

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СИСТЕМ СВЯЗИ С ОГРАНИЧЕННОЙ ЧАСТОТНОЙ ПОЛОСОЙ КАНАЛОВ

Пахотин В.А., д.ф.-м.н., профессор, профессор Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта, e-mail: VPakhotin@kantiana.ru;

Власова К.В., к.ф.-м.н., доцент Балтийской государственной академии РФ, e-mail: p_ksenia@mail.ru;

Петров С.В., аспирант Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта, e-mail: VPakhotin@kantiana.ru;

Алещенко А.Н., доцент Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта;

Симонов Р.В., аспирант Института физико-технических наук и информационных технологий Балтийского федерального университета им. И. Канта

POTENTIAL CAPABILITIES OF COMMUNICATION SYSTEMS WITH LIMITED FREQUENCY BAND CHANNELS

Pakhotin V.A., Vlasova K.V., Petrov S.V., Aleshchenko A.N., Simonov R.V.

The problem of sealing channels in communication systems with a limited frequency band is considered. The solution of this problem is proposed on the basis of filters of maximum truthfulness, which can be filtered by channel signals from the composition of the group of them in the region of their inertomulativeness the expressions that determine the structure, impulse and frequency characteristics of filters of maximum truthfulness. Their distinctive features are discussed. The issues of restrictions on communication systems due to the ratio of uncertainty are discussed. The results of model calculations illustrating the potential to solve the problem of channel sealing problems in communication systems. The filtering results are analyzed for signals modulated by Cebyshev window features. The potential features of filtering signal constellations in a two-channel communication system with small frequency differences are analyzed.

Key words: communication systems with limited frequency band of channels, uncertainty ratio, Cebyshev's window functions, unorthogonal signals, truth-like functionality, Communication channel seal.

Ключевые слова: системы связи с ограниченной частотной полосой каналов, соотношение неопределенности, оконные функции Чебышева, неортогональные сигналы, функционал правдоподобия, уплотнение каналов.

Введение

Современные системы связи характеризуются достаточно высокой эффективностью использования выделенной полосы частот и скоростью передачи информации. Однако постоянно возрастающая потребность в передаче информационных потоков приводит к острому дефициту частотных полос и необходимости решения задачи уплотнения каналов связи. В настоящее время эта задача частично решается за счет развития методов сжатия информации, за счет использования частотно-амплитудно-фазовой модуляции, за счет разработки систем связи в новых частотных диапазонах. Однако эти возможности решения задачи уплотнения каналов связи в настоящее время практически исчерпаны. В связи с этим актуальными и востребованными являются исследования направленные на развитие новых методов уплотнения каналов связи.

Анализ функционирования существующих систем связи приводит к выводу, что основным ограничением для них является известное в радиотехнике соотношение неопределенности, связывающее (для простых сигналов) эффек-

Рассмотрена проблема уплотнения каналов в системах связи с ограниченной частотной полосой. Предложено решение этой проблемы на основе фильтров максимального правдоподобия, позволяющих проводить фильтрацию канальных сигналов из состава группового сигнала в области их неортогональности. Выведены выражения, определяющие структуру, импульсные и частотные характеристики фильтров максимального правдоподобия. Обсуждаются их отличительные особенности. Решаются вопросы ограничений в системах связи, обусловленных соотношением неопределенности. Приведены результаты модельных расчетов, иллюстрирующих потенциальные возможности решения проблемы уплотнения каналов в системах связи. Анализируются результаты фильтрации для сигналов, модулированных оконными функциями Чебышева. Анализируются потенциальные возможности фильтрации сигнальных созвездий в двухканальной системе связи с малым частотным различием каналов.

тивную ширину спектра сигнала ΔF с эффективной длительностью сигнала ΔT ($\Delta F \Delta T \leq 1$) ([1, 2, 3, 4]. Фактически соотношение неопределенности разделяет совокупность сигналов, используемых в системах связи, на две области. К первой области (области ортогональности) относятся сигналы, которые взаимодействуют на уровне боковых лепестков спектров или корреляционных функций. Ко второй области (области неортогональности) относятся сигналы, которые взаимодействуют своими основными лепестками спектров или корреляционных функций. Эф-

фективность систем связи (удельная скорость передачи

$K = \frac{C}{\Delta F}$ бит/сек/Гц, в которых используются сигналы из первой области, определяется теоремой Шеннона. Теорема Шеннона устанавливает предельную скорость передачи информации C , зависящую от ширины выделенной полосы частот ΔF и отношения энергии сигнала к энергии шума E_c / E_u [9].

