы связи и моментом его поступления на ее выходе (за исключением задержки, связанной с распространением сигнала в канале связи), которая определяется величиной 2(FT), где T длительность сигналов, принадлежащих к ансамблю сигналов (АС), который применяется для передачи сообщений.

Огромный вклад в установление основных закономерностей, связанных с передачей сообщений по каналам связи, внес американский ученый Клод Шеннон, создавший теорию информации. Его исследования показали какие методы передачи сообщений по каналам связи должны использоваться при разработке перспективных систем связи, а также какими предельными характеристиками могут обладать «идеальные» системы связи, обеспечивающие необходимую надежность передачи сообщений, при минимально возможной энергетике и минимальной их задержке, связанной с обработкой сигналов при их демодуляции.

Важнейшим результатом теории информации является теорема Шеннона о пропускной способности аналогового канала связи, в котором действует гауссовский шум [1]. Именно такая модель канала во многих случаях адекватна реальным условиям передачи сообщений. Теорема Шеннона устанавливает соотношение между максимально возможным значением скорости $R_{fm} = \max(R_f)$ и энергетикой линии связи, определяемой параметром ρ_{so} :

$$R_{fm} = \log_2(1+\rho_{so}) \text{ или } \rho_{so} = (2^{R_{fm}} - 1) . \quad (1)$$

В [1] также показано, что в «идеальной» системе связи при $\rho_s = const$ может быть обеспечена практически абсолютная надежность связи, если для передачи сообщений используются сигналы достаточно большой нормированной длительности, равной (FT), т.е. согласно этой теореме $P_{ser} \to 0$ при $(FT) \to \infty$.

Шеннон ввел в теорию связи наглядную геометрическую интерпретацию проблем, связанных с передачей сигналов. При этом каждому сигналу в соответствие ставилась сигнальная точка (CT_s) в N-мерном пространстве, где $N = 2\,\mathrm{int}(FT)$ (здесь $\mathrm{int}(x)$ – целая часть числа x, далее будем считать, что (FT) – целое число), а ансамблю сигналов ставилось в соответствие множество CT_s .

В [1] были введены важные критерии оценки эффективности систем связи, определив их энергетическую и спектральную эффективность (ЭЭ и СЭ). Коэффициенты ЭЭ и СЭ вычисляются следующим образом: $\gamma_{ee} = 10\lg(\rho_{so}/\rho_s) < 0$ дБ и $\gamma_{se} = (R_f/R_{fm}) < 1$, где ρ_s и R_f – параметры конкретных систем связи, которые сравниваются с «идеальной», для которой $\gamma_{ee} = 0$ дБ и $\gamma_{se} = 1$. Эти критерии широко используются при разработке новых систем связи [2]. Важно отметить, что в «идеальной» по Шеннону системе связи по аналоговому каналу связи передаются только информационные символы, значения которых могут принимать значения, лежащие в заданном интервале [-Z, Z]. Количество возможных последовательностей таких символов равно $M = 2^{R_f(FT)}$. Для их передачи в «идеальной» системе на передающем конце применяются только модулятор, с помощью которого номер определенной последовательности информационных символов известной длины преобразуется в евклидовы координаты сигнала в N-мерном пространстве для его передачи по каналу связи. На другой стороне линии связи применяется демодулятор, осуществляющий обработку принимаемого сигнала. В демодуляторе определяются его евклидовы координаты, и формируется номер принятой последовательности символов, который направляется пользователю системы.

В современных системах связи для обеспечения надежности применяются помехоустойчивые коды (ПК), кодовые комбинации (КК) которых помимо информационных символов содержат также и избыточные, уменьшающие кодовую скоростью $(R_c < 1)$. Для передачи символов КК применяются системы связи, в которых используются двумерные АС, обеспечивающие удельную скорость передачи сообщений, равную R_{fm}. При использовании ПК реальная удельная скорость передачи уменьшается до значения $R_{fo} = R_{fm}R_c$. Таким образом, применение в системах связи ПК обязательно приводит к снижению их СЭ. Следует иметь ввиду, что полоса частот, выделяемая для создания системы связи, обеспечивающей заданную удельную скорость передачи сообщений, является весьма ценным природным ресурсом. Так, например, операторы сотовых систем связи платят государству миллиарды $ за полосу частот, которая выделяется им для создания сетей связи на определенной территории. Поэтому экономическая эффективность систем связи, использующих двумерные АС, из-за необходимости использования в них ПК неизбежно существенно снижается СЭ.

В [1] доказательство теоремы (1) не носило конструктивного характера, так как вопросы, связанные с алгоритмами формирования конкретного оптимального АС, а также с демодуляцией принятых сигналов в [1] не рассматривались. В 1950 г. американским ученым Стефаном Райсом, создателем статистической радиотехники, было выполнено исследование системы связи, в которой для передачи сообщений использовались N-мерные АС, сигнальные точки которых расположены на поверхности N-мерной сферы, а прием этих сигналов осуществлялся методом максимального правдоподобия (МП) [3]. В [3] была получена оценка вероятности P_{ser}, из которой следовала теорема (1). Таким образом, Райсом оптимальность ансамбля поверхностно-сферических сигналов (ПСАС) была доказана путем анализа надежности системы связи, в которой выполняется оптимальная демодуляция принимаемых сигналов.

В 1959 г. Шеннон также представил конструктивное доказательство своей теоремы [4], рассмотрев не только ПСАС, но и объемно-сферический ансамбль сигналов (ОСАС), в котором CT_s лежат не только на поверхности, но и внутри N-мерной сферы. Эти АС оказались практически эквивалентными с точки зрения качества связи, которые они могут обеспечить. Впрочем, эта эквивалентность непосредственно следует из того, что при $N \gg 1$ весь объем сферы расположен вблизи ее поверхности. В [4] были получены существенно более точные оценки для P_{ser}, нежели в [3], и, кроме того, из представленного анализа следовало, что повышение надежности связи при использовании ПСАС или ОСАС связано с тем, что минимальное евклидово расстояние между СТ этих АС (D_m) увеличивается при $\rho_s = const$ по закону $D_m = \hat{d}_m\sqrt{(FT)\rho_s}$, где $\hat{d}_m$ – нормированное значение этого расстояния. Значения $\hat{d}_m$ и R_f – удельной скорости передачи сообщений, которую можно обеспечить, применяя ПСАС или ОСАС, связаны друг с другом соотношениями [4]:

$$R_f(\hat{d}_m) = \log_2(4/\hat{d}_m^2) \text{ или } \hat{d}_m(R_f) \,/\, 2 = 2^{-R_f/2} . \quad (2)$$

В работах [3] и [4] конкретные алгоритмы построения многомерных ПСАС и ОСАС также не рассматривались. Как и в [1], в [3] и [4] предполагалось, что сигналы эти формируются путем случайного выбора отрезков гауссовского шума, длительность которых равна T. Шеннон показал [1, 4], что при таком выборе сигналов с весьма большой вероятностью будут сформированы оптимальные ПСАС и ОСАС.

Крупным недостатком любого АС, сигналы которого сформированы не по регулярным правилам, а случайным образом, является то, что при их демодуляции методом МП необходимо осуществлять полный перебор всех возможных сигналов данного АС, в результате которого можно будет найти тот, для которого евклидово расстояние до сигнала, поступившего на вход демодулятора, имеет минимальное значение. Поскольку с увеличением T количество сигналов в многомерных АС увеличивается по экспоненциальному закону, то практически невозможно осуществить такой перебор и реализовать оптимальный прием сигналов, принадлежащих АС, сформированному случайным образом. Этим, по-видимому, объясняется то, что до сего времени многомерные АС не нашли практического применения в современных системах связи.

В этих системах для обеспечения надежной связи в настоящее применяются двумерные АС и ПК, у которых КК имеют весьма большую длину (N_{KK}). В настоящее время разработаны методы декодирования ПК с большой длиной КК, сложность которых растет пропорционально $(N_{KK})^2$. Каждую КК, символы которой передаются с помощью сигналов, принадлежащих выбранному АС, можно рассматривать как определенный сигнал (МС) многомерного ансамбля сигналов. Такой ансамбль в теории связи называют [2] сигнально-кодовой конструкцией (СКК). Минимальное евклидово расстояние между такими сигналами равно $D_{KK} = d_{AC}\sqrt{N_{KK}\hat{d}_H(R_c)}$, где d_{AC} – минимальное расстояние между сигналами, принадлежащими к используемому в системе связи АС, N_{KK} – длина КК, а $\hat{d}_H(R_c)$ – нормированное минимальное хэммигово расстояние между КК, R_c – кодовая скорость ПК. Для ПК, относящихся к классу кодов, наиболее эффективно исправляющих ошибки, возникающие при демодуляции сигналов, установлены верхние ($U_{\sup}$) и нижние ($U_{\min}$) границы области, в которой может находиться зависимость $\hat{d}_H(R_c) : U_{\min}(R_c) \le \hat{d}_H(R_c) \le$ $\le U_{\sup}(R_c)$ [2]. Наиболее точными границами являются верхняя граница Бассалыго-Элайеса и нижняя – Варшамова-Гильберта. Следует иметь ввиду, что $\hat{d}_H(R_c) < 1,$ причем величина $\hat{d}_H(R_c)$ быстро уменьшается с увеличением кодовой скорости из-за того, что при этом уменьшается количество избыточных символов в КК и, как следствие, уменьшается количество ошибок в КК, которое может быть исправлено ПК. Величина D_{KK}, как и D_m в ПСАС, определяет надежность связи, так как эти параметры определяют размер зоны правильного (ЗП) приема в евклидовом пространстве; при поступлении сигнала на вход демодулятора – чем этот размер больше, тем меньшее значение имеет вероятность ошибки P_{ser}. Как показывают расчеты [5], для ПСАС при одинаковой длине сигналов ПСАС и КК в ПК величина $D_m > D_{KK}$ и поэтому характеристики надежности связи у систем с ПСАС всегда ближе к «идеальным», чем у систем связи с ПК.

В книге [5] был предложен регулярный метод построения сигналов, принадлежащих ПСАС. Такой ансамбль из-за особенностей процедуры его формирования был назван в [5] гиперфазовой модуляцией (ГПФМ). В [5] показано, что этот сигнал с точки зрения возможности обеспечения надежности связи обладает всеми свойствами ПСАС, установленными в [4]. Такой ансамбль имеет регулярную структуру, что позволяет технически реализовать оптимальную демодуляцию принадлежащих к нему сигналов, используя метод МП. При этом, в отличие от оптимальной демодуляции случайно выбранных сигналов ПСАС, исследованной в [3] и [4], сложность реализации которых растет экспоненциально с увеличением (FT), для сигналов с ГПФМ эта сложность, как показано в [5], растет с увеличением (FT) только линейно. В [5] рассмотрены также вопросы, связанные с технической реализацией модуляторов и демодуляторов для ГПФМ, а также дано сравнение по надежности, систем связи в которых может быть применена ГПФМ, с рядом современных систем связи, в которых применяются различные ПК и СКК.

В данной статье, которая является продолжением статьи [6], исследуются вопросы, связанные со структурой ПСАС, которая определяет разделение множества всех сигналов на группы, зависящие от количества сигналов, расположенных на разных расстояниях от любого сигнала, принадлежащего ПСАС. С учетом структуры ПСАС в статье предложены методы, позволяющие с высокой точностью оценить вероятность ошибки при приеме сигналов ПСАС. Рассмотрены две функциональные схемы оптимальных демодуляторов сигналов ПСАС, одна из которых синтезирована на основе метода Неймана-Пирсона, а вторая, в которой методом максимального правдоподобия определяются координаты сигнальных точек для сигналов ПСАС.

В статье приведены формулы и графики, позволяющие оценить зависимость вероятности ошибки при приеме сигналов в зависимости от нормированной длительности сигналов, а также от удельной скорости передачи сообщений и от отношения сигнал/шум на входе демодулятора.

Структура многомерных поверхностно-сферических ансамблей сигналов

Если воспользоваться геометрической терминологией [4], то каждый сигнал $S_m(t)$, принадлежащий многомерному ПСАС, можно трактовать как соответствующую ему сигнальную точку CT_m на поверхности многомерной сферы. Сигнальная точка CT_m окружена CT_s, соответствующими другим сигналам ПСАС, которые находятся за пределами конусной области в N-мерном евклидовом пространстве, представляющей собой зону правильного приема (ЗП) сигнала $S_m(t)$. Ошибка при демодуляции произойдет, если из-за действия шума CT_m, соответствующая принятому сигналу при передаче $S_m(t)$, окажется вне ЗП этого сигнала. Эта область на поверхности сферы имеет площадь, пропорциональную величине $\int_0^{\Delta\varphi_1/2} \sin^{N-2}(\theta)\,d\theta$, которая определяется величиной телесного угла $\Delta\varphi_1$, ось которого проходит через CT_m. Отношение площади всей многомерной сферы к площади ее поверхности, лежащей внутри конусной области, в которой находится ЗП сигнала $S_i(t)$, равно количеству сигналов в ПСАС [4]:

$$M_N = 2^{R_f(FT)} \cong \mathrm{int}\left[\frac{2\int_0^{\pi/2}\sin^{N-2}(\theta)\,d\theta}{\int_0^{\Delta\varphi_1/2}\sin^{N-2}(\theta)\,d\theta}\right]. \qquad (3)$$

В (3) удельная скорость передачи сообщений согласно (2) равна $R_f(\hat{d}_m) = \log_2(4/\hat{d}_m^2)$. Ниже при записи сигналов $S_i(t)$ будем использовать значения их уровней, нормированные к мощности шума, действующего на входе демодулятора. При такой нормировке одно из важных условий, которое должно выполняться для всех сигналов ПСАС, может быть записано в виде $\int_0^T S_i^2(t)dt = U_o = 2(FT)\rho_s$, а минимальное значение евклидового расстояния между любыми двумя сигналами ПСАС оказывается равным $D_m = \min\left\{\sqrt{\int_0^T [S_i(t)-S_j(t)]^2\,dt}\right\} = \min\left\{2\sqrt{(FT)\rho_s(1-\lambda_{ij})}\right\} = \left(\sqrt{(FT)\rho_s}\right)\hat{d}_m$.

В формуле для D_m обозначено $\lambda_{ij} = \int_0^T S_i(t)S_j(t)dt/U_o = \cos(\Delta\varphi_{ij})$ – коэффициент взаимной корреляции двух сигналов $S_i(t)$ и $S_j(t)$ ($\Delta\varphi_{ij}$ – угол между двумя векторами, исходящими из центра многомерной сферы в CT_i и CT_j), $\hat{d}_m = 2\sin(\Delta\varphi_1/2)$ – нормированное значение минимального евклидова расстояния между сигналами ПСАС. Для случая, когда $\Delta\varphi_{ij} = \Delta\varphi_1$ коэффициент корреляции сигналов $S_i(t)$ и $S_j(t)$ равен $\lambda_o = \cos(\Delta\varphi_1) = 1-\sin^2(\Delta\varphi_1/2) = (1-0,5\hat{d}_m^2)$. Из этого соотношения видно, что при небольших значениях $\hat{d}_m$ величина λ_o близка к 1.

При выборе любого сигнала в ПСАС (например, $S_m(t)$) все остальные могут быть разбиты на группы (на подмножества A_k). Сигналы, принадлежащие k-й группе, обозначим $S_{ki}(t)$ $(S_{ki}(t) \in A_k)$. Если принять, что сигнальная точка (CT_m) выбранного сигнала расположена на полюсе многомерной сферы, на которой размещены все СТ ПСАС, то в множество A_1 войдут сигналы $S_{1i}(t)$, которым соответствуют CT_{1i}, находящиеся на минимальном расстоянии от CT_m, равном D_m. Относительно CT_m эти CT_{1i} расположены в кольцевой области на поверхности сигнальной сферы, лежащей между двумя многомерными конусами, каждый из которых имеет телесный угол, равный $\Delta\varphi_1$ и $3\Delta\varphi_1$. Кольцевая область, расположенная между этими двумя углами, занимает площадь поверхности сферы, пропорциональную $\int_{\Delta\varphi_1}^{3\Delta\varphi_1} \sin^{N-2}(\theta)\,d\theta$, а количество сигналов ПСАС, которые принадлежат этой группе, равно $M_1 \cong \mathrm{int}\left[\frac{\int_{\Delta\varphi/2}^{3\Delta\varphi_1/2}\sin^{N-2}(\theta)\,d\theta}{\int_0^{\Delta\varphi_1/2}\sin^{N-2}(\theta)\,d\theta}\right] = 2^{R_f(FT)}$. Полное количество (K) групп (множеств A_k) сигналов ПСАС равно, очевидно, $K = \mathrm{int}\left(\frac{\pi-\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_1}\right)$, причем в множество A_k. входят все CT_{ki}, расположенные в кольцевой области поверхности сигнальной сферы, лежащей между двумя многомерными конусами, каждый из которых имеет телесный угол, равный $(2k-1)(\Delta\varphi_1/2)$ и $(2k+1)(\Delta\varphi_1/2)$. Угловое расстояние этих CT_{ki} от CT_m равно $k\Delta\varphi_1$, причем все сигналы, принадлежащие к k-й группе, имеют с сигналом, соответствующим CT_m, одинаковый коэффициент корреляции, равный $\lambda_{ki} = \cos(k\Delta\varphi_1) = (1-0,5\hat{d}_m^2)$. Количество принадлежащих k-й группе сигналов ПСАС, равно

$$M_k \cong \mathrm{int}\left[\frac{\int_{(2k-1)(\Delta\varphi_1/2)}^{(2k+1)(\Delta\varphi_1/2)}\sin^{N-2}(\theta)\,d\theta}{\int_0^{\Delta\varphi_1/2}\sin^{N-2}(\theta)\,d\theta}\right] = 2^{R_f(FT)}. \qquad (4)$$

Отметим соотношения, которые следуют из (4): $R_{fk} = R_{f(K-k)}$ и $M_N = \sum_{k=1}^{K} M_k$. Как показано в [4] $\int_0^{\alpha}\sin^{N-2}(\theta)\,d\theta \cong \frac{\sin^{N-1}(\alpha)}{(N-1)\cos(\alpha)}$, поэтому для расчета значения M_k можно использовать следующую формулу

$$M_k \cong \Psi_{k+1}(\Delta\varphi_1) - \Psi_k(\Delta\varphi_1), \text{ где} \qquad (5)$$

$$\Psi_k(\Delta\varphi_1) = \left(\frac{\sin[(2k-1)\Delta\varphi_1/2]}{\sin(\Delta\varphi_1/2)}\right)^{2(FT)-1}\left(\frac{\cos(\Delta\varphi_1/2)}{\cos[(2k-1)\Delta\varphi_1/2]}\right)$$

$(k = 1 \ldots K)$.

Важно иметь в виду, что для каждого сигнала $S_m(t)$ в ПСАС на минимальном от него евклидовом расстоянии расположено всего M_1 сигналов. Отсюда следует, что вероятность ошибок при демодуляции любого переданного сигнала $S_m(t)$ возникает, в основном, потому что из-за действия шума происходит смещение сигнальной точки принятого сигнала в область правильного приема одного из M_1 сигналов, ближайших к переданному.

Помехоустойчивость оптимального приема сигналов ПСАС

Для синтеза оптимального демодулятора сигналов, имеющих одинаковую энергию и реализующего их прием по методу МП, можно воспользоваться методом Неймана-Пирсона. В результате получим демодулятор, функциональная схема которого показана на рис. 1 [7].

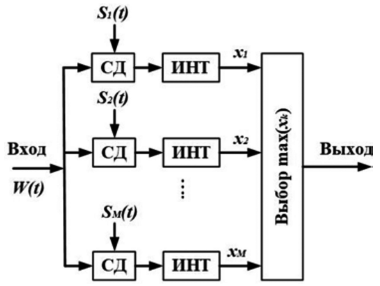


Рис. 1. Функциональная схема демодулятора МП поверхностно-сферического АС

Эта схема содержит $M_N = 2^{R_f FT}$ каналов приема сигналов, входящих в ПСАС, используемый для передачи сообщений. В этом демодуляторе осуществляются вычисления значения функций правдоподобия для всех возможных сигналов, входящих в ПСАС, вычисленные значения сравниваются друг с другом по величине и принимается решение о приеме того сигнала, для которого функция правдоподобия имеет наибольшее значение. Такой демодулятор обеспечивает максимальную помехоустойчивость приема сообщений. Следует, однако, иметь в виду, что техническая реализация демодулятора рис. 1 практически невозможна из-за ее огромной сложности, так как число сигналов в ансамбле ПСАС весьма значительно ($M_N \gg 1$). Ниже будет приведена другая схема оптимального демодулятора, который может быть практически реализован, так как его сложность растет все лишь линейно с увеличением нормированной длины сигналов, входящих в ПСАС, и не зависит от количества сигналов в ПСАС.

Представим метод анализа помехоустойчивости приема сообщений в демодуляторе рис. 1. На его вход поступает сигнал $W(t) = S_m(t) + n(t)$, где $S_{ki}(t)$ – сигналы, принадлежащие множествам A_k $(S_{ki}(t) \in A_k$, $k = 1...K$, $i = 1...M_K)$, энергия которых, как пояснялось в предыдущем разделе, одинакова и равна U_o. Как видно из рис. 1, сигналы $S_{ki}(t)$ подаются на входы корреляторов, в каждом из которых имеется синхронный детектор (СД) и интегратор (ИНТ), причем на опорные входы СД поступают сигналы ПСАС. На выходах корреляторов формируются нормированные напряжения, равные $\int_0^T W(t)\hat{S}_{ki}(t)dt$, где *T* – длительность сигналов, $\hat{S}_{ki}(t) = S_{ki}(t)\big/\sqrt{U_o}$ (отметим, для всех сигналов ПСАС справедливо равенство $\int_0^T \hat{S}_{ki}^2(t)dt = 1$). Если был передан сигнал $S_m(t)$, то на выходах корреляторов на рис. 1, относящихся к множеству сигналов $S_{ki}(t) \in A_k$, в которое входят M_K сигналов, будут действовать напряжения, равные:

$$x_m = \sqrt{U_o} + v_m,$$
$$x_{ki} = \int_0^T W(t)\hat{S}_{ki}(t)dt = U_{ki} + \lambda_{ki} v_m + v_{ki}, \tag{6}$$

где $U_o = \int_0^T S_m^2(t)dt = (FT)\rho_s$, $U_{ik} = \int_0^T \hat{S}_{ki}(t) S_m(t) dt = = \lambda_{ki}\sqrt{U_o}$, $\lambda_{ki} = \cos(k\Delta\varphi)$. Величины v_m и v_{ki} $(i = 1...M_K)$ являются случайными, они распределены по гауссовскому закону и являются некоррелированным. Эти величины имеют среднее значение, равное 0, и дисперсии, равные, соответственно, $\sigma^2 = 1$ и $\sigma_{ki}^2 = (1 - \lambda_{ki}^2)$.

Ошибка при приеме сигнала $S_m(t)$ произойдет в том случае, если напряжение на выходе хотя бы одного из $(M_N - 1)$ каналов приема, показанных на схеме рис. 1, превзойдет напряжение, действующее на выходе m-го канала приема, т.е., если будут выполнены условия $x_m \le max(x_{ki})$. Обозначим $P_{ser} = Pr\left[x_m \le max(x_{ki})\right]$ вероятность ошибки при приеме сигнала $S_m(t)$. Для определения ее точного значения необходимо учитывать все указанные условия для $k = 1...K$, и $i = 1...M_K$, общее число которых равно $(M_N - 1)$.

Поскольку при точном вычислении P_{ser} оказывается весьма сложно учесть все отмеченные выше условия, то будем отдельно оценивать значения P_{serk} сверху для k-й группы сигналов $S_{ki}(t) \in A_k$, учитывая указанные выше условия, относящиеся только к этой группе. Это позволяет записать оценку сверху вероятности ошибки приема сигнала $S_m(t)$, с помощью следующей формулы [8]:

$$P_{ser} \le \sum_{k=1}^{K} P_{serk}, \tag{7}$$

где $P_{serk} = Pr\{C(\lambda_{km}, U_o, v_m)(1 - \lambda_{km})(\sqrt{U_o} + v_m) \le Z_k\}$, где $C(\lambda_{km}, U_o, v_m) = (1 - \lambda_{km})(\sqrt{U_o} + v_m)$, $Z_k = max_{i \ne m} v_{ki}$ при $S_{ki}(t) \in A_k$ и $i = 1...M_K$. Из (7) следует, что каждая вероятность P_{serk} представляет собой вероятность выполнения только одного из $K = int\left(\dfrac{\pi - \Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_1}\right)$ условий для сигналов $S_i(t) \in A_k$. В [8] показано, что вероятность выполнения условия $(Pr[Z_k \ge$ при $v_m = const$ может быть оценена следующим образом:

$$Pr\left[Z_k \ge C\left(\lambda_{km}, U_o, v_m\right)\right] \le$$
$$\le \left\{\sum_{i=1}^{M_k} Pr\left[v_{ki} \ge C\left(\lambda_{km}, U_o, v_m\right)\right]\right\}^{\gamma_k}, \tag{8}$$

где каждый параметр γ_k может быть произвольным числом из интервала $0 \le \gamma_k \le 1$, которое выбирается таким образом, чтобы оценка сверху (8) имела бы минимальное значение, т.е. была бы наиболее точной. Учитывая, что v_{ki} и v_m являются независимыми гауссовскими величинами, имеющими распределения вероятностей, равные $p(v_m) = \dfrac{\exp(-0{,}5 v_m^2 / \sigma^2)}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ и $p(v_{ki}) = \dfrac{\exp(-0{,}5 v_{ki}^2 / \sigma_{ki}^2)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ki}}$, где $\sigma^2 = 1$ и $\sigma_{ki}^2 = (1 - \lambda_{km}^2)$, оценку вероятности $Pr\left[v_{ki} \geq C\left(\lambda_{km}, U_o, v_m\right)\right]$ при $v_m = const$ можно определить по следующей формуле:

$$Pr\left[v_{ki} \geq C\left(\lambda_{km}, U_o, v_m\right)\right] \leq \\ \leq (M_k)^{\gamma_k} [\int_{w_{mk}(v_m)}^{\infty} p(v_{ki}) dv_{ki}]^{\gamma_k}, \tag{9}$$

где $w_{mk}(v_m) = \sqrt{v_{ki} \geq C(\lambda_{km}, U_o, v_m)]} / \sigma_{ki}$. Вычисляя в (9) интеграл и учитывая соотношение $\int_X^{\infty} \exp(-0,5x^2) \frac{dx}{\sqrt{2\pi}} <$ $< 0,5\exp(-0,5X^2),$, находим следующую оценку вероятности P_{serk} в (7):

$$P_{serk}(\gamma_k) \leq (M_k)^{\gamma_k} \int_{-\infty}^{\infty} p(v_m) [\int_{w_{mk}(v_m)}^{\infty} p(v_{ki}) dv_{ki}]^{\gamma_k} dv_m < \\ < (\frac{\beta M_k}{2})^{\gamma_k} \int_{-\infty}^{\infty} p(v_m) \exp\left[-\gamma_k \beta \frac{(\sqrt{U_o} + v_m)^2}{2}\right] dv_m < \\ < \frac{1}{2\left(\sqrt{1+\gamma_k \beta}\right)} (\frac{\beta M_k}{2})^{\gamma_k} \exp\left[-\frac{\gamma_k \beta U_o}{2\left(1+\gamma_k \beta\right)}\right], \tag{10}$$

где $\beta = \left(\frac{1-\lambda_{km}}{1+\lambda_{km}}\right)$. Вычисляя в (10) значение γ_k из условия $\frac{d\left[P_{serk}(\gamma_k)\right]}{d\gamma_k} = 0,$ найдем, что, если $0 \leq Q(U_o, M_k) \leq 1,$ то $\gamma_k = f\left[Q(U_o, M_k)\right] \Delta Q(U_o, M_k).$ При этом

$$\left.\begin{array}{l} P_{serk} \leq \dfrac{1}{2\sqrt{1+\gamma_k \beta}} \exp\{-[\sqrt{\beta U_o / 2} - \sqrt{\ln\left(\beta M_k / 2\right)}]^2\} \\ \text{если же } Q\left(U_o, M_k\right) > 1, \text{ то } \gamma_k = 1 \text{ и} \\ P_{serk} \leq \dfrac{1}{2\sqrt{1+\beta}} \exp\left\{-\left[\dfrac{\beta U_o}{2\left(1+\beta\right)} - \ln\left(\beta M_k / 2\right)\right]\right\} \end{array}\right\}. \tag{11}$$

В (11) $f(x) = 0,5[1 + sign(x)],$ $sign(x) = -1$ при $x < 0$ и $sign(x) = 1$ при $x > 0,$ $Q(U_o, M_k) =$ $= \left(\sqrt{\frac{\beta U_o}{2\ln(\beta M_k / 2)}} - 1\right).$ Условие $Q(U_o, M_k) > 1$ выполняется в том случае, если $U_o > \left(\frac{4\ln\left(\beta M_k / 2\right)}{\beta}\right).$ Учитывая, что $U_o = (FT)\rho_s$ и $M_k = 2^{R_{fk}(FT)}$, формулы (11) могут быть представлены в виде

$$P_{serk} \leq \frac{\sqrt{1+\lambda_{km}}}{2} \exp\left[-\left(FT\right)\Phi\left(\rho_s, R_{fk}, \beta\right)\right], \text{ где} \tag{12}$$

$$\Phi(\rho_s, R_{fk}, \beta) = max\{[\sqrt{\beta\rho_s} - \sqrt{R_{fk}\ln(2)}]^2, \frac{\beta\rho_s}{1+\beta} - R_{fk}\ln(2)\}.$$

Подставив значения P_{serk} из (12) в (7), получим оценку сверху для вероятности ошибки P_{ser} при демодуляции сигналов ПСАС.

Метод демодуляции сигналов ПСАС, основанный на оптимальной оценке его евклидовых координат

В оптимальном демодуляторе сигналов ПСАС, схема которого приведена на рис. 1, необходимо вычислить коэффициент корреляции между принятым сигналом и всеми сигналами ПСАС. Ввиду того, что при большой нормированной длительности сигналов ПСАС их количество огромно, реализовать такой демодулятор, как уже указывалось, практически невозможно.

В [5] предложен другой метод демодуляции таких сигналов, основанный на последовательном синхронном детектировании принятого сигнала и оптимальной оценке его евклидовых координат. Количество вычислений, которое требуется выполнить при такой оценке, пропорционально размерности ПСАС, что значительно меньше количества сигналов в этом ансамбле. Поэтому такой демодулятор по сложности технической реализации сопоставим со сложностью демодуляции сигналов, принадлежащих к традиционным видам модуляции, таких, например, как квадратурно-амплитудная модуляции (QAM – Quadrature amplitude modulation), или амплитудно-фазовая манипуляция (APSK – Amplitude Phase Shift Keying).

Сигналы ПСАС, предложенные в [5], имеют следующий вид:

$$S_m(t) = \sqrt{\left(FT\right)\rho_s} \sum_{l=1}^{2(FT)-1} s_l(t) R_l \sin\left(I_l \Delta\varphi_l\right). \tag{13}$$

В (13) функции $s_l(t)$ представляют собой любые ортогональные нормированные функции, удовлетворяющие условиям $\int_0^T s_l^2(t)dt = 1,$ $\int_0^T s_{l1}(t)s_{l2}(t)dt = 0$ при $l1 \neq l2$. Ортогональность сигналов $s_l(t)$ может обеспечиваться, например, за счет их разделения во временной области (в системах с TDMA – Time-division multiple access) или в частотной (в системах с OFDM – Orthogonal frequency-division multiple access). При TDMA время T передачи сигналов разделяется на (FT) интервалов, длительность которых составляет $\tau = T/(FT)$, и в течение l-го интервала времени передаются два сигнала $s_{2l-1}(t) = \sqrt{2}sin(\omega_o t)$ и $s_{2l}(t) =$ $= \sqrt{2}cos(\omega_o t),$ где ω_o – несущая частота, на которой осуществляется передача сигналов с ГПФМ.

В (13) целые числа I_l – индексы модуляции цифрового сообщения при ГПФМ. Каждому номеру m передаваемого сообщения $(m = 1...M_N,$ где $M_N = 2^{R_f(FT)})$ соответствуют $2(FT)-1$ индексов модуляции, которые могут быть определены с помощью алгоритма, описанного в [5]. Из (13) видно, что многомерный сигнал $S_m(t)$ представляет собой сумму $2(FT)-1$ элементарных ортогональных сигналов (ЭОС) $s_l(t)$, модулированных по амплитуде, которая пропорциональна величине $R_l\sin(I_l\Delta\varphi_l)$. Эта амплитуда определяет значение l-й координаты CT_m, расположенной на поверхности сферы, соответствующей сигналу $S_m(t)$ в $2(FT)$ -мерном евклидовом пространстве.

В (13) $R_1 = 1$, $R_l = \prod_{k=1}^{l-1} \cos\left(I_l \Delta\varphi_l\right)$, где $\Delta\varphi_l(I_1 \dots I_{l-1}, \Delta\varphi) = 2\arcsin(\hat{d}_m / 2R_l)$, $\hat{d}_m = 2\sin(\Delta\varphi_1/2)$ – минимальное значение нормированного евклидового расстояния между сигналами ПСАС. Величины $\Delta\varphi_l$ $(l = 1...[2(FT)-1])$ определяют координаты CT_m в сферической системе координат. Все значения $\Delta\varphi_l$ зависят только от $\Delta\varphi_1$ и от индексов модуляции $I_1, I_2, \dots I_{l-1}$. Индексы I_l могут принимать любые целые значения из интервала $-M_l \le I_l \le M_l$, где $M_1 = = int\left(\dfrac{\pi}{2\Delta\varphi_1}\right)$, $M_l\left(I_1 \dots I_{l-1}, \Delta\varphi\right) = int\left(\dfrac{\arccos(\hat{d}_m / 2R_l)}{\Delta\varphi_l}\right)$ при $2 \le l \le 2[(FT)-1]$, $M_{\left[2(FT)-1\right]}\left(I_1 \dots I_{l-1}, \Delta\varphi\right) = = int\left(\dfrac{2\pi}{\Delta\varphi_{2(FT)-2}}\right)$ [5].

Отметим важные особенности ГПФМ:

1) при любых значениях $\Delta\varphi_l$ справедливо соотношение $\sum_{l=1}^{2(FT)-1} [R_l \sin\left(I_l \Delta\varphi_l\right)]^2 = 1$;

2) евклидово расстояние между двумя сигналами $S_{m1}(t)$ и $S_{m2}(t)$, у которых l -е угловые координаты отличаются на 1 (равны I_l и $I_l \pm 1$), имеет минимальное значение, равное $D_m = \sqrt{\int_0^T [S_{m1}(t) - S_{m2}(t)]^2 dt} = = \left(\sqrt{(FT)\rho_s}\right)\hat{d}_m$, где $\hat{d}_m = 2\sin\left(\Delta\varphi_1/2\right)$;

3) сигналы с ГПФМ представляют сигналы с памятью – параметры l -х угловых координат зависят от значений, которые присвоены всем предшествующим координатам с меньшим номером;

4) максимально возможное значение амплитуды ЭОС уменьшается с увеличением l, так как $R_{l1} \ge R_{l2}$, если $l1 \le l2$;

5) с увеличением l величины $\Delta\varphi_1$ увеличиваются при изменении индекса модуляции I_l на ± 1, значение l -й угловой координаты CT_m увеличивается на большую величину, так как $\Delta\varphi_{l1} \le \Delta\varphi_{l2}$ при $l1 \le l2$;

6) количество значений $2M_l$, которое может принимать l -я угловая координата CT_m, с увеличением l уменьшается ($M_{l1} \ge M_{l2}$ при $l1 \le l2$).

Целесообразно отметить, что многомерный АС для передачи сообщений может быть построен и с помощью двумерной QAM. Он также будет состоять из $2[(FT)-1]$ ЭОС, модулированных по амплитуде. Однако в таком сигнале все ЭОС имеют одинаковые максимальное значение амплитуды, а также одинаковым является количество значений, которое может принимать каждая координата CT_m такого сигнала в N -мерном пространстве. Кроме того, сигналы с QAM не являются сигналами с памятью, так как модуляция по амплитуде их ЭОС осуществляется информационными символами передаваемого сообщения независимо. Поэтому евклидово расстояние между CT_m многомерного АС, построенного с помощью QAM, в отличии от ГПФМ, с увеличением размерности такого ансамбля при $\rho_s = const$ не увеличивается.

Выше был выполнен анализ оптимального демодулятора сигналов с ГПФМ, синтезированного на основе критерия Неймана-Пирсона. Это демодулятор, по существу, осуществляет демодуляцию сигналов методом полного перебора всех возможных сигналов, определяя при демодуляции тот сигнал $S_m(t)$, который находится на наименьшем евклидовом расстоянии от принятого $W(t) = S_m(t) + n(t)$.

Однако, так как каждый сигнал в N -мерном евклидовом пространстве может быть представлен CT_m, евклидовы координаты которой передаются, как следует из (13), с помощью ЭОС $s_l(t)$, оптимальный демодулятор может быть построен так, что в нем методом максимального правдоподобия осуществлялась бы оценка значений координат принятого сигнала, которые не обязательно являются целыми числами. В этом демодуляторе должно быть применено многопороговое решающее устройство (МРУ), в котором осуществляется преобразование оценок евклидовых координат в оценки сферических координат, зависящих от индексов модуляции сигнала $S_m(t)$, могущих принимать только определенные дискретные значения. Полученные оценки сферических координат сравниваются в МРУ с известными порогами и в демодуляторе принимается решение о значении соответствующего индекса модуляции сигнала $S_m(t)$ исходя из того, к какому из возможных значений порога полученная оценка ближе. Такой алгоритм демодуляции реализует метод максимального правдоподобия, так как минимизирует евклидово расстояние между принятым сигналом и одним из сигналов ПСАС по каждой из его координат. В отличие от алгоритма Неймана-Пирсона, реализация которого требует полного и огромного по объему перебора всех возможных сигналов, достоинством такого алгоритма демодуляции сигналов ПСАС является то, что в нем методом МП вычисляются только $2[(FT)-1]$ евклидовых координат принятого сигнала. Такие вычисления технически реализуется гораздо проще полного перебора.

Если для передачи сигналов ПСАС применяются ортогональные сигналы с TDMA, то оценивание евклидовых координат сигналов с ГПФМ осуществляется с помощью синхронной обработки сигналов $W(t)$ так, как это показано на рис. 2 [5]. Эта схема аналогична схеме демодулятора сигналов с QAM, но в ней учитываются особенности ГПФМ, в частности, рекуррентные соотношения между значениями координат сигналов с ГПФМ.

Принимаемый сигнал $W(t)$ поступает на входы двух квадратурных каналов приема, содержащих СД, на опорные входы которых подаются ЭОС (как отмечалось выше, это могут быть гармонические сигналы $s_{2l-1}(t) = = sin(\omega_o t)$ и $s_{2l}(t) = cos(\omega_o t)$).

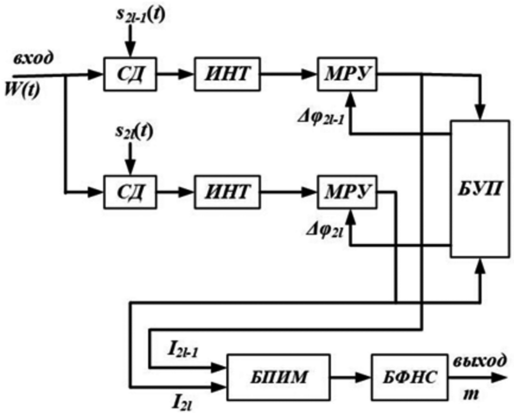


Рис. 2. Синхронный демодулятор сигналов с ГПФМ

Результаты перемножения в СД сигналов $W(t)$ с $s_{2l-1}(t)$ и $s_{2l}(t)$ поступают на интегратор (ИНТ), на выходе которого формируется оценки максимального правдоподобия [5] ($2l-1$)-й и $2l$-й координат сигнальной точки принятого сигнала, равных, как видно из (13),

$w_{2l-1} = (FT)\rho_s R_{2l-1}\sin(I_{2l-1}\Delta\varphi_{2l-1}) + n_{2l-1}$ и

$$w_{2l} = (FT)\rho_s R_{2l}\sin(I_{2l}\Delta\varphi_{2l}) + n_{2l}. \quad (14)$$

Следует отметить, что из формулы (7) из [6] следует, что $\Delta\varphi_l \approx (\hat{d}_m / R_l)$, где $\hat{d}_m = 2\sin(\Delta\varphi_1/2) \cong \Delta\varphi_1$. Величина $\Delta\varphi_1$ принимает небольшие значения для ПСАС, в которых сообщения передаются с удельной скоростью $R_f \geq 3$ бит⁄сек·Гц. В этих случаях можно считать, что в (14) приближенно выполняются соотношения $R_l\sin(I_l\Delta\varphi_l) \cong I_l\hat{d}_m$. При этом, если ввести нормированные напряжения $\hat{w}_{2l-1} = w_{2l-1}/(FT)\rho_s$ и $\hat{w}_{2l} = = w_{2l}/(FT)\rho_s$, то напряжения, поступающие на вход многопорогового решающего устройства (МРУ), можно записать в виде

$$\hat{w}_{2l-1} \cong \hat{d}_m I_{2l-1} + \hat{n}_{2l-1} \text{ и } \hat{w}_{2l} \cong \hat{d}_m I_{2l} + \hat{n}_{2l}, \quad (15)$$

где $\hat{n}_{2l-1} = n_{2l-1}/\sqrt{(FT)\rho_s}$ и $\hat{n}_{2l} = n_{2l}/\sqrt{(FT)\rho_s}$. Отметим, что соотношения (15) по форме не отличаются от соотношений, описывающих работу обычного демодулятора сигналов с амплитудной модуляцией, за исключением того, уровень нормированного шума в данном случае уменьшен в $\sqrt{(FT)\rho_s}$ раз – пропорционально квадратному корню из нормированной длительности сигналов ПСАС. Решение о значениях индексов модуляции I_l в МРУ принимается в соответствии с условием: $(I_l = int(\hat{w}_l/\hat{d}_m)$, если выполняются условия $|\hat{n}_l| \leq \hat{d}_m/2$.

