# УДК 621.372.54

# ВЗВЕШЕННАЯ ЧЕБЫШЕВСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ В СИНТЕЗЕ ФОРМИРУЮЩИХ КИХ-ФИЛЬТРОВ ДЛЯ СИСТЕМ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ

Мингазин А.Т., в.н.с., к.т.н., РАДИС Лтд, Москва, Зеленоград, e-mail: alexmin@radis.ru

# WEIGHTED CHEBYSHEV APPROXIMATION IN DESIGN OF PULSE-SHAPING FIR FILTERS FOR DIGITAL COMMUNICATION SYSTEMS

# Mingazin A.T.

The paper discusses the design problem of a matched pulse-shaping linear-phase FIR filter pair for digital communication systems. It is necessary to obtain filters with the given stopband attenuation and minimum ISI level. The design method based on the weighted Chebyshev approximation using the Remez algorithm is compared with several alternative approaches. Examples of pulse-shaping filter taken from the literature show that this method does not always result in repetition or improvement of known solutions. However, the proposed modification which involved additional requirements for the transition band of filters, could help to eliminate such difficulty. As a result there are obtained filters with significantly improved parameters. All this is confirmed by trade-off curves, coefficients and magnitude responses of filters as well as ISI levels.

**Key words:** matched pulse-shaping linear-phase FIR filter pair, weighted Chebyshev approximation, Remez algorithm, transition band requirements, trade-off curves, stopband attenuation and inter-symbol interference.

Ключевые слова: пара согласованных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров, взвешенная чебышевская аппроксимация, алгоритм Ремеза, требования к переходной полосе, кривые компромисса, ослабление в полосе задерживания и межсимвольная интерференция.

#### Введение

Благодаря простоте реализации и ряду других известных причин применение пары идентичных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров в системах цифровой связи наиболее предпочтительно. Хотя такие фильтры не позволяют получить нулевую межсимвольную интерференцию (МСИ), свойственную согласованной паре формирующих нелинейнофазовых КИХ-фильтров, тем не менее они могут обеспечить достаточно низкий ее уровень. Широко

используемый аналитический синтез линейно-фазовых КИХ-фильтров с частотной характеристикой вида корень квадратный из приподнятого косинуса (Square Root Raised Cosine – SRRC) при приемлемом порядке не всегда обеспечивает заданные требования, особенно при малом факторе ската (roll-off). По этой причине разработано большое количество численных методов синтеза, например, [1-5], отличающихся степенью сложности и получаемыми результатами.

В [6] исследованы три метода синтеза квантованных формирующих КИХ-фильтров прямой структуры. Первый – на основе SRRC-подхода, а второй [1] и третий [5] – на основе взвешенной чебышевской аппроксимации (ВЧА) с применением алгоритма Ремеза (см., функции remez, cremez, gremez в среде MATLAB). Третьему методу соответствует двухэтапная ВЧА для полуполосного фильтра и амплитудного корректора, каскадное соединение которых образует формирующий фильтр. Синтез

Рассматривается проблема синтеза пары согласованных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Требуется получить фильтры с заданным ослаблением АЧХ в полосе задерживания и минимальным уровнем межсимвольной интерференции. Метод синтеза на основе взвешенной чебышевской аппроксимации с применением алгоритма Ремеза сравнивается с несколькими альтернативными подходами. На примерах формирующих фильтров, взятых из литературы, показано, что данный метод не всегда приводит к повторению или улучшению известных решений. Однако предлагаемая в статье его модификация, связанная с предъявлением дополнительных требований к переходной полосе фильтров, может способствовать устранению этой трудности. Результатом являются фильтры со значительно улучшенными параметрами. Все это подтверждается кривыми компромисса, коэффициентами и АЧХ фильтров, а также уровнями межсимвольной интерференции.

с использованием каждого из этих методов был направлен на достижение требуемых уровней ослабления АЧХ в полосе задерживания и МСИ при минимальных значениях порядка и длины слова коэффициентов. Наилучшие результаты получены для метода [1].

