

УДК 621.396.96

## ПОРОГОВАЯ ОБРАБОТКА ПРИ МЕЖОБЗОРНОМ ОБНАРУЖЕНИИ ОТРАЖЕННОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО НЕКОРРЕЛИРОВАННОГО ШУМА

*Белокуров В.А., к.т.н., доцент кафедры РТС Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru*

*Кошелев В.И., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой РТС Рязанского государственного радиотехнического университета им. В.Ф. Уткина, e-mail: koshelev.v.i@rsreu.ru*

### ALGORITHM FOR STABILIZING THE LEVEL OF FALSE ALARMS WITH MULTI-FRAME ACCUMULATION OF RADAR SIGNALS

*Koshelev V.I., Belokurov V.A.*

*The paper considers the synthesis of the algorithm for stabilizing the level of false alarms with the multi-frame accumulation of reflected radar signals, which allows analytically calculating the detection threshold. A feature of the proposed algorithm is the use of the apparatus of characteristic functions, which makes it possible to calculate the detection threshold analytically excluding time-consuming numerical calculations of the convolution of distribution densities at each survey. At the final stage of the algorithm, linear interpolation of the dependence of the probability of a false alarm is performed. The effectiveness of the proposed algorithm is estimated by comparing the results of the analytical calculation of the detection thresholds and the thresholds obtained by the method of extremal statistics. Using simulation modeling, it is shown that the use of linear interpolation allows for a gain in the threshold signal-to-noise ratio of about 0.2 dB.*

**Key word:** multi-frame accumulation, CFAR, characteristic functions.

**Ключевые слова:** межобзорное обнаружение, нестационарный шум, пороговая обработка.

#### Введение

В настоящее время одной из актуальных задач радиолокации является обнаружение объектов с малым значением эффективной площади рассеивания, значение которой может лежать в диапазоне [1]: от  $0,01 \text{ м}^2$  до  $0,5 \text{ м}^2$ . Это приводит к тому, что дальность обнаружения подобных объектов радиолокационными средствами уменьшается.

Одним из перспективных направлений развития современных радиолокационных систем, позволяющих увеличить дальность обнаружения, является реализация межобзорного накопления отражённых сигналов [2] в соответствии с принципом «сопровождение до обнаружения», в рамках которого обнаружение объекта выполняется на основе критерия Неймана-Пирсона. При этом пороговая обработка имеет ряд особенностей, связанных с тем, что закон распределение решающей статистики на входе порогового устройства является негауссовским [3]. Однако аналитически вычислить порог обнаружения возможно только в случае гауссовского шума [4].

Поэтому на практике применяют различные численные методы аппроксимации плотности распределения решающей статистики на входе порогового устройства [5], либо порог обнаружения вычисляют предварительно для различных значений дисперсии шума и после чего расчетные данные загружают в память [6]. При этом, описанные в литературе алгоритмы предполагают неизменной дисперсию шума от обзора к обзору. Кроме

*Разработан алгоритм вычисления порога обнаружения, применимый для алгоритма межобзорного обнаружения на фоне нестационарного по дисперсии некоррелированного шума. Найдено аналитическое выражение для нормированной случайной величины на входе алгоритма межобзорного накопления. Проанализировано влияние объёма выборки, используемой для оценки дисперсии шума, на характеристики обнаружения алгоритма межобзорного накопления отражённых сигналов. Путём численного моделирования показано, что при объёме выборки  $M$  больше 64 отсчётов потери в пороговом отношении сигнал-шум не превосходят 0,1 дБ по сравнению с алгоритмом межобзорного накопления, в котором значение дисперсии шума на каждом обзоре известно точно.*

того, не рассмотрен вопрос влияния выбора количества отсчётов, используемых для оценивания дисперсии шума на эффективность обнаружения.

Цель работы – разработка адаптивного алгоритма вычисления порога обнаружения при нестационарном по дисперсии шуме, что позволяет снизить потери при обнаружении сигнала в алгоритме межобзорного накопления [6].