$$C = \Delta F \log_2 \left(1 + \frac{E_c}{E_u} \right). \quad (1)$$

Если $E_c / E_u = 1$, тогда скорость передачи информации по Шеннону определяется лишь выделенной полосой частот ΔF , равной в этом случае ширине основного лепестка спектра передаваемого символа (сигнала). При использовании П-образных фильтров для ограничения спектра сигнала, длительность сигнала увеличивается на величину переходного процесса. Это увеличение длительности сигнала приводит к межсимвольной интерференции и учитывается защитными интервалами. В этом случае реальная скорость передачи информации R_1 отличается от предельной скорости C . При этом значение ΔF остается прежним и эффективность использования полосы частот уменьшается. В современных системах связи для ограничения сигнала во времени и исключения боковых лепестков в спектре сигнала используют модуляцию сигнала оконными функциями [8, 9]. В этом случае длительность символа не меняется и скорость передачи символов определяется теоремой Шеннона. Однако эффективная ширина основного лепестка спектра сигнала ΔF увеличивается и эффективность использования полосы частот уменьшается. Это учитывается введением частотных защитных интервалов. В работах [8, 9] рассматриваются возможности увеличения эффективности использования выделенной частотной полосы за счет оптимизации структуры оконной функции или за счет разработки различных методов компенсации межсимвольной интерференции. Однако ограничение эффективности систем связи и скорости передачи информации, связанные с соотношением неопределенности при этом остаются.

Основной целью настоящей работы является обоснование возможности использования в системах связи неортогональных сигналов, относящихся ко второй области (к области, в которой соотношение неопределенности не выполняется) и оценка потенциально достижимой эффективности и потенциально возможной скорости передачи информации в такого рода системах связи. Исследования в этом направлении проводятся в БФУ имени И. Канта [6, 7] и в работах В.И. Слюсар [5].

Основные положения теории

Анализ функционирования существующих систем связи показывает, что основным блоком, ограничивающим их эффективность и скорость передачи данных, является блок фильтрации канальных сигналов из группового сигнала. Возможности фильтрации, используемых в современных системах связи фильтров, в том числе и согласованных с сигналом, ограничены соотношением неопределенности. Неортогональные сигналы, которые характеризуются частичным совмещением во времени (с частично

совпадающими корреляционными функциями) или частично совмещенными по частоте спектрами не могут быть отфильтрованы существующими фильтрами. Однако метод максимального правдоподобия [2, 3] позволяет определить структуру новых фильтров. Они представлены в [6, 7] как фильтры максимального правдоподобия. Их основой являются уравнения правдоподобия. Уравнения правдоподобия содержат информацию о корреляционных взаимосвязях сигналов, содержащихся в групповом сигнале. Их решение при известных частотах сигналов ω_m ($m = 1 \div M$) (определяет структуру фильтров максимального правдоподобия, которые содержат в себе составляющие, исключая воздействие сопутствующих сигналов на выделенный сигнал. Вследствие этого фильтры максимального правдоподобия могут использоваться для фильтрации канальных сигналов из группового сигнала в условиях их неортогональности.

Рассмотрим вопросы формирования фильтров максимального правдоподобия более подробно. Запишем принятую реализацию $\hat{Y}(t)$ в виде суммы радиоимпульсов и аддитивного шума $\hat{U}_u(t)$.

$$\hat{Y}(t) = \sum_{m=1}^M \hat{U}_m \exp(i\omega_m t) + \hat{U}_u(t) \quad (2)$$

где \hat{U}_m – комплексная амплитуда m -сигнала, ω_m – круговая частота m -сигнала, $\hat{U}_u(t)$ – аддитивный шум, квадратные компоненты которого имеют нормальное распределение с дисперсией σ^2 и средним нулевым значением.