В данной статье продолжено исследование метода синтеза на основе ВЧА [1], который наряду с SRRC подходом сравнивается с другими альтернативами, описанными в [2-4, 7]. Синтез предполагает достижение требуемого ослабления АЧХ в полосе задерживания и минимального уровня МСИ. При этом проблема квантования коэффициентов не затрагивается. На примерах формирующих КИХ-фильтров прямой структуры, взятых из [3, 4], показано, что метод [1] не всегда приводит к желаемым результатам. Однако предлагаемая в данной статье его модификация, связанная с добавлением требований к переходной полосе проектируемых фильтров, может способствовать устранению этой проблемы, приводя к значительному улучшению результатов.

# Синтез формирующих КИХ-фильтров на основе ВЧА

В [1] для синтеза формирующих КИХ-фильтров используется метод ВЧА с применением алгоритма Ремеза. В отличие от обычного проектирования фильтров нижних частот предлагается контролировать переходную

полосу, задав уровень  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  на средней частоте этой по-

лосы, границы которой зависят от желаемого фактора ската. Для получения минимальной МСИ подбирается вес, задаваемый для уровня АЧХ в полосе задерживания. В то же время вес для уровня в полосе пропускания принят единичным. Вес, контролирующий уровень на средней частоте, можно также положить единичным, хотя он оказывает некоторое влияние на конечный результат. Таким образом, метод синтеза [1] помимо контроля одной точки в переходной полосе предполагает многократное применение алгоритма Ремеза. Результаты такого синтеза и его детали обсуждаются в [1, 6]. Назовем этот метод – ВЧА-1, эффективность которого проиллюстрируем на примерах 1 – 4, рассмотренных далее.

Предложим модификацию этого метода. Суть обновленного подхода, назовем его ВЧА-Р, заключается в использовании дополнительно к одной, как в методе ВЧА-1, еще Р-1 точек для контроля переходной полосы на частотах, равномерно расположенных в пределах этой полосы, не включая ее границ. Предполагается, что Р – нечетное. При этом необходимо найти лишь уровни АЧХ для (Р-1)/2 частот первой половины переходной полосы, поскольку для второй половины они определяются через уровни первой, что снижает МСИ [4]. В случае Р = 3 требуется установить уровень лишь одной точки. Для P > 3 проблема усложняется. Однако был найден подход, связанный с введением вспомогательного параметра, по которому определяются уровни всех (Р-1)/2 точек. Детали этого подхода требуют еще некоторого осмысления, и поэтому их опустим. Здесь лишь отметим, что увеличение числа точек, не улучшает АЧХ фильтра. Поэтому нецелесообразно задавать Р заведомо большим. Вес для всех точек в переходной полосе полагается единичным. Было установлено, что его изменение, как и в методе ВЧА-1, может оказывать некоторое влияние на результат. Эффективность усложненного метода ВЧА-Р проиллюстрируем на примерах 3 и 4, рассмотренных далее, ограничившись *P* = 3 и 5.

# Альтернативные методы синтеза формирующих КИХ-фильтров

Дадим краткую характеристику ряду альтернативных методов синтеза формирующих линейно-фазовых КИХфильтров. Конкретные фильтры, полученные всеми этими методами, включая ВЧА-Р, используем далее для сравнения.

#### Нелинейное программирование

Предложенный метод синтеза КИХ-фильтров в [2] основан на целевой функции, минимизация которой приводит к решениям с балансом между ослаблением в полосе задерживания, уровнем МСИ, чувствительностью к джиттеру синхронизации и/или уменьшенным отношением пиковой и средней мощности модулированного сигнала. Управление весами в целевой функции позволяет достигать улучшения одних параметров за счет ухудшения других. Предложен алгоритм нелинейного программирования (НЛП), высокая эффективность которого продемонстрирована на примерах синтеза. При этом в качестве начальных приближений использованы SRRC-фильтры, что, как отмечено, не гарантирует нахождения глобально оптимальных решений.

#### Выпуклая оптимизация

В [3] предложена процедура синтеза КИХ-фильтров, связанная с решением задачи квадратичного программирования с линейными и квадратичными ограничениями, которую можно решить с помощью пакетов выпуклой оптимизации (ВО). Спроектированные фильтры обладают низкими уровнями МСИ и энергии в полосе задерживания в сравнении с ранее представленными в литературе.