#### Синтез алгоритма

В работе [7] описан синтез алгоритма «сопровождения до обнаружения». Полученное решающее правило имеет вид:

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}_k | z_k) = z_k + \max_{\mathbf{x}_{k-1} \in T(\mathbf{x}_k)} (\mathbf{I}(\mathbf{x}_{k-1} | z_{k-1})), \quad (1)$$

где  $T(\bullet)$  – область возможного перехода объекта между  $k$ -м и  $(k-1)$ -м обзорами;  $k$  – текущий номер обзора,  $k = 0 \dots K-1$ ;  $K$  – число обзоров, которое используется для обнаружения траектории объекта;  $z_k$  – входные отсчёты алгоритма межобзорного накопления на  $k$ -м обзоре. В

случае использования корреляционно-фильтровой схемы обработки отсчёты  $z_k$  представляют собой квадраты амплитудного спектра в каналах дальности и скорости и угловых координат.

Вектор состояния  $\mathbf{x}_k$  содержит параметры траектории движения объекта. Параметры траектории в данном подходе дискретизируются с учётом ширины канала по соответствующей координате вектора  $\mathbf{x}_k$ . Размерность решающего правила [3]  $\mathbf{I}(\mathbf{x}_k | z_k)$  определяется размерностью вектора состояния  $\mathbf{x}_k$ .

Размерность  $T(\bullet)$  определяется размерностью вектора состояния  $\mathbf{x}_k$ , которая определяется количеством измеряемых координат РЛС. Ниже рассмотрен пример применения разработанного алгоритма для трёхкоординатной РЛС. Размерность вектора состояния равна шести:

$$\mathbf{x}_k = [R \quad V \quad \alpha]^T,$$

где  $R$  – дальность до объекта;  $V$  – скорость объекта;  $\alpha$  – азимут объекта.

Максимальный размер области  $T(\bullet)$  определяется на основе априорных данных о параметрах движения обнаруживаемых объектов согласно рис. 1.

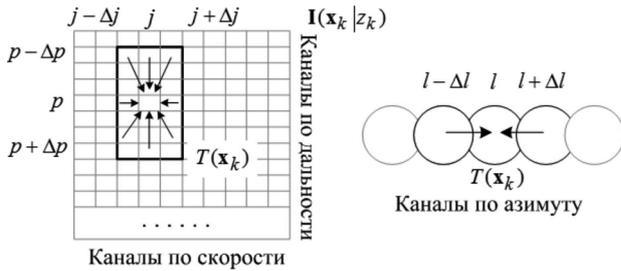


Рис. 1. Определение области возможного перехода объекта между  $k$ -м и  $(k-1)$ -м обзорами

На рис. 1 введены обозначения:  $(p, j, l)$  – положение объекта на  $k$ -м обзоре, соответствующее  $p$ -му каналу дальности,  $j$ -у – по скорости,  $l$ -у – по азимуту. Максимальное изменение дальности, скорости и азимута за период обзора определяется выражениями:  $\Delta p = V_{\max} T_{\text{обз}} / \delta R$ ,  $\Delta j = a_{\max} T_{\text{обз}} / \delta V$ ,  $\Delta l = V_{\alpha \max} T_{\text{обз}} / \delta \alpha$ , где  $V_{\max}$ ,  $a_{\max}$ ,  $V_{\alpha \max}$  – максимально возможная скорость объекта, ускорение объекта и скорость изменения азимута, соответственно;  $T_{\text{обз}}$  – период обзора;  $\delta R$ ,  $\delta V$ ,  $\delta \alpha$  – разрешающая способность по дальности, скорости и азимуту, соответственно. Стрелками на рис. 1 обозначены возможные перемещения объекта между двумя обзорами.

Обнаружение объекта происходит при превышении статистикой (1) порога обнаружения:

$$\left\{ \mathbf{I}(\mathbf{x}_k | z_k)_{p,j,l} \geq \xi_0 \right\}_{p=0, j=0, l=0}^{N_R-1, N_V-1, N_\alpha-1},$$

где  $N_R, N_V, N_\alpha$  – число дискретных состояний вектора  $\mathbf{x}_k$  по дальности, скорости и азимуту, соответственно.

В решающем правиле (1) отсчёты  $z_k$  при обнаружении когерентной пачки импульсов со случайной амплитудой и начальной фазой могут быть описаны в каждом

$p$ -м канале по дальности,  $l$ -м канале по азимуту и  $j$ -м канале по скорости могут быть представлены в виде [2]:

$$z_k = \left| \mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_j^* \right|^2,$$

где  $\mathbf{y}_k$  – отражённая пачка импульсов на  $k$ -м обзоре;  $\mathbf{s}_j$  – вектор опорного сигнала в  $j$ -м канале по скорости;  $T$  – знак транспонирования;  $*$  – знак комплексного сопряжения.