На основании (2) запишем функционал правдоподобия.

$$\Delta \left(\hat{U}_1, \dots, \hat{U}_M, \omega_1, \dots, \omega_M \right) = \int_0^T \left| \hat{Y}(t) - \sum_{m=1}^M \hat{U}_m \exp(i\omega_m t) \right|^2 dt. \quad (3)$$

Функционал правдоподобия представляет собой поверхность в пространстве оцениваемых (штрихованных) параметров. Минимум поверхности определяет оптимальные оцениваемые параметры. Дифференцируя (3) по амплитудам и приравнявая дифференциалы нулю, получим уравнения правдоподобия. Запишем их в векторном виде.

$$\vec{\beta} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) = \hat{R} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) \vec{U} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right), \quad (4)$$

$$\beta_m \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) = \int_0^T \hat{Y}(t) \exp(-i\omega_m t) dt,$$

где $\hat{R}_{m,k} = \exp \left(i \left(\omega_k - \omega_m \right) t \right)$ – элементы корреляционной матрицы, $\vec{U} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right)$ – вектор комплексных амплитуд составляющими $\hat{U}_m \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right)$.

Решая векторное уравнение (4), получим следующее.

$$\vec{U} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) = \hat{R}^{-1} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right) \vec{\beta} \left(\omega_1, \dots, \omega_M \right), \quad (5)$$

где $\hat{R}^{-1}(\omega_1, \dots, \omega_M)$ – матрица, обратная корреляционной матрице.

Корреляционная матрица содержит все корреляционные взаимосвязи между радиоимпульсами, содержащимися в групповом сигнале. Обратная корреляционная матрица содержит составляющие, исключая влияние сопутствующих сигналов на выделенный сигнал. Однако при условии $\omega_k = \omega_m$ ($k = 1 \div M, m = 1 \div M$) детерминант корреляционной матрицы обращается в нулевое значение. В этом случае решение для m -сигнала

$\hat{U}_m(\omega_1, \dots, \omega_M)$ является поверхностью в многомерном пространстве оцениваемых частот с сингулярными максимумами, определяемыми условиями $\omega_k = \omega_m$. В работе [10] анализируется эта поверхность и приводится вывод о непригодности использования уравнений правдоподобия для оценки параметров сигнала. Однако в системах связи частоты сигналов $\omega_1, \dots, \omega_M$, содержащихся в групповом сигнале, известны. Следовательно, детерминант корреляционной матрицы, в принципе, отличен от нуля и уравнения правдоподобия можно использовать для оценки комплексных амплитуд, т.е. для фильтрации неортогональных сигналов. Тем не менее, наличие сингулярных максимумов в решении уравнений правдоподобия $\hat{U}_m(\omega_1, \dots, \omega_M)$

приводит к смещению оценок амплитуд в сторону их завышения и ограничивает область решений условием близости частот к точкам сингулярных максимумов. Ширина сингулярного максимума зависит от отношения сигнал/шум.

Если в выражении (5) ввести вектор \bar{X} с компонентами $X_m = \exp(-i\omega_m t)$, тогда можно получить выражение для импульсной характеристики линейного m -фильтра максимального правдоподобия:

$$\hat{H}_m(\omega_1, \dots, \omega_M) = \sum_{k=1}^M \hat{R}_{m,k}^{-1} \hat{X}_k. \quad (6)$$

Преобразование Фурье от импульсной характеристики (6) определяет частотную характеристику m -фильтра максимального правдоподобия:

$$\hat{G}_m(\omega, \omega_1, \dots, \omega_M) = \sum_{k=1}^M \hat{R}_{m,k}^{-1} \int_0^T \exp(i(\omega - \omega_k)t) dt. \quad (7)$$

Импульсная характеристика m -фильтра максимального правдоподобия (6), а также его частотная характеристика (7) зависят от частот сигналов $\omega_1, \dots, \omega_M$, содержащихся в групповом сигнале. Если сигналы ортогональны, тогда корреляционная матрица и ее обратная матрица будут единичными диагональными матрицами. В этом случае импульсная характеристика (6) преобразуется в импульсную характеристику, согласованную с радиоимпульсом, фильтра (Фурье фильтра) а его частотная характеристика (7) в соответствующую частотную характеристику Фурье фильтра.

$$\hat{H}_m(\omega_m) = \hat{R}_{m,m}^{-1} \exp(-i\omega_m t) = \frac{1}{T} \exp(-i\omega_m t).$$

$$\hat{G}_m(\omega, \omega_m) = \frac{1}{T} \int_0^T \exp(i(\omega - \omega_m)t) dt. \quad (8)$$

На рис. 1 показаны амплитудно-частотные характеристики трех фильтров максимального правдоподобия, которые отфильтровывают три радиоимпульса (с несущими частотами 50, 65, 70 кГц) из группового сигнала, содержащего пять радиоимпульсов (с несущими частотами 55, 60, 65, 70, 75 кГц).