#### Полуаналитический метод

Метод синтеза КИХ-фильтров, предложенный в [4], можно назвать полуаналитическим (ПА). Для фиксированных значений коэффициента передискретизации, фактора ската и групповой задержки (связанной с порядком фильтра) задается маска в виде идеальной АЧХ фильтра для ряда равномерно расположенных частот в основной полосе, включая полосы пропускания, задерживания и переходную. С помощью ОБПФ определяется выражение для импульсной характеристики через неявно заданные уровни АЧХ на частотах переходной полосы. Для нахождения значений этих уровней, число которых растет с увеличением порядка фильтра, но много меньше числа его коэффициентов, решается система нелинейных уравнений. Полученный таким образом фильтр обладает большим ослаблением в полосе задерживания и низким уровнем МСИ, что подтверждено на примерах.

#### Метод стандарта CDMA IS-95

В стандарте CDMA IS-95 [7] приведены коэффициенты формирующего КИХ-фильтра, АЧХ которого, как можно убедиться, является равноволновой и с некоторым запасом удовлетворяет требованиям заданного плана допусков. Метод синтеза не упоминается.

#### SRRC-подход в стандарте UMTS

Вариант SRRC-фильтра представлен в стандарте UMTS [8]. Несомненным преимуществом SRRC-подхода перед другими методами является его простота. Расчет формирующего КИХ-фильтра выполняется по замкнутому выражению, зависящему от коэффициента передискретизации, фактора ската и порядка фильтра. Для получения заданного ослабления в полосе задерживания, особенно при малом факторе ската, порядок может оказаться неприемлемо большим.

#### Примеры синтеза формирующих КИХ-фильтров

Представим четыре примера синтеза формирующих КИХ-фильтров. Два из них иллюстрируют возможность метода ВЧА-1 [1] в повторении или улучшении решений



Рис. 1. Кривые компромисса для ВЧА-1(а) и обычного синтеза КИХ-фильтров (б)

методами [2, 3, 7, 8], а два других – возможность методов ВЧА-3 и -5 в значительном улучшении решений методами ВЧА-1 и ПА [4].

Далее для широко известных параметров формирующих фильтров будем использовать следующие обозначения: *a*<sub>0</sub> – минимальное ослабление АЧХ в полосе задерживания, Peak ISI (Peak of Inter-Symbol Interference) – пиковый уровень МСИ, RMS ISI (Root Mean Square of Inter-Symbol Interference) – среднеквадратичный уровень МСИ. Кроме того, положим, что все частоты нормированы относительно частоты дискретизации.

Пример 1. Требования к формирующему фильтру стандарта CDMA IS-95 [7] следующие:

- частота дискретизации 1;
- коэффициент передискретизации 4;
- порядок фильтра N = 47;

– модуль отклонения АЧХ от 0 дБ в полосе пропускания 0 – 0,12 не более 1,5 дБ;

– минимальное ослабление АЧХ в полосе задерживания 0,15055 – 0,5 не менее 40 дБ.

Проведем сравнение ряда формирующих фильтров, удовлетворяющих этим требованиям. Параметры фильтра из стандарта [7] рассчитаем по представленным в нем коэффициентам, а параметры фильтров, синтезированных методами НЛП [2] и ВО [3], позаимствуем из [3]. Кроме того, выполним расчет фильтра методом ВЧА-1 [1] для фактора ската 0,2044, соответствующего частоте 0,15055. Как и в [3], минимизируем уровень RMS ISI.

В табл. 1 представлены параметры всех перечисленных фильтров. Здесь и далее в других таблицах прочерки означают отсутствие данных. Как видим, методы ВО и ВЧА-1 приводят к решениям с идентичными значениями ослабления *a*<sub>0</sub> и уровня RMS ISI. При оценке *a*<sub>0</sub> нормировка АЧХ выполнена из условия -1,5 дБ на границе полосы пропускания.