Как видно из уравнений (14), описывающих точно работу демодулятора ПСАС, для определения индексов модуляции необходимо знать параметры R_l и $\Delta\varphi_l$. Эти параметры связаны, как показано в [6], рекуррентными соотношениями, позволяющими их вычислить, если известны значения параметров R_j и $\Delta\varphi_j$ при $j < l$. Это обстоятельство используется в демодуляторе рис. 2: индекс модуляции I_1, определенный в первом квадратурном канале после приема первого ЭОС сигнала $S_m(t)$, поступает в блок управления порогом (БУП) принятия решения о значении следующего индекса модуляции, зависящего от параметров $\Delta\varphi_2(I_1)$ и $R_2(I_1)$, которые направляются, согласно рис. 2, в нижний квадратурный канал синхронного демодулятора. При ГПФМ, как показано в [6], величины $\Delta\varphi_2$ и R_2 равны $\Delta\varphi_2 = = 2\arcsin(\hat{d}_m/2R_2) \cong \hat{d}_m/R_2$ и $R_2 = \cos(I_1\Delta\varphi_1)$. Используя их, находим напряжение, с помощью которого в МРУ этого канала определяется индекс модуляции $I_2 = = int(\hat{w}_2/\hat{d}_m)$. Значение индекса I_2 поступает на вход БУП, в котором вычисляются данные $\Delta\varphi_3(I_1, I_2) \cong \cong \hat{d}_m/R_3(I_1, I_2)$ и $R_3 = \cos(I_1\Delta\varphi_1)\cos(I_2\Delta\varphi_2)$, необходимые для определения на третьем этапе демодуляции индекса модуляции I_3 в верхнем квадратурном канале. Демодуляция всех других индексов модуляции сигнала с ГПФМ осуществляется последовательно аналогичным образом. Отметим, что с выходов МРУ значения I_l $(l = ...2(FT)-1)$ поступают блок памяти индексов модуляции (БПИМ) из которого совокупность целых чисел $(I_1, I_2 \ldots I_{2(FT)-1})$ подается на вход блока формирования номера принятого сообщения (БФНС). В этом блоке она преобразуется в целое число $m(I_1, I_2 \ldots I_{2(FT)-1})$ – номер принятого сигнала $S_m(t)$. Алгоритм формирования числа $m(I_1, I_2 \ldots I_{2(FT)-1})$ описан в [5], где также показано, что количество вычислений, необходимых для преобразований $m \to m(I_1, I_2 \ldots I_{2(FT)-1})$ на передающем и $m(I_1, I_2 \ldots I_{2(FT)-1}) \to m$ на приемном концах линии связи пропорционально (FT) – нормированной длительности сигналов ПСАС. Сложность выполнения операций при демодуляции сигналов с ГПФМ в устройстве рис. 2 сопоставима со сложностью демодуляции сигналов с QAM.

Более полное рассмотрение обработки принимаемого сигнала в демодуляторе будет изложено в отдельной работе, которая посвящена подробному рассмотрению вопросов построения модуляторов и демодуляторов в системах связи с ПСАС.

Важно отметить, что условия $|\hat{n}_l| \leq \hat{d}_m/2$, которые используются в устройстве рис. 2 для определения значений индексов I_l, не гарантируют, в отличие от обычной демодуляции сигналов с амплитудной модуляцией, того, что решение о приеме сигналов ПСАС будет принято правильно. В нем определяются координаты сигнальной точки ПСАС, которая расположена наиболее близко к CT_m, соответствующей сигналу $S_m(t)$, поступившему на вход демодулятора.

Если указанные условия выполнены, однако условие $D_{\Delta}=\sqrt{\sum_{l=1}^{2(FT)}(\hat{n}_l)^2}<D_m$ не соблюдается, где D_{Δ} – евклидово расстояние между сигналами $S_m(t)$ и $W(t)$, а D_m – минимальное расстояние между сигналами в ПСАС, то при приеме сигнала произойдет ошибка. Отметим, что осуществление контроля за величиной D_{Δ} в устройстве рис. 2 позволяет обнаружить те интервалы времени, когда при демодуляции сигналов произошла ошибка. Эту возможность в системах связи с ГПФМ можно использовать, если для повышения помехоустойчивости приема сообщений применяется перезапрос сигналов, принятых с ошибками.

Чтобы сигнал $S_m(t)$ был принят правильно, необходимо, чтобы соблюдалось условие $D_{\Delta}\le D_m$. Оценка вероятности ошибки при приеме сигналов в устройстве, схема которого показана на рис. 2, путем детального анализа всех, в том числе нелинейных, операций, которые осуществляются в нем над принятым сигналом, является весьма сложной задачей. Однако такая оценка может быть получена таким образом, как это сделано в [4] и [5]. Для того, чтобы получить такую оценку, следует оценить вероятность нарушения условия

$$D_{\Delta}=\sqrt{\sum_{l=1}^{2(FT)}(\hat{n}_l)^2}\le D_m\,. \qquad (17)$$

Это событие может произойти в том случае, если в результате смещения CT_m из-за действия шума она окажется за пределами зоны приема (ЗП) сигнала $S_m(t)$. Эта зона для ПСАС представляет собой конусную область Ω_c в N-мерном пространстве, в которой CT_m находится на оси конуса и на расстоянии, равном $\sqrt{2(FT)\rho_s}$ от центра сферы, на которой расположены все CT_s ПСАС [4]. Если координаты w_l $(l=...2(FT)-1)$ CT_m, определенные формулой (14), окажутся вне ЗП, то при демодуляции сигнала произойдет ошибка, равная

$$P_{ser}\left(R_f,\rho_s,FT\right)= \\ =\int_{-\infty}^{\infty}...\int p(w_1,w_2\dots w_{2(FT)-1})_{w_l\exists\bar{\Omega}_c}\prod_{l=1}^{2(FT)-1}dw_l, \qquad (16)$$

где $\bar{\Omega}_c$ – область N-мерного пространства, дополнительная к области Ω_c, $p(w_1,w_2\dots w_{2(FT)-1})$ – плотность распределения вероятностей величин w_l. Непосредственное вычисление многомерного интеграла в (16) весьма сложно, однако эту задачу можно существенно упростить. Для этого при интегрировании в (16) можно расширить несколько область $\bar{\Omega}_c$, включив в нее определенные части ЗП из области Ω_c, в которые смещение CT_m из-за действия шума может произойти с весьма малой вероятностью. При этом следует учитывать, что величина $v=D_{\Delta}^2$ является случайной и имеет плотность распределения вероятностей χ^2 $\left(p_{\chi^2}(v)=\dfrac{v^{FT-1}e^{-v/2}}{2^{FT}\Gamma(FT)}\right)$, где $\Gamma(FT)$ – гамма-функция). Таким образом, часть ЗП, в которую из-за действия шума может смещаться CT_m, представляет собой шаровую область, квадрат радиуса которой определяется величиной v. При больших значениях (FT) плотность распределения вероятностей $p_{\chi^2}(v)$ приближается к дельта-функции $p_{\chi^2}(v)\to\delta(v-2FT)$. Это указывает на то, что с большой вероятностью CT_m может быть смещена из-за действия шума на расстояние, равное $2FT$ в произвольном направлении относительно оси конуса ЗП. Как показано в [5], к области $\bar{\Omega}_c$ следует отнести те части кольцевой области смещения в ЗП, которые расположены относительно CT_m на расстоянии, большем $\sqrt{2(FT)\rho_s}tg(\Delta\varphi_1/2)$, за исключением кольцевой области смещения с телесным углом $(\Delta\varphi_1)$, исходящей из CT_m в направлении других СТ, которые расположены относительно CT_m на наименьшем евклидовом расстоянии, равном D_m. К области $\bar{\Omega}_c$ следует отнести также часть ЗП, которая находится в отмеченной выше кольцевой области смещения с телесным углом $(\Delta\varphi_1)$, в которой расположены СТ этого АС, являющиеся ближайшими к CT_m, находясь от нее на расстоянии, большем $\sqrt{2(FT)\rho_s}sin(\Delta\varphi_1/2)$.

Таким образом, для оценки сверху вероятности ошибки $P_{ser}(R_f,\rho_s,FT)$ при демодуляции сигналов с ГПФМ, с учетом (16) и сделанных пояснений, можно записать следующую формулу:

$$P_{ser}\left(R_f,\rho_s,FT\right)\le\left(\frac{\pi-2\Delta\varphi_1}{\pi}\right)\times \\ \times\Pr\left\{D_{\Delta}\ge\sqrt{2(FT)\rho_s}tg\left(\Delta\varphi_1/2\right)\right\}+ \\ +\left(\frac{2\Delta\varphi_1}{\pi}\right)\Pr\{D_{\Delta}\ge\sqrt{2(FT)\rho_s}\sin\left(\Delta\varphi_1/2\right)\}= \\ =\Pr\left\{D_{\Delta}\ge\sqrt{2(FT)\rho_s}tg\left(\Delta\varphi_1/2\right)\right\}+ \\ +\left(\frac{2\Delta\varphi_1}{\pi}\right)\Pr_{\Delta}\{\sqrt{2(FT)\rho_s}\sin\left(\Delta\varphi_1/2\right)\le \\ \le D_{\Delta}\le\sqrt{2(FT)\rho_s}tg\left(\Delta\varphi_1/2\right). \qquad (17)$$

Вычисления показывают, что в этой формуле значение вероятности $\Pr_{\Delta}$ существенно меньше первого слагаемого. Поэтому для расчета оценки $P_{ser}(R_f,\rho_s,FT)$ можно использовать формулу

$$P_{ser}\left(R_f,\rho_s,FT\right)\le\Pr\left\{D_{\Delta}\ge\sqrt{2(FT)\rho_s}tg\left(\Delta\varphi_1/2\right)\right\}= \\ =\int_{2(FT)\rho_s tg^2(\Delta\varphi_1/2)}^{\infty}p_{\chi^2}(v)dv\le\exp\left\{-(FT)[\left(\frac{\rho_s}{2^{R_f}-1}\right)- \\ -1-\ln\left(\frac{\rho_s}{2^{R_f}-1}\right)]\right\}. \qquad (18)$$

Последняя формула в (18) получена в [5] с помощью оценки интеграла методом Чернова [7]. Из (18) следует формула Шеннона (1) для пропускной способности гаусгауссовского канала связи, т.к. в (18) $\rho_s = (2^{R_{fm}} - 1)$, где R_{fm} – удельная пропускная способность канала связи, а также то, что $P_{ser} \to 0$ при $(FT) \to \infty$ только в том случае, если $R_f < R_{fm}$. Отметим, что описанный метод оценки P_{ser} для ПСАС существенно проще того, который изложен в [4].

Анализ структуры ПСАС и помехоустойчивости приема сигналов

В данном разделе дан анализ полученных выше результатов. С помощью формул (3…5) рассчитаны параметры двух ПСАС, позволяющих передавать сообщения по каналу связи с удельной скоростью, равной R_f = 7 бит⁄сек·Гц; их размерность равна N = 60 и N = 288. Эти параметры представлены в табл. 1. В ней указаны следующие параметры: $M_N = \sum_{k=1}^{K} M_k$ – полное количество сигналов в ПСАС, K – количество групп сигналов, M_k – количество сигналов, находящихся в k-й группе на угловом расстоянии, равном $k\,\Delta\varphi_1$ для любого сигнала этого ансамбля, а также параметры $R_{fk} = \dfrac{log_2(M_k)}{(FT)}$.

Таблица 1. Параметры ПСАС при N = 60 и N = 288

k/(K-k)	**(FT) = 30, $M_o = 6{,}4\cdot10^{63}$, K = 18, R_f = 7 бит⁄сек·Гц**	**(FT) = 144, $M_o = 5{,}8\cdot10^{305}$, K = 18, R_f = 7 бит⁄сек·Гц**
	M_k / R_{fk}	M_k / R_{fk}
1⁄17	$7{,}98\cdot10^{27}$⁄3,09	$4{,}76\cdot10^{135}$⁄3,13
2⁄16	$3{,}1\cdot10^{40}$⁄4,48	$6{,}5\cdot10^{196}$⁄4,54
3⁄15	$2{,}3\cdot10^{48}$⁄5,35	$8{,}6\cdot10^{234}$⁄5,45
. . .	. . .	. . .
8⁄10	$1{,}5\cdot10^{63}$⁄6,99	$4\cdot10^{304}$⁄7,02
9/9	$3{,}2\cdot10^{63}$⁄7,05	$4{,}97\cdot10^{305}$⁄7,05

Анализ данных этой таблицы показывает:

1) количество сигналов в рассматриваемых ПСАС, а также в отдельных их группах A_k весьма значительно;

2) количество групп сигналов определяется, как следует из (4) и (5), величиной $\Delta\varphi_1$; оно примерно обратно пропорционально этой величине $\Delta\varphi_1$;

3) в k-й и в (K-k)-й группах количество сигналов одинаково;

4) наибольшее количество сигналов принадлежит группе A_{ko}, порядковый номер которой равен $k_o = int(K/2)$.

Указанные свойства ПСАС можно пояснить следующими наглядными соображениями. Если принять, что сигнал $S_m(t)$ расположен на полюсе N-мерной сферы, то первая группа ближайших к нему сигналов расположена в кольцевой полосе на поверхности этой сферы, точки которой имеют сферические координаты, обеспечивающие угловое расстояние между ними и сигналом $S_m(t)$, равное $\Delta\varphi_1$. С увеличением k кольцевая полоса, в которой расположены сигналы k-й группы, приближается к экватору многомерной сферы, площадь поверхности этой полосы увеличивается и, соответственно, увеличивается количество сигналов, которые на ней расположены.

Это происходит вплоть до $k_o = int(K/2)$, когда сигналы k_o -й группы оказываются расположенными на экваторе многомерной сферы и угловое расстояние между сигналом $S_m(t)$ и этими сигналами составляет величину $k_o\Delta\varphi_1 \cong \pi/2$. В этой группе, как видно из табл. 1, имеется наибольшее количество сигналов (оно указано в последней строке табл. 1). Это количество почти равно или лишь немного меньше общего числа сигналов в ПСАС. При увеличении $k > k_o$ полоса кольцевой поверхности, на которой расположены сигналы k-й группы, удаляется от сигнала $S_m(t)$ и от экватора сферы, приближаясь к ее полюсу, противоположному тому, на котором расположен сигнал $S_m(t)$. При этом площадь поверхности этой полосы уменьшается, уменьшается также, как видно из табл. 1, количество расположенных в этой полосе сигналов. Вследствие симметрии, которым обладает ПСАС, количество сигналов в k-й и в (K - k)-й группах, расположенных на одинаковом угловом расстоянии от полюсов сферы, одинаково.

На рис. 3 представлена зависимость R_{fk} / R_f от k при (FT) = 8, 32 и 128 и R_f = 7 бит⁄сек·Гц. Из рис. 1 видно, что отношение R_{fk} / R_f, определяющее в логарифмическом масштабе отношение количества сигналов в k-й группе к общему количеству сигналов в ПСАС, от величины (FT), определяющей размерность ПСАС, практически не зависит. Из рис. 1 видно, что $M_1 \approx \sqrt{M_N}$.

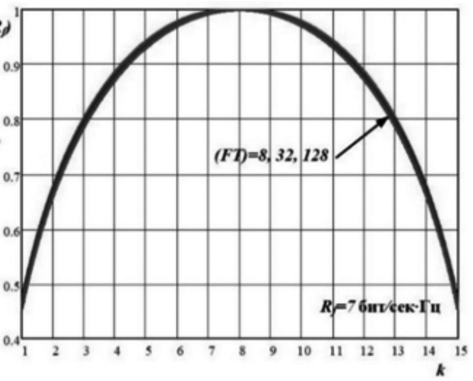


Рис. 3. Отношение количества сигналов в k-й группе к общему количеству сигналов в ПСАС

Выполним анализ надежности приема сообщений систем связи, в которых применяется сигналы с ГПФМ. Зависимости, характеризующие помехоустойчивость приема таких сигналов, рассчитанные по формулам (7), (12) и (20), представлены на рис. 4 и 5.

Зависимости вероятности ошибки $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$ при демодуляции сигналов с ГПФМ от ρ_s при разных значениях R_f и (FT) показаны на рис. 4. При этом сплошные кривые на этих рисунках построены по формулам (7) и (12) при (FT) = 120, пунктирные – при (FT) = 30, а штрих-пунктирные – при (FT) = 15; для всех этих кривых параметр R_f может быть равен R_f = 3,5, 5, 6,5 и 8,5 бит⁄сек·Гц. Точечные кривые построены по формуле (18) при тех же значениях R_f и (FT) = 30.

Зависимости на рис. 4 позволяют для заданных значений R_f и (FT) определить энергетику линии связи (параметр ρ_s), необходимую для обеспечения требуемой надежности передачи сообщений, оцениваемой величиной $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$. Их анализ показывает, что при использовании ПСАС изменение параметра ρ_s всего на несколько дБ или даже меньше приводит к значительному повышению надежности приема сообщений, причем чем больше (FT) – нормированная длительность сигналов, тем при меньших значениях $\Delta\rho_s$ достигается высокая надежность приема. Таким образом, зависимости на рис. 4 имеют пороговый характер, типичный для случая приема многомерных АС, отмеченный ранее в [1].

Для двумерных сигналов зависимости $P_{ser}(R_f, \rho_s, 1)$ имеют гораздо более плавный характер, чем для ПСАС. Так, например, при передаче сообщений с помощью QAM с удельной скоростью, равной R_f = 5 бит⁄сек Гц вероятность ошибки равна P_{ser} = 10^{-3} при ρ_s = 17 дБ, и P_{ser} = 10^{-10} при ρ_s = 26 дБ, т.е. $\Delta\rho_s$ = 9 дБ. Обеспечивая в системах связи с QAM уровень сигналов, поступающих на вход демодулятора до ρ_s = 17 дБ, и исправляя с помощью ПК возникающие в демодуляторе ошибки, можно за счет применения весьма длинных кодов и «мягких» методов декодирования кодовых комбинаций уменьшить вероятность ошибок в сообщениях до малой величины (равной P_{ser} = 10^{-8} – 10^{-10}). В рассматриваемом примере с QAM использование ПК позволяет получить энергетический выигрыш, равный 9 дБ.

Как видно из рис. 4, в системе связи с ПСАС при большом значении нормированной длительности сигналов при R_f = 5 бит⁄сек·Гц и (FT) = 120 для ρ_s = 16,5 дБ имеем $P_{ser}(5, \rho_s, 120)$ = 10^{-3}, а для ρ_s = 17,5 дБ имеем $P_{ser}(5, \rho_s, 120)$ = 10^{-10}, т.е. повышение отношения сигнал⁄шум на входе демодулятора всего на 1 дБ (с 16,5 до 17,5 дБ) позволяет обеспечить высокую надежность приема сообщения при энергетических характеристиках системы связи, близких к предельным по Шеннону. Отсюда следует, что при использовании ПСАС в системе связи применение ПК для повышения надежности приема сообщений теряет всякий смысл.

Важно отметить, что в формуле (7), по которой рассчитывались зависимости $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$, представленные на рис. 4, основной вклад в значение P_{ser} вносит первое слагаемое в сумме (7) $(P_{ser} \cong P_{ser1})$. При этом при всех значениях $k \geq 2$ выполняются условия $P_{ser1} \gg P_{serk}$ и вероятности P_{serk} на значение P_{ser} практического влияния не оказывают. Сравнение точечных зависимостей на рис. 4, рассчитанных по формуле (18), и штриховых, для которых параметры R_f и (FT) имеют такое же значение, показывают, что при $P_{ser} = const$ определенные по формуле (18) значения ρ_s практически не отличаются от тех, которые рассчитывались по формуле (7). Таким образом, оба развитые в этой статье метода оценки помехоустойчивости приема сигналов ПСАС позволяют оценить вероятность ошибки $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$ с одинаковой точностью.

На рис. 5 представлены зависимости вероятности ошибки $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$ от (FT) при разных значениях R_f и параметра $\Delta\rho_s$. Параметр $\Delta\rho_s$ следующим обра зом определяет параметр $\rho_s = \rho_{so} 10^{0,1\Delta\rho_s}$, где $\rho_{so} = (2^{R_f} - 1)$ – предел Шеннона, приведенный в (1).

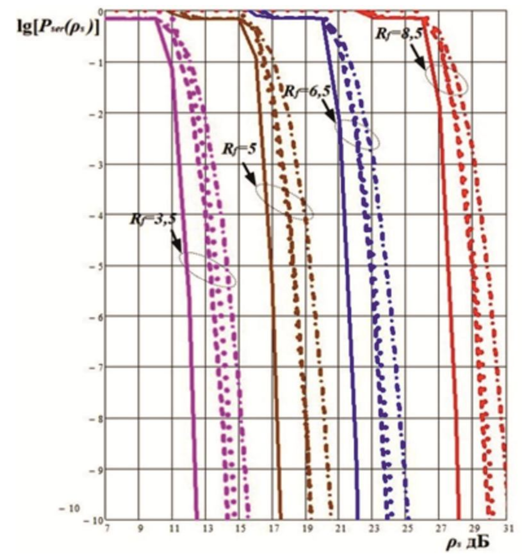


Рис. 4. Зависимость $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$ от ρ_s при разных значениях R_f и $\Delta\rho_s$

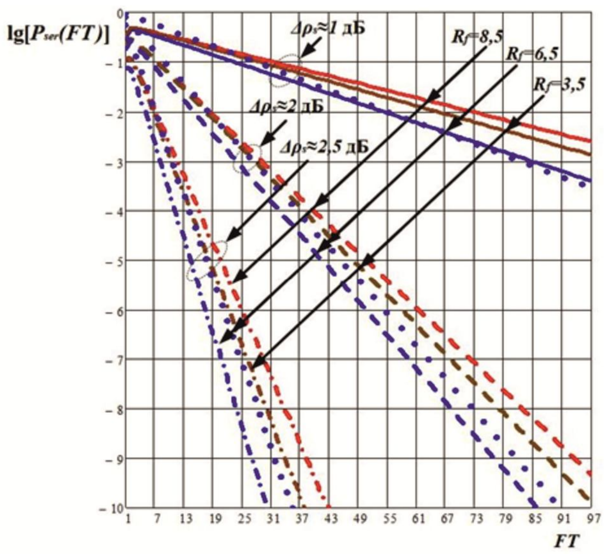


Рис. 5. Зависимость $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$ от FT при разных значениях R_f и FT

Параметр $\Delta\rho_s$ показывает, на сколько дБ отношение сигнал/шум на входе демодулятора при оптимальной демодуляции сигналов ПСАС конечной длительности (при определенном значении (FT) превышает предел Шеннона для случая, когда удельная скорость передачи сообщений равна R_f. Сплошные кривые на рис. 5 построены по формулам (7) и (12) для R_f = 3,5, 5, 6,5 и 8,5 бит/сек·Гц и $\Delta\rho_s \cong$ 1 дБ, пунктирные – для $\Delta\rho_s \cong$ 2 дБ, а для штрих-пунктирные – для $\Delta\rho_s \cong$ 2,5 дБ. Точечные зависимости на рис. 5, рассчитанные по формуле (18), приведены для тех же значений R_f = 6,5 бит/сек·Гц и значений $\Delta\rho_s$, которые были указаны. Они также весьма близки к значениям $\Delta\rho_s$, которые получаются при расчете $P_{ser}(R_f, \rho_s, FT)$ по формуле (7). Из результатов анализа помехоустойчивости приема сигналов с ГПФМ, видно, что при их оптимальном приеме для 3 бит/сек·Гц$\leq R_f \leq$10 бит/сек·Гц и сравнительно незначительных энергетических потерях ($\Delta\rho_s \cong$ 2…2,5 дБ) относительно предела Шеннона весьма высокая надежность приема сообщений (P_{ser} = 10^{-10}) может быть достигнута при сравнительно небольших значениях нормированной длительности сигналов ПСАС, равных $(FT) \approx$ 30…90. Как следует из выполненного выше анализа, в исследованной выше системе связи, в которой для передачи сообщений применяются ПСАС, высокая надежность приема сообщений обеспечивается без применения помехоустойчивых кодов.

Следует отметить, что в современных системах спутниковой связи стандарта DVB-S2 [9] для обеспечения надежности применяются двумерные ансамбли сигналов с APSK и низкоплотностный код (код LDPC). Для обеспечения высокой надежности связи длина кода LDPC выбрана в этом стандарте равной (FT) = 64800 или 16200. Представляет интерес сравнить характеристики этих систем с теми, которые могут быть получены, если в таких системах для передачи сообщений применять ПСАС. Анализ системных параметров стандарта DVB-S2 представлен в [9] и [10]. Этот анализ показал, что применение для передачи сообщений сигналов с ГПФМ в этих системах позволяет сократить время передачи одного сообщения при сохранении высокой надежности его приема, по сравнению с рассмотренными в стандарте DVB-S2 системами, в которых используются двумерные АС с APSK и весьма длинные коды LDPC. Кроме того, сравнение показало, что системы связи с ГПФМ обеспечивают ЭЭ выше на 2...3 дБ по сравнению со спутниковыми системами указанного стандарта при всех режимах их работы, а также то, что эти системы имеют в 1,5…2 раза большую СЭ. Системы связи с ГПФМ, в которых ПК не применяются, существенно проще систем связи, в которых используются двумерные АС и длинные ПК, так как техническая реализация процедур оптимального «мягкого» декодирования длинных кодов является весьма сложной.

Следует также отметить, что применение ГПФМ весьма перспективно в системах беспроводной связи 6G [11], в которых сообщения должны будут передаваться с огромной скоростью, порядка Тбит/сек, так как этот вид модуляции единственный, имеющий максимально возможную спектральную эффективность, что для высокоскоростных систем связи имеет особо важное значение.

Заключение

В данной работе представлен достаточно простой в части технической реализации алгоритм приема сигналов, принадлежащих к многомерным поверхностно-сферическим ансамблям сигналов (ПСАС), которые, как установлено Шенноном, являются оптимальными для передачи сообщений в гауссовых каналах связи. Подробно исследована структура ПСАС. Разработан метод оценки помехоустойчивости приема таких сигналов и на основании полученных формул выполнены расчеты, показавшие, что высокая помехоустойчивость приема сигналов с ГПФМ может быть обеспечена, даже если их нормированная длительность имеет сравнительно небольшое значение. Это позволяет существенно упростить техническую реализацию систем связи, в которых такие сигналы используются. Отмечается, что применение в современных системах связи для передачи сообщений многомерных сигналов с ГПФМ вместо используемых в настоящее время двумерных сигналов и длинных помехоустойчивых кодов позволит существенно повысить их энергетическую и спектральную эффективность.

Автор признателен чл.-кор. РАН профессору А.В. Дворковичу за полезные замечания по данной работе.

Литература

1. Shannon C. Communication in the presence of noise, Proc. IRE, № 1, 1949. (Перевод на русский язык статьи «Связь при наличии шума», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы // под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).

2. Варгуаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. СПб.: БХБ-Петербург, 2013.

3. Rice, S.O. Communication in the Presence of Noise-Probability of Error for Encoding Schemes. Bell System Technical Journal, 29(1), 1950, pp. 60-93.

4. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. Bell System Techn. J., May, 1959. (Перевод на русский язык статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале», опубликованной в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).

5. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи сообщений в гауссовском канале связи. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2018, стр. 310.

6. Быховский М.А. Метод формирования оптимальных многомерных сигнальных конструкций и их свойства. Цифровая обработка сигналов. № 3, 2022, 63-71с.

7. Прокис Дж. Цифровая связь. Перевод с английского под ред. Д.Д. Кловского // М.: Советское радио, 2000.

8. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. М.: Советское радио, 1974, стр. 720.

9. Быховский М.А. Анализ международного стандарта DVB-S2, определяющего параметры современных систем спутниковой связи. Цифровая обработка сигналов. № 1, 2020, 18-25 с.

10. Быховский М.А. Эффективные методы передачи сигналов в спутниковых системах связи. Цифровая обработка сигналов, № 2, 2020, стр. 27-33.

11. Nandana Rajatheva et al. Scoring the Terabit/s Goal: Broadband Connectivity in 6G. Electrical Engineering and Systems Science. Signal Processing. 2020, pp. 1-45.

УДК 621.396

АНАЛИЗ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕДУР КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ И ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ОПОРНЫХ СИГНАЛАХ

***Кузьмин Е.В.,** к.т.н., доц., доцент кафедры радиотехники ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», e-mail: ekuzmin@sfu-kras.ru, kuzminev@mail.ru*

ANALYSIS OF THE FREQUENCY RESPONSES OF THE CORRELATION PROCESSING PROCEDURES FOR ARBITRARY AND PHASE SHIFT KEYING REFERENCE SIGNALS

Kuzmin E.V.

Analytical expressions for dot products of a harmonic signal with arbitrary parameters and quadrature reference signals have been analytically obtained. The Rayleigh identity is used as a methodological basis, which made it possible to calculate the above dot products in the frequency domain. The general case is considered, which assumes reference signals with a known spectrum (but without specifying them), as well as a special case in which analytical solutions are obtained for spread spectrum phase shift keying reference signals generated by a binary pseudo-random sequence. The behavior of dot products – responds of quadrature correlators to an external harmonic signal for one and $M > 1$ periods of the reference phase shift keying signal is studied. The frequency responses of typical correlation processing procedures are obtained: a quadrature correlation scheme, a family of phase discriminators, and an early-late time-delay discriminator. Simulation modeling was carried out and confirmed the correctness of the analytical solutions obtained in the article, which illustrated graphically.

Key words: correlator, frequency response, spread spectrum phase shift keying signal, phase discriminator, early-late time-delay discriminator, signal delay, Fourier transform, Rayleigh identity.

Получены аналитические выражения для скалярных произведений гармонического сигнала с произвольными параметрами и квадратурных опорных сигналов. В качестве методической основы, позволившей вычислить указанные скалярные произведения в частотной области, применена обобщенная формула Рэлея. Рассмотрен общий случай, предполагающий опорные сигналы с известным спектром (но без их конкретизации), а также частный случай, при котором аналитические решения получены для шумоподобных фазоманипулированных опорных сигналов, порожденных бинарной псевдослучайной последовательностью. Исследовано поведение скалярных произведений – откликов квадратурных корреляторов на внешний гармонический сигнал для одного и $M > 1$ периодов опорного фазоманипулированного сигнала. Получены частотные характеристики типовых процедур корреляционной обработки: квадратурной корреляционной схемы, семейства фазовых дискриминаторов, ранне-позднего временного дискриминатора. Проведено имитационное моделирование, подтвердившее правильность полученных в статье аналитических решений, проиллюстрированных графически.

Ключевые слова коррелятор, частотная характеристика, шумоподобный сигнал с фазовой манипуляцией, фазовый дискриминатор, ранне-поздний временной дискриминатор, задержка сигнала, преобразование Фурье, формула Рэлея.

Введение

Корреляторы широко используются в практике приема и обработки сигналов, являются основой для построения различных устройств и систем. Одним из наиболее популярных примеров применения корреляторов является квадратурная корреляционная схема[1] (рис. 1), находящая применение, в частности, при построении процедур поиска, различения и обнаружения сложных[2] сигналов (см., например, [1, с. 81], [2, с. 123]), а также позволяющая формировать максимально-правдоподобные оценки амплитуды и фазы[3] сигналов [3, с. 593]. Кроме того, корреляторы применяются для реализации дискриминаторов[4] (рис. 2, 3), являющихся важнейшими структурными элементами следящих измерителей параметров сигналов [2, с. 146, 155].

Экспериментально показано [4, с. 208], что при внешнем гармоническом сигнале значения выходной величины коррелятора могут существенно варьироваться в зависимости от частотного положения такого сигнала. Встречающееся в практике разнообразие возможных вариантов совместного использования группы корреляторов, с целью построения обозначенных выше и иных

[1] Квадратурный корреляционный приемник. Примененные на рис. 1–3 обозначения элементов структурных схем являются общепринятыми, поэтому дополнительно не оговариваются, а обозначения сигналов раскрываются по тексту статьи.

[2] В частности, шумоподобных сигналов (ШПС).

[3] При дополнении схемы (рис. 1) модулем взятия арктангенса тригонометрического от отношения выходных эффектов квадратурных каналов.

[4] К примеру, – временных (дискриминаторов задержки), частотных, фазовых.

процедур[5] обработки сигналов, определяет необходимость получения аналитических выражений для их частотных характеристик (ЧХ), под которыми будем понимать совокупность значений выходных эффектов (откликов), получаемых при различных частотах внешнего гармонического сигнала. Это востребовано для выявления особенностей ЧХ, и оказывается чрезвычайно полезным при определении отклика произвольной процедуры[6] корреляционного типа на внешнее гармоническое воздействие с произвольными параметрами, которое в общем случае может трактоваться как измерительный сигнал (ИС), а в частном – к примеру, как помеховый сигнал. Аналитические решения для выходного эффекта процедур корреляционной обработки – отклика на ИС, позволяют проводить теоретический анализ воздействия ИС, исключают необходимость разработки соответствующих имитационных моделей, что облегчает и ускоряет процесс решения практических задач, открывает возможность формализации в частотной области разнообразных комбинаций из групп корреляторов. Вместе с тем в литературе недостаточно освещены такие вопросы. Среди известных работ наиболее близки по тематике следующие. Так, в уже процитированной монографии [4, с. 208] представлены результаты экспериментального исследования, демонстрирующие неравномерность значений отклика коррелятора на помеховый гармонический сигнал при конкретной псевдослучайной последовательности (ПСП), образующей полезный фазоманипулированный (ФМ) сигнал, выступающий опорным для коррелятора. В статье [5] представлена рассчитанная ЧХ фильтра, согласованного с ФМ-сигналом. В статье [6] экспериментально исследуется ЧХ специфического корреляционного устройства, построенного на основе цифровой элементной базы и персонального компьютера. Известны также публикации [7, с. 215-219], [8-17] и др., в которых неравномерность частотных характеристик процедур обработки сигналов представлена косвенно – т.е. показана неравномерность зависимостей, характеризующих тот или иной показатель качества обработки в зависимости от частоты внешнего гармонического сигнала, являющегося помеховым. В работе автора [18] получено обобщенное выражение частотной характеристики классического одноканального коррелятора для случая произвольного опорного сигнала. Однако аналитические решения для отклика коррелятора на ИС с произвольными параметрами при опорном шумоподобном ФМ-сигнале, порождаемом произвольной бинарной ПСП, отсутствуют. Кроме того, не изучено поведение ЧХ типовых процедур обработки сигналов корреляционного типа, предполагающих различные «комбинации» групп корреляторов (см. ранее). Очевидно, что частотные характеристики всех указанных и других возможных устройств и процедур обработки сигналов, основанных на корреляторах, определяются видом модуляции и параметрами опорных сигналов – копий полезных сигналов. Однако, точные аналитические решения для ЧХ при этом очевидными не являются, поэтому для их формализации требуется проведение соответствующего анализа.

Далее, для целостности и общности изложения, кратко покажем вывод частотной характеристики одноканального классического коррелятора [18], дополним его анализом мощности (среднего квадрата) произвольного ИС на выходе коррелятора. После этого получим и графически проиллюстрируем частотные характеристики типовых процедур обработки сигналов корреляционного типа: синфазного и квадратурного коррелятора, квадратурной корреляционной схемы, фазовых дискриминаторов (ФД), а также ранне-позднего временного дискриминатора (ВД). Кроме того, получим необходимые вспомогательные аналитические выражения для спектральных плотностей опорных сигналов[7].

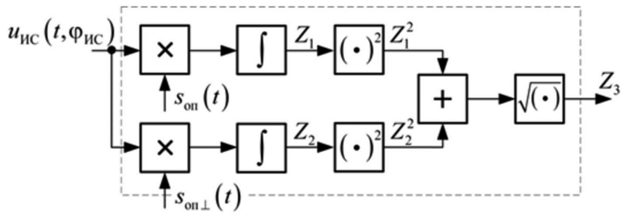


Рис. 1. Квадратурная корреляционная схема. Описание и дополнительные пояснения в тексте статьи

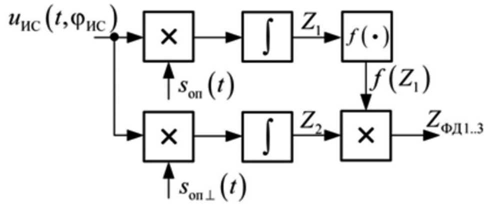


Рис. 2. Фазовый дискриминатор. Описание и дополнительные пояснения в тексте статьи

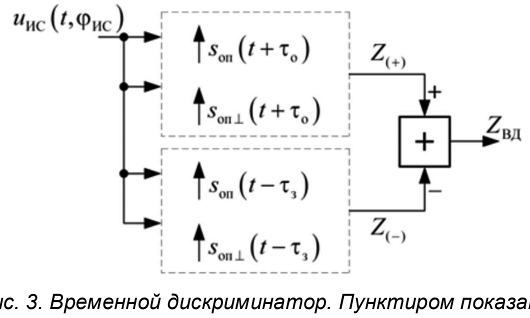


Рис. 3. Временной дискриминатор. Пунктиром показаны квадратурные корреляционные схемы (см. рис. 1)

Цель статьи – теоретический анализ зависимостей выходных эффектов типовых процедур корреляционной обработки от параметров внешнего гармонического сигнала (в первую очередь от его частоты) для случаев произвольных и шумоподобных фазоманипулированных опорных сигналов.

[5] Корреляционного типа. Далее рассматриваются и обсуждаются именно такие процедуры обработки сигналов.
[6] Структура которой является заданной, известной.

[7] Спектральные плотности (спектры) запаздывающих и опережающих опорных сигналов ВД, формируемых за счёт циклических сдвигов, имеют особенности, подлежащие обязательному учёту при анализе частотных характеристик. Этот вопрос в статье рассматривается детально.

Аналитическое решение для скалярного произведения измерительного сигнала и произвольного опорного сигнала на основе обобщенной формулы Рэлея[8]. Случай одиночного опорного сигнала

Кратко приведем согласно [18] решение задачи отыскания аналитического решения для отклика коррелятора на внешний гармонический измерительный сигнал $u_{\text{ИС}}(t)$ при произвольном опорном сигнале $s_{\text{оп}}(t)$ на интервале корреляционной обработки $t \in [0, T_{\text{с}}]$, $T_{\text{с}}$ – длительность опорного сигнала. Далее, получим выражение для мощности (среднего квадрата) внешнего ИС на выходе такого коррелятора. Воспользуемся линейностью корреляционного интеграла, допускающей возможность раздельного рассмотрения прохождения процессов, входящих в аддитивную смесь. Будем полагать, что на входе коррелятора действует только измерительный сигнал[9]

$$u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}}) = A_{\text{ИС}} \cos(\omega_{\text{ИС}} t + \varphi_{\text{ИС}}), \tag{1}$$

обладающий произвольными амплитудой $A_{\text{ИС}}$, угловой частотой[10] $\omega_{\text{ИС}}$ и начальной фазой $\varphi_{\text{ИС}}$. Выражение для опорного сигнала коррелятора $s_{\text{оп}}(t)$, являющегося копией полезного сигнала, пока конкретизировать не будем. Найдем скалярное произведение[11] $Z = < u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}}), s_{\text{оп}}(t) >$, которое представляется возможным вычислить в частотной области на основе обобщенной формулы Рэлея [19, с. 56]:

$$\begin{aligned} Z &= < u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}}), s_{\text{оп}}(t) > = \\ &= \int_0^{T_{\text{с}}} u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}}) s_{\text{оп}}(t) dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} U_{\text{ИС}}(j\omega) S^*_{\text{оп}}(j\omega) d\omega, \end{aligned} \tag{2}$$

где $U_{\text{ИС}}(j\omega)$ – спектральная плотность ИС, $S_{\text{оп}}(j\omega)$ – спектральная плотность опорного сигнала[12]. Как видно из (2), для вычисления искомого скалярного произведения необходимо формализовать спектральные плотности ИС и опорных сигналов. Известно, что спектральная плотность $U_{\text{ИС}}(j\omega)$ непрерывного однотонального гармонического процесса, к примеру – гармонического измерительного сигнала (1) $u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}}) \rightleftarrows U_{\text{ИС}}(j\omega)$, записывается в следующем виде [19, с. 59]:

$$\begin{aligned} U_{\text{ИС}}(j\omega) &= A_{\text{ИС}} \pi [\exp(j\varphi_{\text{ИС}}) \delta(\omega - \omega_{\text{ИС}}) + \\ &+ \exp(-j\varphi_{\text{ИС}}) \delta(\omega + \omega_{\text{ИС}})], \end{aligned} \tag{3}$$

где $\delta(\omega)$ – дельта-функция (функция Дирака); символ «$\rightleftarrows$», использованный здесь и далее, означает переход от временной функции к частотной функции и обратно за счет пары преобразований Фурье.