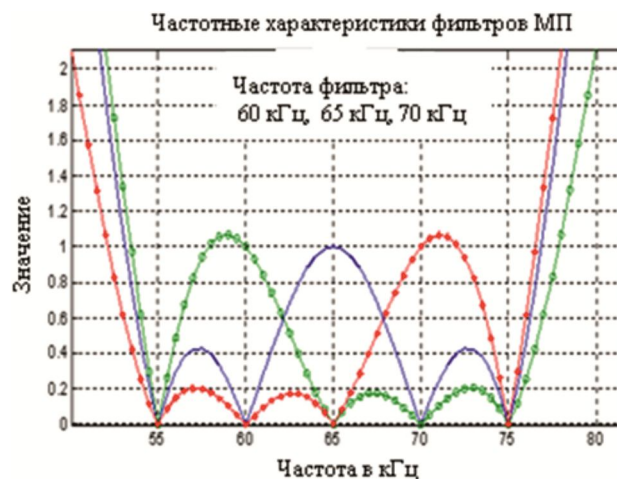


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики трех фильтров максимального правдоподобия для фильтрации сигналов на фоне четырех сопутствующих сигналов

Соседние радиоимпульсы неортогональны. Различия частот равно 5 кГц вместо 10 кГц при ортогональности. Структура амплитудно-частотной характеристики отдельного фильтра подобна структуре согласованного с радиоимпульсом фильтра. Однако она отличается тем, что коэффициент передачи фильтра на своей частоте равен единице, а на сопутствующих частотах равен нулю. Кроме того, за пределами частотного диапазона группового сигнала коэффициенты передачи фильтров больше единицы. Это указывает на низкую помехоустойчивость фильтров. Отличия структуры амплитудно-частотных характеристик фильтров максимального правдоподобия от известных фильтров позволяют сделать вывод, что они являются новым классом фильтров, предназначенных для фильтрации канальных сигналов из группового в области неортогональности канальных сигналов.

Результаты модельных исследований

Рассмотрим потенциальные возможности фильтров максимального правдоподобия в области неортогональности с помощью модельных расчетов. При моделировании принято следующее. Групповой сигнал содержит два радиоимпульса с известными несущими частотами. Амплитуды радиоимпульсов равны 1 и 0,5. Начальные фазы радиоимпульсов равны 30 и 110 градусов. Частота первого радиоимпульса равна 2 кГц, частота второго радиоимпульса меняется линейно в пределах 1,85÷2,35 кГц с шагом 2 Гц. Длительность радиоимпульсов 10 мс. Следова-

тельно, область неортогональности радиоимпульсов по частоте будет при разности частот менее 100 Гц при значении частоты второго радиоимпульса, находящейся в интервале $1,9 \pm 2,1$ кГц. Пусть вначале в канале распространения радиоимпульсов нет ограничения по частоте (спектры канальных сигналов не ограничены). Результаты фильтрации фильтрами максимального правдоподобия и фильтрами Фурье представлены на рис. 2.

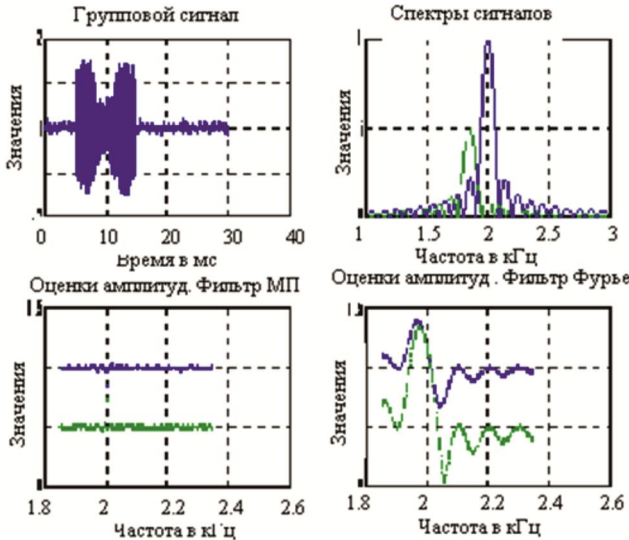


Рис. 2. Результат фильтрации принятой реализации, содержащей два радиоимпульса, фильтрами максимального правдоподобия и фильтрами Фурье