Структурная схема обнаружителя, реализующего вычисление решающего правила (1) показана на рис. 2.

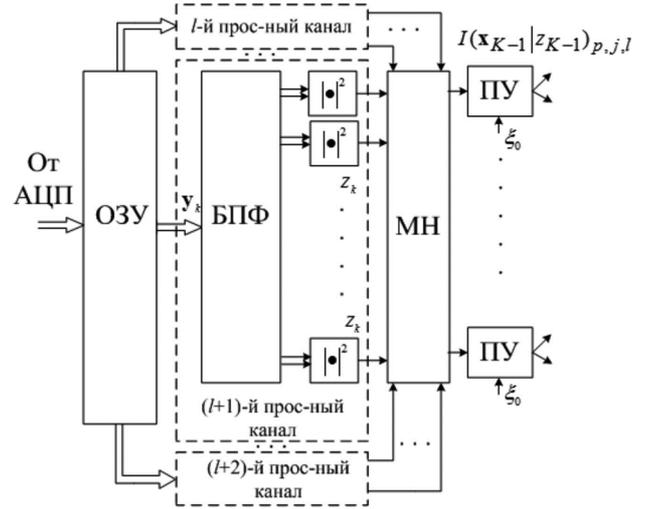


Рис. 2. Структурная схема обнаружителя, реализующего вычисление статистики (1)

На рис. 2 введены следующие обозначения: ОЗУ – оперативное запоминающее устройство; АЦП – аналого-цифровое преобразование; МН – межобзорное накопление; ПУ – пороговое устройство. В блоке МН происходит вычисление решающего правила (1). При этом предполагается [4], что дисперсия шума известна и порог обнаружения  $\xi_0$  вычисляется с учётом размера области  $T(\bullet)$  и числа обзоров  $K$ .

С учётом нормировки по дисперсии шума решающее правило (1) будет иметь вид:

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}_k | z_k) = \frac{z_k}{\hat{\sigma}_w^2} + \max_{s_{k-1} \in T(s_k)} (\mathbf{I}(\mathbf{x}_{k-1} | z_{k-1})), \quad (2)$$

где  $\hat{\sigma}_w^2$  – оценка дисперсии шума, [2], вид:  $\hat{\sigma}_w^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} z_i$ .

Выражение (2) отличается от известного [4], тем, что оно предполагает межобзорное накопление нормированных по дисперсии отсчётов.

Согласно выражению (2) структурная схема межобзорного обнаружителя на фоне нестационарного шума имеет вид, показанный на рис. 3.

На рис. 3 введено обозначение: БО – блок оценки, в котором происходит вычисление оценки дисперсии шума  $\hat{\sigma}_w^2$ .

С целью вычисления порога обнаружения необходимо найти законы распределения слагаемых выражения (2). Найдём закон распределения первого слагаемого в выражении (2).

Известно [8], что закон распределения суммы случайных величин с экспоненциальным законом и диспер-

сией  $\sigma_w^2$  описывается гамма-распределением:

$$p_z(y) = \frac{1}{\Gamma(M)\sigma_w^2} \left(\frac{y}{\sigma_w^2}\right)^{M-1} \exp\left(-\frac{y}{\sigma_w^2}\right),$$

где  $\Gamma(\bullet)$  – гамма функция. С учётом нормировки суммы  $\sum_{i=0}^{M-1} z_i$  на  $M$  плотность распределения оценки дисперсии  $\hat{\sigma}_w^2$  будет иметь вид:

$$p_{\hat{\sigma}_w^2}(y) = M p_z(My) = \frac{1}{M\Gamma(M)\sigma_w^2} \left(\frac{My}{\sigma_w^2}\right)^{M-1} \exp\left(-\frac{My}{\sigma_w^2}\right).$$

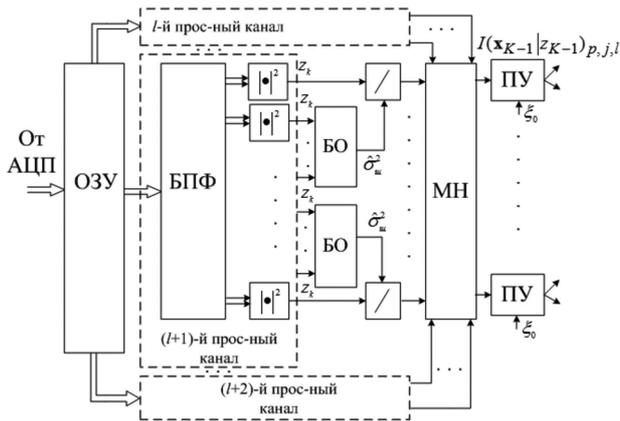


Рис. 3. Структурная схема межобзорного обнаружителя на фоне нестационарного шума

Согласно [2] плотность распределения вероятностей  $p_z(x)$  статистики  $z_k$  при обнаружении когерентной пачки импульсов со случайной амплитудой и начальной фазой соответствует экспоненциальному закону распределения.