На рис. 1 *а* показана кривая компромисса (trade-off curve) для метода ВЧА-1, где найденное решение отмечено знаком \* и стрелкой. Кривая иллюстрирует, как это решение может быть улучшено по одному из парамет-

ров  $a_0$  или RMS ISI за счет ухудшения другого. Здесь также стрелками указаны характерные точки, которые свидетельствуют о преимуществе метода ВЧА-1 перед методами CDMA IS-95 и НЛП. В этом можно убедиться, сравнивая цифры для точек на кривой рис. 1 а и данные в табл. 1. Отметим, что для RMS ISI > -18 дБ нарушаются требования по заданному отклонению АЧХ в полосе пропускания. Интересно, что применение метода ВЧА-3 для данного примера не приводит к улучшению результатов. На рис. 1 б показана кривая компромисса для обычного синтеза КИХ-фильтров, т.е., без контроля переходной полосы, но с многократным применением алгоритма Ремеза, как в методе ВЧА-1. Сопоставление равных уровней ослабления а<sub>0</sub> на рис. 1 а и б показывает, что введением в [1] контроля лишь одной точки в переходной полосе проектируемого фильтра можно существенно уменьшить уровень RMS ISI, и особенно при ао = 40 дБ.

Метод	а₀, дБ	RMS ISI, дБ	Peak ISI, дБ
CDMA IS-95	46	-16,4	-6,2
НЛП	42	-24,3	-
BO	40	-28,7	-
ВЧА-1	40	-28,7	-20,4

Таблица 1. Параметры формирующих фильтров(N = 47)

Существует ли другая кривая компромисса (для какого-то иного метода синтеза), которая проходит выше кривой на рис. 1 *а*? Если нет, то для данного примера метод ВЧА-1 является оптимальным.

На рис. 2 представлена нормированная АЧХ полученного фильтра, соответствующая данным табл. 1 для метода ВЧА-1. На рис. 2 пунктирными линиями показаны заданные допуски. Здесь также указана контролируемая точка (знак +) в переходной полосе с координатами 0,125, -3,01 дБ. Коэффициенты этого фильтра приведены в табл.2.

Заметим, что если в методе ВЧА-1 вместо RMS ISI минимизировать Peak ISI, то параметры, указанные в табл. 1 для этого метода, сохраняются за исключением незначительного улучшения Peak ISI до -20,7 дБ.



Рис. 2. Нормированная АЧХ формирующего фильтра (N = 47) в основной полосе (а) и в полосе пропускания (б), полученная методом ВЧА-1

Таблица 2. Коэффициенты фильтра (N = 47)

i	$h_i = h_{49-i}$	i	$h_i = h_{49-i}$	
1	0,00766433	13	0,00256374	
2	-0,02492241	14	0,07366351	
3	-0,02822055	15	0,11264336	
4	-0,02465760	16	0,08085801	
5	-0,00654104	17	-0,02246427	
6	0,02004220	18	-0,14792710	
7	0,03922809	19	-0,21230625	
8	0,03513300	20	-0,13921197	
9	0,00398359	21	0,09595224	
10	-0,03933359	22	0,44211395	
11	-0,06673525	23	0,78608856	
12	-0,05354879	24	1	
<i>i</i> =1 - 48				

Пример 2. Требования к формирующему фильтру из [3] следующие:

- частота дискретизации 1;

- коэффициент передискретизации 4;

– порядок фильтра N = 48;

 – модуль отклонения АЧХ от 0 дБ в полосе пропускания 0 – 0,12 не более 2 дБ;

– минимальное ослабления АЧХ в полосах задерживания:

0,156 - 0,168 не менее 34 дБ;

0,168 – 0,3274 не менее уровней, заданных прямой линией со значениями 34 дБ и 59,5 дБ на краях полосы;

0,3274 – 0,5 не менее 59,5 дБ.

Эти требования соответствуют маске, полученной ранее (см. [3]) на основе SRRC-фильтра с фактором ската 0,22, рекомендованного в стандарте UMTS [8].

В табл. 3 представлены параметры трех фильтров, а именно рассчитанного методом ВО в [3], а также полученных методами SRRC и ВЧА-1 при выполнении данной работы. Расчет фильтра методом ВЧА-1 проведен для фактора ската 0,248, соответствующего заданной частоте 0,156. При этом, как и в [3], минимизирован уровень RMS ISI. Как видим, методы ВО и ВЧА-1 позволяют существенно улучшить результаты, соответствующие методу SRRC. В то же время метод ВО несколько уступает методу ВЧА-1.

Таблица 3. Параметры формирующих фильтров(N = 48)

Метод	RMS ISI, дБ	Peak ISI, дБ
SRRC	-38,5	-29,7
BO	-56,7	-
ВЧА-1	-60,54	-48,9

На рис. З показана кривая компромисса для метода ВЧА-1, где виден минимум RMS ISI. Здесь ослабление  $a_0$ соответствует заданной частоте 0,156. Как видим, изменению Peak ISI на доли децибела соответствует изменение  $a_0$  в пределах 2,5 дБ. Заметим, что для любой точки на этой кривой выполняются все требования, обусловленные маской.



Рис. 3. Кривая компромисса для метода ВЧА-1

Для сравнения на рис. 4 *а* и б приведены нормированные АЧХ фильтров, соответствующие методам SRRC и ВЧА-1, там же пунктиром показана маска. Нормировка выполнена из условия -2 дБ на границе полосы пропускания. Коэффициенты фильтра, найденного методом ВЧА-1, даны в табл.4.



Рис. 4. Нормированные АЧХ формирующих фильтров (N = 48), полученных методами SRRC (a) и ВЧА-1(б)

	Таолица	г <del>ч</del> . Козффицие	енты фильтра (1) – 40
i	$h_i = h_{50-i}$	i	$h_i = h_{50-i}$
1	0,00341290	14	0,01813791
2	0,00332505	15	0,07697570
3	-0,00124520	16	0,09637068
4	-0,00862168	17	0,04502138
5	-0,01175696	18	-0,06516213
6	-0,00472436	19	-0,17217032
7	0,01088340	20	-0,18915141
8	0,02449226	21	-0,05220208
9	0,02254050	22	0,23560127
10	-0,00037837	23	0,59191843
11	-0,03323940	24	0,88612884
12	-0,05183808	25	1
13	-0,03464677	26	0,88612884
		<i>i</i> =1 – 49	

Таблица 4.	Коэффициенты фильтра	$(N = \cdot$	48)
------------	----------------------	--------------	-----

Пример 3. Требования к формирующему фильтру: – частота дискретизации 1;

- коэффициент передискретизации 2;

– порядок фильтра N = 46;

– фактор ската 0,25;

– минимальное ослабления АЧХ в полосе задерживания не менее 65 дБ.

Для этих требований проведем сравнение формирующих фильтров, полученных обсуждаемыми методами. Расчет SRRC-фильтра выполним по общепринятой методике, а фильтра, соответствующего методу ПА, – по соотношениям и значениям уровней АЧХ в переходной полосе, представленным в [4]. Значение RMS ISI для метода НЛП позаимствуем из [4]. Выполним также расчеты фильтров методом ВЧА-Р, *P* = 1, 3, 5. При этом минимизируем RMS ISI. Оценку ослабления *a*<sub>0</sub> проведем из условия – максимум нормированной АЧХ равен 0 дБ.

В табл. 5 представлены параметры всех перечисленных фильтров. Заметим, что автор [4] вместо *a*<sub>0</sub> использует оценки ослабления мощности для фрагментов полосы задерживания. Согласно этим оценкам по графику в [4], метод НЛП в лучшем случае проигрывает методу ПА около 12 дБ. Как видим, метод SRRC значительно уступает всем другим методам. Для методов ВЧА-3 и -5 приведены данные по двум решениям.

Таблица 5.	Параметры	формирующих	фильтров	(N =	= 46)
------------	-----------	-------------	----------	------	-------

	,		
Метод	а₀, дБ	RMS ISI, дБ	Peak ISI, дБ
SRRC	31	-53	-45
НЛП	-	-84	-
ПА	65	-72	-60
ВЧА-1	79,6	-62,7	-49
DILA 2	81	-72	-60
БЧА-Э	58	-84	-71
DILA 5	65,6	-80,4	-69
БЧА-Э	62	-84	-71

Первое решение методом ВЧА-3 в сравнении с ПА позволяет существенно увеличить ослабление *a*<sub>0</sub> при сохранении уровня МСИ, а в сравнении с методом ВЧА-1 – существенно уменьшить уровень МСИ, причем даже при некотором увеличении *a*<sub>0</sub>. В то же время первое решение методом ВЧА-5 дает минимальные значения уровней МСИ при удовлетворении требования *a*<sub>0</sub> ≥ 65 дБ.