На рисунке сверху, слева показан вид группового сигнала, содержащий два радиоимпульса. На рисунке сверху справа показаны спектры радиоимпульсов при частотном разнесении 0,2 кГц. На рисунке справа внизу показан результат фильтрации фильтрами Фурье при изменении частоты второго радиоимпульса от 1,85 до 2,35 кГц. Отмечается влияние боковых лепестков и главного лепестка спектра радиоимпульса на оценку амплитуд радиоимпульсов. Для современных систем связи оценки амплитуд неудовлетворительные. На рисунке слева внизу показан результат фильтрации фильтрами максимального правдоподобия. За исключением одной точки оценки амплитуд вполне удовлетворительные. Фильтры максимального правдоподобия обеспечивают удовлетворительную работу системы связи в указанных условиях с разнесением несущих частот радиоимпульсов от 4 Гц и выше вместо частотного разнесения 100 Гц, согласно ограничению соотношения неопределенности. Данный результат иллюстрирует возможность создания систем связи с неортогональными радиоимпульсами с частотным различием несущих частот меньшим, чем требует соотношение неопределенности в ≤ 25 раз. Возникает возможность создания дополнительных каналов связи. В результате эффективность системы связи за счет дополнительных каналов связи и скорость передачи информации существенно возрастают.

Рассмотрим результаты фильтрации радиоимпульсов, модулированных оконной функцией Чебышева. Длительность канальных сигналов при этом не меняется. Однако ширина спектра сигналов увеличивается практически вдвое, а боковые лепестки подавляются на -45 дБ.

На рис. 3 показаны результаты модельных расчетов для этого случая.

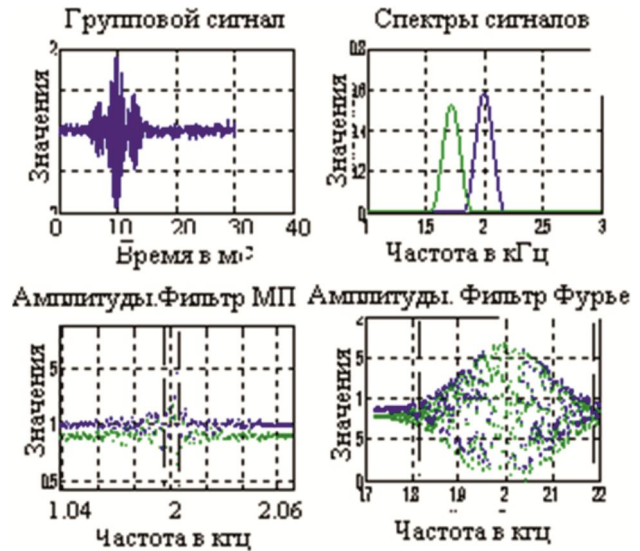


Рис. 3. Результаты фильтрации радиоимпульсов, модулированных оконной функцией Чебышева, фильтрами максимального правдоподобия и фильтрами Фурье

На рисунке слева сверху показан вид группового сигнала, содержащий два, модулированных оконной функцией Чебышева, радиоимпульса. На рисунке сверху справа показаны спектры канальных сигналов. Они ограничены по частоте, однако их ширина увеличена по сравнению со спектрами на рис. 2 почти в 2 раза. На рисунке внизу справа показан результат фильтрации фильтрами Фурье при изменении несущей частоты второго канального сигнала от 1,75 до 2,2 кГц. Влияние боковых лепестков практически отсутствует однако оценка амплитуд двух сигналов неудовлетворительная в диапазоне частот от 1,85 до 2,2 кГц (диапазон отмечен вертикальными линиями). На рисунке внизу слева показан результат фильтрации фильтрами максимального правдоподобия. Оценки амплитуд вполне удовлетворительные за исключением узкой частотной полосы шириной 10 Гц. В этой полосе оценки амплитуд имеют дополнительные погрешности, обусловленные сингулярным максимумом. Сравнивая выделенные частотные полосы можно сделать вывод о возможности создания систем связи с частотным разнесением сигналов с ограниченным спектром на величину от 10 Гц и более. Предельное разнесение, меньше в 35 раз частотного разнесения, определяемого соотношением неопределенности (350 Гц). Эффективность таких систем связи, а также скорость передачи информации, за счет возможности создания дополнительных каналов связи, существенно увеличатся.