Подставив спектральную плотность ИС (3) в (2) получим аналитические выражения для скалярного произведения $Z = < u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}}), s_{\text{оп}}(t) >$ и дополнительно искомой зависимости[13] мощности (среднего квадрата) $P_{\text{ИС вых}}(A_{\text{ИС}}, \omega_{\text{ИС}}, \varphi_{\text{ИС}}) = Z^2(A_{\text{ИС}}, \omega_{\text{ИС}}, \varphi_{\text{ИС}})$ измерительного сигнала $u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}})$ (1) на выходе коррелятора с опорным сигналом $s_{\text{оп}}(t) \rightleftarrows S_{\text{оп}}(j\omega)$. Скалярное произведение ИС и произвольного опорного сигнала оказывается следующим[14] [18]:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_{\text{ИС}} \pi [\exp(j\varphi_{\text{ИС}}) \delta(\omega - \omega_{\text{ИС}}) + \\ &+ \exp(-j\varphi_{\text{ИС}}) \delta(\omega + \omega_{\text{ИС}})]) S^*_{\text{оп}}(j\omega) d\omega = \\ &= 0{,}5 A_{\text{ИС}} [\exp(j\varphi_{\text{ИС}}) S^*_{\text{оп}}(j\omega_{\text{ИС}}) + \\ &+ \exp(-j\varphi_{\text{ИС}}) S^*_{\text{оп}}(j(-\omega_{\text{ИС}}))]. \end{aligned} \tag{4}$$

Очевидно, что мощность (средний квадрат) ИС на выходе коррелятора может быть определена как квадрат скалярного произведения $P_{\text{ИС вых}} = Z^2$. Возводя (4) в квадрат получим данную зависимость:

$$\begin{aligned} P_{\text{ИС вых}}(\omega_{\text{ИС}}) &= Z^2(\omega_{\text{ИС}}) = \\ &= 0{,}25 A^2_{\text{ИС}} [\exp(j2\varphi_{\text{ИС}}) S^{2*}_{\text{оп}}(j\omega_{\text{ИС}}) + \\ &+ \exp(-j2\varphi_{\text{ИС}}) S^{2*}_{\text{оп}}(j(-\omega_{\text{ИС}})) + 2 |S_{\text{оп}}(j\omega_{\text{ИС}})|^2]. \end{aligned} \tag{5}$$

На основе полученных выражений для скалярного произведения Z (4) и мощности $P_{\text{ИС вых}} = Z^2$ (5), имеющих общий характер с точки зрения вида опорного сигнала коррелятора, легко записать выходной эффект (и его квадрат – мощность) произвольной комбинации из группы корреляторов. В частности, – выражения для выходной величины квадратурной корреляционной схемы $Z_3 = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$ (рис. 1), а также соответствующей ей мощности $P_{\text{ИС вых 3}} = Z_3^2$ при рассматриваемом воздействии $u_{\text{ИС}}(t, \varphi_{\text{ИС}})$ и произвольных квадратурных опорных сигналах $s_{\text{оп}}(t) \rightleftarrows S_{\text{оп}}(j\omega)$ и $s_{\text{оп}\perp}(t) \rightleftarrows S_{\text{оп}\perp}(j\omega)$ [15]:

---

[8] В литературе встречаются и другие названия обобщенной формулы Рэлея, к примеру: равенство Парсеваля, теорема Планшереля [19, с. 56].

[9] Полезный сигнал на входе коррелятора, аналогичный опорному, для проведения анализа частотных характеристик естественно полагается отсутствующим.

[10] Далее, для краткости будет упоминаться как частота ИС.

[11] Символом <,> здесь и далее обозначено скалярное произведение процессов, рассматриваемых на оговариваемом временном интервале.

[12] Символ «звездочка», используемый в тексте статьи, означает комплексное сопряжение.

[13] Поскольку рассматривается задача отыскания частотных характеристик, далее будет упоминаться зависимость только от частоты $\omega_{\text{ИС}}$, либо указание о такой зависимости будет вовсе опускаться. Строго говоря, получаемые далее выражения позволяют учитывать зависимость от всех трёх параметров внешнего ИС.

[14] При вычислении интегралов в выражениях (4) учтено «фильтрующее» свойство дельта-функции: $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) S(x) dx = S(x_0)$; $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x + x_0) S(x) dx = S(-x_0)$.

[15] Символом «$\perp$» в статье показывается, что сигнал $s_{\text{оп}\perp}(t)$ ортогонален сигналу $s_{\text{оп}}(t)$.

$$Z_3(\omega_{\text{ИС}}) = \sqrt{Z_1^2(\omega_{\text{ИС}}) + Z_2^2(\omega_{\text{ИС}})}, \tag{6}$$

$$P_{\text{ИС вых}3}(\omega_{\text{ИС}}) = Z_3^2(\omega_{\text{ИС}}) = Z_1^2(\omega_{\text{ИС}}) + Z_2^2(\omega_{\text{ИС}}), \tag{7}$$

$$Z_{1,2}(\omega_{\text{ИС}}) = 0,5A_{\text{ИС}}[\exp(j\varphi_{\text{ИС}})_{S^*_{\text{оп}\perp}(j\omega_{\text{ИС}})}^{S^*_{\text{оп}}(j\omega_{\text{ИС}})} +$$
$$+\exp(-j\varphi_{\text{ИС}})_{S^*_{\text{оп}\perp}(j(-\omega_{\text{ИС}}))}^{S^*_{\text{оп}}(j(-\omega_{\text{ИС}}))}].$$

Случай непрерывной группы (пачки) опорных сигналов

Выше показан анализ скалярного произведения (4) и мощности (5) внешнего ИС $u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}})$ на выходе коррелятора с одиночным опорным сигналом $s_{\text{оп}}(t)$ длительности $T_{\text{с}}$. Однако в практике приема сложных сигналов используется так называемое когерентное накопление [2, с. 135], предполагающее вычисление корреляционного интеграла на увеличенном временном интервале, равном, как правило $MT_{\text{с}}$, где $M>1$ – целое. В таком случае опорный сигнал коррелятора является группой (пачкой, серией) $s_{M\,\text{оп}}(t)$ из M примыкающих друг к другу сигналов, следующих последовательно с периодом $T_{\text{с}}$:

$$s_{M\,\text{оп}}(t) = \sum_{k=1}^{M} s_{\text{оп}}(t-(k-1)T_{\text{с}}). \tag{8}$$

Легко показать, что спектральная плотность $S_{M\,\text{оп}}(j\omega)$ группы из M опорных сигналов (8) определяется следующим образом:

$$s_{M\,\text{оп}}(t) \rightleftarrows S_{M\,\text{оп}}(j\omega) = S_{\text{оп}}(j\omega)\sum_{k=1}^{M}\exp(-j\omega(k-1)T_{\text{с}}). \tag{9}$$

В этом случае отклик коррелятора на ИС – скалярное произведение $Z_M = <u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}}), s_{M\,\text{оп}}(t)>$, а также соответствующая мощность $P_{\text{ИС вых}\,M} = Z_M^2$, могут быть определены с использованием спектральной плотности ИС (3) и спектральной плотности группы из M-кратно периодически повторяющегося опорного сигнала (9). Используя спектральные плотности (3) и (9), скалярное произведение $Z_M = <u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}}), s_{M\,\text{оп}}(t)>$ можно привести к виду аналогичному (4) путем проведения интегрирования с учетом фильтрующего свойства дельта-функции, но проще воспользоваться уже полученным результатом общего характера (4), и подставив спектральную плотность (9) в (4) записать результат для скалярного произведения в следующем виде:

$$\begin{aligned}
&Z_M = <u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}}), s_{M\,\text{оп}}(t)> = \\
&= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} U_{\text{ИС}}(j\omega) S^*_{M\,\text{оп}}(j\omega)\,d\omega = \\
&= 0,5A_{\text{ИС}}[\exp(j\varphi_{\text{ИС}})S^*_{\text{оп}}(j\omega_{\text{ИС}})\times \\
&\times\sum_{k=1}^{M}\exp(j\omega_{\text{ИС}}(k-1)T_{\text{с}}) + \\
&+\exp(-j\varphi_{\text{ИС}})S^*_{\text{оп}}(j(-\omega_{\text{ИС}}))\times \\
&\times\sum_{k=1}^{M}\exp(-j\omega_{\text{ИС}}(k-1)T_{\text{с}})],
\end{aligned} \tag{10}$$

где $U_{\text{ИС}}(j\omega)$ имеет прежний смысл, а $S_{M\,\text{оп}}(j\omega)$ – спектральная плотность (9) опорного сигнала вида (8). Подстановка (9) в (5), либо возведение в квадрат результата (10) приводит к выражению для мощности измерительного сигнала $P_{\text{ИС вых}\,M} = Z_M^2$ на выходе коррелятора при опорном сигнале вида (8).

Итак, получены обобщенные аналитические выражения для зависимостей выходной величины коррелятора при входном ИС с произвольными параметрами для случаев наличия и отсутствия когерентного накопления, при произвольном виде опорного сигнала. Далее, конкретизируем модель опорного сигнала, получим частотные характеристики типовых процедур корреляционной обработки при внешнем ИС и изучим их поведение.

Скалярное произведение измерительного сигнала и шумоподобного фазоманипулированного сигнала

Одним из наиболее распространенных видов сигналов, применяемых в различных радиоэлектронных системах, являются шумоподобные ФМ-сигналы, порождаемые псевдослучайными последовательностями (например, [2, 20-22] и др.). Реализация корреляционного приема ФМ-сигнала предполагает формирование в приемнике его квадратурных копий:

$$s_{\text{оп}}(t) = s_{\text{ФМ}}(t,\varphi_0) = A_{\text{оп}}g(t)\cos(\omega_0 t+\varphi_0), \tag{11}$$

$$s_{\text{оп}\perp}(t) = s_{\text{ФМ}\perp}(t,\varphi_0) = A_{\text{оп}}g(t)\sin(\omega_0 t+\varphi_0), \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
&g(t) = \sum_{n=0}^{N-1} g_n \operatorname{rect}[t-nT],\ g_n = \{\pm1\}_{n=0}^{N-1}, \\
&\operatorname{rect}[t] = \begin{cases}1, t\in[0,T], \\ 0, t\notin[0,T];\end{cases}
\end{aligned} \tag{13}$$

где $A_{\text{оп}}$ – амплитуда опорных сигналов; $g(t)$ – видеосигнал, образуемый символами $g_n = \{\pm1\}_{n=0}^{N-1}$ бинарной ПСП длины N, $\operatorname{rect}[t]$ – одиночный прямоугольный импульс длительности T, ω_0 – угловая центральная частота ФМ-сигналов; φ_0 – начальная фаза; смысл других использованных обозначений понятен без дополнительных пояснений. Сигналы (11), (12) формируются на временном интервале $t\in[0,T_{\text{с}}]$, $T_{\text{с}} = NT$ – длительность опорных сигналов.

Спектральные плотности опорных сигналов (11) и (12) определяются спектральной плотностью $G(j\omega)$ видеосигнала ПСП $g(t)$ (13), которая записывается известным образом [20, с. 40]:

$$\begin{aligned}
&g(t) \rightleftarrows G(j\omega) = G_0(j\omega)\sum_{n=0}^{N-1} g_n\exp(-j\omega nT), \\
&G_0(j\omega) = (1-\exp(-j\omega T))/j\omega,
\end{aligned} \tag{14}$$

где $G_0(j\omega)$ – спектральная плотность одиночного прямоугольного импульса положительной полярности, единичной амплитуды и длительности T. Запишем на основе выражения (14) спектральные плотности квадратурных опорных ФМ-сигналов (11), (12). Воспользуемся общеизвестной теоремой о модуляции (см., например, [19, с. 59]), позволяющей на основе знания спектра функции $g(t) \rightleftarrows G(j\omega)$ (14) записать выражения для спектров произведений $g(t)\cos(\omega_0 t)$ и $g(t)\sin(\omega_0 t)$:

$$\Phi[g(t)\cos(\omega_0 t)] = 0,5G[j(\omega-\omega_0)] + 0,5G[j(\omega+\omega_0)], \quad (15)$$

$$\Phi[g(t)\sin(\omega_0 t)] = 0,5jG[j(\omega+\omega_0)] - \\ -0,5jG[j(\omega-\omega_0)], \quad (16)$$

где $\Phi[\bullet]$ – оператор преобразования Фурье. Выполняя тригонометрические преобразования[16] над выражениями (11) и (12) запишем пару квадратурных опорных ФМ-сигналов в следующем виде:

$$s_{\text{ФМ}}(t,\varphi_0) = \\ = A_{\text{оп}} g(t)\{\cos(\varphi_0)\cos(\omega_0 t) - \sin(\varphi_0)\sin(\omega_0 t)\}, \quad (17)$$

$$s_{\text{ФМ}\perp}(t,\varphi_0) = \\ = A_{\text{оп}} g(t)\{\cos(\varphi_0)\sin(\omega_0 t) + \sin(\varphi_0)\cos(\omega_0 t)\}. \quad (18)$$

Далее, используя (14), (15) и (16), запишем преобразование Фурье для сигналов (17) и (18) соответственно:

$$\begin{aligned} S_{\text{ФМ}\cos}(j\omega) &= \Phi[s_{\text{ФМ}}(t,\varphi_0)] = \Phi[A_{\text{оп}} g(t)\cos(\omega_0 t+\varphi_0)] = \\ &= 0,5A_{\text{оп}}[\exp(j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(\omega-\omega_0)T))}{j(\omega-\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(\omega-\omega_0)nT) + \\ &+ \exp(-j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(\omega+\omega_0)T))}{j(\omega+\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(\omega+\omega_0)nT)], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} S_{\text{ФМ}\sin}(j\omega) &= \Phi[s_{\text{ФМ}\perp}(t,\varphi_0)] = \Phi[A_{\text{оп}} g(t)\sin(\omega_0 t+\varphi_0)] = \\ &= 0,5A_{\text{оп}} j[\exp(-j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(\omega+\omega_0)T))}{j(\omega+\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(\omega+\omega_0)nT) - \\ &- \exp(j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(\omega-\omega_0)T))}{j(\omega-\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(\omega-\omega_0)nT)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Подстановка спектральных плотностей опорных сигналов $S_{\text{оп}}(j\omega) = S_{\text{ФМ}\cos}(j\omega)$ (19) и $S_{\text{оп}\perp}(j\omega) = = S_{\text{ФМ}\sin}(j\omega)$ (20) в выражения (4) и (5) позволяет рассчитать значения скалярных произведений $Z_1 = < u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}}), s_{\text{ФМ}}(t,\varphi_0) >$, $Z_2 = < u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}}), s_{\text{ФМ}\perp}(t,\varphi_0) >$, а также Z_3 (6) и соответствующие им мощности $P_{\text{ИС вых}\,l} = Z_l^2$ ($l = 1,2,3$) внешнего ИС (1) на выходах корреляторов при опорных сигналах вида (11) и (12) для произвольной последовательности g_n, порождающей шумоподобный ФМ-сигнал. Однако для получения результата более общего характера целесообразно подставить (19) и (20) в (10), что приведет к скалярным произведениям $Z_{1M} = < u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}}), s_{M\,\text{ФМ}}(t,\varphi_0) >$, $Z_{2M} = < u_{\text{ИС}}(t,\varphi_{\text{ИС}}), s_{M\,\text{ФМ}\perp}(t,\varphi_0) >$ внешнего ИС и «групповых» опорных ФМ-сигналов вида $s_{M\,\text{ФМ}}(t,\varphi_0)$, получаемых подстановкой (11), (12) в (8). Такой подход, при $M > 1$, соответствует случаю когерентного накопления, а при $M = 1$ – случаю вычисления корреляционных интегралов за время, равное длительности периода опорных сигналов $T_{\text{с}}$. Подставим спектральные плотности (19), (20) в (10) и получим соответственно аналитические выражения для скалярных произведений Z_{1M} и Z_{2M} измерительного сигнала (1) и квадратурных опорных сигналов (11), (12) для произвольного числа периодов M когерентного накопления в корреляторах. Указанная подстановка приводит к нижеследующим результатам. Скалярные произведения оказываются равными (21) и (22):

$$\begin{aligned} Z_{1M}(\omega_{\text{ИС}}) &= 0,5A_{\text{ИС}}[\exp(j\varphi_{\text{ИС}})S^*_{\text{ФМ}\cos}(j\omega_{\text{ИС}}) \times \\ &\times \sum_{k=1}^{M} \exp(j\omega_{\text{ИС}}(k-1)T_{\text{с}}) + \\ &+ \exp(-j\varphi_{\text{ИС}})S^*_{\text{ФМ}\cos}(j(-\omega_{\text{ИС}})) \times \\ &\times \sum_{k=1}^{M} \exp(-j\omega_{\text{ИС}}(k-1)T_{\text{с}})] = \\ &= 0,25A_{\text{ИС}}A_{\text{оп}}[\exp(j\varphi_{\text{ИС}}) \times \\ &\times \left[\begin{aligned} &\exp(j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(\omega_{\text{ИС}}-\omega_0)T))}{j(\omega_{\text{ИС}}-\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(\omega_{\text{ИС}}-\omega_0)nT) + \\ &+ \exp(-j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(\omega_{\text{ИС}}+\omega_0)T))}{j(\omega_{\text{ИС}}+\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(\omega_{\text{ИС}}+\omega_0)nT) \end{aligned} \right]^* \times \\ &\times \sum_{k=1}^{M} \exp(j\omega_{\text{ИС}}(k-1)T_{\text{с}}) + \exp(-j\varphi_{\text{ИС}}) \times \\ &\times \left[\begin{aligned} &\exp(j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(-\omega_{\text{ИС}}-\omega_0)T))}{j(-\omega_{\text{ИС}}-\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(-\omega_{\text{ИС}}-\omega_0)nT) + \\ &+ \exp(-j\varphi_0)\frac{(1-\exp(-j(-\omega_{\text{ИС}}+\omega_0)T))}{j(-\omega_{\text{ИС}}+\omega_0)} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{N-1} g_n \exp(-j(-\omega_{\text{ИС}}+\omega_0)nT) \end{aligned} \right]^* \times \\ &\times \sum_{k=1}^{M} \exp(-j\omega_{\text{ИС}}(k-1)T_{\text{с}})], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} Z_{2M}(\omega_{\text{ИС}}) &= 0,5A_{\text{ИС}}[\exp(j\varphi_{\text{ИС}})S^*_{\text{ФМ}\sin}(j\omega_{\text{ИС}}) \times \\ &\times \sum_{k=1}^{M} \exp(j\omega_{\text{ИС}}(k-1)T_{\text{с}}) + \\ &+ \exp(-j\varphi_{\text{ИС}})S^*_{\text{ФМ}\sin}(j(-\omega_{\text{ИС}})) \times \end{aligned} \quad (22)$$

[16] $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$; $\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$.

$$\times\sum_{k=1}^{M}\exp(-j\omega_{ИС}(k-1)T_{с})]=$$
$$=-0,25A_{ИС}A_{оп}j[\exp\left(j\varphi_{ИС}\right)\times$$
$$\times\left[\begin{array}{l}\exp(-j\varphi_0)\dfrac{(1-\exp(-j(\omega_{ИС}+\omega_0)T))}{j(\omega_{ИС}+\omega_0)}\times\\ \times\sum\limits_{n=0}^{N-1}g_n\exp(-j(\omega_{ИС}+\omega_0)nT)-\\ -\exp(j\varphi_0)\dfrac{(1-\exp(-j(\omega_{ИС}-\omega_0)T))}{j(\omega_{ИС}-\omega_0)}\times\\ \times\sum\limits_{n=0}^{N-1}g_n\exp(-j(\omega_{ИС}-\omega_0)nT)\end{array}\right]^{*}\times$$
$$\times\sum_{k=1}^{M}\exp(j\omega_{ИС}(k-1)T_{с})+\exp(-j\varphi_{ИС})\times$$
$$\times\left[\begin{array}{l}\exp(-j\varphi_0)\dfrac{(1-\exp(-j(-\omega_{ИС}+\omega_0)T))}{j(-\omega_{ИС}+\omega_0)}\times\\ \times\sum\limits_{n=0}^{N-1}g_n\exp(-j(-\omega_{ИС}+\omega_0)nT)-\\ -\exp(j\varphi_0)\dfrac{(1-\exp(-j(-\omega_{ИС}-\omega_0)T))}{j(-\omega_{ИС}-\omega_0)}\times\\ \times\sum\limits_{n=0}^{N-1}g_n\exp(-j(-\omega_{ИС}-\omega_0)nT)\end{array}\right]^{*}\times$$
$$\times\sum_{k=1}^{M}\exp(-j\omega_{ИС}(k-1)T_{с})].$$

Возведение в квадрат скалярных произведений (21) и (22) позволяет получить зависимости средних квадратов ИС на выходах квадратурных корреляторов $P_{ИС\,вых\,1M}=Z_{1M}^2$ и $P_{ИС\,вых\,2M}=Z_{2M}^2$ соответственно, а последующее суммирование квадратов (21) и (22) согласно (6), (7), приводит к зависимостям $Z_{3M}=\sqrt{Z_{1M}^2+Z_{2M}^2}$ и $P_{ИС\,вых\,3M}=Z_{1M}^2+Z_{2M}^2$ для квадратурной корреляционной схемы.

Частотные характеристики типовых процедур корреляционной обработки при опорных ФМ-сигналах. Общие условия получения частотных характеристик

Для определенности при выполнении расчетов положено, что синфазный и квадратурный корреляторы «настроены» соответственно на косинусный (11) и синусный (12) ФМ-сигналы, порожденные бинарной ПСП $g_n=\{\pm1\}_{n=0}^{N-1}$ длины $N=511$ [20, с. 59] и соответствующим ей видеосигналом $g(t)$ (13). На основе полученных выражений (21), (22) рассчитаны значения[17] Z_1, Z_2, а их подстановка в (6) обеспечивала вычисление Z_3. Таким образом, получены зависимости выходных эффектов синфазного и квадратурного корреляторов, а также выходного эффекта квадратурной корреляционной схемы в зависимости от частоты ИС $\omega_{ИС}$ – т.е. получены частные характеристики данных процедур. Далее, на основе Z_1 и Z_2, рассчитаны аналогичные характеристики для семейства ФД. Кроме того, формализованы необходимые выражения для расчета частотных характеристик ВД, что будет показано далее.

На рис. 4-16 показаны фрагменты нормированных[18] к своим максимальным значениям частотных характеристик $Z_{н}$ рассмотренных в статье типовых процедур корреляционной обработки сигналов. На всех представленных зависимостях по осям абсцисс отложена безразмерная величина $\mu_{н}=\omega_{ИС}/\omega_0$. Из-за быстропеременных особенностей полученных зависимостей интервал анализа по частоте выбран сравнительно малым[19], что позволяет визуально изучить их детализацию. Для зависимостей, полученных при $M=1$, интервал анализа по частоте составляет[20] $\Delta f_{а}=\pm0,04/T$, а для зависимостей, соответствующих пяти когерентным накоплениям $(M=5)$, интервал $\Delta f_{а}=\pm0,01/T$. Шаг табулирования во всех случаях равен $2\cdot10^{-5}/T$. Каждая из зависимостей, рассчитанных на основе полученных в статье аналитических выражений, была верифицирована за счет проведения имитационного моделирования рассмотренных процедур (рис. 1-3) при соответствующих им опорных сигналах. Входным воздействием выступал сигнал $u_{ИС}(t,\varphi_{ИС})$, частота которого $\omega_{ИС}$ изменялась. Результаты имитационного моделирования выборочно нанесены[21] круглыми символами на аналитические зависимости[22], что демонстрирует их прекрасное совпадение.

Частотные характеристики одноканальных корреляторов и квадратурной корреляционной схемы

Как уже было отмечено во введении, квадратурная корреляционная схема (рис. 1) находит широкое применение при реализации процедур поиска и обнаружения ШПС, а также при оценивании амплитуды сигналов, поэтому, безусловно, анализ ее частотных характеристик представляет теоретический и практический интерес. Заметим, что аналитические выражения (21) и (22) внешне выглядят громоздкими, однако, следует учитывать, что, во-первых, «объемность» этих выражений не означает наличие вычислительной сложности при их та-

[17] Для демонстрации результатов автор ограничился рассмотрением поведения скалярных произведений, понимая, что элементарное их возведение в квадрат приводит к мощностным величинам (средним квадратам).

[18] Нижний индекс «н», означающий нормировку, для исключения избыточности обозначений на рис. 11–16 не показан.

[19] Для лучшей наглядности результатов. Увеличение интервала анализа приводит к «сжатию» характеристик, что позволяет визуализировать лишь их «огибающую», оставляя при этом важные детали недоступными для рассмотрения.

[20] Полученные в статье выражения позволяют выполнять расчёт частотных характеристик для произвольных интервала и шага анализа по частоте.

[21] Использована пятикратная децимация.

[22] Сплошная линия – теоретический расчет, круглые символы – имитационное моделирование.

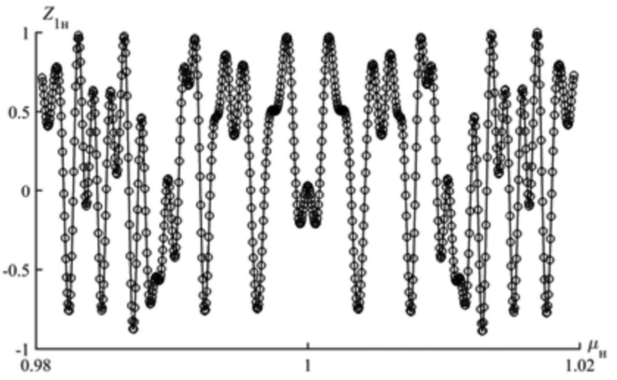


Рис. 4. Фрагмент нормированной ЧХ одноканального коррелятора при $M=1,$ опорном сигнале (11) и нулевых начальных фазах ИС (1) и сигнала (11)

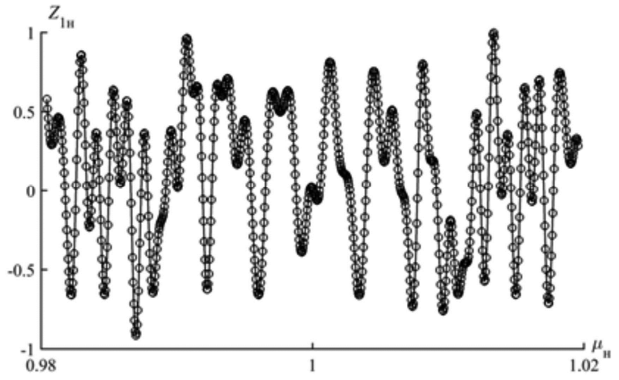


Рис. 5. Фрагмент нормированной ЧХ одноканального коррелятора при $M=1,$ опорном сигнале (11), начальных фазах $\varphi_0=0,\ \ \varphi_{ИС}=\pi/4$

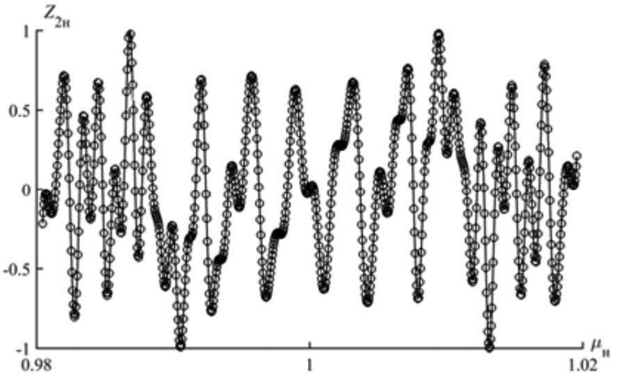


Рис. 6. Фрагмент нормированной ЧХ одноканального коррелятора при $M=1,$ опорном сигнале (12) и нулевых начальных фазах ИС (1) и сигнала (12)

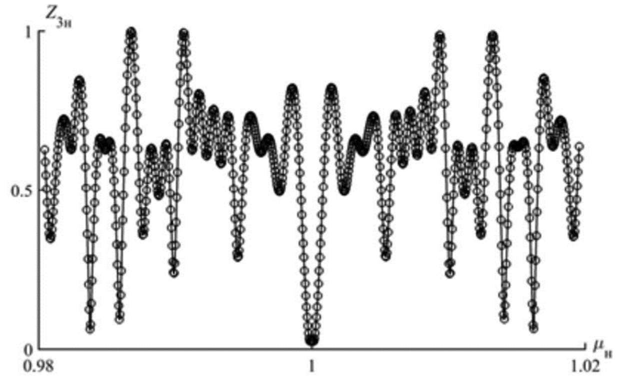


Рис. 7. Фрагмент нормированной ЧХ квадратурной корреляционной схемы (рис. 1) при $M=1$ и опорных сигналах (11), (12). Начальные фазы равны нулю

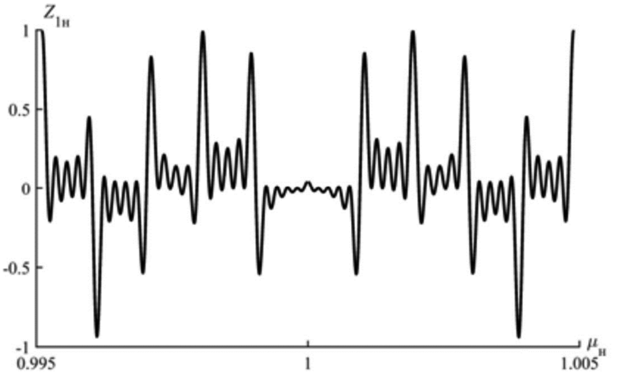


Рис. 8. Фрагмент нормированной ЧХ одноканального коррелятора при $M=5,$ опорном сигнале (11) и нулевых начальных фазах ИС и опорного сигнала

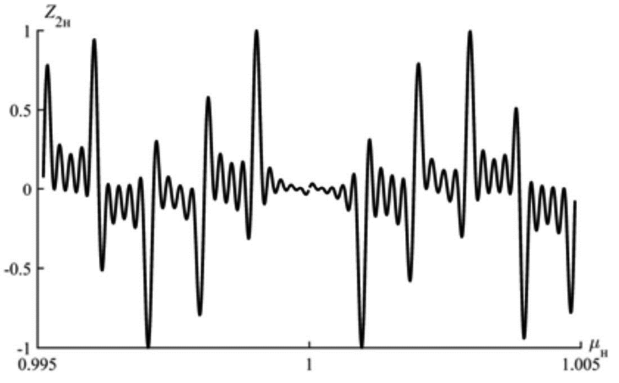


Рис. 9. Фрагмент нормированной ЧХ одноканального коррелятора при $M=5,$ опорном сигнале (12) и нулевых начальных фазах

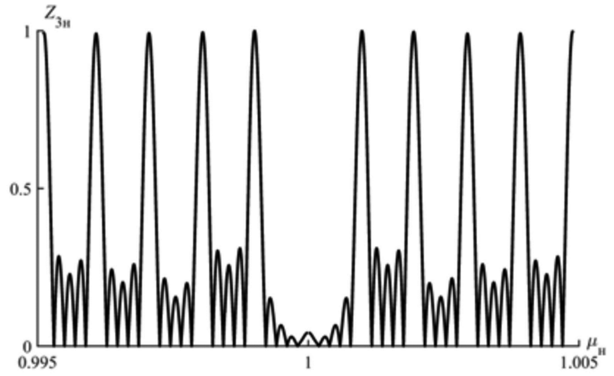


Рис. 10. Фрагмент нормированной ЧХ квадратурной корреляционной схемы (рис. 1) при $M=5$ и прежних прочих условиях

булировании, а во-вторых, – выражения записаны в наиболее общем виде, учитывающем поведение скалярных произведений справа и слева относительно оси ординат.

На рис. 4-10 представлены фрагменты нормированных ЧХ (21), (22), соответствующих одноканальному коррелятору (рис. 4-6, 8, 9) и квадратурной корреляционной схеме (рис. 7, 10). Зависимости, показанные на рис. 4-7, соответствуют интервалу корреляционной обработки, равному длительности опорного сигнала $T_{\text{с}}$ (т.е. $M=1$), а зависимости на рис. 8-10 соответствуют режиму когерентного накопления сигнала в корреляторе(ах) при числе накоплений $M=5$. Рис. 4, 6-10 получены при нулевых начальных фазах опорных $\varphi_0=0$ и измерительного сигналов $\varphi_{\text{ИС}}=0$. Рис. 5 получен при $\varphi_0=0$ и $\varphi_{\text{ИС}}=\pi/4$.

Частотные характеристики фазовых дискриминаторов

Центральным элементом систем фазовой синхронизации приемников сложных сигналов являются фазовые дискриминаторы. Известны [2, с. 146] фазовые дискриминаторы[23] вида: $Z_{\text{ФД}\,1}=\text{th}(Z_1)Z_2$, $Z_{\text{ФД}\,2}=\text{sign}(Z_1)Z_2$ [24], $Z_{\text{ФД}\,3}=Z_1Z_2$, а также некоторые другие – $Z_{\text{ФД}\,4}=\text{arctg}(Z_2/Z_1)$, $Z_{\text{ФД}\,5}=Z_2/Z_1$ [2, с. 506], [22, с. 168]. Как видно из представленных выражений для алгоритмов перечисленных ФД $Z_{\text{ФД}\,1..5}$, основой их аналитического описания являются величины выходных эффектов синфазного и квадратурного корреляторов Z_1 и Z_2 соответственно. Представленные выше алгоритмы ФД поясняются структурной схемой на рис. 2, где $f(\bullet)$ – решающая функция, соответствующая вышепоказанному описанию ФД 1-3. При дополнении структурной схемы (рис. 2) модулями взятия отношения Z_2/Z_1 и арктангенса тригонометрического[25] от такого отношения, получаются алгоритмы $Z_{\text{ФД}\,4,\,5}$. С использованием оговоренных данных рассчитаны ЧХ фазовых дискриминаторов. На рис. 11-13 показаны полученные при $M=1$ характеристики для дискриминаторов $Z_{\text{ФД}\,1}$, $Z_{\text{ФД}\,2}$ и $Z_{\text{ФД}\,4}$ соответственно. Рис. 14 соответствует дискриминатору $Z_{\text{ФД}\,1}$ при количестве производимых когерентных накоплений, равных $M=5$.

Частотные характеристики ранне-позднего временного дискриминатора. Формализация спектров опережающего и задержанного опорных ФМ-сигналов

В системах слежения за задержкой сложных сигналов часто применяются ранне-поздние временные дискриминаторы $Z_{\text{ВД}}=Z_{(+)}-Z_{(-)}$ (рис. 3), которые реализуют путем вычитания выходных эффектов т.н. опережающего $Z_{(+)}$ и запаздывающего $Z_{(-)}$ каналов[26] (см., например, [2, с. 155, 508], [22, с. 174]). Такая процедура корреляционной обработки, в отличие от предыдущих рассмотренных, имеет свою специфику, определяемую особенностями опорных сигналов ВД, не позволяющую воспользоваться (19), (20) для подстановки в (10) и рассчитать выходные эффекты Z_1 и Z_2 для каждого из каналов ВД. Поясним особенности опорных сигналов ранне-позднего ВД, нюансировка формирования которых заключаются в следующем. Рассмотрим запаздывающий канал ВД $Z_{(-)}$, требующий формирования вспомогательных опорных видеосигналов[27] вида $g(t-\tau_{\text{з}})$, обладающих спектром[28] $G(j\omega)\exp(-j\omega\tau_{\text{з}})$. Такое аналитическое описание предполагает «грубый» сдвиг видеосигнала $g(t)$ вправо на временной интервал, равный необходимой задержке $\tau_{\text{з}}$, при этом предполагается, что на интервале $t\in[0,\tau_{\text{з}}]$ сигнал будет отсутствовать. Кроме того, смещенный таким образом сигнал оказывается «выходящим» за границы временного интервала $t\in[0,T_{\text{с}}]$ на величину сдвига $\tau_{\text{з}}$. Аналогичным образом, возможно сформулировать «грубое» опережение опорных сигналов на величину, равную интервалу опережения $\tau_{\text{о}}$. В профессиональных приемниках сложных сигналов, в том числе в программных приемниках, необходимые временные сдвиги для опорных сигналов ВД вносятся иначе[29]: запаздывание $\tau_{\text{з}}$ и опережение $\tau_{\text{о}}$ вносят «сразу» – от начального момента времени и исключительно в границах временного интервала $t\in[0,T_{\text{с}}]$, за счет т.н. циклического сдвига. При таком формировании опорных сигналов, в зависимости от направления сдвига, происходит своеобразная перестановка «начала» и «конца». Эти манипуляции над опорными сигналами, приводящие к корректному внесению необходимых для функционирования ВД временных сдвигов, не учитываются в спектре показанным интуитивно-напрашивающимся способом $g(t-\tau_{\text{з}})\rightleftarrows G(j\omega)\exp(-j\omega\tau_{\text{з}})$, который применим лишь в оговоренных для него условиях. Дополнительной особеннос-

[23] В представленном выражении для $Z_{\text{ФД}\,1}$ не показано деление Z_1 на дисперсию шума в аргументе функции гиперболического тангенса $\text{th}(\bullet)$. Опущен знак (учет которого элементарно выполняется) перед выражениями $Z_{\text{ФД}}$, не влияющий на решение обсуждаемой в статье задачи.

[24] $\text{sign}(\bullet)$ – функция знака.

[25] Что на рис. 2 не показано.

[26] Каждый из которых соответствует квадратурной корреляционной схеме (рис. 1).

[27] Которые умножаются на ортогональные гармонические колебания центральной частоты.

[28] В силу свойства запаздывания преобразования Фурье.

[29] На основе методов и средств цифрового синтеза сигналов, а также за счёт специальных математических функций, обеспечивающих внесение запаздывания либо опережения в массив отсчётов несмещённого сигнала.