Вторые решения методами ВЧА-3 и -5 не удовлетворяют требованию по *a*<sub>0</sub>, но, согласно табл. 5, наряду с решением методом НЛП, дают самые низкие и идентичные значения RMS ISI. Как видим, метод ВЧА-5 в сравнении с ВЧА-3 приводит к увеличению *a*<sub>0</sub>.

На рис. 5 *а*-в представлены кривая компромисса для метода ВЧА-1 и семейства таких кривых для методов ВЧА-3 и -5, где можно наблюдать значения *a*<sub>0</sub> и RMS ISI приведенные в табл. 5.

Семейство на рис. 5 б обусловлено различными уровнями (от -0,2129 до -0,0575 дБ) нормированной АЧХ в переходной полосе для дополнительной контролируемой точки в методе ВЧА-3. Для указанного верхнего решения этот уровень равен -0,0728 дБ, а для нижнего – -0,1769 дБ. Заметим, что более точное описание окрестности верхнего решения не дает лучшего значения RMS ISI. Семейство на рис. 5 в обусловлено различными уровнями нормированной АЧХ в переходной полосе сразу для двух дополнительных контролируемых точек в методе ВЧА-5. Каждой кривой семейства соответствует свое значение упомянутого ранее вспомогательного параметра. Двигаясь по левому фронту каждого из семейств можно в достаточно широких диапазонах изменять соотношение между значениями ослабления и



Рис. 5. Кривая компромисса для метода ВЧА-1 (а) и семейства кривых компромисса для методов ВЧА-3 (б) и ВЧА-5 (в)

МСИ. Отметим, что для обсуждаемого примера метод ВЧА-7 не дает привлекательных результатов.

Для сравнения на рис. 6 *а-г* показаны нормированные АЧХ для четырех фильтров. Методам ВЧА-3 и -5 соответствуют данные в табл. 5 с ослаблением  $a_0 > 65$  дБ. Вертикальные пунктирные линии соответствуют частотам, определяемым по заданному коэф-



фициенту ската, а горизонтальная пунктирная линия фиксирует заданный уровень ослабления. На рис. 6 также указаны и контролируемые точки (значок +) переходной полосы. Лишь одна из них (координаты 0,25, -3,01 дБ) повторяется на всех четырех графиках. Коэффициенты фильтра, найденные методом ВЧА-5, даны в табл. 6.





Рис. 6. Нормированные АЧХ формирующих фильтров (N = 46), полученных методами SRRC (a), ПА (б), ВЧА-3 (в) и ВЧА-5 (г)

	Таблица 6.	Коэффици	енты фильтра (N = 46
i	$h_i = h_{48-i}$	i	$h_i = h_{48-i}$
1	-0,00019868	13	-0,01360447
2	0,00014820	14	-0,01770374
3	0,00010435	15	0,02743521
4	0,00003691	16	0,02478019
5	0,00005559	17	-0,05111666
6	-0,00117141	18	-0,03189583
7	0,00057290	19	0,09335399
8	0,00303172	20	0,03795420
9	-0,00206044	21	-0,18465211
10	-0,00651535	22	-0,04207268
11	0,00598117	23	0,60259852
12	0,01137596	24	1
		<i>i</i> =1- 47	

Пример 4. Требования к формирующему фильтру:

- частота дискретизации 1,

- коэффициент передискретизации 2,

– порядок фильтра N = 62,

– фактор ската 0,25,

 – минимальное ослабления АЧХ в полосе задерживания не менее 63 дБ.

Для данного примера сравним формирующие фильтры, полученные методами SRRC, НЛП, ПА, ВЧА-1 и -3. Расчет SRRC-фильтра выполним по общепринятой ме-



тодике. Как и в предыдущем примере, воспользуемся результатами, достигнутыми методами НЛП и ПА в [4]. Для данного примера метод НЛП, согласно критерию оценки ослабления, применяемому в [4], превосходит метод ПА примерно на 10 дБ. Методы ВЧА-1 и -3 используем для минимизации уровня Peak ISI. Нормировка АЧХ как в предыдущем примере.

В табл. 7 представлены параметры всех обсуждаемых фильтров. Метод SRRC значительно уступает методам ПА и ВЧА-3 как по ослаблению *a*<sub>0</sub>, так и по МСИ (RMS ISI и Peak ISI), а также методу НЛП по уровню RMS ISI. Метод ВЧА-1 приводит к чрезмерно большому ослаблению и к уровням МСИ, сопоставимым лишь с достигнутыми методом SRRC. Все параметры фильтра, полученные методом ВЧА-3, много лучше найденных методом ПА. Кроме того, метод ВЧА-3 приводит к улучшению значений RMS ISI и, возможно, *a*<sub>0</sub>, достигнутых методом НЛП.

Таблица 7. Параметры формирующих фильтров (N = 62)

Метод	а <sub>0</sub> , дБ	RMS ISI, дБ	Peak ISI, дБ
SRRC	33,8	-57,9	-49,1
НЛП	-	-108	-
ПА	63	-94	-82
ВЧА-1	107,5	-64	-48,7
ВЧА-3	77,3	-115	-99



Рис. 7. Кривая компромисса для метода ВЧА-1 (а) и семейство кривых компромисса для метода ВЧА-3 (б)



Рис. 8. Нормированные АЧХ формирующих фильтров (N = 62), полученных методами SRRC (a), ПА (б), ВЧА-1 (в) и ВЧА-3 (г)

i	$h_i = h_{64-i}$	i	$h_i = h_{64-i}$		
1	0,00001311	17	-0,00444197		
2	-0,00004955	18	-0,00825816		
3	0,00004412	19	0,00926709		
4	0,00008040	20	0,01294261		
5	-0,00016585	21	-0,01783872		
6	-0,00002066	22	-0,01858658		
7	0,00018331	23	0,03220887		
8	0,00011960	24	0,02472176		
9	-0,00028315	25	-0,05598588		
10	-0,00035855	26	-0,03067118		
11	0,00041493	27	0,09768030		
12	0,00104767	28	0,03566867		
13	-0,00085164	29	-0,18801305		
14	-0,00241218	30	-0,03900384		
15	0,00196239	31	0,60565269		
16	0,00475758	32	1		
	<i>i</i> = 1-63				

Таблица 8.	Коэффициент	ы фильтра	(N)	= 62
1 4011444 0.	1.0000000000000000000000000000000000000	bi qo an bi i pa	1 4 1	-

На рис. 7 а и б показана кривая компромисса для метода ВЧА-1 и семейство таких кривых для метода ВЧА-3, где можно видеть точки минимума Peak ISI, указанные в табл. 7. Семейство на рис. 7 б обусловлено различными уровнями (от -0,0873 до -0,0763 дБ) нормированной АЧХ в переходной полосе для дополнительной контролируемой точки в методе ВЧА-3. Для кривой, соответствующей минимуму Peak ISI, этот уровень равен -0,0829 дБ.

Для сравнения на рис. 8 *а-г* представлены нормированные АЧХ четырех фильтров. Вертикальные и горизонтальные пунктирные линии, а также точки, помеченные знаком +, пояснены в примере 3. Коэффициенты фильтра, найденные методом ВЧА-3, даны в табл. 8.

# Заключение

Рассмотрена проблема синтеза пары согласованных формирующих линейно-фазовых КИХ-фильтров для систем цифровой связи. Синтез предполагает получение заданного ослабления АЧХ в полосе задерживания и минимального уровня МСИ. Метод синтеза на основе взвешенной чебышевской аппроксимации с применением алгоритма Ремеза при дополнительном контроле переходной полосы в одной точке и подборе веса для уровня АЧХ в полосе задерживания сравнивается с несколькими альтернативными подходами, использующими функцию корень квадратный из приподнятого косинуса, нелинейное программирование, выпуклую оптимизацию и полуаналитическую процедуру, включающую численное решение системы нелинейных уравнений. На примерах формирующих фильтров, взятых из литературы, показано, что этот метод не всегда приводит к повторению или улучшению известных решений. Однако предложенная в статье его модификация, связанная с добавлением еще нескольких условий для контроля переходной полосы, может способствовать значительному улучшению этих решений как по ослаблению в полосе задерживания при аналогичном значении МСИ, так и по каждому из этих параметров.