На рис. 4 показаны оценки амплитуд и фаз, полученные при фильтрации фильтрами максимального правдоподобия сигнального созвездия в двух частотных каналах с несущими частотами 2 и 2,01 кГц. Сигнальное созвездие в каждом канале состоит из последовательности четырех радиоимпульсов, модулированных оконной функцией Чебышева. Спектр символов ограничен по частоте значением 0,19 кГц. Боковые лепестки ограничены уровнем -45 дБ. Значения амплитуд и фаз сигнального созвездия представлены в таблице.

$F_1 = 2 \text{ кГц}$	U_{1m}	1	0,9	0,8	1,2
	φ_{1m} град.	5	95	185	275
$F_2 = 2,01 \text{ кГц}$	U_{2m}	1,2	0,8	0,9	1
	φ_{2m} град.	-10	80	170	260

Сигнальное созвездие. Два частотных канала

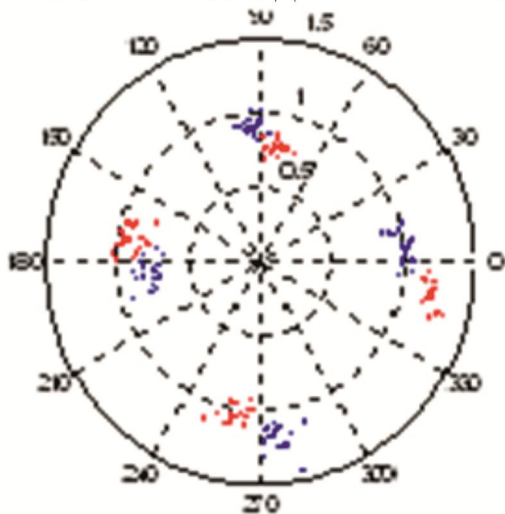


Рис. 4. Оценки параметров четырех символов сигнального созвездия в двух частотных каналах

При отношении сигнал/шум 20 дБ скорость передачи каждого символа в канале по Шеннону равна 0,1 килобит / сек. При ограничении ширины спектральной линии символа значением 0,19 кГц за счет оконной модуляции, скорость передачи символа сохраняется. Однако эффективность использования частотного диапазона системы связи уменьшается. Эффективность использования частотной полосы определяется как отношение скорости передачи символов к реальной полосе частот $K = \frac{C}{\Delta F}$.

Согласно выражению Шеннона эффективность использования частотной полосы в данном случае равна 1 бит/сек/Гц. При ограничении ширины спектральной линии с помощью оконной функции эффективность использования частотной полосы будет равна 0,52 бит/сек/Гц. При использовании фильтров максимального правдоподобия на частотном интервале двух каналов можно создать дополнительно 19 каналов. В каждом канале скорость передачи символа равна предельной скорости Шеннона в связи с тем, что длительность символа не меняется. Однако за счет увеличения количества каналов общая скорость передачи информации увеличивается в 19 раз. Эффективность использования частотной полосы при этом также увеличивается в 19 раз.

На рис. 5 показаны погрешности оценок амплитуд и фаз канальных сигналов в зависимости от разности несущих частот. Из рисунка следует, что погрешности вполне удовлетворительные вплоть до разности частот 10 Гц. Экспоненциальное возрастание этих погрешностей связано с влиянием сингулярных максимумов (отношение сигнал/шум = 20 дБ). Сплошной линией показано изменение модуля коэффициента корреляции между сигналами.

Таким образом, модельные расчеты подтверждают возможность использования фильтров максимального

правдоподобия в системах связи с ограниченной полосой частот в области неортогональности сигналов. При модуляции радиоимпульсов оконной функцией Чебышева скорость передачи символов может быть увеличена (в потенциале в 19 раз) по сравнению с предельной скоростью Шеннона. Эффективность такого рода систем связи оказывается также увеличенной (в потенциале в 19 раз) по сравнению с реальной эффективностью систем связи с ограниченной полосой частот. Рис. 4 и рис. 5 иллюстрируют возможность фильтрации фильтрами максимального правдоподобия в области неортогональности канальных сигналов не только простых, но и сигналов с амплитудно-фазовой модуляцией. Скорость передачи информации при этом определяется выражением Найквиста:

$$C = \Delta F \log_2(m), \quad (9)$$

где m – количество независимых состояний сигнала с амплитудно-фазовой модуляцией.