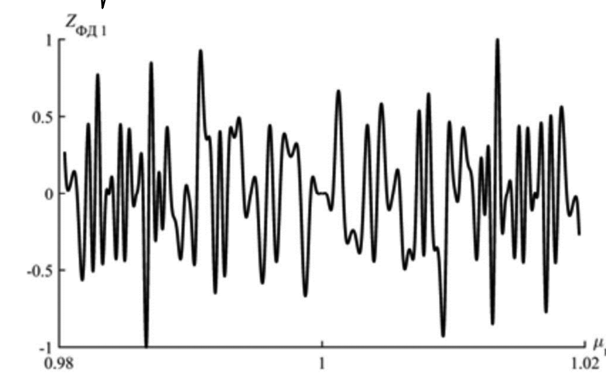


Рис. 11. Фрагмент нормированной ЧХ фазового дискриминатора (рис. 2) при $M=1,$ решающей функции $\mathrm{th}(x)$ и опорных сигналах (11), (12)

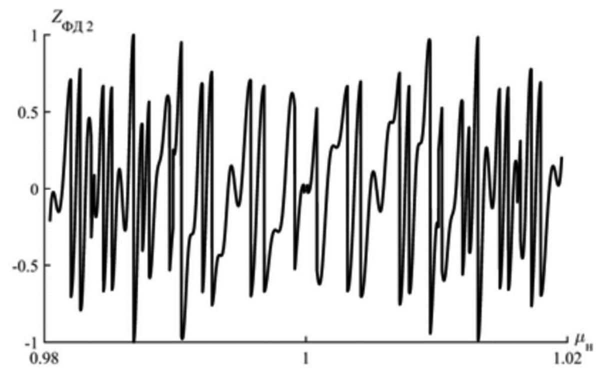


Рис. 12. Фрагмент нормированной ЧХ фазового дискриминатора (рис. 2) при $M=1,$ решающей функции $\mathrm{sign}(x)$ и опорных сигналах (11), (12)

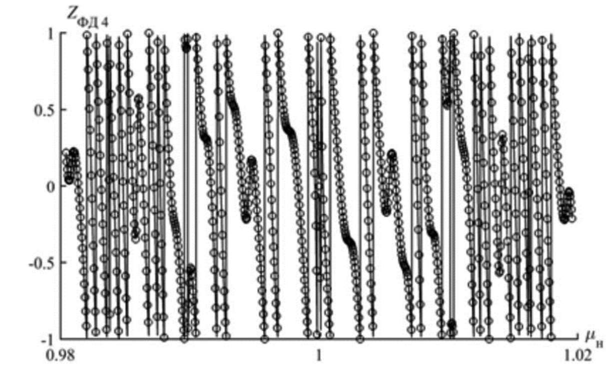


Рис. 13. Фрагмент нормированной ЧХ фазового дискриминатора (рис. 2) при $M=1,$ решающем правиле $\mathrm{arctg}(Z_2/Z_1)$ и опорных сигналах (11), (12)

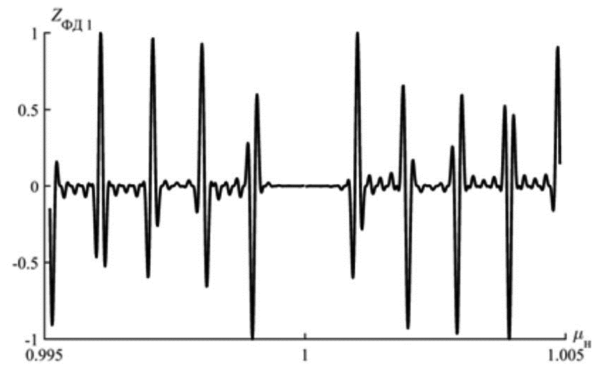


Рис. 14. Фрагмент нормированной ЧХ фазового дискриминатора (рис. 2) при решающей функции вида $\mathrm{th}(x)$ и $M=5$

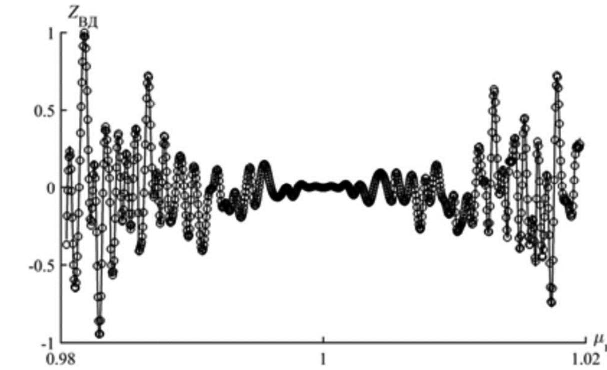


Рис. 15. Фрагмент нормированной ЧХ временного дискриминатора (рис. 3) при $M=1$ и опорных сигналах (11), (12), порождаемых запаздывающим и опережающим видеосигналами ПСП (23), (24)

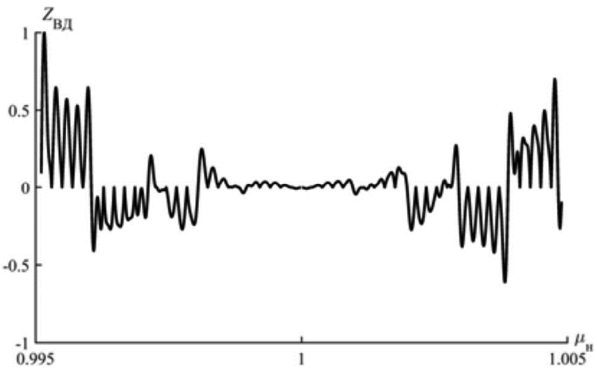


Рис. 16. Фрагмент нормированной ЧХ временного дискриминатора (рис. 3) при $M=5$ и прежних прочих условиях

тью ранне-позднего ВД является сравнительно малое возможное значение вносимых запаздываний и опережений, исчисляемое в долях[30] временного интервала, равного длительности чипа ПСП T [22, с. 177].

Далее, получим спектральные плотности запаздывающего и опережающего опорных сигналов ВД для произвольной последовательности $g_n=\{\pm 1\}_{n=0}^{N-1}$. Для запаздывающего $g_з(t)$ и опережающего $g_о(t)$ видеосигналов ПСП, с использованием несмещенного видеосигнала (13), можем соответственно записать:

$$g_з(t)=\begin{cases} g(t+(T_с-\tau_з)), & t\in[0,\tau_з), \\ g(t-\tau_з), & t\in[\tau_з,T_с]. \end{cases} \tag{23}$$

$$g_о(t)=\begin{cases} g(t), & t\in[0,T_с-\tau_о), \\ g(t-(T_с-\tau_о)), & t\in[T_с-\tau_о,T_с]. \end{cases} \tag{24}$$

Спектральные плотности $G_з(j\omega)\rightleftarrows g_з(t),$ $G_о(j\omega)\rightleftarrows g_о(t)$ запаздывающего сигнала $g_з(t)$ (23) и опережающего сигнала $g_о(t)$ (24) определяются соответственно выражениями:

$$G_з(j\omega)=\int_0^{T_с} g_з(t)\,\mathrm{e}^{-j\omega t}\,dt= \tag{25}$$

$$=g_{N-1}(1-\mathrm{e}^{-j\omega\tau_з}-\mathrm{e}^{-j\omega T_с}+\mathrm{e}^{j\omega\frac{T_с}{N}}\,\mathrm{e}^{-j\omega\tau_з}\,\mathrm{e}^{-j\omega T_с})/j\omega+$$

[30] К примеру, $0.25T$, $0.5T$.

$$+(\mathrm{e}^{-j\omega\tau_з}/j\omega)(1-\mathrm{e}^{-j\omega\frac{T_c}{N}})\sum_{n=0}^{N-2} g_n \mathrm{e}^{-j\omega n\frac{T_c}{N}},$$

$$G_о(j\omega)=\int_0^{T_c} g_о(t)\mathrm{e}^{-j\omega t}\,dt=$$

$$=g_0(1-\mathrm{e}^{-j\omega\frac{T_c}{N}}\mathrm{e}^{j\omega\tau_о}+\mathrm{e}^{-j\omega T_c}\mathrm{e}^{j\omega\tau_о}-\mathrm{e}^{-j\omega T_c})/j\omega+ \qquad (26)$$

$$+(\mathrm{e}^{j\omega\tau_о}/j\omega)(1-\mathrm{e}^{-j\omega\frac{T_c}{N}})\sum_{n=1}^{N-1} g_n \mathrm{e}^{-j\omega n\frac{T_c}{N}}.$$

Выражение (25) описывает спектр запаздывающего видеосигнала ПСП на долю чипа ПСП, причем смещение выполняется за счет циклического сдвига (перестановка «конца» в «начало»). Выражение (26) описывает спектр опережающего видеосигнала ПСП на долю чипа ПСП, причем смещение выполняется за счет циклического сдвига (перестановка «начала» в «конец»). Отметим, что выражения для спектров (25), (26), полученные в интересах проведения анализа частотных характеристик ВД, являются дополнительным самостоятельным результатом статьи, обладают общностью с точки зрения вида и параметров ПСП, применимы при необходимости учёта в спектральной области задержек видеосигнала ПСП, исчисляемых в долях чипа.

Используя полученные выражения для спектров (25), (26), на основе комбинаций из (10), соответствующих рис. 3, проведен анализ ЧХ ранне-позднего ВД с опорными ФМ-сигналами, порождаемыми вспомогательными видеосигналами ПСП (23), (24). Результаты данного анализа представлены на рис. 15, 16, которые соответствуют случаям $M=1,5$. Интервал вносимого запаздывания и опережения в (23) и (24), для формирования соответствующих опорных сигналов в каналах ВД, составлял 0,5T.

Обсуждение результатов

Как видно из рис. 4-16, рассчитанных на основе полученных в настоящей статье аналитических выражений, частотные характеристики типовых процедур корреляционного типа являются заметно неравномерными, что согласуется с известными результатами натурных [4] и вычислительных экспериментов [5-17]. Как следует из полученной аналитики, при одинаковом опорном сигнале величина отклика[31] одноканального коррелятора на гармонический ИС зависит не только от частотного положения последнего, но и от его фазового сдвига, что демонстрируется за счет рис. 4 и рис. 5. Частотные характеристики пары квадратурных корреляторов имеют хорошо визуально заметные отличия в поведении (рис. 4, рис. 6). Отклик квадратурной корреляционной схемы ожидаемо принимает исключительно положительные значения (рис. 7, 10). Результаты, представленные на рис. 4-16, убедительно демонстрируют, что при единой порождающей опорные сигналы ПСП, получаемые частотные характеристики различных процедур корреляционного типа имеют существенные отличия в восприимчивости к внешнему гармоническому сигналу.

Введение режима когерентного накопления сигнала в корреляторах существенным образом изменяет поведение частотных характеристик всех рассмотренных процедур. Этому обстоятельству свидетельствует попарное сравнение результатов на рис. 4 и 8, рис. 6 и 9, рис. 7 и 10, соответствующих паре корреляторов с ортогональными опорными сигналами и квадратурной корреляционной схеме, образованной на их основе. Аналогичные наблюдения фиксируются и при попарном сравнении частотных характеристик рассмотренных дискриминаторов: рис. 11 и 14, рис. 15 и 16. Таким образом, можно констатировать, что количество производимых когерентных накоплений существенно изменяет восприимчивость процедур обработки сигналов корреляционного типа к частоте внешнего гармонического сигнала.

Заключение

Аналитическим путем проведен анализ зависимостей выходной величины процедур корреляционной обработки сигналов при внешнем гармоническом измерительном сигнале с произвольными параметрами. В качестве теоретического «инструментария» для проведения аналитической вычислительной работы применена обобщенная формула Рэлея. При этом рассмотрен как наиболее общий случай, предполагающий возбуждение опорного входа коррелятора произвольным сигналом, так и часто встречающийся частный случай, интересный широкой практике, соответствующий квадратурным шумоподобным фазоманипулированным опорным сигналам, порождаемым псевдослучайной последовательностью.

Полученные теоретические решения верифицированы имитационным моделированием при рассмотрении частных случаев: одноканальные корреляторы, квадратурная корреляционная схема, фазовые дискриминаторы, ранне-поздний временной дискриминатор. Верификация показала отличное совпадение теоретических расчетов и моделирования, что свидетельствует о достоверности всех полученных аналитических выражений. Влияние на принимаемые значения и поведение частотных характеристик рассмотренных типовых процедур корреляционной обработки сигналов оказывают следующие факторы: вид модуляции опорных сигналов, включая структуру и параметры порождающей ПСП; все параметры внешнего гармонического ИС; длительность интервала интегрирования в корреляторах – количество производимых когерентных накоплений.

Рассмотренные в статье примеры процедур обработки сигналов далеко не исчерпывают область применения теоретических решений данной работы. Полученные в статье точные аналитические выражения ценны своей общностью и позволяют получать значение откликов коррелятора[32] и всевозможных «конструкций»

[31] А значит и мощность внешнего ИС на выходе коррелятора.

[32] И, что важно, значение мощности гармонического сигнала на выходе корреляторов.

из групп корреляторов на внешний гармонический сигнал с произвольными параметрами, при задании спектра опорного сигнала как аналитически (что рассмотрено в статье), так и численно – путем подстановки рассчитанных[33] (или заданных) спектров опорных сигналов. Последнее является целесообразным в том случае, если строгое аналитическое решение для спектра опорного сигнала получить невозможно, либо функция спектра является громоздкой[34].

Литература

1. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989.
4. Тузов Г.И., Сивов В.А., Прытков В.И. и др. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
5. Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф. Помехоустойчивость асинхронных систем передачи с шумоподобными сигналами при действии узкополосных помех. Радиотехника. 1993. № 7. С. 27-36.
6. Калинин В.А., Беагон В.С., Калинин А.В. Корреляционный радиометр для антенных и интерферометрических измерений. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 5(3). С. 88-94.
7. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью. М.: Радио и связь, 2003.
8. Коратаев П.Д., Миронов В.А., Неровный В.В. Поиск и обнаружение BPSK сигналов в условиях узкополосной помехи. Теория и техника радиосвязи. 2015. № 1. С. 15-21.
9. Кузьмин Е.В., Зограф Ф.Г. Повышение вероятности правильного поиска шумоподобного сигнала по времени запаздывания на фоне тональной помехи. Успехи современной радиоэлектроники. 2016. № 11. С. 137-140.
10. Bek M.K., Shaheen E.M., Elgamel S.A. Analysis of the global position system acquisition process in the presence of interference. IET Radar, Sonar & Navigation. 2016, vol. 10, no. 5, pp. 850-861.
11. Ye F., Tian H., Che F. CW interference effects on the performance of GPS receivers. Progress In Electromagnetics Research Symposium - Fall (PIERS - FALL), 19-22 November 2017, Singapore. pp. 66-72.
12. Куликов Г.В., Нестеров А.В., Лелюх А.А. Помехоустойчивость приема сигналов с квадратурной амплитудной манипуляцией в присутствии гармонической помехи. Журнал радиоэлектроники. 2018. № 11. URL: http://jre.cplire.ru/jre/nov18/9/text.pdf.
13. Du R., Yue L., Yao S., Zhang D., Wang Y. Single-tone interference method based on frequency difference for GPS receivers. Progress In Electromagnetics Research M. 2019. vol. 79. pp. 61-69.
14. Кузьмин Е.В. О влиянии квантования по уровню на эффективность процедуры поиска шумоподобного сигнала по задержке на фоне шума и гармонической помехи. Цифровая обработка сигналов. 2020. № 2. С. 41-45.
15. Куликов Г.В., До Чунг Тиен. Эффективность фазового алгоритма адаптивной фильтрации при приеме сигналов с многопозиционной фазовой манипуляцией. Журнал радиоэлектроники. 2020. № 4. URL: http://jre.cplire.ru/jre/apr20/9/text.pdf.
16. Кузьмин Е.В. Повышение эффективности обработки сигналов на фоне гармонической помехи за счёт выбора функции предварительного взвешивания для частотного режектора. Цифровая обработка сигналов. 2021. № 4. С. 16-20.
17. Кузьмин Е.В., Зограф Ф.Г. Влияние гармонической помехи на эффективность процедуры беспорогового поиска шумоподобного сигнала по времени запаздывания с переходом в частотную область определения. Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. № 8. С. 774-781.
18. Кузьмин Е.В. Анализ частотных характеристик процедур квадратурной корреляционной обработки комплексных сигналов. Цифровая обработка сигналов. 2020. № 4. С. 13-20.
19. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 2000.
20. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
21. Ярлыков М.С. Оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы приема и обработки BOC-сигналов в перспективных глобальных навигационных спутниковых системах. Радиотехника и электроника. 2021. Т. 66. № 1. С. 39-61.
22. Understanding GPS: principles and applications. 2nd ed. / Eds. E.D. Kaplan, C.J. Hegarty. Boston; London: Artech-House, 2006.

[33] На основе дискретного (быстрого) преобразования Фурье, применяемого к отсчётам опорного сигнала.
[34] Например, для сложных сигналов с частотной модуляций, манипуляцией.

УДК 621.396.49

ТАКСОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ IOT

Паршин Ю.Н., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой РТУ Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, email: parshin.y.n@rsreu.ru
Паршин А.Ю., к.т.н., доцент, доцент кафедры РТУ Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, email: parshin.a.y@rsreu.ru
Грачев М.В., младший научный сотрудник кафедры РТУ Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, email: grachev.m.v@rsreu.ru

TAXONOMICAL ANALYSIS OF ENERGY EFFICIENT IOT INFORMATION TRANSMISSION SYSTEM

Parshin Yu. N., Parshin A.Yu., Grachev M.V.

The application of the taxonomic analysis method to select the parameters of the IoT information transmission system is considered. To take into account the heterogeneous properties and requirements for the information transmission system, its individual parameters are considered as features of objects that form a representative sample. After appropriate normalization, a set of features of the reference object is formed. A metric is specified in the feature space, and the best object is selected according to the criterion of minimum distance to the reference object. As a result of modeling, a set of parameters of the optimal object was obtained, which is used as initial data when designing an IoT information transmission system.

Key words: information transmission system, taxonomic analysis, ideal object, throughput, MIMO, energy efficiency.

Рассматривается применение метода таксономического анализа для выбора параметров системы передачи информации IoT. Для учета разнородных свойств и требований к системе передачи информации отдельные ее параметры рассматриваются как признаки объектов, образующих представительную выборку. После соответствующей нормировки формируется набор признаков эталонного объекта. В пространстве признаков задается метрика, а наилучший объект выбирается по критерию минимума расстояния до эталонного объекта. В результате моделирования получена совокупность параметров оптимального объекта, которая используется как исходные данные при проектировании системы передачи информации IoT.

Ключевые слова: система передачи информации, таксономический анализ, идеальный объект, пропускная способность, MIMO, энергоэффективность.

Введение

Определение наилучшего варианта из множества некоторых объектов по набору показателей качества является достаточно сложной задачей и составляет предмет исследований многих авторов [1-7]. Большинство методов многокритериального синтеза сигналов и устройств требуют участия лица, принимающего решения, на том или ином этапе синтеза. При преобразовании множества критериев к одному критерию необходимо определять весовые коэффициенты или другие функции влияния отдельных критериев на общий критерий. Также при формулировке задачи оптимизации требуется вводить ограничения, которые имеют неформальный характер.

Нашел широкое применение в различных областях научных исследований и принятия решений таксономический анализ, призванный устранить субъективизм в оценках степени сходства сравниваемых объектов без конкретизации их природы. Например, таксономический анализ используется для оптимального размещения базовых станций сети специальной подвижной радиосвязи, оперативно развертываемой и функционирующей в сложных физико-географических условиях [8, 9]. Для повышения эффективности таких сетей на основе формирования динамически управляемой топологии опорно-транспортной сети предложены методика и алгоритм оптимизации размещения базовых станций. Обоснованы основные критерии оптимизации, включая минимизацию числа базовых станций, числа частотных каналов на каждой станции и размерности частотного кластера при выполнении заданных требований к качеству связи. Группирование объектов в локальные плотности по степени схожести может быть осуществлена на основе алгоритма «FOREL» [10,11] и теории таксономического анализа, которая позволяет на множестве размещенных на плоскости объектов выделить локальные неоднородности, таксоны, таким образом, чтобы сумма расстояний от объектов таксонов до центров таксонов была минимальной по всем таксонам.

К системе передачи информации объектов IoT предъявляются комплекс разнородных требований, составляющих признаки объекта: надежность передачи информации, энергоэффективность, малые размеры. Объективное рассмотрение всех признаков объектов и выбор наиболее удачного объекта становится возможным при использовании таксономического анализа. В работе [12] проведена оптимизация мощности передатчика и тактовой частоты с целью минимизации потребляемой мощности при заданном качестве передачи информации. При этом не учитывается количество антенн, определяющее массу и габариты всего устройства.

Целью работы является сравнительный анализ представительной выборки вариантов систем передачи информации по совокупности разнородных признаков, характеризующих их качество, и выбор варианта системы, наиболее близкого к эталонному варианту.

Постановка задачи

Для таксономического анализа выбраны следующие признаки объектов сравнения: суммарная мощность, излучаемая всеми передающими антеннами $P_{\text{ПРД}}$, мощность, потребляемая от источника питания $P_{\text{ПИТ}}$, число $N_{\text{А}}$ приемных и передающих антенн MIMO системы передачи информации, шенноновская пропускная способность C. Пропускная способность MIMO системы для ортогональной канальной матрицы вычисляется по формуле [13]:

$$C = N_{\text{А}} \log_2 \left(1 + \frac{P_{\text{ПРД}} / L}{P_{\text{Ш}}} \right),$$

где $P_{\text{Ш}}$ – мощность шума в каждом приемном канале, L – затухание сигнала при распространении от передатчика к приемнику.

Полная мощность, потребляемая от источника питания, равна

$$P_{\text{ПИТ}} = \frac{P_{\text{ПРД}}}{\eta} + P_{\text{СТАТ}} + P_{\text{ПЛИС}} N_{\text{А}},$$

где $P_{\text{СТАТ}}$ – мощность, потребляемая цифровым процессором в статическом режиме, $P_{\text{ПЛИС}}$ – мощность, потребляемая цифровым устройством формирования и обработки сигнала одной антенны. При этом увеличение числа антенн требует пропорционального повышения скорости обработки сигнала и, соответственно, тактовой частоты ПЛИС.

Так как скорость передачи и обработки данных в системах IoT невелика, то можно повысить энергоэффективность системы передачи информации путем рационального выбора мощности передатчика и тактовой частоты ПЛИС. Статическая составляющая потребляемой мощности $P_{\text{СТАТ}}$ не зависит от тактовой частоты и не уменьшается при изменении напряжения питания [14]:

$$P_{\text{СТАТ}} = Ae^{BT} + C,$$

где A, B, C – константы, T – температура перехода в кристалле ПЛИС. Динамический компонент мощности $P_{\text{ПЛИС}} = P_{\text{ПРМ}} N_{\text{А}} = \beta f_{\text{Т}}$, потребляемой ПЛИС, линейно зависит от тактовой частоты, а коэффициент пропорциональности равен [15]:

$$\beta = n_{\text{А}} C_{\text{З}} V^2,$$

где $C_{\text{З}}$ – общая емкость затворов ПЛИС, V – разность переключаемых уровней напряжения, $n_{\text{А}}$ – часть переключаемых цепей в ПЛИС.

Задача заключается в определении максимальной пропускной способности C и минимальной мощности $P_{\text{ПИТ}}$, потребляемой от источника питания, путем выбора мощности передатчика $P_{\text{ПРД}}$ и числа антенн $N_{\text{А}}$ MIMO системы передачи информации с использованием многокритериального подхода.

Определение оптимальных параметров системы передачи информации объектов IoT с помощью таксономического анализа

В связи с тем, что MIMO системы передачи информации объектов IoT используют различные методы модуляции и базируются на разных стандартах, необходимо произвести сравнительный анализ разнородных параметров этих систем с целью определить наиболее рациональные из них на основе представительной выборки. Для решения этой задачи целесообразно воспользоваться методом таксономического анализа, который базируется на сравнении объектов по нескольким разнородным признакам [16,17].

Таксономический анализ выборки объектов состоит из следующих этапов [16]:

– определение идеального с точки зрения цели анализа объекта;

– нахождение расстояния от каждого реального объекта до идеального объекта;

– упорядочение всех объектов по степени их близости к идеальному объекту и выбор лучшего объекта по критерию минимума расстояния до идеального объекта.

В таксономическом анализе полагается, что чем ближе между собой значения признаков двух объектов, тем более близки свойства этих объектов. Следовательно, для оценки степени сходства или различия объектов нужно найти расстояние между объектами в условном пространстве признаков по заданной метрике. Таксономическое расстояние вычисляется между объектами-единицами, или между объектами-признаками, расположенными в многомерном пространстве. Все признаки можно разделить на два класса: класс I_+, стимуляторы, значения которых желательно иметь как можно большими, и класс I_-, дестимуляторы, значения которых желательно иметь как можно меньшими.

Для таксономического анализа необходимо представить выборку объектов и их признаков в виде матрицы

$$\mathbf{X} = \{X(m,n),\ m = 1,...,M,\ n = 1,...,N\},$$

где M – число объектов в выборке, N – число признаков каждого объекта. Признаки объектов описывают разные свойства объектов, могут быть случайными величинами с разными разбросом значений, могут иметь разные размерности. Поэтому следующим этапом таксономического анализа является преобразование признаков путем перехода к нормированным безразмерным значениям:

$$Z(m,n) = \frac{X(m,n) - m(n)}{\sigma(n)},$$

где $m(n) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} X(m,n)$ – оценка математического ожидания признака, $\sigma(n) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \left(X(m,n) - m(n) \right)^2}$ – оценка среднеквадратического отклонения признака. В соответствии со стратегией таксономического анализа определим координаты идеального многомерного объекта, выбирая лучшие из существующих значений признаков:

$$Z_0(n) = \begin{cases} \max\limits_{m=1,\dots,M} Z(m,n), \ n \in I_+ \\ \min\limits_{m=1,\dots,M} Z(m,n), \ n \in I_- \end{cases}.$$

Определим расстояния от каждого объекта до идеального объекта, используя евклидову метрику:

$$C(m) = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} \left(Z(m,n) - Z_0(n) \right)^2}.$$

Чем ближе объект $Z(m,n)$ совокупности находится к идеальному объекту в пространстве признаков, тем меньшим будет значение $C(m)$. Так как конкретное значение расстояния не дает однозначной характеристики степени удаленности объекта от идеального объекта, то используется нормировка расстояния таким образом, чтобы нормированное расстояние $D(m) = \dfrac{C(m)}{C_{\text{МАКС}}}$ принимало значение в интервале $D(m) \in [0,1]$. Для выполнения этого условия необходимо определить статистические параметры: математическое ожидание и среднеквадратичное значение расстояний

$$m_0 = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} C(m), \ \sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \left(C(m) - m_0 \right)^2}.$$

Максимальное расстояние $C_{\text{МАКС}}$ может быть найдено с использованием правила «трех сигм»

$$C_{\text{МАКС}} = m_0 + 3\sigma_0.$$

Наилучший объект с номером $m_{\text{ОПТ}}$ и набором признаков $\{X(m_{\text{ОПТ}},n), \ n = 1,\dots,N\}$ по итогам таксономического анализа определяется в соответствие с критерием максимального уровня развития, который соответствует минимальному расстоянию до идеального объекта

$$m_{\text{ОПТ}} = \arg \max_{m=1,\dots,M} \left(1 - D(m) \right).$$

Данный показатель интерпретируется следующим образом: объект с номером m имеет тем больший уровень развития, чем ближе к единице находится значение показателя уровня ее развития $G(m) = 1 - D(m)$.

Используем алгоритм таксономического анализа для определения разнородных параметров MIMO системы передачи информации, которые имеют смысл признаков таксономического анализа:

– признак стимулятор, пропускная способность $X(m,3) = C$,

– признаки дестимуляторы, мощность передатчика $X(m,1) = P_{\text{ПРД}}$, число антенн $X(m,2) = N_{\text{А}}$, мощность, потребляемая от источника питания $X(m,4) = P_{\text{ПИТ}}$.

Результаты таксономического анализа энергоэффективности MIMO системы передачи информации

Для таксономического анализа необходимы исходныеданные в виде значений потребляемой мощности от источника питания в различных режимах. Исходные данные получены с использованием испытательного стенда, содержащего IoT метку PALMEXX iTag Bluetooth Key Finder в режиме ожидания при $N_{\text{А}} = 1$. В данном режиме IoT метка и базовая станция периодически обмениваются сообщениями, подтверждающими их контакт. Для записи данных использовалась модуль сбора данных L-CARD E14-440. Анализ временной диаграммы потребляемой мощности от источника питания на различных временных интервалах работы показал, что метка находится в режиме передачи 0,18 % всего анализируемого времени, в режиме приема – 0,36 %, в статическом режиме – 99,46 %. Импульсная потребляемая мощность в режиме передачи на 7,5 дБ больше импульсной потребляемой мощности в режиме приема.

Измеренные средние мощности, потребляемые IoT меткой от источника питания в режиме передачи, приема и в статическом режиме, соответственно равны:

$$\frac{P_{\text{ПРД}}}{\eta} + P_{\text{ПЛИС}} = -32{,}43 \text{ дБм};$$

$$P_{\text{ПЛИС}} \times 1 = -36{,}68 \text{ дБм}; \ P_{\text{СТАТ}} = -59{,}7 \text{ дБм}.$$

При расчетах принято, что коэффициент полезного действия передатчика равен $\eta = 0{,}6$, затухание сигнала при распространении равно $L = 110$ дБ, мощность шума равна $P_{\text{Ш}} = -150$ дБм. Варианты систем передачи информации формировались на основе выборки равномерно распределенных случайных независимых признаков: $P_{\text{ПРД}}$ непрерывно в диапазоне 0…-10 дБм, $N_{\text{А}}$ целочисленно в диапазоне 0…20. При заданных условиях моделирования установлено, что идеальный объект имеет параметры: $P_{\text{ПРД}} < -75$ дБм, $N_{\text{А}} = 1$, $C = 199$ бит, $P_{\text{ПИТ}} = -36{,}5$ дБм.

На рис. 1 приведена гистограмма показателей уровня развития $G(m)$ для исследуемой выборки объектов размером $M = 10^8$. Моделирование показало, что наилучшее приближение к идеальному варианту, которому соответствует $G(m) \to 1$, может соответствовать несколько оптимальных комбинаций независимых признаков-параметров $X(m,1) = P_{\text{ПРД}}$ и $X(m,2) = N_{\text{А}}$.

На рис. 2 отображены пары оптимальных значений непрерывного параметра $P_{\text{ПРД}}$ и целочисленного параметра $N_{\text{А}}$, при которых реализовывалось наилучшее приближение объектов выборки к идеальному варианту. Для моделирования совокупности объектов формировалась выборка объектов размером $M = 10^5$, а число реализаций, необходимое для усреднения и построения графиков равно 10^3. Установлено, что увеличение числа антенн позволяет уменьшить требуемую мощность передатчика и, тем самым минимизировать мощность, потребляемую от источника питания.

При значениях пар параметров, соответствующих наилучшему приближению (рис. 2), потребляемая мощность уменьшается при увеличении числа антенн (рис. 3), а при $N_{\text{А}} \approx 18$ имеет минимум. Пропускная способность при увеличении числа антенн в паре с уменьшением мощности передатчика сначала увеличивается, а затем при $N_{\text{А}} \approx 12$ достигает максимума и начинает уменьшаться (рис. 4). Таким образом, таксономический анализ при заданном наборе признаков позволяет сделать следующие рекомендации: число антенн $N_{\text{А}} = 12$, мощность передатчика $P_{\text{ПРД}} = -22$ дБм. На ре-зультат анализа влияет априорный диапазон $P_{\text{ПРД}}$ и $N_{\text{А}}$, который определяется техническими ограничениями. При уменьшении априорного диапазона оптимальные значения этих параметров также уменьшаются.

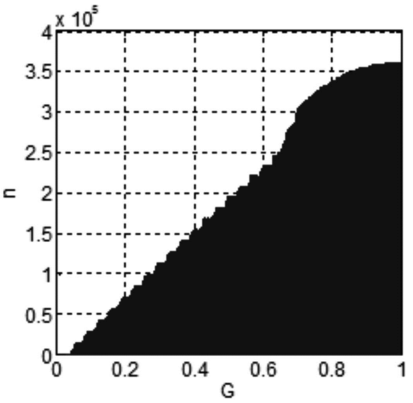


Рис. 1. Гистограмма показателей уровня развития

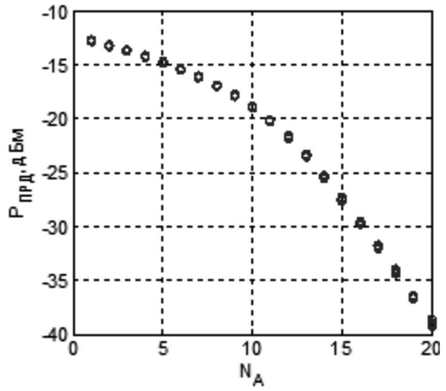


Рис. 2. Оптимальные значения мощности передатчика и числа антенн наилучшего объекта

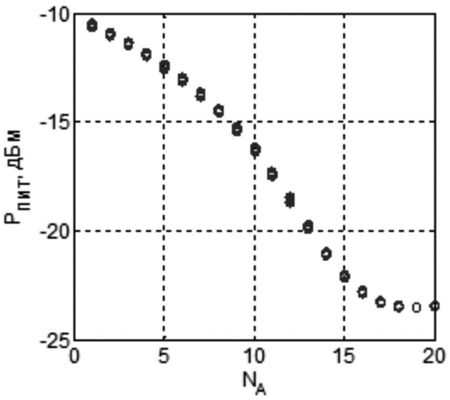


Рис. 3. Оптимальные значения мощности источника питания и числа антенн наилучшего объекта

Если число антенн слабо влияет на потребляемую от источника питания мощность, то зависимость $P_{\text{ПИТ}}(N_{\text{А}})$ становится монотонно убывающей. Наоборот, при очень сильном влиянии числа антенн на потребляемую от источника питания мощность, например, пропорционально квадрату числа антенн $P_{\text{ПЛИС}} N_{\text{А}}^2$, минимум зависимости $P_{\text{ПИТ}}(N_{\text{А}})$ получается при меньшем значении числа антенн. Конкретный вид этой зависимости определяется алгоритмом формирования и обработки MIMO сигналов.

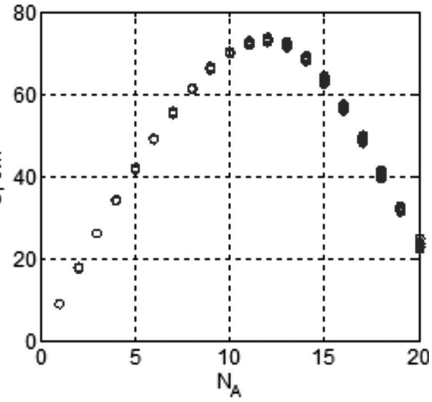


Рис. 4. Оптимальные значения пропускной способности и числа антенн наилучшего объекта

Заключение

Проведенный таксономический анализ показал возможность оптимизации системы передачи информации при разнородных показателях качества. Установлены варианты пар независимых признаков $P_{\text{ПРД}}$, $N_{\text{А}}$, при которых достигается минимум расстояния до идеального объекта, что целесообразно использовать при проектировании системы передачи информации объектов IoT. Вместе с тем, критерий минимального расстояния до идеального объекта не всегда гарантирует достижения наилучших значений других, зависимых признаков, например, пропускной способности. В этом случае предлагается из полученных комбинаций независимых признаков отбирать значения, дающие оптимум пропускной способности и мощности, потребляемой от источника питания.

Эффективность таксономического анализа повышается при увеличении числа разнородных независимых признаков, а также функционально связанных с ними признаков. Поэтому представляется перспективным расширить перечень признаков, а также установить функциональные связи между ними и зависимыми признаками.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант РНФ 22-29-01652, https://rscf.ru/en/project/22-29-01652/ в Рязанском государственном радиотехническом университете им. В.Ф. Уткина.

Литература

1. Гуткин Л.С. Проектирование радиосистем и радиоустройств. М.: Радио и связь, 1986. 288 с.
2. Штойфер Р. Многокритериальная оптимизация. М.: Радио и связь, 1992. 504 с.
3. Статистические модели и многокритериальные задачи принятия решений. Под ред. И.Ф. Шахнова. М.: Статистика, 1979. 183 с.
4. Оптимизация технико-экономических характеристик радиоаппаратуры / под. ред. В.К. Маригодова. Киев: Техника, 1990. 192 с.

5. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / под ред. А.Г. Зюко. М.: Радио и связь, 1985. 272 с.

6. Юрлов Ф.Ф., Шапкин Е.И. Выбор эффективных стратегических решений на основе многоуровневого и многокритериального подходов. Н. Новгород: Нижегородский государственный технический университет, 2007. 208 с.

7. Кириллов С.Н. Многокритериальный синтез сигналов и устройств обработки. Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет, 2019. 48 с.

8. Севериненко А.М. Исследование и разработка методов и алгоритмов создания автоматической опорно-транспортной сети связи на основе динамического управления топологией в составе сети подвижной радиосвязи специального назначения: дис. … канд. техн. наук: 05.12.13. Самара, 2017. 180 с.

9. Севериненко А.М. Алгоритм оптимального размещения базовых станций в сетях подвижной радиосвязи специального назначения, работающих в сложных физико-географических условиях. Радиотехника. 2017. № 4. С. 116-121.

10. Загоруйко Н.Г., Елкина В.Н., Лбов Г.С. Алгоритмы обнаружения эмпирических закономерностей. Новосибирск: Наука, 1985. 106 с.

11. Орлов А.И. Эконометрика. М.: Издательство «Экзамен», 2002. 567 с.

12. Parshin A., Parshin Yu. Investigation of Efficient Receiving of Ultra Low Power Signal for IoT Application. 2019 8nd Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO) Budva, Montenegro, June 10th-14th 2019, 842 p, pp. 32-35.

13. Бакулин М.Г., Варукина В.В., Крейнделин В.Б. Технология MIMO: принципы и алгоритмы. М.: Горячая линия-Телеком, 2014. 244 с.

14. Вычужанин В.В. Минимизация энергопотребления проектируемых устройств на ПЛИС типа FPGA. Современная электроника. 2011. №4. С. 58-61.

15. N.S. Kim, T. Austin, D. Blaauw, T. Mudge, K. Flautner, Jie S. Hu, M. J. Irwin, M. Kandemir, N. Vijaykrishnan. Leakage Current: Moore's Law Meets Static Power. IEEE Computer, vol. 36, no.12, pp. 68-75, Dec 2003. doi: 10.1109/ MC.2003.1250885

16. Городнов В.П., Романчик Т.В. Таксономический ана-лиз как метод оценки конкурентоспособности промышленной продукции. Бизнесинформ. 2010. № 22. С. 24-28.

17. Плюта В. Сравнительный многомерный анализ в экономических исследованиях. Методы таксономии и факторного анализа. М.: Статистика, 1980. 151 с.

УДК 621.371

ОБНАРУЖЕНИЕ ПОДВИЖНЫХ ИСТОЧНИКОВ СИСТЕМОЙ РАДИОПРИЕМНИКОВ

Клочко В.К., д.т.н., профессор РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: klochkovk@mail.ru
Ву БаХунг, аспирант РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: ronando2441996@gmail.com

MOBILE SOURCES DETECTION BY A RECEIVER SYSTEM

Klochko V.K., Hung Vu Ba

The problem of detecting several mobile sources by a system of several mutually oriented radio receivers at given range boundaries at current moments is solved. Based on the signals received in the receivers, a decision is made on the presence of sources, their number, spatial coordinates and velocity vectors are determined. The formula is based on the algebraic criterion for classifying direction vectors into sources according to the principle of their conjugation. The purpose of the work − to increase the efficiency of the radio receiver positioning system when detecting useful signals from mobile low-altitude sources in conditions of interference. It is proposed to increase efficiency of sources detection due to location of receivers in a certain way, coordinated operation of receiver-producing station with several auxiliary receivers when processing Doppler frequency spectra of received signals using algebraic criteria. Computer simulation results are provided showing the advantage of operating the system over a single transceiver station. The applied orientation of the work − algorithmic support of radio systems for the protection of small areas and ultrasound diagnostics devices.

Key words: radio signals, Doppler receivers, signal detection, paramer estimates, velocity vector estimates, mathematical and computer modeling.

*Решается задача обнаружения нескольких подвижных источников системой нескольких взаимно ориентированных радиоприемников на заданных дальностях в текущие моменты времени. На основе принятых в приемниках сигналов принимается решение о наличии источников, оценивается их число, пространственные координаты и векторы скорости движения. В основе решения лежит алгебраический критерий классификации векторов направлений на источники по принципу их сопряжения. **Цель работы** − повышение эффективности работы системы позиционирования радиоприемников при обнаружении полезных сигналов от подвижных источников в условиях помех. Предлагается повысить эффективность обнаружения источников за счет расположения определенным образом приемников, согласованной работы приемопередающей станции и вспомогательных приемников при обработке спектров доплеровских частот принятых сигналов с использованием алгебраических критериев. Приводятся результаты компьютерного моделирования, показывающие преимущество работы системы по сравнению с одной приемопередающей станцией. Прикладная направленность работы − алгоритмическое обеспечение радиосистем охраны малых территорий и приборов ультразвуковой диагностики.*

Ключевые слова: радиосигналы, доплеровские приемники, обнаружение сигналов, оценки параметров, оценки векторов скоростей, математическое моделирование.

Введение

Задача обнаружения полезного сигнала от источника на фоне помех является классической в радиотехнике и широко освещена в научной и учебной литературе [1]. При наличии нескольких движущихся источников задача усложняется классификацией сигналов по принадлежности тому или иному источнику. Обычно такую классификацию осуществляют на этапе вторичной (траекторной) обработки сигналов, если они приняты одним приемником. Наличие нескольких приемников расширяет возможности получения информации о параметрах движения источников на этапе первичной обработки сигналов. Задаче обнаружения полезного сигнала в системе нескольких приемников также уделено внимание [1]. При этом параметры движения отдельного источника − пространственное положение и векторы скорости, как правило, находят из геометрических соображений. Однако геометрический подход не дает алгебраически выраженного критерия обнаружения, позволяющего обоснованно осуществлять классификацию сигналов и отсеивать ложные сигналы при поиске нескольких источников в условиях помех.

Цель работы − повышение эффективности работы системы позиционирования радиоприемников при обнаружении полезных сигналов от подвижных источников в условиях помех в текущие моменты времени наблюдения.

Постановка задачи и обзор известных подходов

Рассматривается многопозиционная полуактивная радиосистема наблюдения за маловысотными подвижными источниками. Система наблюдения состоит из одной приемопередающей радиостанции, работающей в режиме фазовой манипуляции с кодом Баркера, и нескольких (двух и более) доплеровских радиоприемников с антенными решетками (АР), взаимно ориентированных в единой прямоугольной системе координат, синхронизированных с передатчиком и принимающих сигналы отражения в сантиметровом диапазоне длин волн на малых дальностях.

Требуется на основе принятых сигналов на промежутках времени, соответствующих элементам разрешения дальности, обнаружить наличие полезных сигналов, принадлежащих искомым источникам, число источников, их пространственные координаты и векторы скорости движения. К помехам относятся сигналы, принятые приемниками от посторонних источников, находящихся вне зоны действия передатчика.

Для обнаружения и нахождения пространственных координат подвижного источника и вектора скорости его движения часто используется активная система позиционирования трех доплеровских приемопередающих радиостанций, каждая из которых определяет угловое направление на объект, радиальную дальность по задержке времени прихода зондирующего сигнала и в совокупности три станции определяют вектор скорости источника на основе трех измеренных радиальных проекций вектора скорости [1]. В более экономичных полуактивных системах позиционирования используется внешний передатчик и несколько пространственно удаленных приемников. Так, в работах [2, 3] четыре взаимно ориентированных приемника принимают отраженные сигналы от источников, излученные внешним передатчиком. Приемники определяют орты векторов направлений на источники сигналов, группируют орты по принадлежности объектам по критерию сопряжения ортов с определением дальностей до них, пространственных координат и вектора скорости. Однако в [2, 3] не указано пространственное положение приемников и передатчика. Рассмотрен преимущественно случай известного числа источников и не показан способ их обнаружения. Не раскрыта возможность повышения разрешения по доплеровской частоте за счет согласованной работы приемников и передатчика при обработке принимаемых сигналов. В работе [4] показана идея повышения разрешения по доплеровской частоте для системы, состоящей из одного передатчика и одного приемника без развернутого алгоритма применения этой идеи.

Заметим, что известен ряд аналитических методов сверхразрешения по угловым координатам (и доплеровской частоте) в одном радиоприемнике, например, MUSIC, Кейпона, Писаренко, Прони [5, 6] и др. Однако они требуют определенных условий применения и дополнительных вычислительных затрат на реализацию. В работе предлагается другой подход к сверхразрешению по доплеровской частоте, основанный на использовании совместно с приемопередающей станцией нескольких (от двух и более) вспомогательных приемников. Положительный эффект достигается за счет расположения определенным образом приемников, согласованной работы приемопередающей станции и вспомогательных приемников при обработке спектров доплеровских частот принятых сигналов на основе алгебраических критериев. Такой подход позволяет наряду со сверхразрешением находить оценки векторов скоростей подвижных источников.

Модель сигнала

Передатчик посылает непрерывный гармонический сигнал с фазовой манипуляцией по коду Баркера. Приемники синхронизированы с работой передатчика. Это позволяет разделять принимаемый сигнал по времени на промежутки по элементам разрешения дальности. На промежутке времени $[t_\mu, t_\mu + T]$, T – период фазовой манипуляции, соответствующем μ-у элементу разрешения дальности $[R_\mu, R_\mu + \Delta R]$, модель принимаемого сигнала в q-м приемном элементе АР k-го приемника ($k = \overline{1,n}$, n – число приемников) от одного точечного источника отражения в комплексной (аналитической) форме имеет вид [7]:

$$\bar{s}_{qk}(t) = A_{0k} e^{j\psi_{qk}}, \quad q = \overline{1,Q},$$

$$A_{0k} = \gamma U_{0k} G_k(\varphi, \theta), \quad \psi_{qk} = \omega_0 (t - \tau_{qk}) + \xi_q, \quad t \in [0, T], \tag{1}$$

где γ – мультипликативный шум; $U_{0k} = U_0(r_1 + r_k, P_0)$ – амплитуда сигнала, зависящая от дальности $r_1 = R_\mu$ и расстояния r_k между источником отражения и центром k-го приемника, а также мощности передатчика P_0; $\dot{G}_k(\varphi_k, \theta_k)$ – диаграмма направленности (ДН) k-й антенны, зависящая от угловых координат азимута φ и угла места θ источника в k-й антенной системе координат. В составе фазы ψ_{qk} : j – мнимая единица; ω_0 – несущая круговая частота; $\xi_q = \phi_0 + \eta_q$ – случайная величина, зависящая от начальной фазы ϕ_0 и фазового шума η_q в q-м канале; τ_{qk} – время прихода отраженного сигнала в q-й приемный элемент АР k-го приемника; Q – число приемных каналов.

Величина τ_{qk} в k-м приемнике для точечного объекта, движущегося в текущий момент времени t, $t \in [0, T]$, с вектором скорости $\vec{v}$, имеет вид

$$\begin{aligned} \tau_{qk} &= (r_1 + r_k + \delta_{qk} + (\underset{\vec{a}_1}{\text{пр}}\vec{v} + \underset{\vec{a}_k}{\text{пр}}\vec{v}) \cdot t) / c = \\ &= (r_1 + r_k + \delta_{qk} + (v_{r_1} + v_{rk}) \cdot t) / c, \quad k = \overline{1,n}, \end{aligned} \tag{2}$$

где δ_{qk} отклонение (с определенным знаком) фронта волны отраженного сигнала, достигшего центра q-го приемного элемента k-го приемника, по сравнению с центром АР; $\vec{a}_k = (a_{kx}, a_{ky}, a_{kz})$ – орт вектора направления на источник от k-го приемника; $\underset{\vec{a}_k}{\text{пр}}\vec{v} = (\vec{v}, \vec{a}_k) = v_{rk}$ – отрицательная проекция вектора $\vec{v}$ скорости источника на направление $\vec{a}_k$ при его движения в сторону k-го приемника, выраженная через скалярное произведение векторов $\vec{v}$ и $\vec{a}_k$; c – скорость света.

С учетом (2) выражение фазы в (1) запишется как

$$\begin{aligned} \psi_{qk} &= \omega_0 [1 - (v_{r_1} + v_{r_k}) / c] \cdot t - \\ &- 2\pi (r_1 + r_k + \delta_{qk}) / \lambda + \xi_q, \quad k = \overline{1,n}, \end{aligned} \tag{3}$$

где учтено $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi c / \lambda$.

После перехода на промежуточную частоту $\omega_{пр} << \omega_0$ и дискретизации по времени выражение (3) с учетом доплеровского сдвига частоты $\omega_{дk} = -\omega_0 (v_{r_1} + v_{r_k}) / c$ принимает вид

$$\psi_{qkj} = (\omega_{np} + \omega_{ok}) \cdot t_j -$$
$$-2\pi(r_1 + r_k)/\lambda - 2\pi\delta_{qk}/\lambda + \xi_q, \quad j = \overline{1, L}, \tag{4}$$

где t_j – дискретные отсчеты времени, $t \in [0, T]$; L – длина временной последовательности.

Определение направлений на источники

Величина δ_{qk} в (4) содержит информацию о координатах орта $\vec{a}_k$ вектора направления на источник. Орт $\vec{a}_k$ представлен как

$$\vec{a}_k = (a_{kx}, a_{ky}, a_{kz}) = (X_k, Y_k, Z_k)/r_k,$$

$$a_{kz} = \sqrt{1 - a_{kx}^2 - a_{ky}^2}, \tag{5}$$

где X_k, Y_k, Z_k – пространственные координаты источника в антенной прямоугольной системе координат k-го приемника.

Приемные элементы АР располагаются на плоскости антенны в точках с координатами (x_q, y_q), которые описываются радиус-векторами $\vec{m}_q = (x_q, y_q, 0)$, тогда

$$\delta_{qk} = \underset{\vec{a}_k}{\text{пр}}\, \vec{m}_q = (\vec{m}_q, \vec{a}_k) = x_q \cdot a_{kx} + y_q \cdot a_{ky}. \tag{6}$$

При переходе к частотному спектру выделяются i-е спектральные составляющие в q-х каналах, амплитуды которых во всех Q каналах превышают порог обнаружения полезного сигнала ($i = \overline{1, m_k}$, m_k – число таких составляющих в k-м приемнике). Фазы выделенных составляющих имеют вид

$$\psi_{qki} = -2\pi(r_1 + r_k)/\lambda - 2\pi\delta_{qki}/\lambda + \xi_q, \tag{7}$$

$k = \overline{1, n}$, $i = \overline{1, m_k}$.

При вычитании фаз (7) разных q-х каналов исключаются те величины, которые не зависят от q. Тогда на основе разностей $\Delta\psi_{qki}$ с учетом (6) находятся оценки координат $\hat{a}_{kxi}, \hat{a}_{kyi}$, $\hat{a}_{kzi} = \sqrt{1 - a_{kxi}^2 - a_{kyi}^2}$, $k = \overline{1, n}$, ортов $\vec{a}_{ki}$ направлений на i-е источники со стороны k-х приемников с точностью до ошибок разностей $\Delta\xi_q$.

Правило обнаружения объектов и нахождения оценок дальностей

Факт присутствия полезных сигналов отражения на дальности r_1 устанавливается в приемнике передающей станции ($k = 1$) выделением в спектре доплеровских частот составляющих, амплитуда которых превышает порог обнаружения полезного сигнала во всех q-х приемных каналах ($q = \overline{1, Q}$). Однако точное число источников, расположенных в одном элементе разрешения дальности и имеющих близкие радиальные проекции скоростей, в спектре одной приемопередающей станции определить не всегда возможно из-за ограниченной разрешающей способности по доплеровской частоте. По этой причине целесообразно увеличить число приемников до n ($n \geq 3$).

В спектрах n приемников выделяются доплеровские частоты и методом разности фаз определяются векторы направления на источники сигналов $\vec{a}_{ki}$, $k = \overline{1, n}$, $i = \overline{1, m_k}$, где m_k – число доплеровских частот и соответственно ортов, найденных в k-м приемнике.

В качестве критерия обнаружения объектов принимается правило сопряжения групп векторов, то есть их направления на одни и те же источники. Пусть n векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n$ выбраны правильно по направлению на один и тот же источник в n приемниках. Установим парную связь между первым и k-ми векторами ($k = \overline{2, n}$) в единой прямоугольной системе координат *OXYZ* в матричной форме:

$$r_1 a_1' = (b_k - b_1) + r_k a_k' + e_{1k}, \quad k = \overline{2, n},$$

где $r_1 = R_\mu$; $a_k' = H_k a_k$, $k = \overline{1, n}$, H_k – 3×3-матрицы поворота осей k-й антенной системы координат по отношению к общей системе; a_k – 3×1-векторы-столбцы координат ортов; b_k – базовые векторы, соединяющие центр единой системы с центрами антенных систем координат; e_{1k} – 3×1-векторы-столбцы ошибок сопряжения указанных пар векторов.

Критерием сопряжения пар векторов a_1' и a_k', $k = \overline{2, n}$, в указанной группе n векторов будет сумма квадратов норм векторов ошибок:

$$J = \sum_{k=2}^{n} \| e_{1k} \|^2 =$$
$$= \sum_{k=2}^{n} (r_1 a_1' - \Delta b_{1k} - r_k a_k')^T \cdot (r_1 a_1' - \Delta b_{1k} - r_k a_k'), \tag{8}$$

где $\Delta b_{12} = b_2 - b_1$; $\Delta b_{13} = b_3 - b_1$; T – символ транспонирования.

Из необходимого условия существования экстремума функции (8)

$$dJ/dr_k = 0 \;\Rightarrow\; 2(r_1 a_1' - \Delta b_{1k} - r_k a_k')^T(-a_k') = 0, \quad k = \overline{2, n},$$

с учетом $a_k'^T a_k' = 1$ находим оценки дальностей $\hat{r}_k$:

$$\hat{r}_k = a_k'^T (r_1 a_1 - \Delta b_{1k}), \quad k = \overline{2, n}, \tag{9}$$

удовлетворяющие достаточному условию минимума (8) $d^2 J/dr_k^2 = 2a_k'^T a_k' = 2 > 0$, $k = \overline{2, n}$.

Оценки $\hat{r}_2, ..., \hat{r}_n$ подставим в выражение показателя сопряжения (8). Полученное его значение $\hat{J}$ характеризует правильность сопряжения векторов $a_1', a_2', ..., a_n'$ в данной их комбинации. Для исключения векторов a_k, $k \in \{2, , 3, ..., n\}$, полученных в k-х приемниках вследствие приема ложных сигналов (помех) отражения от источников, расположенных вне зоны видимости передающей станции (вне элемента дальности r_1), наложим ограничение на величину показателя (8) в виде порога γ, выбираемого эмпирически.

Если $J > \gamma$, то принимается решение о наличии помехи и комбинация $a_1', a_2', ..., a_n'$ исключается из рассмотрения. Комбинации, удовлетворяющие условию $J \leq \gamma$, подвергаются дальнейшему анализу.

Замечание. Учитывая то, что оценки дальностей (9) находятся независимо для каждой пары векторов a_1', a_k', $k=\overline{2,n}$, в группе $a_1', a_2', ..., a_n'$, показатель (8) можно разделить на $n-1$ показателей $\hat{J}_{1k}$, $k=\overline{2,n}$:

$$\hat{J}_{1k} = \| e_{1k} \| = (\hat{r}_1 a_1' - \Delta b_{1k} - \hat{r}_k a_k')^T \cdot (\hat{r}_1 a_1' - \Delta b_{1k} - \hat{r}_k a_k').$$

При этом правило обнаружения становится более жестким: в группе векторов $a_1', a_2', ..., a_n'$ для всех пар a_1', a_k', $k=\overline{2,n}$, должно выполняться условие

$$\hat{J}_{1k} \le \gamma_k,\ k=\overline{2,n},\ \ \gamma_k = \gamma/(n-1)\,. \tag{10}$$

В противном случае, если хотя бы одно из неравенств (10) не выполняется, группа считается ложной.

Группы $\{a_1', a_2', ..., a_n'\}_s$, прошедшие через порог γ или γ_k, где s − номер группы, могут иметь общие векторы (пересекаться). Это связано с тем, что в силу разного пространственного расположения приемников объекты, имеющие близкие векторы скорости, в отдельных приемниках могут восприниматься как один объект на одной доплеровской частоте и с одним направляющим вектором, а в других приемниках − как два объекта, различимые на двух доплеровских частотах и имеющие два направляющих вектора. Поэтому группы векторов, отнесенные к разным источникам, могут пересекаться.

Для обнаружения числа объектов предлагается следующее правило.

1. Из всех s-х групп $\{a_1', a_2', ..., a_n'\}_s$, прошедших через порог, выбирается группа с наименьшим значением суммарного показателя $\hat{J} = \sum_{k=2}^{n} \hat{J}_{1k}$. Запоминаются соответствующие выбранной группе доплеровские частоты $\{f_1, f_2, ..., f_n\}_s$. Группы, частично пересекающиеся с выделенной, то есть имеющие допустимое общее число $n_{\min}$ векторов, $1 \le n_{\min} \le n-1$, сохраняются для дальнейшего рассмотрения. Группы, не удовлетворяющие этому условию (число пересечений превышает $n_{\min}$), исключаются из дальнейшего рассмотрения. Число $n_{\min}$ выбирается эмпирически.

2. Из оставшихся групп выбирается вторая с наименьшим значением показателя $\hat{J}$ и исключаются группы, имеющие с выбранной более $n_{\min}$ общих векторов. Запоминаются соответствующие доплеровские частоты.

3. Процедура повторяется до тех пор, пока не получится пустое множество оставшихся групп. Число m выбранных частично пересекающихся групп принимается за оценку числа обнаруженных объектов.

4. Для каждой выбранной группы векторов $a_1', a_2', ..., a_n'$ находятся векторы оценок пространственных координат объекта $\hat{M}_1 = r_1 a_1'$, $\hat{M}_2 = \hat{r}_2 a_2'$,..., $\hat{M}_n = \hat{r}_n a_n'$ в антенных системах координат приемников и усредняются при пересчете в общую систему координат.

Нахождение вектора скорости

Для каждой выделенной группы векторов $a_1', a_2', ..., a_n'$ и запомненных соответствующих доплеровских частот $f_1, f_2, ..., f_n$ определим координаты вектора скорости источника. Для этого запишем выражение доплеровской частоты в k-х приемниках:

$\omega_{\partial k} = -\omega_0 (v_{r_1} + v_{r_k})/c = -2\pi (v_{r_1} + v_{r_k})/\lambda$ или

$$f_{\partial k} = -(v_{r_1} + v_{r_k})/\lambda, \quad k=\overline{1,n},$$

и выразим проекции скорости через скалярные произведения векторов, взятые в общей системе координат:

$$\lambda f_{\partial k} = (\bar{v}, \bar{a}_1') + (\bar{v}, \bar{a}_k') = (\bar{v}, \bar{a}_1' + \bar{a}_k'),\ \ k=\overline{1,n}\,. \tag{11}$$

Систему уравнений (11) запишем в координатной форме

$$\begin{aligned}\lambda f_{\partial k} &= v_x (a_{1x}' + \bar{a}_{kx}') + v_y (a_{1y}' + \bar{a}_{ky}') + \\ &+ v_z (a_{1z}' + \bar{a}_{kz}'), \quad k=\overline{1,n},\end{aligned} \tag{12}$$

В частном случае n = 3 система уравнений (12) записывается в матричной форме

$$A \cdot V = \lambda F \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2a_{1x}' & 2a_{1y}' & 2a_{1z}' \\ a_{1x}' + a_{2x}' & a_{1y}' + a_{2y}' & a_{1z}' + a_{2z}' \\ a_{1x}' + a_{3x}' & a_{1y}' + a_{3y}' & a_{1z}' + a_{3z}' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} f_{\partial 1} \\ f_{\partial 2} \\ f_{\partial 3} \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Методом обратной матрицы находим оценку вектора скорости

$$\hat{V} = \lambda A^{-1} F. \tag{14}$$

В общем случае n приемников (n > 3) матрица A и вектор F в (13) будут содержать по n строк, а оценка вектора скорости с учетом ошибок измерения доплеровской частоты найдется по критерию минимума суммы квадратов этих ошибок (методом наименьших квадратов) как

$$\hat{V} = \lambda (A^T A)^{-1} A^T F. \tag{15}$$

В частном случае n = 3 формула (15) сводится к (14).

Подход к повышению разрешения по доплеровской частоте

Рассмотрим случай одного приемопередатчика и одного приемника (n = 2). Пусть два объекта A и B находятся в одном элементе разрешения дальности r_1 и имеют векторы скорости $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$. Вектор $\vec{v}_A$ направлен в сторону передатчика ($\vec{v}_A \,||\, \vec{a}_1$), а вектор $\vec{v}_B$ составляет с вектором $\vec{v}_A$ небольшой угол $\Delta\alpha$. Объект A в первом и втором приемниках дает доплеровские частоты $f_{A1} = (\vec{v}_A, \vec{a}_1' + \vec{a}_1')/\lambda$ и $f_{A2} = (\vec{v}_A, \vec{a}_1' + \vec{a}_2')/\lambda$. Объект B в первом и втором приемниках дает доплеровские частоты $f_{B1} = (\vec{v}_B, \vec{a}_1' + \vec{a}_1')/\lambda$ и $f_{B2} = (\vec{v}_B, \vec{a}_1' + \vec{a}_2')/\lambda.$

Абсолютные разности доплеровских частот в первом и втором приемниках составляют

$$\begin{aligned}\Delta f_1 &= |\, f_{A1} - f_{B1} \,| = |\,(\vec{v}_A - \vec{v}_B, \vec{a}_1' + \vec{a}_1')\,|/\lambda = \\ &= |\,\vec{v}_A - \vec{v}_B\,| \cdot |\,\vec{a}_1' + \vec{a}_1'\,| \cdot |\cos\gamma_1\,|/\lambda,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta f_2 &= |\, f_{A2} - f_{B2} \,| = |\,(\vec{v}_A - \vec{v}_B, \vec{a}_1' + \vec{a}_2')\,|/\lambda = \\ &= |\,\vec{v}_A - \vec{v}_B\,| \cdot |\,\vec{a}_1' + \vec{a}_2'\,| \cdot |\cos\gamma_2\,|/\lambda.\end{aligned}$$

В первом приемнике при малом угле $\Delta\alpha$ разностный вектор $\Delta\vec{v} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$ расположен относительно вектора $\vec{v}_A$ и соответственно вектора $\vec{a}_1'$ ($\vec{v}_A \,||\, \vec{a}_1$) под углом, близким 90^0: $\Delta\alpha \to 0 \;\Rightarrow\; \gamma_1 \to 90^0$, где γ_1 – угол между векторами $\Delta\vec{v}$ и $\vec{a}_1'$. Поэтому разность доплеровских частот в первом приемнике будем мала, что дает плохое разрешение по доплеровской частоте.

Во втором приемнике разностный вектор $\Delta\vec{v} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$ составляет с суммарным направляющим вектором $\vec{a}_\Sigma = \vec{a}_1' + \vec{a}_2'$ угол γ_2 и абсолютная разность доплеровских частот будет зависеть от этого угла. Заранее трудно рассчитать, каким должно быть наилучшее положение векторов направлений $\vec{a}_1'$ и $\vec{a}_2'$.

Однако, в частном случае, когда вектор скорости $\vec{v}_A$ направлен в сторону передатчика, а вектор $\vec{v}_B$, $|\vec{v}_B| = |\vec{v}_A| = v$, составляет с ним малый угол $\Delta\alpha$, при наличии нескольких приемников найдется k-й приемник, для которого векторы $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{a}_1'$ и $\vec{a}_k'$ практически окажутся в одной плоскости. Тогда абсолютная разность двух доплеровских частот в спектре первого приемника составит

$$\Delta f_1 = |2v - 2v\cos\Delta\alpha| / \lambda = 2v|1 - \cos\Delta\alpha| / \lambda .$$

Абсолютная разность доплеровских частот в спектре k-го приемника, линия визирования которого отклонена от линии визирования первого на угол α, будет

$$\Delta f_k = v|(1 - \cos\Delta\alpha) + [\cos\alpha - \cos(\alpha - \Delta\alpha)]| / \lambda .$$

Дифференцированием Δf_k по α при фиксированном $\Delta\alpha$ с раскрытием модуля найдется угол, обеспечивающий наибольшее различие доплеровских частот в k-м приемнике:

$$\alpha = arctg(\sin(\Delta\alpha) / (1 - \cos\Delta\alpha)),$$

что для значений $\Delta\alpha = 1^0 - 10^0$ дает углы $\alpha = 85^0 - 89{,}5^0$, близкие к 90^0 [4].

Во втором приемнике разность доплеровских частот зависит от угла α, которой значительно больше угла $\Delta\alpha$. Поэтому во втором приемнике разность доплеровских частот больше, чем в первом, и соответственно лучше разрешения по частоте.

Возможно альтернативное решение при наличии n ($n \ge 3$) приемопередающих станций с последовательным излучением, но с учетом операций предлагаемого подхода. При этом увеличится точность определения дальностей и улучшится разрешение по доплеровской частоте за счет увеличения Δf_k:

$$\Delta f_k = 2v|\cos\alpha - \cos(\alpha - \Delta\alpha)| / \lambda.$$

Однако при этом в n раз повысится энергопотребление.

Таким образом, при совместном рассмотрении спектров приемопередающей станции и спектров вспомогательных приемников, расположенных относительно станции определенным образом, найдется спектр с наибольшим числом различимых доплеровских частот, что дает эффект повышения разрешения по доплеровской частоте.

Алгоритм обнаружения объектов

Подводя итог, сформулируем следующий алгоритм обнаружения объектов.

1. Размещается приемопередающая станция. Передатчик излучает зондирующий сигнал $s(t)$ в заданном угловом направлении и совмещенный с ним приемник принимает отраженный сигнал с временной задержкой $\tau_1 = 2r_1 / c$ на радиальной дальности r_1. Размещаются $n-1$ ($n \ge 3$) удаленных от передатчика приемника так, чтобы линии визирования всех приемников, направленные в сторону зоны видимости передатчика, составляли между собой углы, близкие к 90^0, что обеспечивает наилучшее разрешение по доплеровской частоте по совокупности всех частотных спектров.

2. k-е приемники ($k = \overline{1,n}$) принимают отраженный сигнал $\dot{s}_{qk}(t - \tau_{qk})$ в q-х элементах АР с временной задержкой или опережением τ_{qk} ($q = \overline{1,Q}$), затем в трактах первичной обработки переводят принятые сигналы на промежуточную частоту и преобразуют сигналы в цифровую форму $\dot{s}_{qk}(t_j - \tau_{qk})$, $q = \overline{1,Q}$, $j = \overline{1,n}$.

3. Временные последовательности $\dot{s}_{qk}(t_j - \tau_{qk})$ переводятся в частотные спектры $\dot{s}_{qk}(f_j)$, $q = \overline{1,Q}$, $j = \overline{1,n}$, и выделяются спектральные составляющие на i-х доплеровских частотах f_{qki}, на которых амплитуды спектральных составляющих во всех спектрах q-х кагалов $(q = \overline{1,Q})$ превышают порог обнаружения полезного сигнала ($i = \overline{1,m_k}$, m_k – число таких частот в k-м приемнике). Если наличие источников на дальности r_1 не обнаружено в спектре приемопередающей станции, то повторяется обработка сигнала, принятого на другой дальности. Если наличие обнаружено, то включаются в работу $n-1$ вспомогательных приемников.

4. На основе выделенных во всех приемниках спектральных составляющих определяются методом разности фаз координаты ортов $\vec{a}_{ki}$ i-х направлений ($i = \overline{1,m_k}$) на источники со стороны k-х приемников ($k = \overline{1,n}$). Запоминаются соответствующие ортам доплеровские частоты f_{ki}, $k = \overline{1,n}$.

5. Осуществляется перебор соединений $\vec{a}_{1i}, \vec{a}_{2i}, \ldots, \vec{a}_{ni}$, $i = \overline{1,m_k}$, $k = \overline{1,n}$, в группы из n векторов и выделяются частично пересекающиеся s-е группы $\vec{a}_{1s}, \vec{a}_{2s}, \ldots, \vec{a}_{ns}$, $s = \overline{1,m}$, общим числом m, удовлетворяющие критерию сопряжения – направления на одни и те же источники. Запоминаются соответствующие этим группам доплеровские частоты $f_{1s}, f_{2s}, \ldots, f_{ns}$, $s = \overline{1,m}$. Объект считается обнаруженным в s-й группе векторов, если величина показателя сопряжения не превышает заданного по-

Таблица. Результаты моделирования

Только приемопередающая станция			Система из приемопередающей станции и двух вспомогательных приемников			
Оценка положения объектов		Вероятность обнаружения объектов	Оценка положения объектов		Оценка скорости	Вероятность обнаружения объектов
$M[\rho]$	$\sigma[\rho]$	D	$M[\rho]$	$\sigma[\rho]$	$M[v]$	D
0,658	0,421	0,818	0,522	0,297	0,399	0,910

рога γ. При этом число m принимается за оценку числа обнаруженных объектов.

6. На основе найденных для каждой s-й группы $\vec{a}_{1s}, \vec{a}_{2s}, \vec{a}_{3s}$ радиальных дальностей r_{2s}, r_{3s} (дальность r_1 известна: $r_{1s} = r_1 = R_\mu$) вычисляются пространственные координаты обнаруженных объектов $\vec{M}_{ks} = r_{ks} \cdot \vec{a}_{ks}$, $k = \overline{1,n}$, $s = \overline{1,m}$.

7. Для каждой s-й выделенной группы ($s = \overline{1,m}$) координаты ортов $\vec{a}_{1s}, \vec{a}_{2s}, ..., \vec{a}_{ns}$ помещаются в состав ($n \times$ 3)-матрицы A_s и вычисляется вектор скорости s-х источников по формуле (15) как $V_s = \lambda (A_s^T A_s)^{-1} A_s^T F_s$, где λ − длина волны, а F_s – n-вектор-столбец доплеровских частот $f_{1s}, f_{2s}, ..., f_{ns}$.

8. Операции 2 − 7 повторяются для других элементов разрешения дальности $[R_{\mu+1}, R_{\mu+1} + \Delta R]$, где $R_{\mu+1} < R_\mu$.

9. Если отказывает приемопередающая станция, то операции повторяются с участием резервной станции, ориентированной относительно приемников.

Результаты моделирования

Математическое моделирование сигналов осуществлялось в соответствии с изложенными моделями для случая $n = 3$. Приемопередающая станция посылала непрерывный сигнал с фазовой манипуляцией по коду Баркера в сантиметровом диапазоне длин волн. Зондирующий сигнал имел период фазовой манипуляции $T = 6{,}6$ нс. Принимаемые в приемниках сигналы моделировались в соответствии с (1) на промежуточной частоте $f_п = 300$ МГц с шагом дискретизации $\Delta t = 1/(4 f_п)$. Параметры АР выбирались с учетом возможности устранения неоднозначности измерения фазы. Движение двух объектов в сторону станции задавалось по линейному закону. Скорость первого объекта выбиралась случайным образом на промежутке от 10 до 15 м/с, вектор скорости второго объекта, равный по модулю скорости первого, составлял с вектором скорости первого угол $\Delta\alpha$, выбираемый случайным образом от 1^0 до 5^0. Объекты наблюдались на дальности R = 100 м в пределах ширины круговых ДН $\pm 30^0$ (на уровне 0,5 мощности) с разрешением по дальности $\Delta R = 1$ м. Приемники располагались так, чтобы орты векторов направлений на объекты составляли угол, близкий к 85^0.

Количество повторений опыта на множестве реализаций случайного шума $p_q(t_i) \sim N(0, \sigma_p^2)$ при отношении сигнал-шум 30 дБ и среднеквадратическом отклонении (СКО) мультипликативго шума $\sigma_\gamma = 10^{-3}$ составляло 5000 реализаций. Шум измерения фазы в каждом канале АР $\varepsilon_q \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, где СКО $\sigma_\varepsilon = 1/\sqrt{10^3}$ рассчитывалось в соответствии с [1] как $\sigma_\varepsilon = k/\sqrt{q}$, где k = 1; $q = P_0 / N_0$ – отношение мощностей сигнала и шума на входе измерителя, что при отношении сигнал-шум 30 *дБ* составляет $q = 10^3$.

В таблице показаны оценки среднего значения $M[\rho]$ и СКО $\sigma[\rho]$ случайной ведичины ρ, имеющей смысл расстояния между моделируемым и найденным объектом в метрах и распределенной по закону Максвелла, а также оценки средней скорости обнаруженного объекта $M[v]$ м/с, $v = |\vec{v}|$, и вероятности D обнаружения всех (двух) объектов. Объект считался обнаруженным, если величина ρ не поревышала 1 м.

По результатам моделирования вероятность обнаружения всех объектов за счет предлагаемого подхода повышается с 0,82 до 0,91.

Заключение

Предложен подход к обнаружению подвижных маловысотных источников системой позиционирования нескольких радиоприемников, отличающийся от активных систем позиционирования пониженными в три раза энергетическими затратами за счет использования одной приемопередающей станции и нескольких (двух и более) пассивных приемников и позволяющий обнаруживать одновременно несколько искомых источников сигналов с оцениванием их пространственных координат и векторов скоростей с повышенным разрешением по доплеровской частоте в каждый текущий момент времени наблюдения.

Задача различения близких векторов в пространстве (соответственно повышения разрешения по доплеровской частоте) решается как задача различения векторов в проекциях на плоскости, образованные линиями визирования приемников. При этом, чем больше приемников (проекционных плоскостей), тем лучше разрешение.

Результаты работы могут найти применение в существующих полуактивных или активных радиотехнических системах пеленгации.

Литература

1. Бакулев П.А. Радиолокационные системы: учебник для вузов. М.: Радиотехника, 2007. 376 с.

2. Клочко В.К. Пеленгация движущихся объектов многопозиционной доплеровской системой. Радиотехника. 2020. Т. 84, № 11 (21). С. 5-12.

3. Клочко В.К. Алгебраический подход к пеленгации объектов в многопозиционной системе приемников. Цифровая обработка сигналов. 2022. № 1. С. 28-33.

4. Клочко В.К., Ву Ба Хунг. Алгоритмы повышения разрешающей способности по доплеровской частоте в системе радиоприемников. Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2022. № 3. С. 31-42.

5. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

6. Методы и алгоритмы цифрового спектрального анализа сигналов: учебное пособие / В.И. Кошелев. М.: КУРС, 2021. 144 с.

7. Клочко В.К., Кузнецов В.П., Ву Ба Хунг. Оценивание параметров радиосигналов от подвижных маловысотных объектов. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2022. № 80. С. 12-23.

УДК 51-73

АНАЛИЗ И КЛАССИФИКАЦИЯ ЭХОМЕТРИЧЕСКОГО СИГНАЛА В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ В НЕФТЕДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИНАХ

***Заикин А.А.**, к.ф.-м.н., научный сотрудник НИЛ изучения состояния и эволюции подземных резервуаров, Институт геологии и нефтегазовых технологий, Казанский Федеральный Университет, e-mail: AAZaikin@kpfu.ru*
***Миннуллина Р.А.**, лаборант НИЛ изучения состояния и эволюции подземных резервуаров Институт геологии и нефтегазовых технологий, Казанский Федеральный Университет, e-mail: raminnullina@gmail.com*

ANALYSIS AND CLASSIFICATION OF AN ECHOMETRIC SIGNAL FOR FLUID LEVEL DETECTION IN OIL-PRODUCING WELLS

Zaikin A.A., Minnullina R.A.

Echometry is one of the most widely used methods of fluid level detection in oil-producing wells. On the observed signal (echogram), position of the acoustic wave reflection from the surface is displayed as diminishing peaks with the same distance between them. Peak position detection depends on the quality of the echogram because external sounds and foreign objects also affect it. This study proposes a method for the signal modeling through the solution of the quadratic programming problem (for denoising) and a peak detection algorithm, based on the objective function maximization, which describes the total impact of peaks. Obtained results are used for feature extraction to distinguish the normal echograms from the defective echograms. According to the results, proposed methods accurately determine positions of peaks and classifier correctly selects undamaged echograms.

Key words: noise suppression, peak detection, classification.

Эхометрия один из самых широко используемых методов определения уровня жидкости в скважине. Положение отражения звуковой волны от жидкости на сигнале (эхограмме) отображается в виде убывающих пиков, причем расстояние между ними всегда одинаково. Определение положения этих пиков напрямую зависит от качества полученного сигнала, так как на него влияют внешние звуки и посторонние объекты в скважине. В данном исследовании предложен метод моделирования сигнала через решение задачи квадратичного программирования, чтобы убрать шум, и алгоритм поиска пиков, основанный на максимизации целевой функции, описывающей сумму влияния от всех пиков. При помощи полученных результатов были определены признаки, отличающие нормальные сигналы от поврежденных. Эти признаки были использованы в задаче классификации эхограмм, с упором на точное определение именно нормальных сигналов. Результаты показали, что предложенные методы точно определяют положение пиков и классификатор корректно отбирает неповрежденные эхограммы.

Ключевые слова: шумоподавление, поиск пиков, классификация.

Введение

Одним из широко распространенных методов для определения забойного давления по уровню жидкости в скважине является эхометрия, основанная на измерении времени прохождения звуковой волны в межтрубном пространстве скважины. Суть процесса эхометрии заключается в следующем: в трубное пространство с помощью датчика импульса звуковой волны посылается звуковой импульс, звуковая волна, пройдя по стволу скважины, отражается от уровня жидкости, возвращается к устью скважины и улавливается чувствительным микрофоном. По полученному сигналу фиксируется половинное время пробега акустического импульса по межтрубному пространству скважины от момента его посылки до прихода значимого отклика, которое затем умножают на значение скорости звука в затрубном газе. Полученная величина принимается за искомый уровень жидкости в скважине. Современные приборы автоматически определяют отражение от уровня жидкости, измерение времени прохождения сигнала и оценку скорости. Однако распознавание положения отражения от уровня жидкости на эхограмме все еще остается проблемой.

Для корректного определения уровня жидкости с помощью эхометрии необходима точная фиксация времени отклика сигнала, которое зависит от термобарических условий в скважине (давление, температура), наличия пены, часто образующейся в результате газосепарации. Отражение звуковой волны может происходить не только от зеркала жидкости, но и от образующейся пены, от любой границы раздела сред, где имеется существенное изменение плотности, или от любого постороннего объекта в скважине. Также на волну могут влиять внешние звуки или колебания прибора. Это напрямую влияет на точность полученных данных.

В так называемом нормальном случае, если измерению ничего не помешало, сигнал имеет характерные пики, которые со временем убывают, так как эхо всегда только ослабевает, и находятся на одинаковом расстоянии друг от друга. В противном случае, сигнал считают бракованным. Время между появлением этих пиков и есть время отклика. Для автоматического анализа эхограмм требуется разработка алгоритмов для универсального шумоподавления сигнала и точного обнаружения откликов.

В диссертации [1] подобная задача решалась путем увеличения отношения сигнала к шуму усовершенствованием самого метода эхометрии и алгоритма, работающего на фазо-частотных характеристиках сигнала. В других же источниках задачи автоматической обработки эхограмм не решалось.

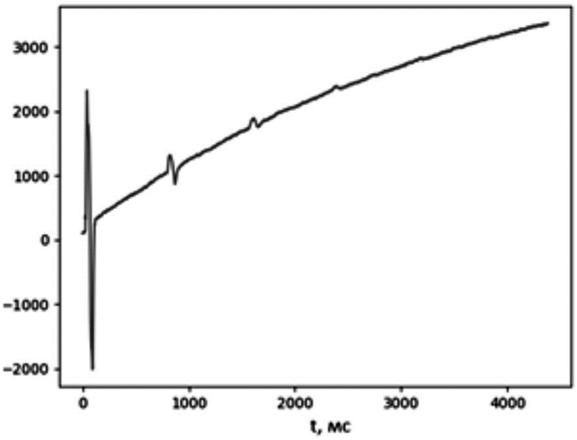
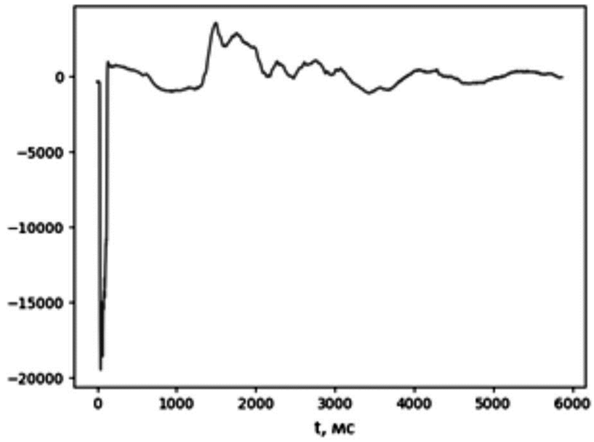
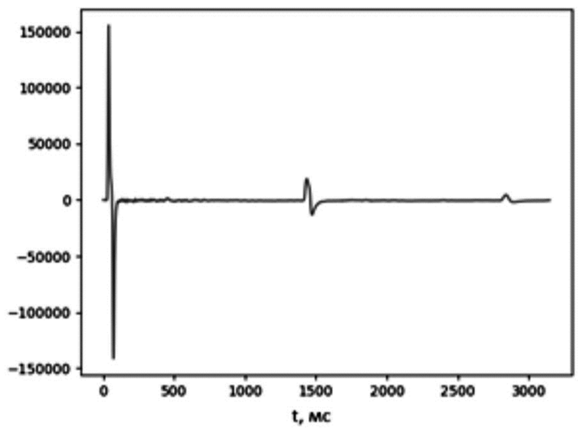
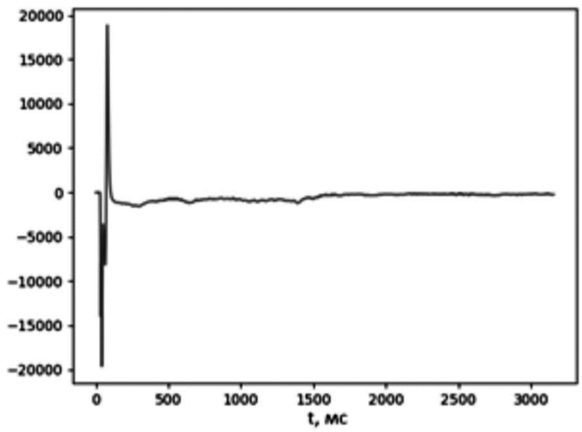
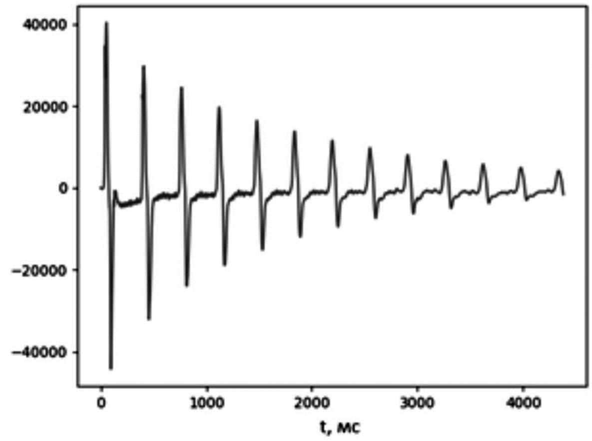
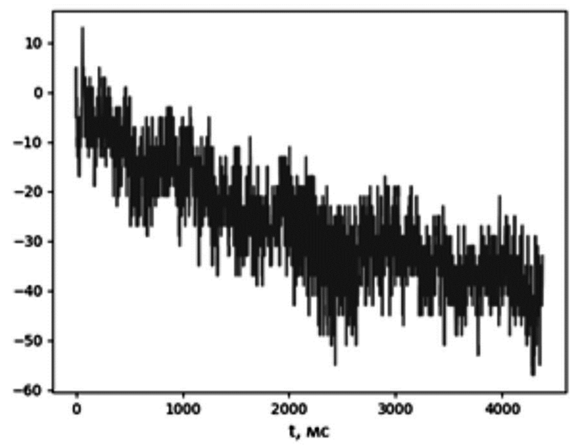
Все существующие алгоритмы для уменьшения шума и поиска пиков основаны на представлении сигнала во временной или частотной области. Так в других источниках были использованы различные подходы: гибридная линеаризация и анализ основных компонентов [2], методы кратномасштабного анализа и сплайн-вейвлеты [3], модифицированный алгоритм Пана-Томпкинса и метод двойной огибающей Гилберта [4], фильтр Савицкого-Голая и определение пороговых значений [5], адаптивный метод сегментации [6]. Приведенные алгоритмы подстроены под определенные сигналы, например, биометрические, и работают с их конкретными особенностями: различные ограничения и допущения на высоту пиков, расстояние между ними и их количество. Такой подход не гарантирует автоматизированную обработку сигналов.

Цель работы – разработка алгоритма для поиска пиков на предварительно смоделированном сигнале и классификация эхограмм на нормальные и бракованные.

Данные

В исследовании использовалось 12630 эхограмм, которые можно условно разделить на нормальные и бракованные. В табл. 1 представлены примеры таких сигналов.

Табл. 1. Примеры нормальных и бракованных эхограмм

Нормальные	Бракованные
	
	
	

Можно заметить, что в начале каждого нормального сигнала есть самый высокий пик, так называемое начальное смещение (положение нулевого пика) a_0. Расстояние между пиками будет обозначаться d, их количество – k, то есть положение каждого пика определяется как $a_0 + i \cdot d, i = 1, \ldots, k$. Расстояние между этими пиками считается одинаковым. На рис. 1 проиллюстрированы описанные выше термины.

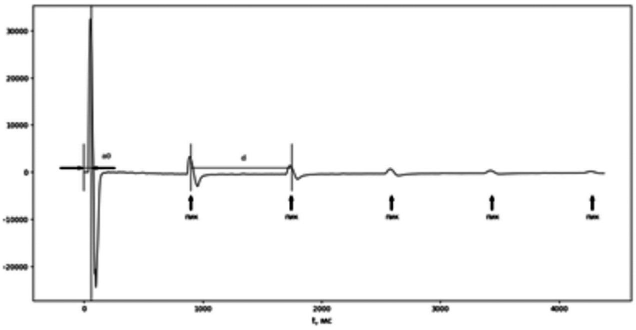


Рис. 1. Схематическое изображение начального смещения и расстояния между пиками

Также можно выделить отдельную категорию эхограмм, изображенную на рис. 2. Ее особенностью является крайне малое расстояние между пиками и нельзя однозначно сказать, нормальный это сигнал или нет. Сигнал выглядит таким образом из-за образования пены в скважине.

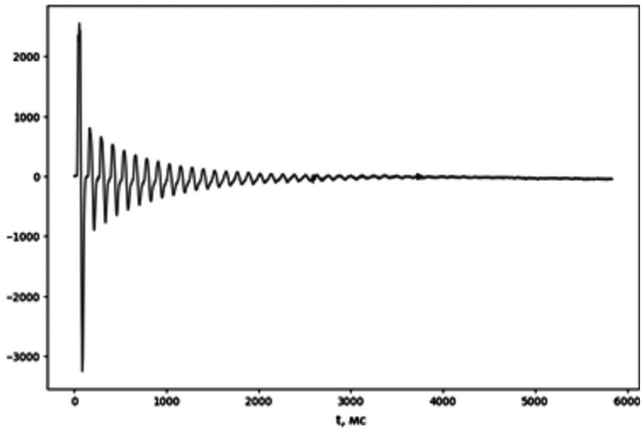


Рис. 2. Вид сигнала при образовавшейся в скважине пене

Задача поиска расстояния между пиками

Моделирование сигнала

Для поиска оптимального расстояния нужно смоделировать сигнал на некоторой сетке $\{\mu_i\}_{i=1}^{M}$, сетка задается как

$$\mu_k = \mu_k + \Delta \cdot k, k = 1, \ldots, M, \text{ где } M = \left[\frac{N}{\Delta}\right], \tag{1}$$

где N – продолжительность сигнала, μ_1 и Δ задаются заранее. Каждый пик можно описать функцией вида

$$f(t, \mu) = -\frac{t-\mu}{\sigma} \exp\left\{-\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}. \tag{2}$$

Исходный сигнал можно представить в виде

$$y(t) = \alpha(t) + \sum_{j=1}^{M} \beta_j f(t, \mu_j) + \varepsilon(t), \tag{3}$$

где $\alpha(t)$ – линейный тренд, f – базисные функции вида (2), $\{\beta_i\}_{i=1}^{M}$ – некоторые коэффициенты, $\varepsilon(t)$ – шум.

Для разложения сигнала на коэффициенты $\beta_1, \ldots, \beta_M$ решается задача квадратичного программирования

$$\min_{\beta} \sum_{t=1}^{N} \left(y(t) - \alpha(t) - \sum_{j=1}^{M} \beta_j f(t, \mu_j) \right)^2 + \sum_{j=1}^{M} \lambda_j \beta_j^2, \beta > 0, \tag{4}$$

штрафные значения определяются как

$$\lambda_j = \frac{l_0}{j + (m_0)^2} + l_1, j = 1, \ldots, M, \tag{5}$$

где l_0, l_1, m_0 задаются заранее.

Проводя аналогию с вейвлет-преобразованиями, можно сказать, что в качестве базиса (материнского вейвлета) берется эрмитов вейвлет. В данном случае используется только единственный масштаб, а параметр положения задается на заранее заданной сетке (1), в базисных функциях $f(t, \mu_j)$ отвечает за смещение функции вправо вдоль оси x (рис. 3). Можно рассматривать разложение как сглаживание высоких частот: из оригинального сигнала $y(t)$ получаем отфильтрованный «сигнал», выраженный коэффициентами $\beta_1, \ldots, \beta_M$. В свою очередь использование тренда $\alpha(t)$ можно представить как фильтр низких частот.

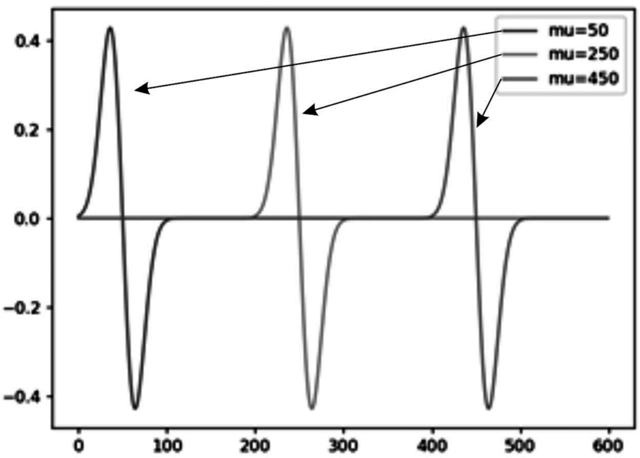


Рис. 3. Вид функции $f(t, \mu)$ при различных μ

Условие $\beta > 0$ позволяет сконцентрировать влияние именно на целевых пиках, исключая слишком сильное влияние шума. В противном случае коэффициенты разложения будут чередовать знаки в области шума.

Штрафная функция λ задается таким образом, чтобы она убывает подобно тому, как убывают пики. Таким образом в модель сигнала не попадает шум и сохраняется отношение высот пиков к друг другу. На рис. 4 изображены модели с штрафом вида $\lambda = const$ и с штрафом в виде убывающей функции λ (5) для исходного сигнала.

Сначала сигнал моделируется с фиксированными параметрами $l_0 = 150$, $m_0 = 0{,}1$, $\sigma = 15$, $\Delta = 16$, l_1 выбирается в зависимости от высоты нулевого пика h, эти значения были выбраны экспериментально (табл. 2).

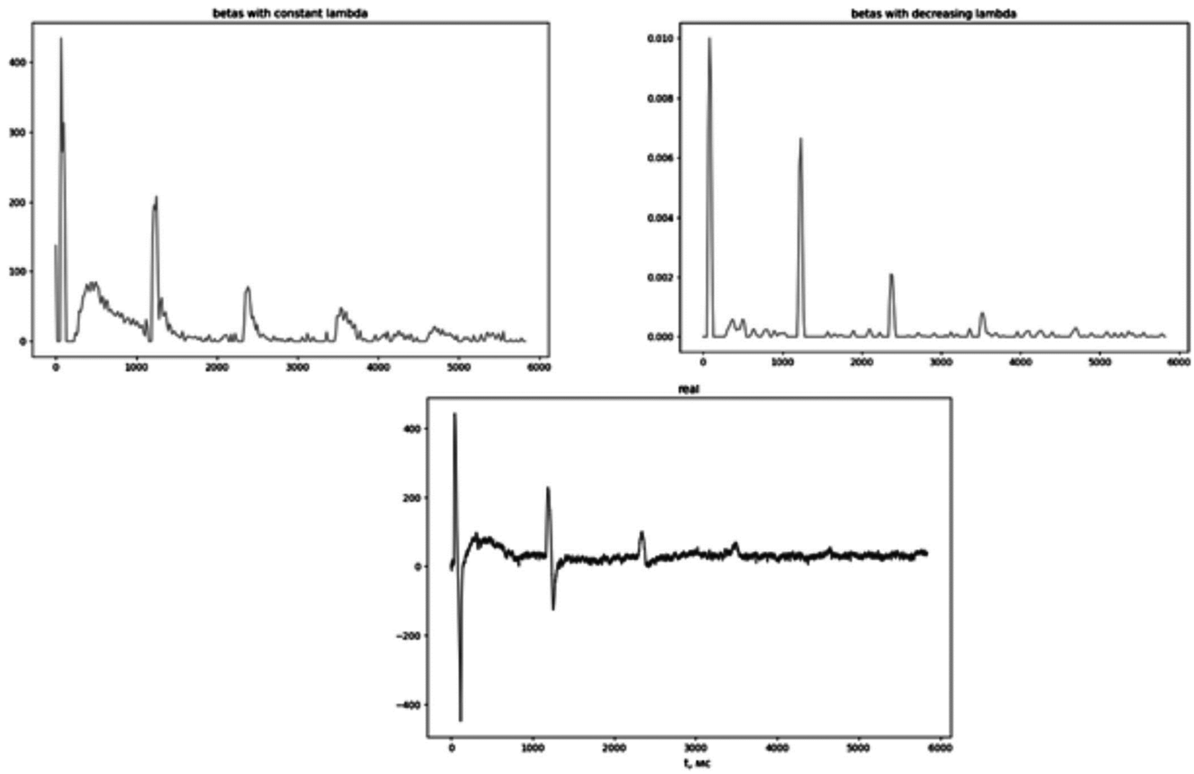


Рис. 4. Исходный сигнал и примеры его разложения при $\lambda = const$ и убывающих λ

Табл. 2. параметры выбора l_1

Высота нулевого пика h	l_1
$h < 50000$	250
$50000 \le h < 500000$	150
$h \ge 500000$	25

На рис. 5 изображена разница в коэффициентах разложения при заниженном значении l_1 относительно истинного сигнала. Для большей наглядности вычисленные коэффициенты β и сам сигнал были нормированы. Можно заметить, что при $l_1 = 25$ первый пик больше нулевого, то есть таким образом результаты поиска пиков будут заведомо неверными.

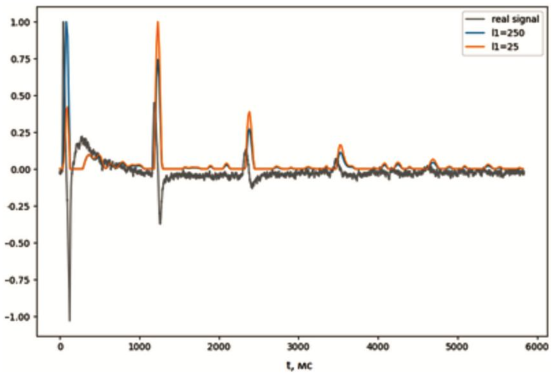


Рис. 5. Коэффициенты β при различных l_1

После первоначального разложения на коэффициенты $\beta_1, \ldots, \beta_M$ оценивается предположительное расстояние между пиками d_0. Эта оценка есть среднее значение расстояния между соседними локальными максимумами. Стоит отметить, что такой подход не эффективен для поиска самих пиков, так как не каждый локальный максимум соответствует самому пику. Если $d_0 < 10$, очевидно, что данный сигнал описывает сигнал подобный рис. 2, и нужно получить новые коэффициенты с меньшим шагом $\Delta = 8$, чтобы пики корректно определялись в коэффициентах β.

В зависимости от высоты нулевого пика h и величины d_0, выбираются значения σ, которые описывают ширину пика (табл. 3).

Табл. 3. Параметры выбора σ

h, d_0	σ
$d_0 \ge 50,\ h > 150000$	35
$40 < d_0 \le 75,\ 50000 < h \le 150000$	40
$d_0 \ge 90,\ 50000 < h \le 150000$	50
$75 \le d_0 < 90,\ 100000 < h \le 150000$	70

Если значение σ слишком мало или велико, в разложении искажается истинное положение пика и отношение их высот (рис. 6).

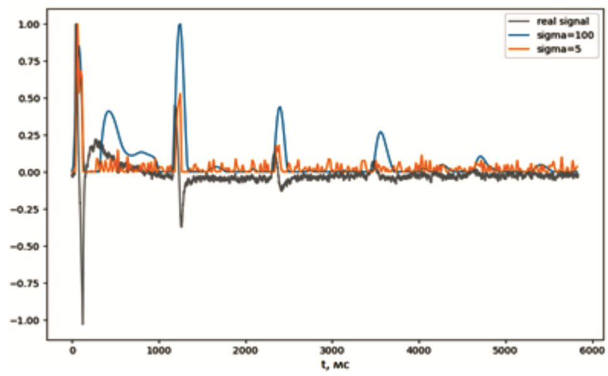
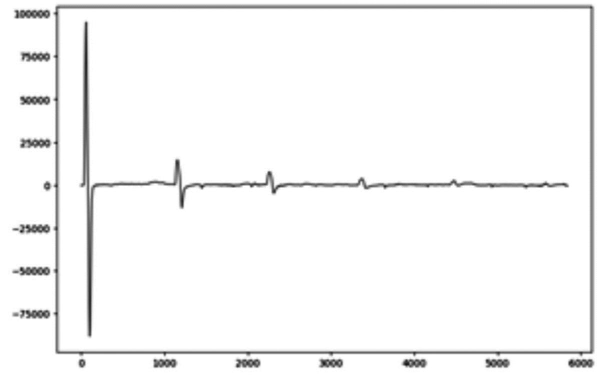
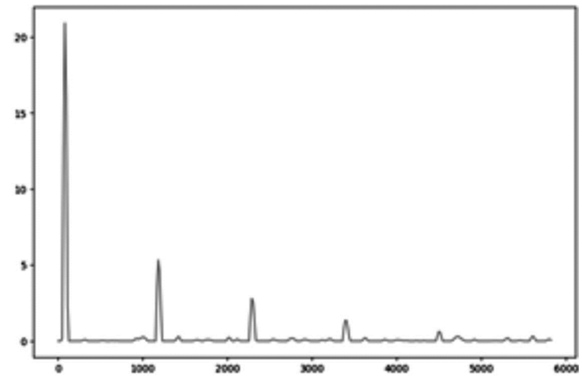
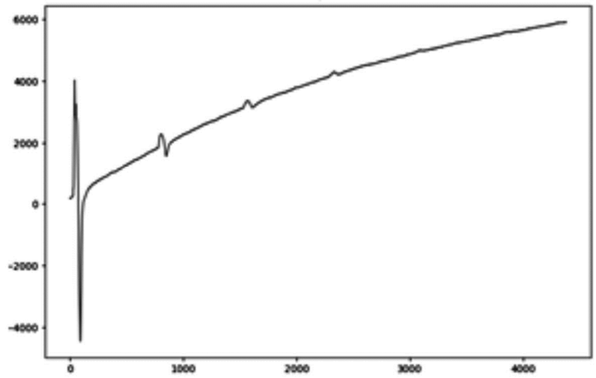
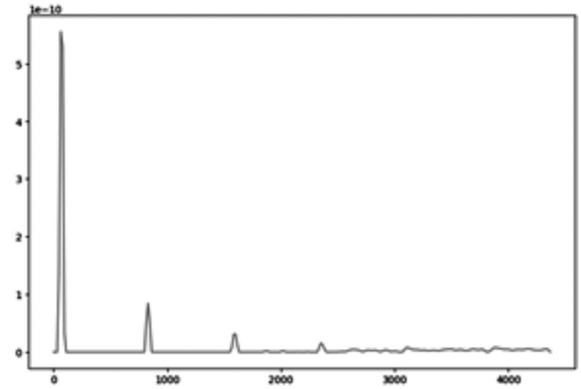
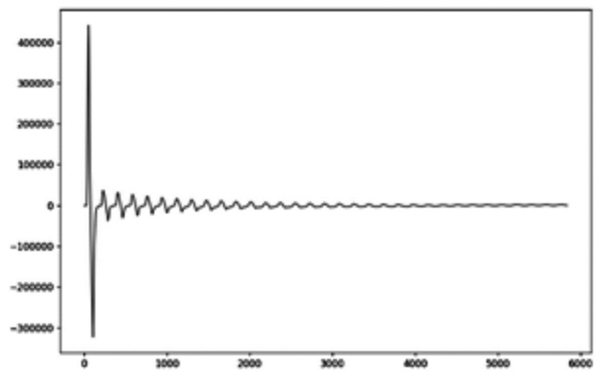
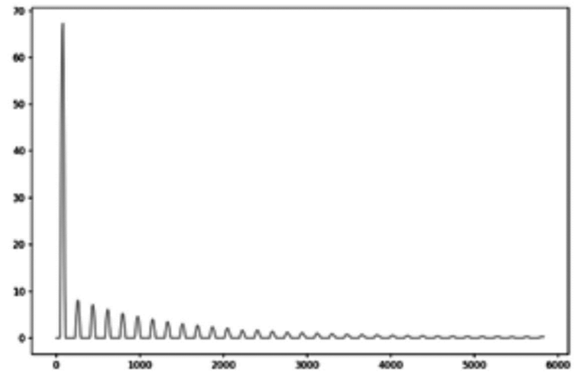


Рис. 6. Коэффициенты β при различных σ

Примеры конечного разложения сигнала представлены в табл. 4.

Табл. 4. Вид оригинального сигнала и его модели для различных эхограмм

Сигнал	Модель
	
	
	

Алгоритм поиска расстояния между пиками

Пусть имеются коэффициенты разложения $\beta_1, \ldots, \beta_M$. Для поиска a_0 и d используется максимизация функции

$$R(a_0, d) = \sum_{k=0}^{K} g_k - \lambda_2 \sum_{k=1}^{K} (g_k - g_{k-1}) I(g_k - g_{k-1} > 0), \qquad (6)$$

где $g_k = \sum_{j=-s}^{s} w_j \beta_{a_0 + k \cdot d + j}$, $I(A)$ – индикаторная функция события A. (7)

Если предположить, что пик находится в положении $a_0 + k \cdot d$ в коэффициентах β, то смысл (7) заключается в том, что этот пик определяется несколькими соседними для $\beta_{a_0 + k \cdot d}$ коэффициентами. Таким образом g_k описывает влияние пика. Весовые коэффициенты $w_{-s}, \ldots, w_s$ определяются так, чтобы они квадратично убывали от центра и наиболее значимым был центральный коэффициент w_0, который задается заранее. Количество точек справа и слева s фиксировано и также задается заранее. На рис. 7 изображен вид весовых коэффициентов.

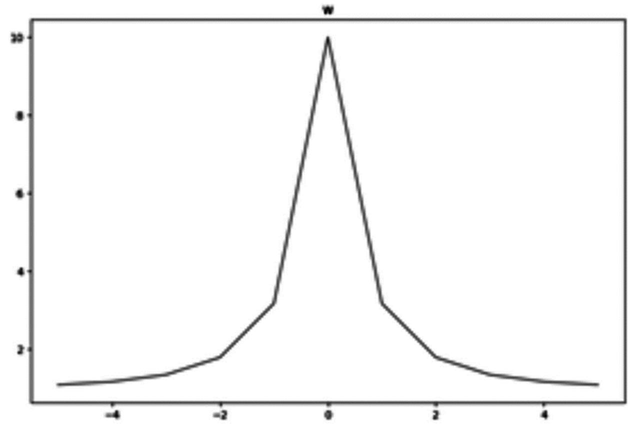


Рис. 7. Вид весовых коэффициентов

В (6) максимизируется сумма влияния всех пиков, при этом случай, когда $g_k - g_{k-1} > 0$ означает, что влияние сигнала со временем возросло, а это противоречит постановке задачи, так как эхо может только ослабевать. Поэтому второе слагаемое налагает штраф на несоответствующим образом выбранные шумы. Значение λ_2 должно быть достаточно большим, чтобы не пропустить лишние данные в итоговые значения функции R_0, в данной задаче использовалось $\lambda_2 = 10$.

Для поиска нулевого смещения нужно максимизировать функцию g_0 по a_0, перебирая значения a_0 в пределах третьей части всего времени, так как известно, что этот пик должен быть в начале сигнала. После этого нужно максимизировать функцию R_0 по некоторым значениям d. Эти значения должны быть не меньше оценки d_0, чтобы не попасть в область влияния нулевого пика, и идти с шагом 0,5 по всем возможным значениям β. Нецелые значения d нужны для того, чтобы не упустить влияние пика между точками. В (6) суммирование по k ведется до возможного значения количества пиков для текущего d_i, то есть до

$$K = \left[\frac{M - a_0}{d_i} \right]. \tag{8}$$

Важно отметить, что, если значение d не является целым, g_k определяется по следующей формуле

$$g_k = \sum_{j=-s}^{s} w_j \left[\frac{1}{2} \beta_{\lfloor x \rfloor + j} + \frac{1}{2} \beta_{\lceil x \rceil + j} \right], \tag{9}$$

где $x = a_0 + k \cdot d$, $\lfloor x \rfloor$ и $\lceil x \rceil$ ближайшее целое снизу и сверху для x соответственно.

На рис. 8 для исходного сигнала представлен вид функций g_0 и R_0, при уже найденном a_0.

Полученные значения a_0 и d нужно умножить на Δ, чтобы получить эти значения на оригинальном масштабе. В табл. 5 представлен результат работы алгоритма на коэффициентах β и самом сигнале.

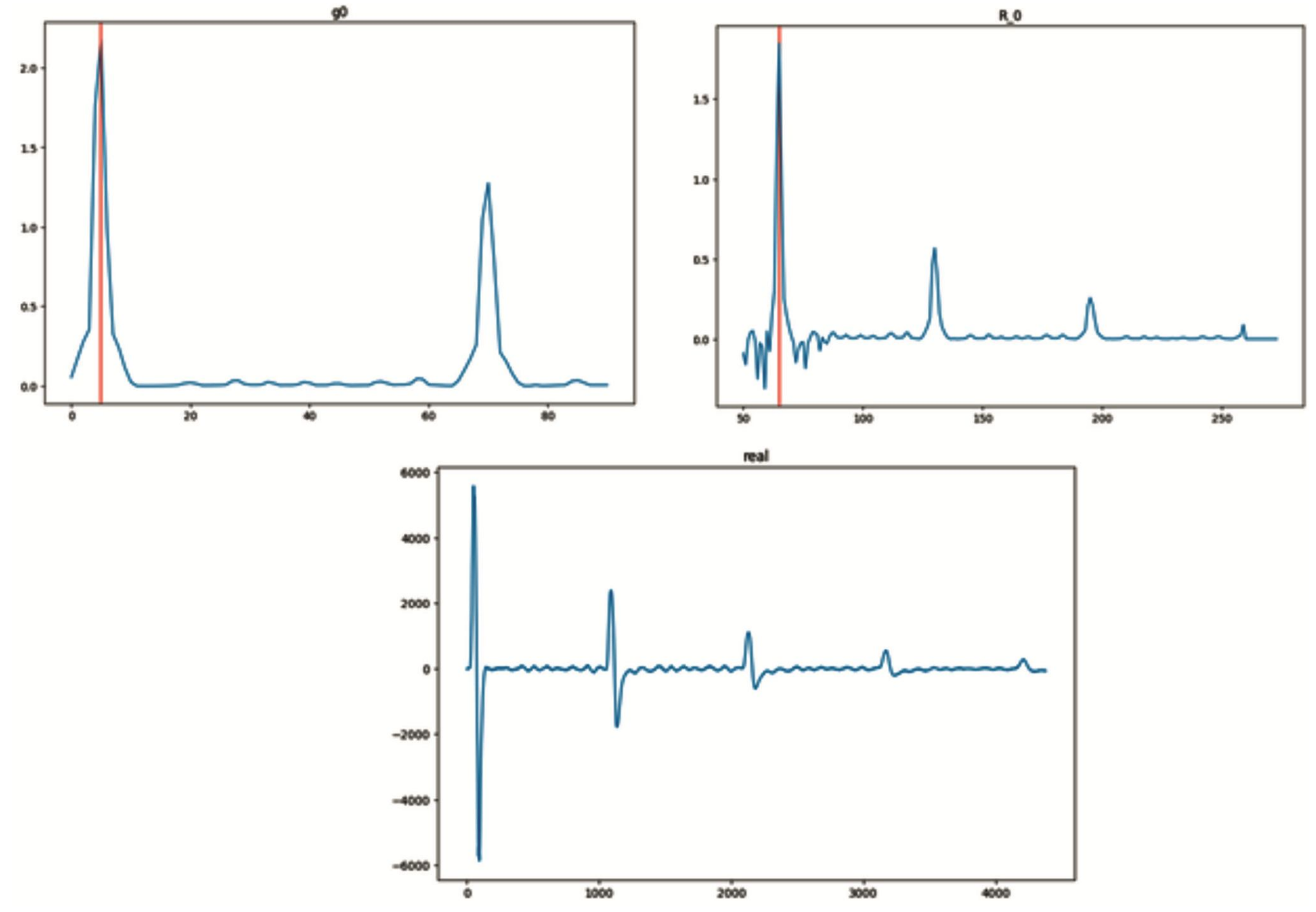
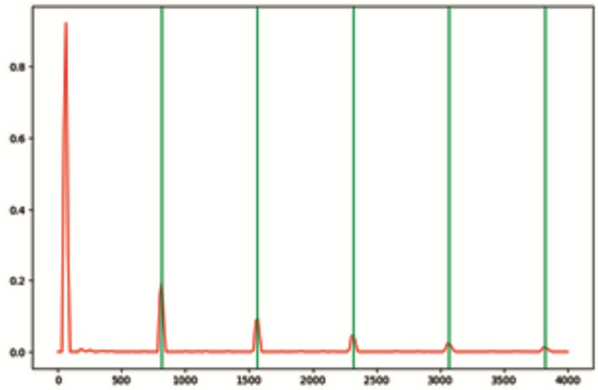
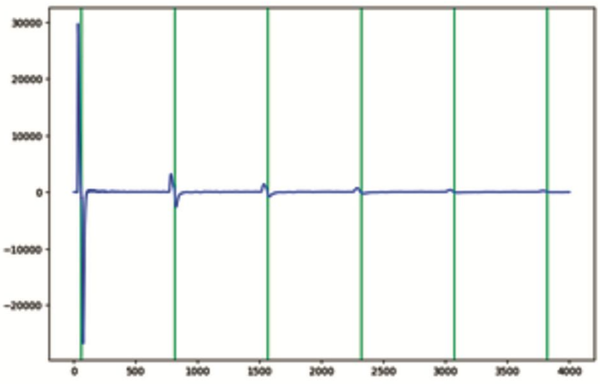
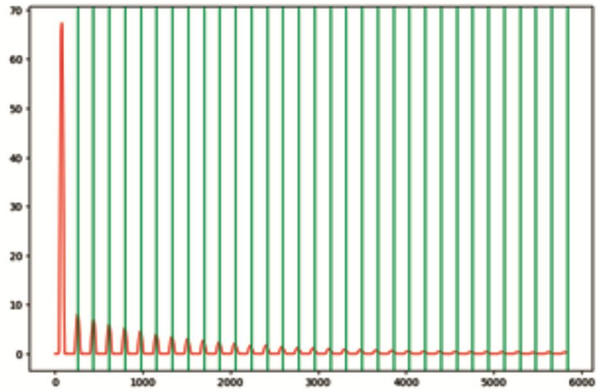
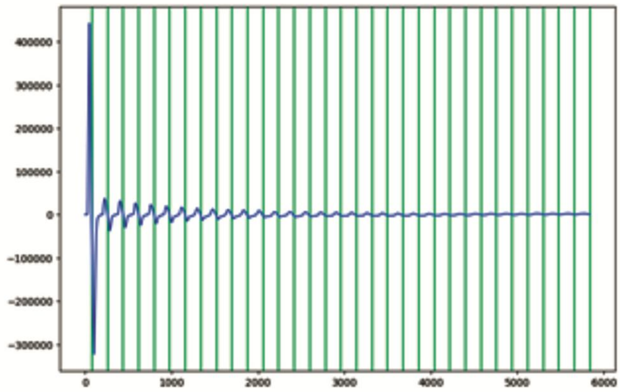
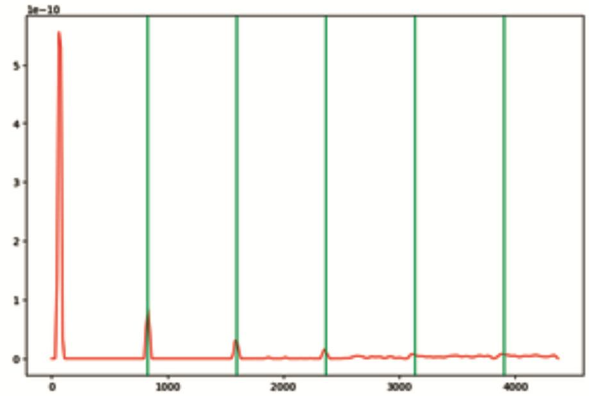
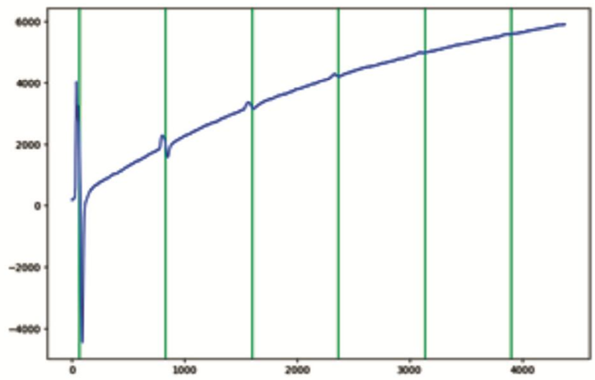


Рис. 8. Вид исходного сигнала и функций g_0 и R_0 для него

Табл. 5. Пример работы алгоритма на сигнале и его модели

Модель	Сигнал
	
	
	

Задача классификации

В результате работы алгоритма для каждой эхограммы получены свои значения a_0, d и k. Используя эти значения нужно определить, является ли данная эхограмма не бракованной. Для этого следует найти определить признаки, отличающие нормальные и бракованные сигналы. Было выбрано четыре признака:

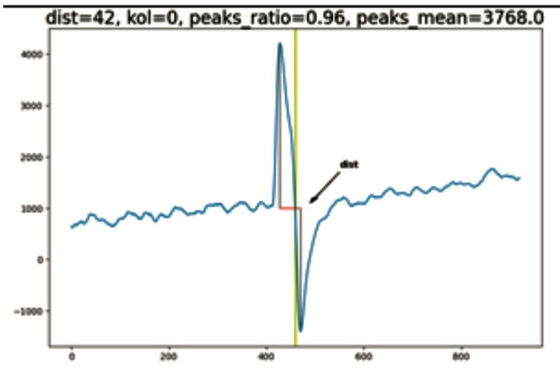
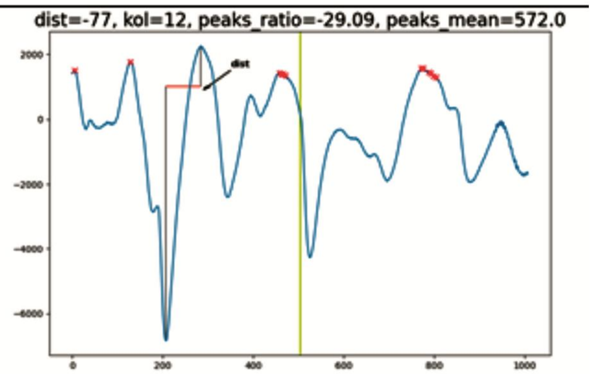
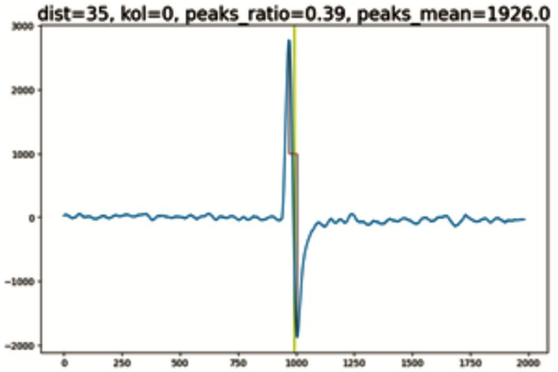
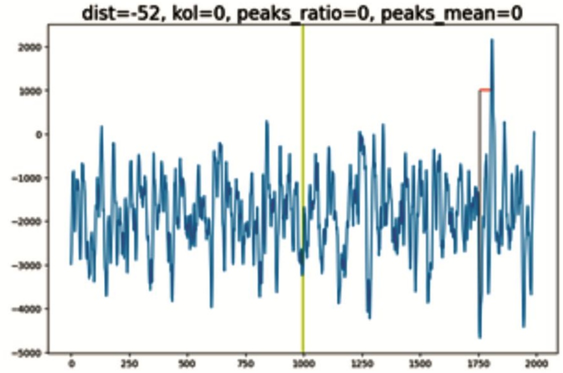
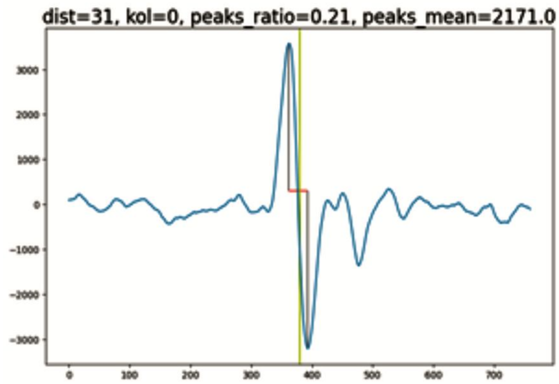
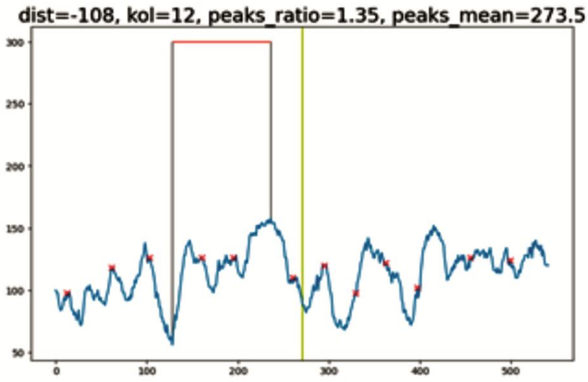
Пусть первый пик рассматривается в окрестности равной половине найденного расстояния между пиками. Признаком, назовем его *kol*, считается количество локальных максимумов, высота которых в пределах 20 – 80 % высоты глобального максимума (сам пик). Очевидно, что для нормальной эхограммы это количество должно равняться нулю. Для бракованных эхограмм характерно, что значения сигнала в этой окрестности принимают отрицательные значения или, по крайней мере, глобальный максимум имеет значение, меньше 10, или количество пиков $k > 15$, в таком случае *kol* принимает значение 100. Также в качестве признака использовалось расстояние между глобальными максимумом и минимумом *dist*, что есть ширина пика.

Следующие два признака *peaks_ratio* и *peaks_mean* определяются как среднее значение отношения высот соседних пиков и среднее значение высот этих пиков соответственно.

В табл. 6 представлен вид признаков для различных эхограмм.

В качестве модели машинного обучения выбрана логистическая регрессия. И нужно отметить, что несмотря на большое количество данных, многие эхограммы практически одинаковы, поэтому для обучения использовалось 60 бракованных и 60 нормальных эхограмм, отобранных вручную. Полученные результаты показали, что некоторые нормальные сигналы в единичных случаях могут идентифицироваться моделью как бракованные. Однако главная задача по поиску

Табл. 6. Вид признаков

Нормальная эхограмма	Бракованная эхограмма
	
	
	

только нормальных сигналов выполнена. На рис. 9 представлена ROC-кривая для результатов 5-кратной перекрестной проверки.

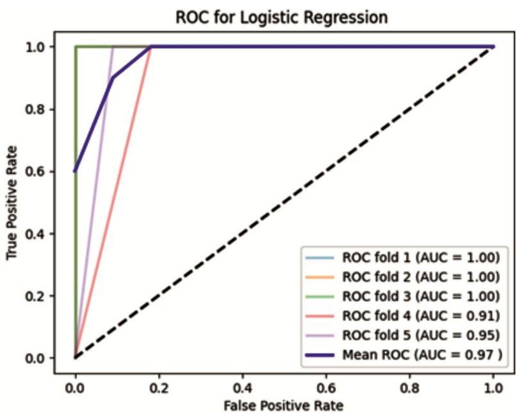


Рис. 9. ROC-кривая для результатов 5-кратной перекрестной проверки

Эхограммы с $d < 15$ в классификации не участвуют, они образуют отдельную категорию по этому признаку.

Заключение

В статье предложены методы построения модели сигнала и поиска расстояния между пиками в сигнале и приведена их реализация. Так же была рассмотрена задача классификации для отбора нормальных сигналов. Полученные результаты и сделанные по ним выводы позволяют рекомендовать данный метод для практического применения в нефтяной промышленности.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках соглашения № 075-15-2022-299 о предоставлении гранта в форме субсидий из федерального бюджета на осуществление государственной поддержки создания и развития научного центра мирового уровня «Рациональное освоение запасов жидких углеводородов планеты».

Литература

1. Налимов К. Г. Информационная система эхометри-

рования многоимпульсными сигналами для определения уровня жидкости в нефтедобывающих скважинах: дис. ... канд. техн. наук 05.13.01. Томский политехнический университет, Томск, 2007. 132 с.

2. Жолмагамбетова Б.Р., Мазаков Т.Ж., Букенов М.М., Изат Э.Ж. Обнаружение и шумоподавление R-пиков электрокардиограммы с гибридной линеаризацией и анализом основных компонентов. Труды университета №3 (80) 2020; с. 157-162.

3. Suyi Li, Shanqing Jiang, Shan Jiang, Jiang Wu, Wenji Xiong, Shu Diao1. A Hybrid Wavelet-Based Method for the Peak Detection of Photoplethysmography Signals. Hindawi Computational and Mathematical Methods in Medicine Vol. 2017. 9468503, 8 с. https://doi.org/10.1155/2017/9468503

4. Filipa Esgalhado, Arnaldo Batista, Valentina Vassilenko, Sara Russo, Manuel Ortigueira. Peak Detection and HRV Feature Evaluation on ECG andPPG Signals. Symmetry 2022, 14, 1139 с. https://www.mdpi.com/2073-8994/14/6/1139

5. Дахва М.С., Леухин А.Н. Сравнение пяти алгоритмов для обнаружения R-пиков в ЭКГ-сигнале. Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2018. № 3 (39). С. 39-49. DOI: 10.15350/2306-2819.2018.3.39

6. Kavsaoğlu, Ahmet & Polat, Kemal & Bozkurt, Mehmet. (2016). An innovative peak detection algorithm for photoplethysmography signals: An adaptive segmentation method. TURKISH JOURNAL OF ELECTRICAL ENGINEERING & COMPUTER SCIENCES. 24. 1782-1796. 10.3906/elk-1310-177.

НОВЫЕ КНИГИ

Воскресенский Д.И., Добычина Е.М.

Цифровые антенные решетки: Монография – М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. – 240 с.: ил.

Рассмотрен новый класс антенных систем – цифровых антенных решеток бортовых радиолокационных комплексов, позволяющих повысить энергетический потенциал за счет использования новых методов оптимизации режима работы высокоэффективных активных устройств и обеспечения высокой точности формирования амплитудно-фазового распределения с помощью предложенной системы автоматической калибровки. Представлены результаты экспериментальных исследований возможностей цифрового диаграммообразования и точностных характеристик калибровки макета цифровой решетки.

Для научных работников и инженеров, занимающихся исследованиями в области разработки, создания и применения цифровых решеток в современных радиоэлектронных системах. Может быть рекомендована в качестве учебного пособия студентам радиотехнических специальностей, а также аспирантам и магистрантам по направлениям «Радиотехника, «Радиофизика и электроника».

Фильтрация и спектральный анализ радиосигналов.

Алгоритмы. Структуры. Устройства. Под ред. Ю.В. Гуляева: Монография – М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. – 504 с.: ил.

Рассмотрены устройства на поверхностных и объемных акустических волнах. Приведены принципы построения акустооптических Фурье-процессоров, даны методики их описания и характеристики. Синтезированы алгоритмы многоканальных частотных дискриминаторов, имеющих широкую дискриминационную характеристику с большой зоной линейности, что повышает точность измерения частоты радиосигналов, а также стабильность работы следящих измерителей частоты при интенсивных воздействиях помех. Обобщены результаты математического моделирования и экспериментальных исследований волноводных СВЧ-фильтров и мультиплексоров X-диапазона частот на основе прямоугольных и круглых волноводов. Показано, что устройства предназначены для работы в составе негерметизированных радиоэлектронных комплексов спутниковых систем космической связи. Исследованы двумерные периодические структуры в виде перфорированных тонких металлических экранов, малые размеры и масса которых делают их технологически привлекательными в технике миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Представленные известные и оригинальные авторские решения по широкому спектру вопросов проектирования устройств селекции могут быть полезны широкому кругу научных работников и инженеров, специализирующихся в области проектирования фильтров и аналоговых Фурье процессоров.

УДК 004.932.2

ФАЗОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ С ДВИЖУЩИМСЯ ОБЪЕКТОМ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Васильев С.В., *к.т.н., преподаватель кафедры автоматизации управления летательных аппаратов (и вычислительных систем) Военно-воздушной академии им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, e-mail: stanislav-vas1986@mail.ru*

Жигулина И.В., *к.т.н., доцент кафедры Военно-воздушной академии им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, e-mail: irazhigulina@gmail.com*

Дербуш Д.А., *курсант Военно-воздушной академии им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина*

PHASE-ENERGY FUNCTIONS OF A VIDEO SEQUENCE WITH A RECTANGULAR MOVING OBJECT

Vasilyev S.V., Zhigulina I.V., Derbush D.A.

Studies of phase-energy functions of a video sequence containing a moving object of the "rectangle" type have been carried out. The main characteristic areas of two-dimensional discrete fields generated by the phase-energy spectrum of the video sequence are determined. Analytical expressions are obtained for determining the components of these fields at any point in the frequency domain. The connection of one-dimensional and two-dimensional phase-energy functions is considered.

Key words: video sequence, dynamic object, two-dimensional image, phase-energy characteristic, phase-energy function.

Ключевые слова: видеопоследовательность, динамический объект, двумерное изображение, фазоэнергетическая характеристика, фазоэнергетическая функция.

Проведены исследования фазоэнергетических функций видеопоследовательности, содержащей движущийся объект типа «прямоугольник». Определены основные характерные области двумерных дискретных полей, порождаемых фазоэнергетическим спектром видеопоследовательности. Получены аналитические выражения для определения компонент этих полей в любой точке частотной области. Рассмотрена связь одномерных и двумерных фазоэнергетических функций.

Введение

Проблема выделения движения является одной из центральных в обработке видеоинформации. Анализ публикаций по данной тематике указывает на наличие значительных успехов по отдельным направлениям, однако ее комплексное эффективное решение пока еще не найдено [1, 2].

Не случаен интерес к данной проблеме. Детектирование движущихся объектов выполняется в таких областях, как безопасность, контроль пространства, аэронавигация, транспортный и производственный контроль, мониторинг лесных пожаров и др. Несмотря на большое разнообразие разработанных методов обнаружения движений в кадре, применимость их существенно зависит от условий, в которых решается задача поиска. Недостаточная надежность работы соответствующих алгоритмов в пространстве всех возможных состояний фона и объектов является сдерживающим фактором на пути к созданию как универсальных многофункциональных систем обработки изображений и видеопоследовательностей, так и специализированных, включенных, например, в автоматический контур принятия решения критически важных объектов.

В работе [3] приведена классификация методов поиска движения в видеопоследовательностях. К группе статистических методов авторы относят корреляционные методы, статистическую сегментацию, пространственную и пространственно-временную фильтрацию. Методы сопоставления, отслеживания краевых точек, слежения за точечными особенностями, а также методы, основанные на графовых моделях, относят к параметрическому подходу. Все указанные группы методов характеризуются в той или иной мере чувствительностью к однородности фона, отношению сигнал/шум, объему априорной информации, а также существенной вычислительной сложностью.

Мощным инструментом обнаружения движения в кадрах видеопоследовательности является спектральный анализ. Видеодатчик формирует изображение в форме упорядоченного множества дискретно-аналоговых отсчетов случайного двумерного пространственного поля. Спектр изображения описывается дискретизированным по пространственным координатам двумерным преобразованием Фурье. Оно содержит две случайные функции – амплитудно-частотный и фазочастотный пространственный спектры (АЧПС и ФЧПС). При линейной обработке изображений для уменьшения влияния случайности обычно используют квадрат модуля преобразования – энергетический спектр. Однако существует множество задач, где важно использование именно фазовой информации, содержащейся в ФЧПС, прежде всего, это определение местоположения объектов и идентификация движения.

Учитывать одновременно энергетическую и фазовую информацию позволяет рассматриваемый в статье математический аппарат. Предлагаемый подход является развитием методов пространственно-временной фильтрации.

В работах [4-6] были исследованы энергетические характеристики видеопоследовательности, в частности, введено понятие фазоэнергетической функции $\Delta\varphi(k)$ строки/столбца изображения, определяемой выражением:

$$\Delta\varphi(k)=\sum_{m=-M}^{M-k}(2m+k)\left(f''_m f''_{m+k}-f'_m f'_{m+k}\right), \qquad (1)$$

где f_m, f_{m+k} - отсчеты видеосигнала строки в пикселях с номерами m и $m+k$, соответственно (два штриха означают принадлежность к последующему кадру, а один – к предыдущему).

Приведенный в [4] анализ энергетических характеристик указал на возможность их использования для идентификации движения при обработке видеопоследовательностей. В частности, были определены десять характерных областей изменения фазы k, взаимосвязанных с пространственным положением объекта в соседних кадрах видеоряда. Результаты получены для одномерного случая, однако, авторами упомянута возможность обобщения для аналогичных функций двух переменных.

В работе [7] фазоэнергетическая характеристика изображения представлена в виде дискретного векторного поля $\vec{I}(p_x,p_y)=\{I_x(p_x,p_y),\, I_y(p_x,p_y)\}$, где p_x, p_y – одномерные номера фаз, а компоненты вектора находятся следующим образом:

$$I_x(p_x,p_y)=\sum_{i=-M}^{M-p_x}\sum_j (2i+p_x) f_{i,j} f_{i+p_x,j+p_y}, \qquad (2)$$

$$I_y(p_x,p_y)=\sum_{i=-M}^{M-p_x}\sum_j (2j+p_y) f_{i,j} f_{i+p_x,j+p_y}, \qquad (3)$$

где $\begin{cases} j\in\left[-N;N-p_y\right], & \text{если } p_y\ge 0, \\ j\in\left[-N-p_y;N\right], & \text{если } p_y<0. \end{cases}$

При решении задачи определения параметров движения представляет интерес анализ межкадровых изменений компонент $I_x(p_x,p_y)$ и $I_y(p_x,p_y)$, т.н. *фазоэнергетических функций* (ФЭФ) :

$$\Delta I_x(p_x,p_y)=I''_x(p_x,p_y)-I'_x(p_x,p_y), \qquad (4)$$

$$\Delta I_y(p_x,p_y)=I''_y(p_x,p_y)-I'_y(p_x,p_y). \qquad (5)$$

Переход к двумерному случаю демонстрирует более сложную картину зависимостей (4)-(5), поэтому в статье ставится и решается задача выявления особенностей характерных участков ФЭФ и их связи с пространственным положением объекта в кадре.

Целью статьи является исследование двумерных фазоэнергетических функций видеопоследовательности в рамках формирующегося научно-технического задела по разработке алгоритмического обеспечения бортовых систем технического зрения автономных объектов.

I. Движение объекта с нулевой вертикальной координатой

Рассмотрим видеопоследовательность, содержащую объект прямоугольной формы размерами 8×1 пиксель, перемещающийся по горизонтали влево на $d_h=3$ пикселя (рис. 1). Координаты объекта в двух соседних кадрах: $L=6,\ R=13$ – в первом кадре, $L-d_h=3,\ \ R-d_h=10$ – во втором. Начало системы координат выбрано в центре изображения, т.е. объект расположен на оси абсцисс; размеры изображения $(2M+1)\times\times(2N+1)=27\times27$. На рис. 2. построены графики двумерных ФЭФ (4), (5) для данного случая.

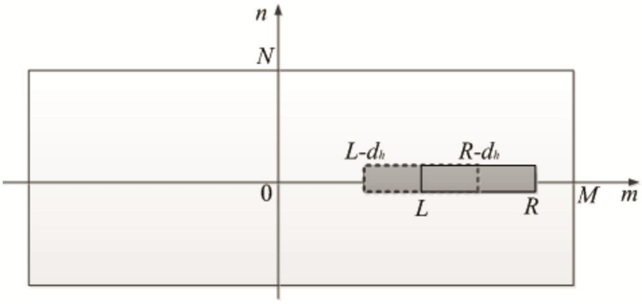
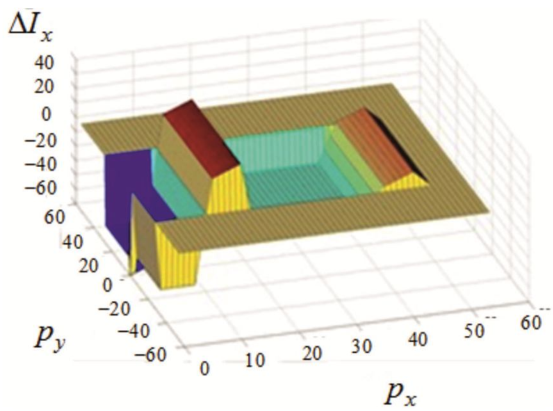
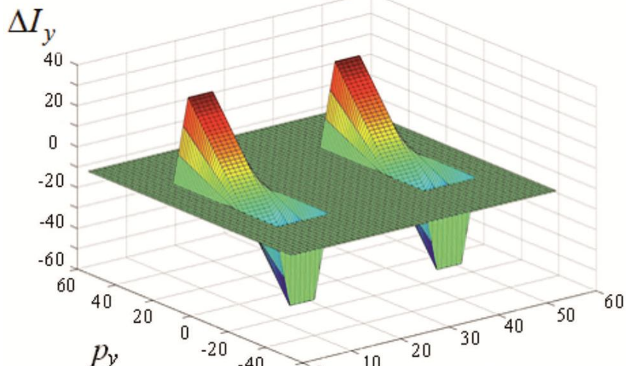


Рис. 1. Расположение объекта в двух соседних кадрах видеоряда



а) $\Delta I_x(p_x,p_y)$;



б) $\Delta I_y(p_x,p_y)$

Рис. 2. Фазоэнергетические функции для случая движения прямоугольного объекта по оси абсцисс

Для анализа фазоэнергетической функции $\Delta I_x(p_x,p_y)$ рассмотрим два случая: $p_y=0$ и $p_y\neq0$.

С учетом (2) соотношение (4) примет вид:

$$\Delta I_x(p_x,p_y)= \\ =\sum_{i=-M}^{M-p_x}\sum_j (2i+p_x)(f''_{i,j}f''_{i+p_x,j+p_y}-f'_{i,j}f'_{i+p_x,j+p_y}). \qquad (6)$$

Из всего диапазона строк с номерами $j \in [-N; N]$ вклад в $\Delta I_x(p_x, p_y)$ вносит только одна нулевая строка, что соответствует одномерному случаю, рассмотренному в [5]. На рис. 3 сплошной линией показано сечение $\Delta I_x(p_x, p_y)$ при $p_y = 0$, полностью совпадающее с графиком $\Delta\varphi(k)$ в [5].

Если $p_y \neq 0$, то $f''_{i,j} \neq f''_{i+p_x, j+p_y}$, $f'_{i,j} \neq f'_{i+p_x, j+p_y}$, и для отсчетов видеосигнала кадра возможны три соотношения:

1. $f''_{i,j} = a$, $f''_{i+p_x, j+p_y} = b$, тогда

$$\Delta I_x(p_x, p_y) = \sum_{i=-M}^{M-p_x} \sum_j (2i + p_x)(a f''_{i+p_x, j+p_y} - a f'_{i+p_x, j+p_y}) = \\ = a \sum_{i=-M}^{M-p_x} \sum_j (2i + p_x) \Delta f_{i+p_x, j+p_y}. \tag{7}$$

2. $f''_{i,j} = b$, $f''_{i+p_x, j+p_y} = a$, тогда

$$\Delta I_x(p_x, p_y) = \sum_{i=-M}^{M-p_x} \sum_j (2i + p_x)(a f''_{i,j} - a f'_{i,j}) = \\ = a \sum_{i=-M}^{M-p_x} \sum_j (2i + p_x) \Delta f_{i,j}. \tag{8}$$

3. $f''_{i,j} = f''_{i+p_x, j+p_y} = a$, тогда

$$\Delta I_x(p_x, p_y) = \sum_{i=-M}^{M-p_x} \sum_j (2i + p_x)(a^2 - a^2) = 0.$$

Значения $\Delta I_x(p_x, p_y)$ в первых двух случаях будут определяться при $p_{y\_\min} \le p_y \le p_{y\_\max}$. Величины $p_{y\_\max}$ и $p_{y\_\min}$ можно получить из условий $p_{y\_\max} - N = j_{об}$ и $p_{y\_\min} + N = j_{об}$, где $j_{об}$ – номер строки, в которой расположен объект.

Для примера, представленного на рис. 1: $p_{y\_\max} = 27$ и $p_{y\_\min} = -27$. Если $p_y \in \{-2N, ..., p_{y\_\min} - 1\} \cup \cup \{p_{y\max} + 1, ..., 2N\}$, то $\Delta I_x(p_x, p_y) = 0$. Если объект шириной в один пиксель движется горизонтально, то $\Delta I_x(p_x, p_y) = const$ при фиксированном p_x и $p_y \in \{p_{y\_\min}, ..., p_{y\max}\}$ (см. рис. 4).

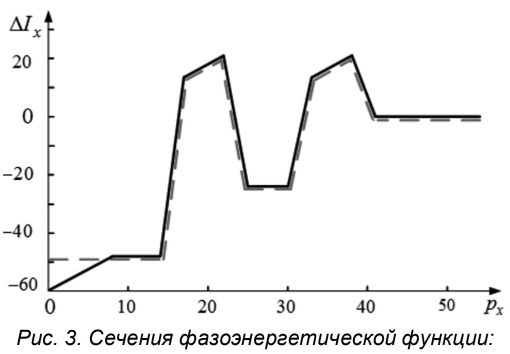


Рис. 3. Сечения фазоэнергетической функции: сплошная черная линия - график $\Delta I_x(p_x; p_y = 0)$; штриховая серая линия - график $\Delta I_x(p_x, p_y \neq 0), p_y \in \{p_{y\_\min}, ..., p_{y\max}\}$

Отличия двух линий на рис. 3 возникают в области малых фаз $p_x \in \{1, ..., R - L\}$, т.е. когда фаза p_x равна «длине» объекта и $f_{i,j} = f_{i+p_x, j+p_y} = b$. Следствием этого является рост абсолютной величины $\Delta I_x(p_x, p_y)$. Для $p_y \neq 0$, $p_y \in \{p_{y\_\min}, ..., p_{y\max}\}$ подобная ситуация исключена, и варьирование p_y никак не влияет на изменение $\Delta I_x(p_x, p_y)$ при фиксированном p_x.

Проанализируем фазоэнергетическую функцию $\Delta I_y(p_x, p_y)$:

$$\Delta I_y(p_x, p_y) = \\ = \sum_{i=-M}^{M-p_x} \sum_j (2j + p_y)(f''_{i,j} f''_{i+p_x, j+p_y} - f'_{i,j} f'_{i+p_x, j+p_y}). \tag{9}$$

Для графика функции $\Delta I_y(p_x, p_y)$ характерно наличие двух возвышенностей и двух низменностей, симметричных относительно $p_x = (2M + 1)/2$, причем $\Delta I_y(p_x;\ p_y = 0) = 0$.

Рассмотрим классификацию областей фазы p_x, аналогичную приведенной в работах [4, 5]: область верхних фаз, спуски, вершины и подъемы дальней (от начала координат) и ближней возвышенностей, а также седловину и область малых фаз.

Исследуем особенности функции $\Delta I_y(p_x, p_y)$ отдельно в каждой из областей.

В области верхних фаз $\Delta I_y(p_x > M + R;\ p_y) = 0$, т.к. $f_{i,j} = f_{i+p_x, j+p_y} = a$ в обоих кадрах. По величине $p_{x\_\max} = M + R$ можно найти правый край объекта R.

Область спуска дальней (*от начала координат*) возвышенности формируется при $p_x \in \{M + R - d_h + 1, ..., M + R\}$. Тогда для $i + p_x \in \in \{R - d_h + 1, ..., R\}$, $j + p_y = 0$ функцию (9) можно переписать в виде:

$$\Delta I_y(p_x, p_y) = \\ = -\frac{ac}{2}(2M - p_x + 1)(2N - p_y + 1)(2N - p_y), \tag{10}$$

где $c = b - a$ – контраст объекта и фона.

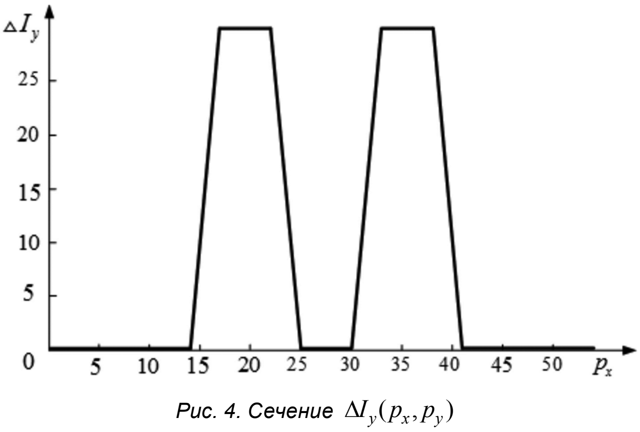


Рис. 4. Сечение $\Delta I_y(p_x, p_y)$ при некотором фиксированном значении p_y

В диапазоне фаз $p_x \in \{M+L,\dots,M+R-d_h\}$ формируется *вершина дальней возвышенности*, которая, согласно (9), описывается выражением:

$$\Delta I_y(p_x,p_y) = -acd_h \sum_j (2j+p_y)\,. \qquad (11)$$

Измеряя протяженность области вершины дальней возвышенности на рис. 4, можно найти левую границу L объекта из выражения $(M+R-d_h)-(M+L)$. Величина смещения объекта d_h численно равна количеству отсчетов, формирующих спуск дальней возвышенности.

Представляет интерес поведение $\Delta I_y(p_x,p_y)$ при некотором фиксированном $p_x \in \{M+L,\dots, M+R-d_h\}$ (рис. 5). Определив границы $p_{y\_\min}$ и $p_{y\_\max}$ области, в которой $\Delta I_y(p_x=const;\, p_y)\neq 0$, можно найти номер строки $j_{об}$, в которой расположен объект, используя соотношения: $p_{y\_\max}-N=j_{об}$ или $p_{y\_\min}+N=j_{об}$. При движении объекта по оси абсцисс (рис. 1) $j_{об}=0$, поэтому $|p_{y\_\max}|=|p_{y\_\min}|$.

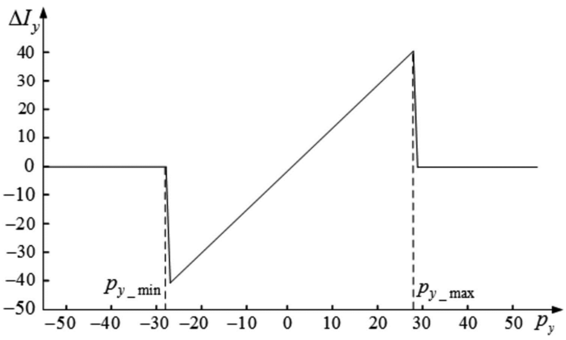


Рис. 5. Сечение $\Delta I_y(p_x=const;\, p_y)$ *для* $p_x \in \{M+L,\dots, M+R-d_h\}$

В области фаз $p_x \in \{M+L-d_h,\dots,M+L-1\}$ наблюдается подъем дальней возвышенности. Рассматривая три множества для $i+p_x$: $\{L-d_h,\dots,L-1\}$, $\{L,\dots,R-d_h\}$ и $\{R-d_h+1,\dots,R\}$, при условии $j+p_y=0$ получаем:

$$\Delta I_y(p_x,p_y) = ac(M+L-p_x-d_h)\sum_j (2j+p_y)\,. \qquad (12)$$

Положение левого края объекта во втором кадре $L-d_h$ связано с границей фазы $p_x \geq M-L+d_h+1$, при которой справедливо равенство $f''_{i,j}=f'_{i,j}=a$. Если $p_x=M-L+d_h$, то $f''_{i,j}=a$ или $f''_{i,j}=b$.

Область фаз $\{M-(L-d_h)+1,\dots,M+(L-d_h)-1\}$ «зажата» между ближней и дальней возвышенностями и может именоваться седловиной (по аналогии с межимпульсной областью для одномерного случая [5]).

В диапазоне фаз $p_x \in \{M-(L-1),\dots,M-(L-d_h)\}$ наблюдается спуск ближней возвышенности. При этом ФЭФ определяется соотношением:

$$\Delta I_y(p_x,p_y) = ac(M-L-p_x+d_h+1)\sum_j (2j+p_y)\,. \qquad (13)$$

При $p_x \in \{M-(R-d_h),\dots,M-L\}$ формируется *вершина ближней возвышенности*. ФЭФ на данном участке задается выражением:

$$\Delta I_y(p_x,p_y) = -ac(M-R-p_x+d_h)\sum_j (2j+p_y)\,. \qquad (14)$$

Дальнейшее уменьшение фазы p_x от $M-(R-d_h+1)$ до $M-R$ приводит к появлению очередной области – области *подъема ближней возвышенности*. Выражение ФЭФ для нее будет иметь вид:

$$\Delta I_y(p_x,p_y) = ac(R-L+1)\sum_j (2j+p_y)\,. \qquad (15)$$

В *области малых фаз* $p_x \in \{1,\dots,M-(R+1)\}$ функция $\Delta I_y(p_x,p_y)$ принимает нулевые значения.

II. Движение объекта с ненулевой вертикальной координатой

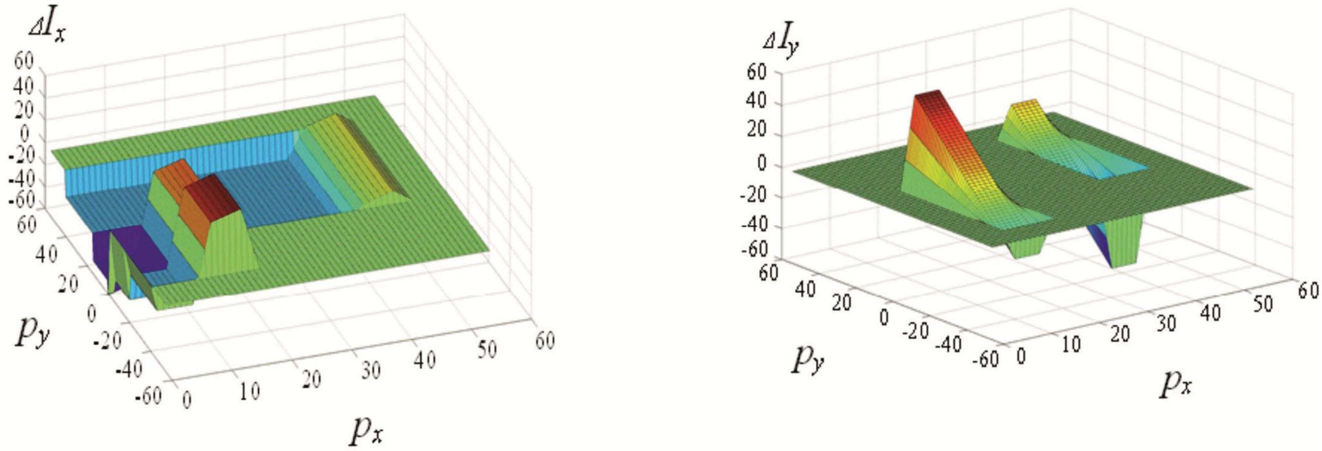
Рассмотрение движения объекта строго «по оси абсцисс» позволяет выявить главные особенности функций $\Delta I_x(p_x,p_y)$ и $\Delta I_y(p_x,p_y)$. Исследуем ФЭФ для случая, когда объект имеет ненулевую вертикальную координату.

Будем рассматривать видеопоследовательность, содержащую объект прямоугольной формы, перемещающийся по горизонтали влево на d_h пикселей. Координаты объекта в первом кадре: R – правый край, L – левый край; во втором кадре: $(R-d_h)$ и $(L-d_h)$ соответственно. Вертикальная координата объекта остается неизменной $V=const$; размеры объекта $(R-L+1)\times 1$ пиксель.

На рис. 6 представлены графики ФЭФ для данного случая. В качестве исходных данных при моделировании были приняты следующие значения: $R=20,\ L=13,\ V=13,\ d_h=3,\ M=N=27.$

Сравнение поверхностей на рис. 2а и рис. 6а показывает, что «пространственное положение» дальней возвышенности изменилось относительно оси p_y, но не претерпела изменения ее форма, а у ближней возвышенности изменились как положение, так и форма. Поскольку координаты объекта в соседних кадрах и величина перемещения d_h в обоих случаях были одинаковыми, области, формирующие дальнюю возвышенность на оси p_x, остались неизменными.

Анализ рис. 6а показывает, что наибольшие изменения функции $\Delta I_x(p_x,p_y)$ произошли в области ближней возвышенности: несмотря на сохранение горизонтальных границ $p_x \in \{M-R,\dots, M-(L-d_h)\}$, возвышенность сегментирована по оси p_y на два участка. На рис. 7 представлены сечения этих участков при $p_y=0$ и некотором $p_y \in \{-(N+V),\dots,-(N-V+1)\}$, причем график $\Delta I_x(p_x;\, p_y=0)$ полностью совпадает с соответствующей зависимостью при движении с нулевой вертикальной координатой.



а) $\Delta I_x(p_x, p_y)$ б) $\Delta I_y(p_x, p_y)$

Рис. 6. Фазоэнергетические функции для случая горизонтального движения прямоугольного объекта

Поясним изменения $\Delta I_x(p_x, p_y)$ в области ближней возвышенности с помощью рис. 8, на котором представлены сечения фазоэнергетической функции ΔI_x при $p_x = const$ для случая $V = 0$ (серая пунктирная линия) и $V \neq 0$ (черная сплошная линия) соответственно.

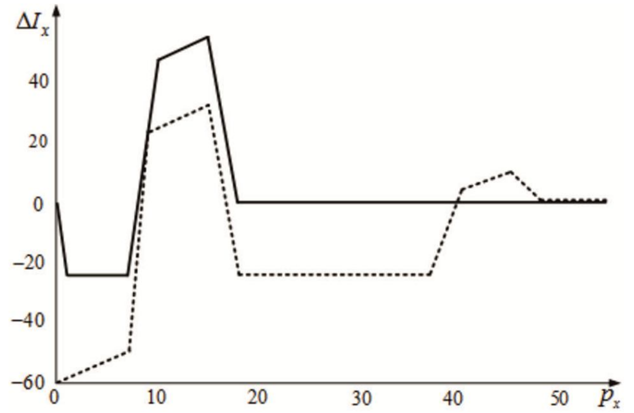


Рис. 7. Сечения $\Delta I_x(p_x, p_y)$
при $p_y = 0$ (серая пунктирная линия)
и при $p_y \in \{-(N+V),...,-(N-V+1)\}$ (черная сплошная линия)

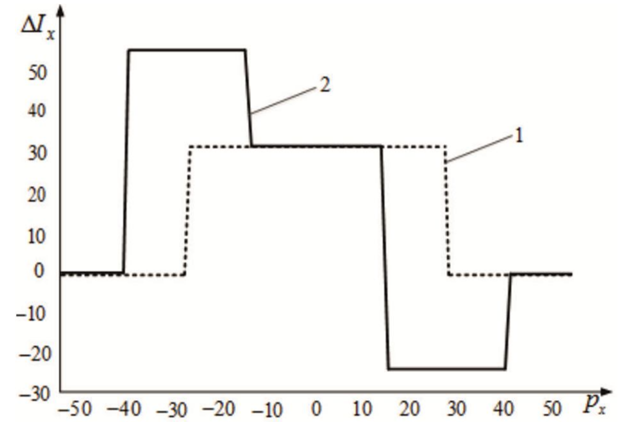


Рис. 8. Сечения ΔI_x для $p_x \in [M-(R-dh); M-L]$:
пунктирная черная линия – при $V = 0$,
сплошная серая линия – при $V \neq 0$

Рассмотрим формирование $\Delta I_x(p_x, p_y)$ при $V \neq 0$.

В области фаз $p_y > N+V$ все пиксели, участвующие в формировании ФЭФ, будут принадлежать фону, следовательно, $\Delta I_x(p_x, p_y) = 0$. При значениях фазы $p_y = \{N-V+1,...,N+V\}$ имеет место равенство $f''_{i,j} = f'_{i,j} = a$, но отсчеты $f''_{i+p_x,j+p_y}$ и $f'_{i+p_x,j+p_y}$ могут принимать значения яркости как объекта, так и фона. Поскольку объект имеет единичную «толщину», то отсчеты фазоэнергетической функции будут формироваться только при $j = V - p_y$. Тогда:

$$\Delta I_x(p_x, p_y) = 2acd_h(L-R-1). \tag{16}$$

В диапазоне $p_x \in \{M-(R-d_h),...,M-L\}$, соответствующему вершине ближней возвышенности, величины $f''_{i,j}$ и $f'_{i,j}$ могут принимать значения яркости объекта b при $i \in \{L-d_h,...,L-1\} \cup \{L,...,R-d_h\}$. В области положительных фаз $p_y = \{1,...,N-V\}$ ФЭФ имеет «дополнительные» слагаемые $\Delta I_x^* = \sum_{i=L-d_h}^{L-1} \sum_{j=-N}^{N-p_y} (2i+p_x)(ba-a^2)$, определяемые условием:

$$\begin{cases} L-d_h \le i \le M-p_x^*, \\ j = V, \end{cases} \tag{17}$$

где $p_x^* = M-(R-d_h)$ – минимальное значение фазы для вершины ближней возвышенности.

Таким образом, ФЭФ для $p_y \in \{1,...,N-V\}$ будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \Delta I_x(p_x, p_y) &= \Delta I_x^* + 2acd_h(L-R-1) = \\ &= acd_h(4L-2R-d_h+p_x-3). \end{aligned} \tag{18}$$

Формирование значения ΔI_x при $p_y = 0$ инвариантно к изменению вертикальной координаты объекта и рассмотрено выше.

В диапазоне фаз $p_y \in \{-(N+V),...,-(N-V+1)\}$ необходимо рассмотреть лишь область $i \in \{L-d_h,..., L-1\}$, $j = V$. В этом случае:

$$\Delta I_x \Big|_{p_x \in \{M-(R-d_h),...,M-L\}} = acd_h(2L-d_h-1+p_x). \tag{19}$$

Очевидно, что $\Delta I_x(p_x;\ p_y < -(N+V)) = 0$.

Определяя по функции ΔI_x значения максимальной и минимальной фаз $p_{y\_\max} = N+V$ и $p_{y\_\min} = -(N+V)$, можно найти вертикальную координату V объекта.

В общем случае величина горизонтального перемещения объекта между кадрами может принимать значения $0 \le d_h \le R-L$ или $d_h > R-L$. В первом случае объекты в соседних кадрах попадают в одну и ту же область от L-го пикселя до $R-L+1-d_h$ пикселя. Во втором случае, если $f''_{k,l} = f'_{s,t} = b$, то $(k,l) \ne (s,t)$. Определение величины перемещения d_h имеет исключительно важную практическую ценность и может использоваться, например, при оценке скорости перемещения объекта при известной частоте следования кадров.

На рис. 9 приведены результаты моделирования для нескольких значений величины перемещения $d_h = 1$, 2, 3, 5, 7 и 9 пикселей (соответственно, линии № 1, 2, 3, 4 и 5).

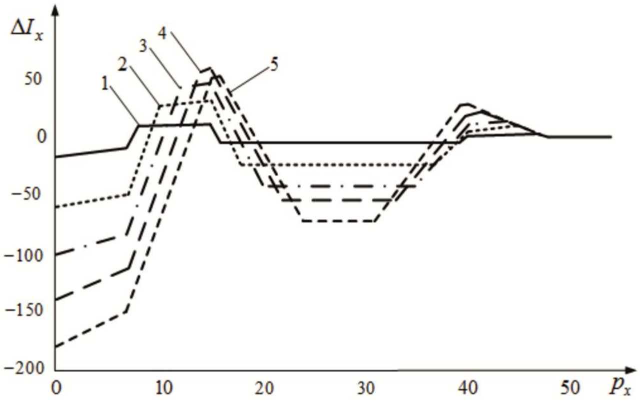


Рис. 9. Зависимости $\Delta I_x(p_x, p_y)$, полученные при различных значениях d_h

Графики на рис. 9 имеют более заметные изменения в области ближней возвышенности, чем изменения в области дальней возвышенности. В частности, наблюдается расширение зон подъема и спуска, сокращение области вершины ближней возвышенности при увеличении d_h. Для всех линий сохраняется левая граница подъема ближней возвышенности $p_x = M - R$. Левая граница области спуска для линии № 5 отличается от границ первых четырех линий, что можно объяснить тем, что величина перемещения объекта в двух соседних кадрах равна длине объекта $R-L+1$ или превышает ее, т.е. «перекрытие» объекта в соседних кадрах отсутствует.

Анализ рис. 6 *б* показывает, что движение объекта с $V \ne 0$ приводит к существенному изменению отсчетов $\Delta I_y(p_x, p_y)$ в областях ближней и дальней возвышенностей. Кроме того, нарушается симметрия расположения «положительных» и «отрицательных» участков ближней и дальней возвышенностей относительно $p_y = 0$. Выше было показано, что в случае движения объекта с нулевой вертикальной координатой ФЭФ будет нулевой при $p_y = 0$ и любом p_x. Очевидно, что при $V \ne 0$ это не выполняется:

$$\Delta I_y(p_x, p_y = 0) = \\ = \begin{cases} 2V \sum\limits_{i=-M}^{M-p_x} (f''_{i,j} f''_{i+p_x, j+p_y} - f'_{i,j} f'_{i+p_x, j+p_y}), \text{ при } j = V; \\ 0, \text{ при } j \ne V. \end{cases}$$

На практике анализ двух возвышенностей поверхности $\Delta I_y(p_x, p_y)$ затруднителен в силу высоких вычислительных затрат, поэтому представляется целесообразным и обоснованным проводить анализ функции ΔI_y по сечению $p_y = 0$ (рис. 10). Аналитические выражения для сечений фазоэнергетической функции $\Delta I_y(p_x, p_y)$ при $p_y = 0$ и $V \ne 0$ приведены в табл. 1, где диапазоны фаз именуются так же как и в одномерном случае [5].

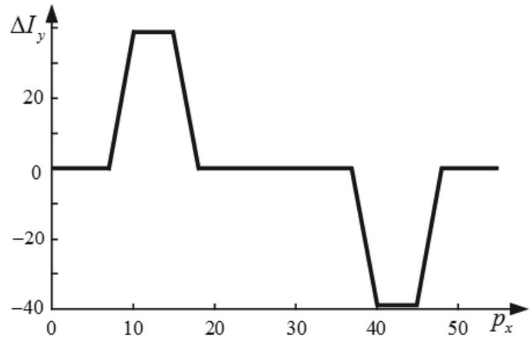


Рис. 10. Сечение ΔI_y при $p_y = 0$

Таблица 1. Аналитические выражения для сечений фазоэнергетической функции ΔI_y

№	Область фаз p_x	Сечения фазоэнергетической функции $\Delta I_y(p_x, p_y = 0)$
1.	Область верхних фаз $\{M+R+1; 2M\}$	0
2.	Область среза дальнего импульса $\{M+R-d_h+1; M+R\}$	$-2aVc(M+R-p_x+1)$
3.	Область вершин дальнего импульса $\{M+L; M+R-d_h\}$	$-2aVcd_h$
4.	Область фронтов дальнего импульса $\{M+L-d_h; M+L-1\}$	$2aVc(M+L-d_h-p_x)$
5.	Межимпульсная область $\{M-L+d_h+1; M+L-d_h-1\}$	0
6.	Область срезов ближнего импульса $\{M-L+1; M-L+d_h\}$	$2aVc(M-L+d_h-p_x+1)$
7.	Область вершин ближнего импульса $\{M-R+d_h; M-L\}$	$2aVcd_h$
8.	Область фронтов ближнего импульса $\{M-R; M-R+d_h-1\}$	$2aVc(R-M+p_x)$
9.	Область малых фаз	Определяется с учетом дополнительных условий

Наличие двух разнополярных импульсов на графиках сечений (рис. 10) свидетельствует о движении объекта с ненулевой вертикальной координатой. Если $V>0$, то «ближний» от начала координат импульс имеет положительный знак, а дальний – отрицательный; если $V<0$ – наблюдается противоположная картина.

Заключение

В работе приведены результаты исследования фазоэнергетических функций $\Delta I_x(p_x, p_y)$ и $\Delta I_y(p_x, p_y)$ для тестовых видеопоследовательностей, содержащих движущийся строго горизонтально объект типа «прямоугольник». Получены аналитические выражения для указанных функций и выполнен их подробный анализ по характерным областям фаз. Выявлены особенности фазоэнергетических функций для случая движения объекта с ненулевой вертикальной координатой. Показана возможность определения положения динамического объекта в кадрах видеоряда путем анализа особенностей графиков фазоэнергетических функций, что может быть использовано бортовой вычислительной системой носителя при решении задач идентификации движения.

Литература

1. Мареев А.В., Орлов А.А., Рыжкова М.Н. Методы локализации объектов в видеопотоке. Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2021. № 3. С. 48-60.

2. Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Ершов М.Д. Подходы к обнаружению и оценке параметров движущихся объектов на видеопоследовательности применительно к транспортной аналитике. Компьютерная оптика. 2020. № 5. С. 746-756.

3. Фаворская М.Н., Пахирка А.И., Шилов А.С., Дамов М.В. Методы поиска движения в видеопоследовательностях. Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. 2009. № 1-2. С. 69-73.

4. Богословский А.В., Жигулина И.В., Сухарев В.А. Векторное поле фазоэнергетического спектра изображения и видеопоследовательности. Радиотехника. 2018. № 12. С. 13-17.

5. Жигулина И.В. Энергетические характеристики изображений и видеопоследовательностей. Телевидение: передача и обработка изображений: материалы 13-й Международной конференции. Санкт-Петербург: С.-Пб. ГЭУ «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), 2016. С. 128-131.

6. Пономарев А.В., Богословский А.В., Жигулина И.В., Сухарев В.А. Особенности корреляционного анализа изображений и видеопоследовательностей. Журнал СФУ. Техника и технологии. 2018. № 11/7. С. 811-822.

7. Богословский А.В., Сухарев В.А., Жигулина И.В., Пантюхин М.А. Векторные поля, порождаемые преобразованием Фурье видеосигналов изображений. Радиотехника. 2021. Т. 85. № 7. С. 127-139.

НОВЫЕ КНИГИ

Косичкина Т.П., Сперанский В.С.

Цифровые сигнальные процессоры и их применение в системах телекоммуникаций и электроники: Учебное пособие для вузов - М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2022 г. 316 с.: ил.

Рассмотрены вопросы теории и практики использования цифровых сигнальных процессоров. Описаны основные операции цифровой обработки сигналов, структура, архитектура, классификация и характеристики современных процессоров. Представлен обзор процессоров ведущих фирм-производителей: Analog Devices, Ceva, Feecsale, Texas Instruments. Отдельная глава посвящена российским цифровым процессорам. Существенное внимание уделено многоядерным процессорам и их характеристикам. В разделе, связанным с программируемыми логическими микросхемами и системами на кристалле показаны возможности их использования в качестве сигнальных процессоров. Даны примеры реализации цифровых устройств с помощью САПР на языке программирования VHDL, рассмотрены его элементы. В приложениях даны примеры реализации формирователей двоичных последовательностей, генераторов сигналов и медианных фильтров.

Для студентов радиотехнических и инфокоммуникационных специальностей, будет полезна аспирантам и специалистам.

Брюханов Ю.А.

Динамика цифровых колебательных систем: Учебное пособие для вузов, 3-е изд. перераб. и доп. М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2020 г. 142 с.: ил.

Изложена теория колебаний цифровых систем первого и второго порядков. Приведен математический аппарат, основанный на теории точечных отображений. Рассмотрены линейные и обусловленные переполнением и квантованием нелинейные свободные колебания и колебания при постоянном и гармоническом входных воздействиях. В третьем издании первый раздел дополнен разработанным автором методом анализа вынужденных колебаний в цифровых динамических системах при периодических входных воздействиях, а второй, четвертый и пятый разделы расширены вопросами, посвященными нелинейным искажениям гармонических сигналов в рекурсивных динамических системах с переполнением и квантованием. Результаты анализа проиллюстрированы траекториями движений, бифуркационными и вероятностными диаграммами.

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Радиофизика», будет полезна студентам, обучающимся по укрупненной группе направлений подготовки 11.00.00 – «Электронная техника, радиотехника и связь».

УДК 612.172.2

МЕТОДЫ МНОГОСКОРОСТНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА ВАРИАБЕЛЬНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

***Витязева Т.А.**, старший преподаватель кафедры АСУ Рязанского государственного радиотехнического университета имени В.Ф. Уткина, e-mail: vsv630@yandex.ru*

METHODS OF MULTI-SPEED SIGNAL PROCESSING IN THE PROBLEMS OF ANALYSIS OF HEART RATE VARIABILITY

Vityazeva T.A.

The paper considers the problem of analyzing heart rate variability by digital processing of recorded signals, which allows early diagnosis of the incorrect functioning of the internal systems of human vital activity. The method and algorithms for multirate and joint processing of electrocardiogram and respiration signals, as well as a method for coordinated registration of an electrocardiogram and a respiration signal, are proposed. It is shown that the application of the proposed approaches is capable of reducing computational costs by tens of thousands of times and expanding the functionality of HRV analysis for cases of individual characteristics of organisms of certain groups of people.

Key words: heart rate variability, electrocardiosignal, multi-rate signal processing, narrow-band filtering.

Ключевые слова: вариабельность сердечного ритма, электрокардиосигнал, многоскоростная обработка сигналов, узкополосная фильтрация.

Рассматривается задача анализа вариабельности сердечного ритма, позволяющего вести раннюю диагностику некорректного функционирования внутренних систем жизнедеятельности человека, методами цифровой обработки регистрируемых сигналов. Предложены метод и алгоритмы многоскоростной совместной обработки сигналов электрокардиограммы и дыхания, а также способ согласованной регистрации электрокардиосигнала и сигнала дыхания. Показано, что применение предложенных подходов способно в десятки тысяч раз сократить вычислительные затраты и расширить функциональные возможности средств анализа ВСР на случаи индивидуальных особенностей организмов отдельных групп людей.

Введение

Болезни сердечно-сосудистые системы (ССС) занимают ведущее место в общей структуре заболеваемости, большего процента инвалидности и смертности трудоспособного населения. Чтобы не допустить серьёзных заболеваний миокарда и осложнений, требуется осуществлять диагностирование ССЗ на ранних сроках. Можно выделить отдельно один из методов профилактического обследования сердца – электрокардиографию. Это самый надёжный, простой и информативный метод неинвазивного обследования работы сердечной мышцы. Богатую информацию о состоянии ССЗ несет в себе явление вариабельности сердечного ритма (ВСР), которое представляет собой колебания длительности цикла сердечных сокращений. Кроме того, в 1960-х годах наука, изучающая работу сердца, сделала огромный шаг вперёд, когда Баевский Р.М. с соавторами установил, что ВСР даёт полную картину обо всех процессах, которые происходят в организме в целом, а не только о состоянии ССЗ [1]. Так, анализ ВСР стал широко применяться для оценки состояния механизмов регуляции физиологических функций организма, для определения общей активности нейрогуморальной регуляции сердца человека, и для диагностики баланса активности парасимпатического и симпатического отделов вегетативной нервной системы.

В настоящее время математические методы анализа ВСР находят всё большее применение в различных областях физиологии и медицины. Надо отметить, что наиболее распространённым методом анализа является спектральный анализ динамических рядов RR-интервалов (интервалов времени между соседними R-зубцами электрокардиосигнала) [1]. С помощью спектрального анализа ВСР возможно получить количественную оценку влияния на работу сердечной мышцы различных регуляторных систем, так как спектральный анализ даёт информацию о распределении мощности частотных составляющих колебаний RR-интервалов. В 1996 году эксперты Европейского Кардиологического Общества и Северо-Американского общества стимуляции и электрофизиологии разработали методологические рекомендации по измерению, физиологической интерпретации и клиническому использованию ВСР, приняли стандарты частотных диапазонов [2], такие как:

– высокочастотные колебания, дыхательные волны HF (High Frequency), лежат в диапазоне 0,15 – 0,4 Гц;

– низкочастотные колебания, медленные волны 1-го порядка LF (Low Frequency) в диапазоне колебаний 0,04-0,15 Гц;

– очень низкочастотные колебания, медленные волны 2-го порядка VLF (Very Low Frequency), с частотой колебаний 0,003 – 0,04 Гц.

Как видно из представленных данных, сигнал ВСР лежит в области очень низких частот. В то же время частота дискретизации большинства современных электрокардиографов, используемых на сегодняшний день в медицинских учреждениях, составляет 1000 – 2000 отсчетов в секунду (отс/с). Это приводит к проблеме очень больших вычислительных затрат при выделении и анализе ВСР. Для снижения объёма вычислительных операций целесообразно применять многоскоростную обработку сигнала (МОС) с переходом на пониженную частоту дискретизации. Многоскоростная обработка сигналов предполагает, что в процессе преобразований возможно изменение частоты дискретизации в сторону уменьшения и, как следствие, изменение требуемой скорости обработки. Это приводит к более эффективной реализации алгоритмов анализа, так как открывается возможность значительного уменьшения требуемой вычислительной производительности проектируемой цифровой системы [3]. Исследованию описанного подхода посвящена данная работа.

Как отмечено выше, на ритм сердца оказывает влияние процесс дыхания. Учет этой связи дает возможность повысить достоверность принятия решений о состоянии здоровья человека, в том числе в тех случаях, когда из-за индивидуальных особенностей организма наблюдаемые показатели жизнедеятельности не вписываются в стандартные рамки. В данной статье предлагаются алгоритмы многоскоростной совместной обработки сигналов дыхания и ритма сердца, а также способ согласованной регистрации этих процессов.

Анализ проблемы обработки сигнала ВСР и предлагаемые методы ее решения

Перечислим основные известные подходы к анализу ВСР и раскроем направление, в рамках которого предлагаются новые решения в данной работе. Методы анализа ВСР могут быть разделены на следующие группы [1, 2].

Статистические методы: применяются для непосредственной оценки ВРС в исследуемый промежуток времени. При их использовании кардиоинтервалограмма рассматривается как совокупность последовательных временных промежутков – интервалов RR.

Ко второй группе относятся геометрические методы (вариационная пульсометрия). Сущность вариационной пульсометрии заключается в изучении закона распределения кардиоинтервалов как случайных величин. При этом строится вариационная кривая (кривая распределения кардиоинтервалов – гистограмма) и определяются ее основные характеристики.

Третья группа – это автокорреляционный анализ. Вычисление и построение автокорреляционной функции динамического ряда кардиоинтервалов направлено на изучение внутренней структуры этого ряда как случайного процесса.

К четвертой группе относится корреляционная ритмография – скатерография. Сущность метода корреляционной ритмографии заключается в графическом отображении последовательных пар кардиоинтервалов (предыдущего и последующего) в двухмерной координатной плоскости.

Пятая группа – это спектральные методы анализа ВСР. Эти методы анализа получили в настоящее время очень широкое распространение. Анализ спектральной плотности мощности колебаний дает информацию о распределении мощности в зависимости от частоты спектральных составляющих в ритме сердца. Применение спектрального анализа позволяет количественно оценить различные частотные составляющие колебаний ритма сердца и наглядно графически представить соотношения разных компонентов сердечного ритма, отражающих активность определенных звеньев регуляторного механизма. Различают параметрические и непараметрические методы спектрального анализа. К первым относится авторегрессионный анализ, ко вторым – быстрое преобразование Фурье и периодограммный анализ. Обе эти группы методов дают сравнимые результаты [1, 2].

Характерной особенностью спектрального анализа является тот факт, что требуется время, чтобы накопить данные о работе сердца. На основании этих данных затем выполняются преобразования и делаются выводы. При этом теряется информация о времени появления того или иного волнового процесса в ритме сердца, поэтому нет возможности соотнести эти моменты времени с сопутствующими обстоятельствами, их вызывающими.

Для решения этой проблемы в работе [4] предложен способ выявления медленноволновых периодических составляющих в ритме сердца в режиме реального времени. В основу способа положено представление электрокардиосигнала (ЭКС) математическими выражениями, соответствующими сигналам с частотно-импульсной модуляцией (ЧИМ), частота последовательности прямоугольных импульсов которых меняется по закону изменения сердечного ритма. В [4] предложено использовать набор узкополосных цифровых фильтров для анализа кардиосигнала на наличие в нем медленно волновых составляющих в режиме реального времени. Однако реализация данного набора узкополосных фильтров наталкивается на проблему сверхвысоких вычислительных затрат [5].

Данная проблема традиционно решается методами многоскоростной обработки сигналов. Термин «многоскоростная обработка сигналов» обозначает, что частота дискретизации сигнала в различных точках системы является разной.

В работе предлагается использовать многоскоростную обработку применительно к анализу сигнала ВСР. Как уже было отмечено, спектральные составляющие сигнала ВСР находятся в диапазоне от 0 Гц до 0,4 Гц. При этом частота дискретизации современных электрокардиографов составляет порядка 1000-2000 (отс/с). Таким образом, переход на пониженную частоту дискретизации с целью существенного снижения вычислительных затрат оказывается вполне целесообразным в данной задаче.

Известно [3], что понижение частоты дискретизации может осуществляться различными способами и приводить к различным результатам с точки зрения экономии вычислительных затрат. В общем виде процесс преобразования частоты дискретизации может выглядеть как многоступенчатая структура – рис. 1. Возникает понятие многоступенчатой многоскоростной обработки сигналов (МОС).

На рис. 1 изображена общая структура m-ступенчатого понижения частоты дискретизации. Каждая сту-

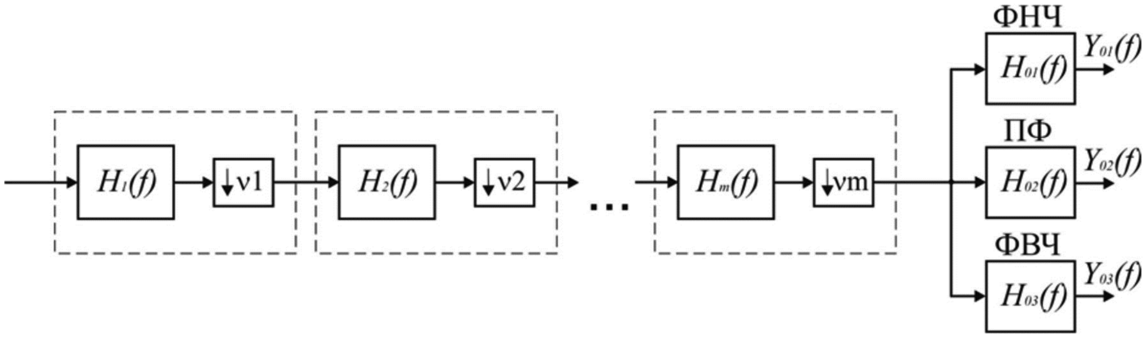


Рис. 1. Общая структура многоступенчатой фильтрации-децимации

пень такой структуры включает в себя фильтр нижних частот с частотной характеристикой $H_i(f)$ и блок прореживания отсчетов в ν_i раз, на практике реализуемые в виде одного блока преобразований, именуемого фильтром-дециматором. Число ступеней m, частотные характеристики фильтров и значения коэффициентов децимации в каждом случае подбираются индивидуально и приводят к различным результатам. Выход последней ступени подается на вход схемы обработки сигнала ВСР, работающей на пониженной частоте дискретизации.

В работе предлагается метод многоскоростной многоступенчатой временной фильтрации сигнала ВСР, при котором структура на рис. 1 используется для анализа ВСР. В этом случае входным сигналом МОС является сигнал с частотой дискретизации порядка 1000 (отс/с). Выход m-й ступени фильтрации-децимации подается на гребенку полосовых фильтров анализа, оценивающих мощность сигнала в высокочастотном, низкочастотном и очень низкочастотном диапазонах ВСР. Таким образом, задачей дальнейших исследований являются расчет структуры, представленной на рис. 1, для случая анализа сигнала ВСР, исследование свойств предложенной структуры, расчет требуемых вычислительных затрат, оценка эффективности предложенного подхода.

Исследование метода многоскоростной многоступенчатой временной фильтрации

Предполагается, что спектральные составляющие модулированного сигнала находятся в диапазоне частот от нуля до 0,4 Гц. По теореме В.А.Котельникова выбирается вторичная частота дискретизации, равная $F_д$ = 2,0 отс/с. Встает задача понижения частоты дискретизации с 1000 отс/с до 2,0 отс/с. При расчете структуры будем минимизировать приведенные вычислительные затраты по методике оптимального проектирования, представленной в [3].

Рабочие фильтры (ФНЧ, ПФ и ФВЧ на рис. 1), предназначенные для обнаружения и выделения соответствующих частотных составляющих в ритме сердца, обрабатывают входные отсчеты, следующие с частотой 2 отс/с. В [5] приведена количественная оценка сокращения вычислительные затраты за счет применения многоступенчатой структуры понижения частоты дискретизации.

Ставится задача оптимизации параметров предложенной многоступенчатой структуры набора узкополосных цифровых фильтров по критерию приведенных вычислительных затрат.

Порядок фильтров анализа ВСР, работающих на пониженной в ν = 500 частоте дискретизации $F_{S4} = F_{S0}/\ \nu$, рассчитывается по формуле [3]:

$$N_0 = N_{НЧ} = N_{ПФ} = N_{ВЧ} = \alpha \cdot \frac{\beta}{\nu} \cdot L\left(\tfrac{\varepsilon_{1доп}}{2m+1}, \varepsilon_{2доп}\right). \qquad (1)$$

где α – показатель прямоугольности АЧХ, β – показатель узкополосности фильтра, $L(\varepsilon_{1доп},\varepsilon_{2доп})$ – логарифмический показатель частотной избирательности, $\varepsilon_{1доп},\varepsilon_{2доп}$ – допустимая неравномерность АЧХ фильтра в полосе пропускания и допустимый уровень боковых лепестков в зоне непрозрачности (затухание в полосе непропускания), ν – коэффициент прореживания.

Выражение для оценки общих вычислительных затрат в единицу времени (в секунду) для m-ступенчатой структуры узкополосного фильтра принимает вид [3]:

$$R_T = \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{N_i}{\prod_{j=1}^{i} \nu_j} + \frac{3 \cdot N_0}{\nu} \right) \cdot F_{S0}. \qquad (2)$$

Коэффициенты прореживания m-ступенчатого оптимизированного ФД, согласно [3], удовлетворяют условию:

$$\nu_j > \nu_{j+1} > \ldots > \nu_m. \qquad (3)$$

При этом требуемая емкость памяти данных и коэффициентов может быть рассчитана по формулам [3]:

$$S = \sum_{j=1}^{m} N_j + N_0; \quad Q = \sum_{j=1}^{m} N_j + 3 \cdot N_0. \qquad (4)$$

Из [3] известно, что при оптимизированных вычислениях наибольший «прирост» выигрыша по эффективности достигается в двухступенчатой структуре (m = 2) и чуть меньший – при переходе от двухступенчатой к трёх- и четырёхступенчатой структурам. Это справедливо для достаточно больших значений коэффициента прореживания ν. Учитывая, что коэффициенты прореживания ν_i на каждой i-й ступени принимают целочисленные значения, а также отвечают условию (3), поиск оптимального распределения коэффициентов можно выполнить, используя перебор всех допустимых сочетаний коэффициентов.

Вычисления произведены при помощи программы *Mathcad* и для наглядности сведены в табл. 1 (число ступеней m = 2) и табл. 2 (число ступеней m = 3).

Таблица 1

v_1	v_2	N_1	N_2	$R_T(v_1,v_2)$ умн. в сек.	$S(v_1,v_2)$ ячеек памяти
250	2	1750	80	12640	2744
125	4	600	160	10600	1674
100	5	500	200	10480	1614
50*	10*	200	400	10280*	1514*
25	20	100	800	11080	1814
20	25	80	1000	11480	1994

Таблица 2

v_1	v_2	v_3	N_1	N_2	N_3	$R_T(v_1,v_2,v_3)$ умн. в сек.	$S(v_1,v_2,v_3)$ ячеек памяти
125	2	2	625	14	86	10708	1709
50	5	2	200	35	86	9792*	1305
25	5	4	100	25	172	10024	1281*
20	5	5	80	25	215	10160	1304
10	10	5	40	50	215	10410	1289
10	5	10	40	20	430	10740	1474

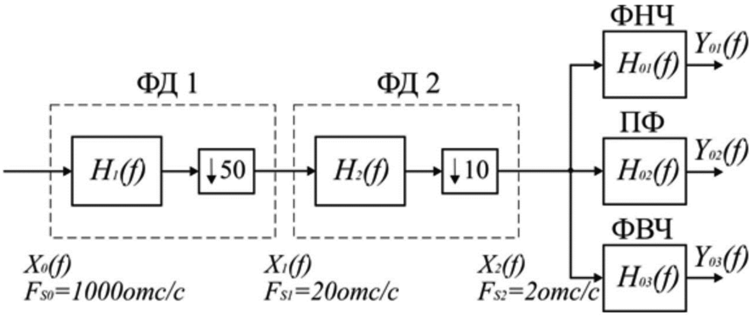


Рис. 2. Оптимальная двухступенчатая структура набора фильтров анализа ВСР

При расчете суммарных вычислительных затрат R_T и емкости памяти данных S, в соответствии с (2) и (4), учитывалось, что N_0 = 914 ячеек при m = 2 и N_0 = 984 при m = 3 [3].

Для сравнения, приведенные вычислительные затраты на одноступенчатую реализацию набора фильтров (m = 1) составляют: R_T = 42000 умн. в сек. и требуют S = 19333 ячейки памяти данных [6].

Принятые оптимальные значения коэффициентов прореживания v_1 = 50 и v_2 = 10, полученные для двухступенчатой структуры (m = 2), выделены в табл. 1 звездочкой. Таким образом, методом перебора всех сочетаний коэффициентов было определено, что переход к двухступенчатой структуре даёт заметный выигрыш по минимизации вычислительных затрат и памяти данных для проектируемой структуры (более 4-х раз по числу операций умножения и 12,8 раз по числу ячеек памяти данных). В тоже время использование трех ступеней ФД (m = 3) не дает заметного выигрыша по отношению к его оптимальной двухступенчатой структуре (m = 2). На рис. 2 представлена оптимальная двухступенчатая структура набора фильтров анализа ВСР с предварительной децимацией.

На рис. 3 показана оптимальная трехступенчатая структура с коэффициентами децимации v_1 = 50, v_2 = 5 и v_3 = 2.

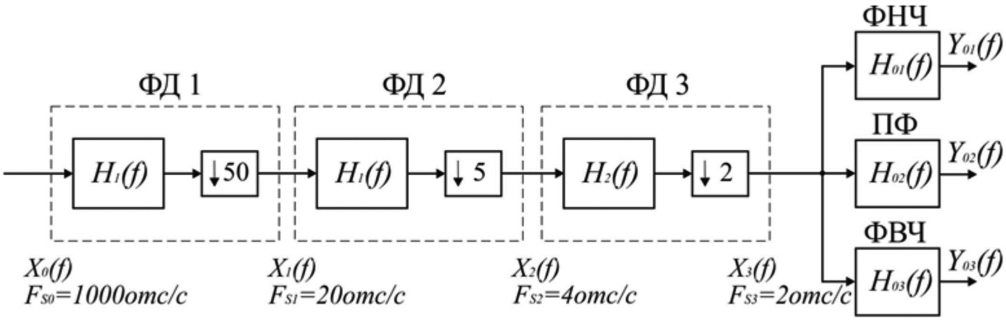


Рис. 3. Оптимальная трехступенчатая структура набора фильтров анализа ВСР

Многоскоростная совместная обработка сигнала дыхания и вариабельности сердечного ритма

Вариабельность сердечного ритма несет в себе информацию о состоянии большого числа систем жизнедеятельности человека. В нормальном состоянии организма человека ВСР обусловлена в основном процессом дыхания, на частоту сердцебиений оказывают влияние фазы дыхания: вдох вызывает угнетение блуждающего нерва, и частота сердцебиений увеличивается, а выдох – раздражение блуждающего нерва и замедление сердечного ритма. Частота дыхания у взрослого человека лежит в диапазоне 0,3-0,5 Гц. Поэтому в нормальном состоянии мощность частотных компонент ВСР в *HF*-диапазоне должна существенно превалировать над более низкими частотами. Если же данный баланс нарушается, то можно говорить о неудовлетворительной работе организма [1, 2]. В ряде случаев у отдельных лиц, страдающих заболеваниями дыхательной системы, а также у высоко тренированных спортсменов, частота дыхательных движений в состоянии относительного физиологического покоя может составлять 8-10 дыханий в минуту. В этом случае составляющие спектра кардиоритмограммы, обусловленные влиянием дыхательного процесса, обычно относящиеся к *HF*-диапазону, попадают в *LF*-диапазон. Таким образом, расчетное отношение *LF/HF* не будет соответствовать реальному состоянию организма. Для исключения принятия ошибочного решения целесообразно учитывать влияние дыхания на ритм сердца [6].

Для адекватного учета влияния дыхания на ритм сердца необходимо обеспечить синхронную запись сигналов, отображающих эти процессы. В работе [7] предложен алгоритм совместной обработки сигналов ВСР и дыхания, его структура показана на рис. 4.

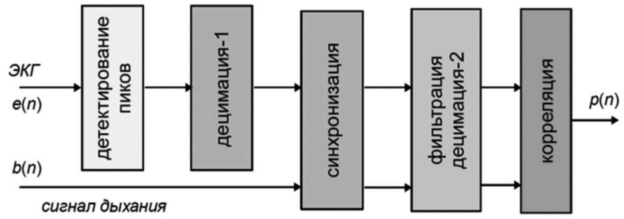


Рис. 4. Алгоритм совместной обработки сигналов ВСР и дыхания

Сигнал ЭКГ регистрируется обычным методом и оцифровывается на исходной относительно высокой частоте дискретизации порядка 1000 отс/с. Реализуется детектирование *R*-зубцов. Параллельно регистрируется и оцифровывается сигнал дыхания.

Следующим этапом реализуется синхронизация. Проблема синхронизации может решаться различными методами. В простейшем случае можно использовать простой способ синхронизации двух сигналов, основанный на поиске максимума коэффициента корреляции при различных относительных смещениях сигналов ВСР и дыхания. Однако данный подход требует больших вычислительных затрат. Действительно, корреляция двух последовательностей дискретных отсчетов длиной N требует N операций умножения с накоплением. Повторение процедуры для всех относительных смещений M сигналов означает общие вычислительные затраты MxN операций умножения с накоплением.

В связи с большой вычислительной сложностью рассматриваемой процедуры синхронизации, до синхронизации выполняется переход на пониженную вторичную частоту дискретизации. Для понижения частоты дискретизации сигнала ВСР на выходе детектора пиков достаточно только проредить отсчеты, не выполняя фильтрации, которая обычно присутствует в схемах многоскоростной обработки сигналов. Это обусловлено тем, что децимация выполняется для ритмограммы, в которой отсутствуют шумы.

После синхронизации сигналов ВСР и дыхания возможна их совместная обработка, в данном случае сводящаяся к определению коэффициента корреляции. При этом обработка может выполняться на частоте дискретизации, отличной от частоты, на которой производилась синхронизация. В алгоритме обработки децимация выполняется в два этапа: децимация-1 и децимация-2. На втором этапе децимация сопровождается фильтрацией, позволяющей сгладить импульсную форму сигналов и предотвратить заворачивание спектра в область низких частот [7].

Для повышения степени синхронности записи последовательностей кардиоритмограммы и пневмограммы можно предложить способ регистрации этих последовательностей [8], учитывающий временные задержки при их обработке.

В момент начала каждого n-го очередного цикла (рис. 5, *б*) сердечного сокращения (кардиоцикла) берут n-й отсчет сигнала пневмограммы (обозначен цифрой 1 на рис. 5, *а*) и задерживают его на время до следующего (n+1)-го цикла сердечного сокращения (обозначено цифрой 2 на рис. 5, *а*), то есть на время измерения

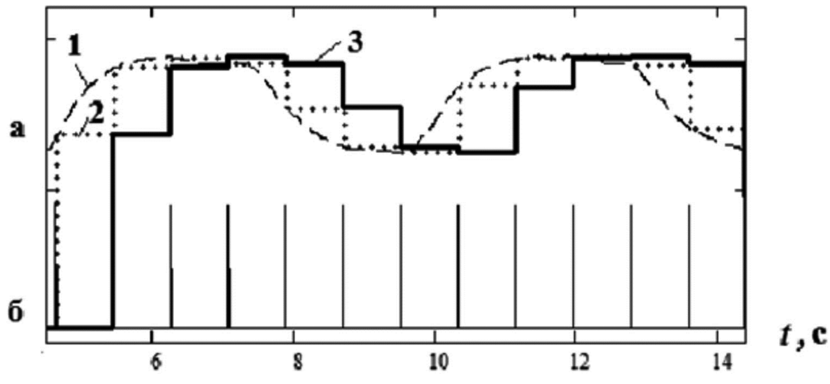


Рис. 5. Иллюстрация процесса обработки отсчетов пневмограммы

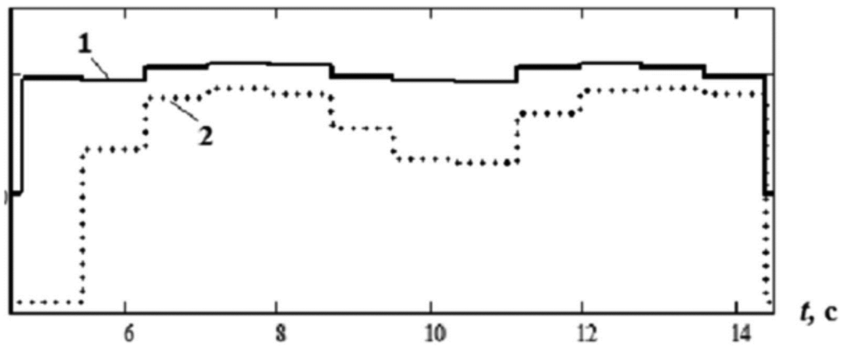


Рис. 6. Синхронизированные последовательности отсчетов пневмограммы и кардиоритмограммы

длительности кардиоцикла. В этот же момент, соответствующий началу каждого n-го очередного цикла сердечного сокращений, начинают измерение длительности текущего n-го кардиоцикла. В момент начала следующего
$(n+1)$-го кардиоцикла запоминают значение длительности предыдущего n-го кардиоцикла (обозначен цифрой 1 на рис. 6) и запоминают значение задержанного n-го отсчета сигнала пневмограммы (обозначены цифрой 3 на рис. 5 *а* и цифрой 2 на рис. 6). Таким образом, регистрация n-го отсчета пневмограммы и значения длительности n-го кардиоцикла произойдет в один и тот же момент времени, обеспечивая формирование синхронизированных временных последовательностей кардиоритмограммы и пневмограммы.

Эти последовательности можно непосредственно анализировать на предмет выявления корреляционной связи между ними. Можно также выполнить интерполяцию этих последовательностей, восстановив промежуточные значения между значениями отсчетов сигнала пневмограммы и между значениями длительностей соседних кардиоциклов. Синхронизация интерполированных последовательностей при этом не нарушится.

Реализация предлагаемых решений на цифровом сигнальном процессоре

Для оценки эффективности практического применения одного из предложенных в работе решений, в частности, оптимальной двухступенчатой структуры набора фильтров анализа ВСР, целесообразно провести разработку программного обеспечения (ПО) для одного из применяемых в настоящее время в промышленности цифрового процессора. В качестве такого процессора был выбран сигнальный процессор 1967ВН028 АО «ПКК «Миландр» как один из немногих процессоров отечественного производства, отвечающий необходимым требованиям по вычислительной производительности и энергопотреблению.

Разработка ПО выполнена в среде *CM-LYNX* со встроенным симулятором процессора, с использованием языка Си. Для реализации фильтрации и фильтрации-децимации использованы функции из состава библиотеки цифровой обработки сигналов.

Тексты программ фильтрации и фильтрации-децимации представлены на рис. 7 и 8.

```
void filter(float x[], float h[], float y[], int Nx, int Nh)
{
    int i, j;
    float a;

    for(i=Nh-1; i<Nx; i++)
        {
         a=0;
         for(j=0; j<Nh; j++)
            {
             a=a+h[j]*x[i-j];
            }
         y[i-(Nh-1)]=a;
        }
}
```

Рис. 7. Код программы фильтрации

```
void filter_decim(float x[], float h[], float b[], int Nx, int Nh, int nu)
{
    int i, j, l;
    float a;

    l=0;
    for(i=Nh-1; i<Nx; i=i+nu)
        {
        a=0;
        for(j=0; j<Nh; j++)
            {
             a=a+h[j]*x[i-j];
            }
            b[l]=a;
            l++;
        }
}
```

Рис. 8. Код программы фильтрации-децимации

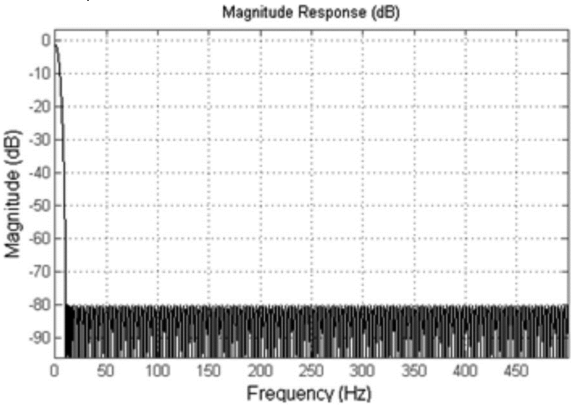
Тестовые данные для обработки формируются аналогично проведенному моделированию. Результат обработки на процессоре совпадает с результатом, полученным в среде моделирования.

Частотные характеристики фильтров-дециматоров оптимальной двухступенчатой структуры анализа ВСР, представленной на рис. 2, приведены на рис.9.

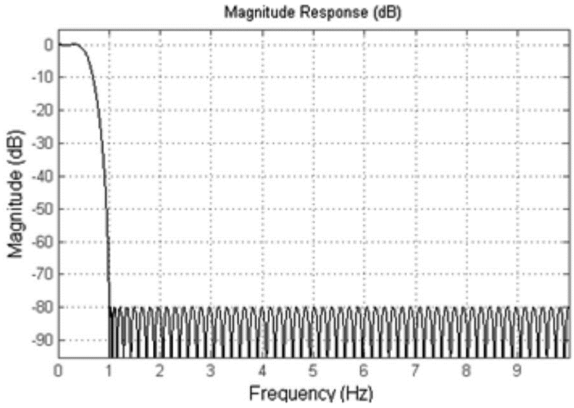
Фильтр, показанный на рис. 9 *а* – фильтр-дециматор первой ступени. Он работает на высокой частоте дискретизации и имеет почти 400 коэффициентов. Затраты на данный фильтр оказываются наибольшими, но благодаря своим характеристикам он позволяет в 50 раз снизить частоту дискретизации и существенно упростить обработку на последующих этапах.

Второй фильтр-дециматор (рис. 9 *б*) работает на промежуточной частоте дискретизации. Его полоса пропускания определяется полосой ВСР, а полоса заграждения начинается с 1 Гц.

Предполагается, что дополнительное программное обеспечение, не рассматриваемое в рамках данной за-



а)



б)

Рис. 9. АЧХ фильтров-дециматоров

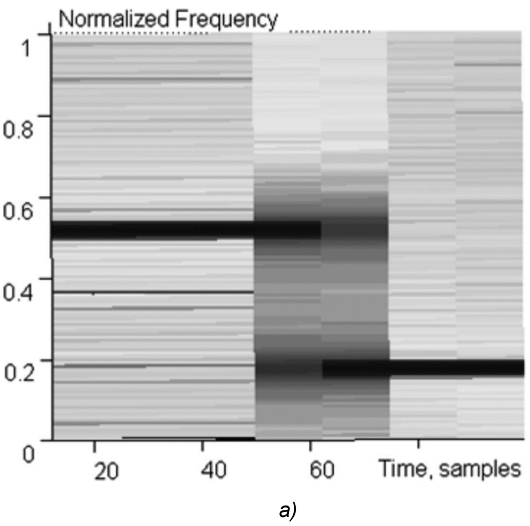
дачи, должно выполнять обнаружение *QRS*-комплексов в ЭКГ-сигнале и формировать короткие импульсы на каждый период ЭКГ. Это означает, что ВСР моделируется последовательностью импульсов с переменной частотой следования или сигналом с частотно- импульсной модуляцией. При моделировании используется синусоидальная модулирующая функция с частотой, «лежащей» внутри ВЧ-поддиапазона в течение первой половины интервала наблюдения и внутри НЧ-поддиапазона во второй половине. Спектрограмма модулирующей функции показана на рис. 10а.

Мощность сигнала непрерывно измеряется на выходе каждого фильтра анализа. Распределение мощности по частотным поддиапазонам дает информацию о функционировании организма человека. Если основная мощность сосредоточена в ВЧ-диапазоне, то ситуация нормальная. Если мощность переходит в другие поддиапазоны, это может говорить о возможных нарушениях в работе функциональных систем организма.

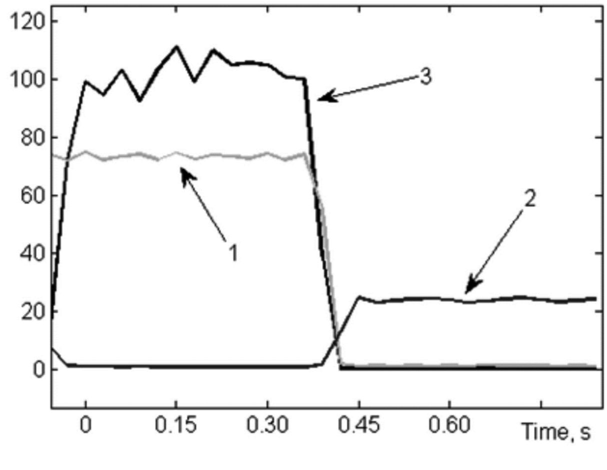
В нашем эксперименте вслед за частотой модулирующей функции выходная мощность ВЧ-фильтра переходит от высокого уровня к низкому в середине интервала анализа (кривая 1 на рис. 10 *б*). Аналогично, мощность НЧ-поддиапазона изменяется с низкого уровня до высокого (кривая 2 на рис. 10 *б*). В результате соотношение мощности ВЧ и НЧ значительно снижается (кривая 3 на рис. 10 *б*) в тот момент, когда входная модулирующая функция изменяет свой характер. Это позволяет разработать правило принятия решений. Нормальная ситуация наблюдается, когда коэффициент мощности выше некоторого заданного порога. В противном случае требуется дополнительное внимание и анализ ситуации.

Полученные путем моделирования результаты позволяют говорить о целесообразности реализации предложенной структуры алгоритма обработки на вычислительной элементной базе. При этом с практической точки зрения представляет интерес оценка вычислительных затрат и затрат памяти, характеризующих полученное ПО.

Оценка времени обработки производится с применением регистра-счетчика тактов *CCNT0*. Значение в данном регистре увеличивается на единицу на каждом такте. Регистр доступен для чтения программно. Считав значения регистра до начала интересующего нас фрагмента кода и по окончанию данного фрагмента по их разности можно получить число таков, потраченных на обработку. С учетом тактовой частоты процессора можно перейти от числа тактов ко времени, измеряемом в секундах.



а)



б)

Рис. 10. Спектрограмма входного тестового сигнала (а) и результаты моделирования (б)

Для оценки затрат памяти, требуемых оптимальной структурой многоскоростной обработки кардиосигнала, требуется найти объем памяти программ и памяти данных. Объем памяти программы можно получить, проанализировав содержимое *map*-файла, формируемого на этапе сборки проекта ПО или по адресам программы, отображаемым в окне отладки среды разработки. В рассматриваемом случае они составили 784 байта. Затраты памяти данных делятся на память коэффициентов фильтров и память входных отсчетов фильтров, а также вспомогательные переменные. Последними можно пренебречь, так как их доля незначительна по сравнению с первыми двумя факторами. Затраты на коэффициенты и отсчеты фильтров легко получить из исходного текста программы. Один КИХ-фильтр порядка N требует хранения $(N+1)$ коэффициентов и $(N+1)$ входных отсчетов. Каждое значение в формате с плавающей запятой занимает 4 байта. Таким образом, КИХ-фильтр требует $2*(N+1)*4$ байт памяти. Зная порядки всех фильтров, нетрудно подсчитать затраты памяти на всю структуру.

Время обработки одного выходного отсчета на пониженной частоте дискретизации для рассматриваемой структуры оказалось на практике равным 10392116 тактов процессора или с учетом тактовой частоты процессора 450М Гц: 23 мс.

Затраты памяти при указанных выше порядках фильтров с учетом описанной методики составили: 784+2*(169+1)*4+2*(84+1)*4 = 2824 байта.

Таким образом, предложенный алгоритм является практически реализуемым. Современная вычислительная элементная база может быть применена для изготовления устройства, использующего предложенный подход к обработке кардиосигнала.

Заключение

В рамках настоящей работы разработаны метод совместной синхронной регистрации пневмограммы и кардиоритмограммы, обеспечивающий повышение достоверности оценки влияния сигнала дыхания на ритм сердца и алгоритмы обработки этих сигналов на основе МОС, позволяющие существенно снизить вычислительные затраты. Разработанная оптимальная структура набора фильтров анализа ВСР реализована на стандартном сигнальном процессоре. Проведена оценка затрат времени на обработку и необходимого объема памяти.

Литература

1. Баевский Р. М., Иванов Г.Г. и др. Анализ вариабельности сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем (часть 1). Вестник аритмологии. 2001. № 24. С.65-86.
2. Task Force of the European Society of Cardiology and North American Society of Pacing and Electrophysiology. Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation and clinical use. Circulation. 1996, vol. 93(5), pp.1043-1065.
3. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь, 1993. 240 с.: ил.
4. Патент РФ 2440023. Способ выявления периодических составляющих в ритме сердца. Л.В. Демина, О.В. Мельник, А.А. Михеев. Опубл. 20.01.2012. Бюллетень № 2.
5. Витязева Т.А., Михеев А.А. Применение многоскоростной обработки сигналов в задачах анализа вариабельности сердечного ритма. Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 3 (выпуск 49). С.14-21.
6. Витязева Т.А., Витязев С.В., Михеев А.А. Оптимальное проектирование фильтра анализа вариабельности сердечного ритма. Цифровая Обработка Сигналов. 2015. № 2. С. 18-22.
7. Tatyana Vityazeva; Sergey Vityazev; Anatoly Mikheev, Synchronization of Heart Rate and Respiratory Signals for HRV Analysis, 2018 7th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), Year: 2018, pp. 549-552.
8. Патент РФ № 2722263. Способ формирования синхронизованных последовательностей кардиоритмограммы и пневмограммы и устройство для его осуществления. Т.А. Витязева, А.А. Михеев. Опубл. 28.05.2020. Бюллетень № 16.

Всероссийская конференция

«Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий» («РЕУС - 2023»)

06 – 08 июня 2023 г. Россия, Москва

THE ALL-RUSSIAN CONFERENCE
(WITH THE INTERNATIONAL PARTICIPATION)
"THE RADIO-ELECTRONIC DEVICES AND SYSTEMS FOR THE INFOCOMMUNICATION TECHNOLOGIES" ("REDS-2023")

Конференция посвящена «Дню Радио»

ПРИГЛАШАЕМ ВАС ПРИНЯТЬ УЧАСТИЕ В РАБОТЕ КОНФЕРЕНЦИИ

ОРГАНИЗАТОРЫ:

- Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова
- Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
- Московский технический университет связи и информатики
- Отделение РАН

ПРИ УЧАСТИИ:

- ОАО «Концерн радиостроения «Вега»
- ФГУП «НИИР»
- Балтийский федеральный университет им. И. Канта
- Владимирский государственный университет
- Московский авиационный институт
- Московский энергетический институт
- Московский институт электронной техники
- Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
- Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского
- Министерство высшего образования и науки РФ
- Нижегородский технический госуниверситет им. Р.Е. Алексеева
- Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина
- Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
- Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
- Ульяновский государственный технический университет
- Ярославский государственный университет

ВСЕРОСИЙСКИЙ ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Председатель: академик РАН **Никитов Сергей Аполлонович**
Заместитель Председателя: академик РАН **Панченко Владислав Яковлевич**

Сопредседатели: д.т.н. **Ашурбейли И.Р.,** академик РАН **Бугаев А.С.,** академик РАН **Кузнецов Н.А.**

Члены Оргкомитета: проф. Бартенев В.Г., проф. Дроздов Б.В., проф. Калошин В.А., проф. Поборчая Н.Е., проф. Постников И.И., доц. Самсонов Г.А., проф. Сергеев В.А., проф. Степанов С.Н., проф. Хорев А.А., проф. Чиров Д.С., проф. Шорин О.А.

ВСЕРОСИЙСКИЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

Председатель: академик РАН **Чаплыгин Юрий Александрович**
Заместитель Председателя: академик РАН **Кузнецов Николай Александрович**

Члены Программного комитета: проф. Аджемов А.С., д.т.н. Борисов В.П., д.т.н. Бутенко В.В., член-корр. РАН Верба В.С., проф. Витязев В.В., проф. Петровский А.А. (Беларусь), д.э.н. Сеилов Ш.Ж. (Казахстан), проф. Скородумов А.И., проф. Ямпурин Н.П.