Таким образом, необходимо найти закон распределения частного двух случайных величин с известными законами распределения и которое описывается выражением [8]:

$$p_{norm}(z) = \int_0^\infty y p_z(zy) p_{\hat{\sigma}_w^2}(y) dy. \tag{3}$$

Подставим в (3) выражения для плотности распределения статистики  $z_k$  и плотности распределения  $p_{\hat{\sigma}_w^2}(y)$ . Тогда с учётом табличного интеграла [9]:

$$\int_0^\infty y^m \exp(-\beta y^n) dy = \frac{\Gamma(\gamma)}{n\beta^\gamma},$$

где  $\gamma = (m+1) \setminus n$ . Выражение для плотности распределения случайной величины  $z_k$  после ряда преобразований примет вид:

$$p_{norm}(z) = \left(1 + \frac{z}{M}\right)^{-(M+1)}.$$

Анализ выражения (4) показывает, что распределение нормированной случайной величины от дисперсии шума  $\sigma_w^2$  не зависит, а зависит от объёма выборки  $M$ , используемой для оценки дисперсии шума  $\hat{\sigma}_w^2$ . Это приводит к тому, что распределение статистик  $I(x_k | z_k)$  также не зависит от дисперсии шума.

Таким образом, для вычисления порога обнаружения алгоритма межобзорного накопления необходимо найти закон распределения решающего правила (2) для каждого  $(p, j, l)$  – го канала. При этом плотность распределения первого слагаемого определяется выражением (4), плотность распределения второго слагаемого меняется в процессе накопления.

Порог обнаружения для заданного  $M$  состоит из следующих этапов:

1) формирование выборки  $N_m$  случайных величин, распределённых в соответствии с закон распределения (4), которое зависит от числа отсчётов  $M$ ;

2) на основе данных п.1 сформировать выборку случайных величин на входе ПУ для одного из  $(p, j, l)$  – го канала  $I(x_k | z_k)_{p,j,l}$ ;

3) используя выводы теоремы Фишера-Типпета-Гнеденко [10] найти параметры обобщенного распределения Парето, которое используется для описания «хвоста» распределения случайных величин на входе ПУ. При этом, зависимость вероятности ложной тревоги от порога обнаружения может быть описана выражением:

$$F(\xi_0) = 1 - \frac{M_{th}}{N_m} \left(1 + \frac{c(\xi_0 - u_{th})}{a}\right)^{-\frac{1}{c}},$$

где  $a, c$  – параметры обобщённого распределения Парето;  $M_{th}$  – число отсчётов на входе порогового устройства, превысивших порог  $u_{th}$ . Выбор порога  $u_{th}$  производится на основе метода «peak-over-threshold» [11] по отсчётам  $I(x_k | z_k)_{p,j,l}$  на входе ПУ при гипотезе  $H_0$ .

4) вычисление порога обнаружения:

$$\xi_0 = u_{th} + \frac{a}{c} \left( \left( F \frac{N_m}{M_{th}} \right)^{-c} - 1 \right).$$

Вычисленный порог обнаружения не зависит от дисперсии шума, вычисляется до работы РЛС и закладывается в память РЛС.

**Результаты моделирования**

Рассмотрим влияние числа отсчётов  $M$  на характеристики обнаружения. Результаты показаны на рис. 4.