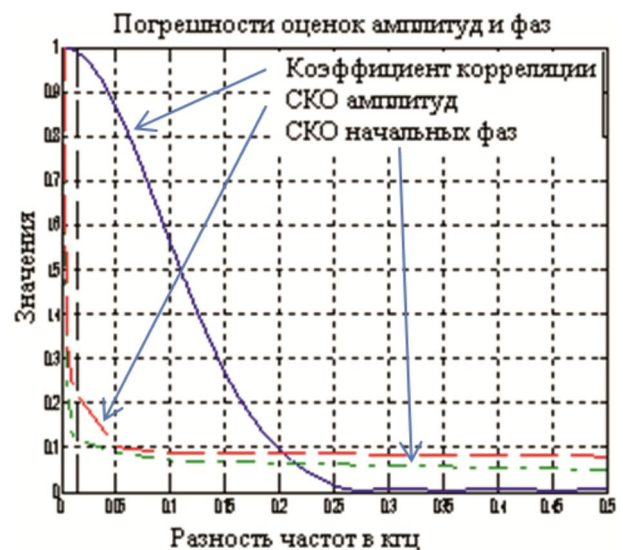


Рис. 5. Погрешности (СКО) оценок амплитуд и начальных фаз канальных сигналов в зависимости от разности частот в каналах связи

Ограничением скорости передачи информации и эффективности использования частотной полосы является ширина сингулярного максимума, которая зависит от отношения сигнал/шум.

Заключение

1. В работе представлены новые возможности в решении задачи уплотнения выделенной частотной полосы. Они основаны на использовании в системах связи фильтров максимального правдоподобия, которые могут отфильтровывать неортогональные по частоте канальные сигналы. Эффективность фильтрации сигналов фильтрами максимального правдоподобия весьма высокая и обеспечивает, за счет уплотнения каналов связи, возможность увеличения скорости передачи информации по сравнению со скоростью Шеннона в потенциале в 19 раз при отношении сигнал/шум 20 дБ.

2. Определена структура фильтров максимального правдоподобия, выведены выражения, определяющие импульсную и частотную характеристики этих фильтров. Установлено, что фильтры максимального правдоподобия

бия, в отличие от остальных фильтров, содержат информацию о взаимно-корреляционных связях между канальными сигналами, входящими в состав группового сигнала, и исключают влияние сопутствующих сигналов на выделенный сигнал. Они могут эффективно работать в области неортогональности канальных сигналов.

3. Показано, что метод максимального правдоподобия в приложении к системам связи практически полностью исключает ограничения, связанные с соотношением неопределенности. Естественным ограничением является ширина сингулярных максимумов на поверхности функциональных зависимостей, определяющих решения уравнений правдоподобия. Она зависит от отношения сигнал/шум.

Литература

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов по специальности «Радиотехника».- 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1988. – 448 с.
2. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. пособие для вузов. – М.: Радиотехника, 2003, – 400 с.
3. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. «Сов. Радио» 1974, – 360 с.
4. Радиотехнические системы: Учеб. пособие для вузов по специальности «Радиотехника» / Ю.П. Гришин, В.П. Ипатов, Ю.М. Казаринов и др.; под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1990. – 496 с.
5. Слюсар В.И., Смоляр В.Т. Частотное уплотнение каналов связи на основе сверхрэлевого разрешения сигналов. Радиотехника. Изв. Вузов. 2003. № 7. – С. 30-39.
6. Пахотин В.А., Анискевич В.М. Частотное уплотнение каналов связи на основе неортогональных сигналов. Цифровая обработка сигналов и ее применение: сборник докладов 16-й Международной конференции и выставки. – Москва, 2014. – Вып. XVI. – С. 296-300.
7. Пахотин В.А., Строков В.И., Алещенко А.Н. Неортогональные сигналы в системах связи с частотным разделением каналов. «Радиолокация. Навигация. Связь»: сборник докладов 20-й международной научно-технической конференции. М.: Воронеж, НПФ «Сакво-ее», 2014. –354 с.
8. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. М.: Техносфера, 2014. – 112 с. ISBN 978-5-94836-378-8
9. Макаров С.Б., Цикин И.А. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания. – М.: Радио и связь, 1988. – 304 с.: ISBN 5-256-00067-5.
10. Симонов Р.В., Пахотин А.В. Петров С.В., Молостова С.В. Разрешение ультразвуковых сигналов методом максимального правдоподобия. В сб. «Радиоэлектронные устройств и системы для инфокоммуникационных технологий, REDS-2021», Москва, 2021. – С. 41-45.