#### Литература

1. Siohan P., Moreau de Saint-Martin F. New designs of linear-phase transmitter and receiver filters for digital transmission systems // IEEE Trans. 1999. CAS-II, vol. 47, no. 4, pp. 428-433.

2. Farhang-Boroujeny B. A square-root Nyquist (M) filter design for digital communication systems // IEEE Trans on SP. 2008, vol. 56, no. 5, pp. 2127-2132.

3. Ashrafi A. Optimized linear phase square-root Nyquist

ал. Коренной С.А. Купециса ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ



FIR filters for CDMA IS-95 and UMTS standards// Signal Processing. 2013, vol. 93, no. 4, pp. 866-873.

4. Traverso S. A family of square-root Nyquist filter with low group delay and high stopband attenuation // IEEE Communication Letters. 2016, vol. 20, no. 6, pp. 1136-1139.

5. Xiao R., Lei Q., Guo X., Du W., Zhao Y. A design of two sub-stage square-root Nyquist matched filter// IEEE Access. 2018, vol. 6, May, pp. 23292-23302.

6. Мингазин А.Т. Синтез квантованных формирующих КИХ-фильтров для систем цифровой связи //Цифровая обработка сигналов. 2021. № 4. С. 3-15.

7. Proposed EIA/TIA interim standard. Wideband spread spectrum digital cellular system dual-mode mobile stationbase station compatibility standard. Tech. Rep. TR 45.5. Qualcomm Inc. San Diego. CA (Apr. 1992).

8. Universal mobile telecommunications systems (UMTS); UMTS terrestrial radio access (UTRA); concept evaluation. Tech. Rep. TR 101 146 version 3.0.0 (1997-12). Euro. Telecommun. Stand. Inst. Sophia Antipolis. France (Dec. 1997).

# НОВЫЕ КНИГИ

Основы статистической теории радиотехнических систем: Учебное пособие под ред. А.В. Коренного. М.: Изд-во Радиотехника, 2021 г. 240 с.: ил.

Приведены необходимые сведения из теории вероятностей, случайных процессов и математической статистики, и на их основе рассмотрены статистические методы анализа линейных и нелинейных систем. На базе теории фильтрации изложены современные методы синтеза радиоэлектронных систем различного назначения, основы теории информации и методы статистического моделирования. Методика применения теоретических результатов к решению практических задач проиллюстрирована содержательными примерами.

Предназначено для слушателей и курсантов военных вузов, а также студентов вузов, обучающихся по специальности «Радиоэлектронные системы и комплексы». Может быть аспирантам и преподавателям вузов, занимающихся вопросами синтеза и анализа радиотехнических устройств и систем.

# Гаврилов К.Ю., Каменский И.В., Кирдяшкин В.В., Линников О.Н.

Моделирование и обработка радиолокационных сигналов в МАТLАВ: Учебное пособие. М.: Изд-во Радиотехника, 2020 г. 264 с.: ил.

Рассмотрены методы моделирования радиолокационных сигналов при отражении от сложных целей, принципы моделирования аналоговых и цифровых устройств обработки сигналов, включающие формирование двумерной матрицы цифровых отсчетов, методы согласованной фильтрации, обнаружения и обработки сигналов в импульсно-доплеровских радиолокационных системах.

Показаны примеры обработки наиболее распространенных видов радиолокационных сигналов – импульсных, с линейной частотной модуляцией и фазо-кодоманипулированных сигналов. Приведены программы моделирования и обработки сигналов в среде MATLAB.

Для студентов, аспирантов и инженеров, изучающих и использующих теорию радиолокации и методы моделирования и обработки радиолокационных сигналов. Будет полезна научным работникам и разработчикам радиолокационных систем.