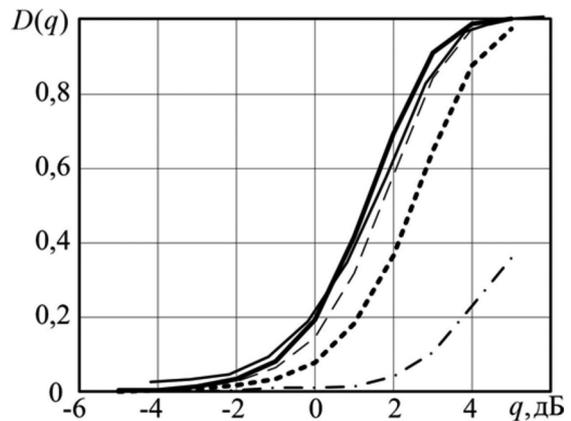


Рис. 4. Характеристики обнаружения

На рис. 4 введены следующие обозначения: штрих-пунктирная линия соответствует  $M = 8$ ; жирная пунктир-

ная линия –  $M = 16$ ; тонкая пунктирная линия –  $M = 32$ ; тонкая сплошная –  $M = 64$ ; жирная сплошная – случайю точного знания дисперсии шума на каждом из обзоров. Зависимости на рис. 4 построены при следующих условиях: обработка - корреляционно-фильтровая; число обзоров  $K = 5$ , вероятность ложной тревоги  $F = 10^{-3}$ ; модель движения объекта – линейная; на этапе первичной обработки измеряются: дальность, азимут; величина области  $T(\cdot)$ :  $q_R = 3$ ,  $q_V = 3$ ,  $q_\alpha = 3$ . Уменьшение потерь в пороговом отношении сигнал-шум при увеличении  $M$  связано со снижением порога обнаружения.

## Заключение

Таким образом, в работе решен вопрос вычисления порога обнаружения для алгоритма межобзорного накопления на фоне нестационарного по дисперсии некоррелированного шума. Найдено аналитическое выражение для нормированной случайной величины на входе блока межобзорного накопления сигнала при нормировке отсчетов к оценке дисперсии шума. Проанализировано влияние объема выборки  $M$ , на характеристики обнаружения алгоритма межобзорного накопления отраженных сигналов при изменении дисперсии от обзора к обзору. Путем численного моделирования показано, что при объеме выборки  $M$  больше 64 отсчетов потери в пороговом отношении сигнал-шум не превосходят 0,1 дБ при накоплении данных с  $K = 5$  обзоров, по сравнению с алгоритмом, который требует точного знания дисперсии шума.

## Литература

1. Информационные технологии в радиотехнических системах. Под ред. И.Б. Федорова. М.: Из-во МГТУ им.

Н.Э. Баумана. 2011. 848 с.

2. Blackman S., Popoli R. Design and analysis of modern tracking systems. L. Artech House: 1999. 1185 p.

3. Johnston L. A., Krishnamurthy V. Performance analysis of a dynamic programming track before detect algorithm // IEEE Transactions Aerospace Electronics System. 2002, vol. 38, pp. 228-242.

4. Tonissen S.M., Evans R.J. Performance of dynamic programming techniques for track-before-detect // IEEE Transactions Aerospace Electronics System. 1996, vol. 32, pp. 1440-1451.

5. Белокуров В.А. Стабилизация уровня ложной тревоги при обнаружении объекта на фоне негауссовского шума // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2018 № 4. С. 22-27.

6. Shulin L., Xinliang C., Tao Z., Le Z. New analytical approach to detection threshold of a dynamic programming track-before-detect algorithm // Radar, sonar and navigation. 2013, no. 8, pp.773-779.

7. Barniv Y. Dynamic programming solution for detecting dim moving target // IEEE Transactions Aerospace Electronics System. 1985, no. 1, pp. 144-156.

8. Горяинов В.Т., Журавлёв А.Г., Тихонов В.И. Статистическая радиотехника: Примеры и задачи. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.И. Тихонова. М.: Сов. радио. 1980. 544 с.

9. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. Table of integrals, series, and products. L. Elsevier: 2007. P. 1221.

10. Gumbel E.J. Statistics of Extremes. New York. 2004.

11. Крянев А. В., Лукин Г. В., Удунян Д. К. Метрический анализ и обработка данных. М.: Физматлит, 2012. 308 с.

## Уважаемые коллеги!

*Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).*

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом 200 экз.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Перечень изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, приборостроения, информационных технологий, информационно-измерительных и управляющих систем. Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в базу данных Web of Science – Russian Science Citation Index (287-я позиция)

## Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

– № 2 июль 2022 г. Тематический выпуск по материалам 24-й Международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение-DSPA».

– № 3 сентябрь 2022 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».

– № 4 декабрь 2022 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

– № 1 март 2023 г. Тематический выпуск: «ЦОС в инфокоммуникационных системах».

## Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.

2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.

1/2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

Ждем Ваших предложений.

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора

д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru