

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРЯМОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УЗКОПОЛОСНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АДАПТИВНЫХ ГРЕБЕНЧАТЫХ БИХ-ФИЛЬТРОВ

Горишкин Р.С., н.с. кафедры ТОР РГПУ, e-mail: gorushkin.r.s@tor.rsreu.ru

### SYSTEM IDENTIFICATION OF NARROWBAND SYSTEMS USING ADAPTIVE INTERPOLATED IIR FILTERS

Goriushkin R.S.

Digital adaptive filtering has found application in many areas of digital signal processing: in communication systems, radar, audio and video data processing. Identifying an unknown system is a typical task. In this paper, we investigate the application of digital adaptive interpolated filters with infinite impulse response to solve this problem for narrowband systems.

**Key words:** adaptive filtering, identifying an unknown system, interpolated filter, narrowband systems.

**Ключевые слова:** адаптивная фильтрация, прямое моделирование, гребенчатый фильтр, БИХ-фильтры, узкополосная система.

#### Введение

Адаптивные фильтры (АФ) являются цифровыми фильтрами с саморегулирующимися характеристиками. Основной их особенностью является возможность автоматической подстройки коэффициентов в соответствии с алгоритмом адаптации и набором входных данных [1]. Одним из сценариев применения адаптивных цифровых фильтров является идентификация неизвестной системы или задача прямого моделирования. Примеры использования прямого моделирования можно найти в различных областях: моделировании многолучевых телекоммуникационных каналов [2], систем управления [3], сейсмических исследованиях [4] и др.

Стандартная структура для решения задачи прямого моделирования представлена на рис. 1. Входной сигнал  $x(n)$  подаётся как на вход неизвестной системы, так и на вход адаптивного фильтра. Как правило, входной сигнал является широкополосным для более точной настройки адаптивного фильтра во всей полосе частот неизвестной системы.

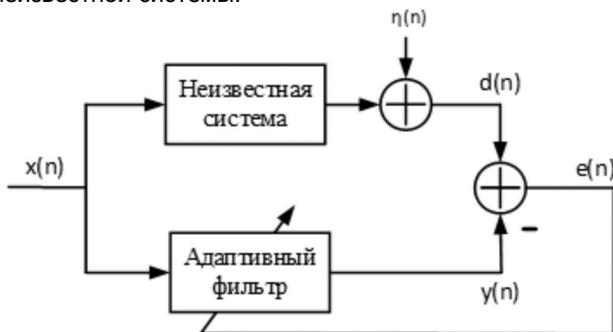


Рис. 1. Решение задачи прямого моделирования (идентификации) неизвестной системы с использованием адаптивного фильтра

Адаптивный фильтр может относиться как к классу фильтров с конечной импульсной характеристикой

Цифровая адаптивная фильтрация нашла применение во многих областях цифровой обработки сигналов: в системах связи, радиолокации, обработке аудио- и видеоданных. Типичной задачей является прямое моделирование неизвестной системы. В данной работе исследуется применение цифровых адаптивных гребенчатых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой для решения задачи прямого моделирования узкополосных систем.

(КИХ), так и с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ). В общем случае адаптивные БИХ фильтры являются лучшим выбором для задач прямого моделирования в сравнении с КИХ. Это связано с тем, что для реализации модели одной и той же неизвестной системы БИХ-фильтр требует меньшего порядка и, как следствие, имеет меньшую вычислительную сложность на реализацию алгоритма адаптации. Данное преимущество обусловлено тем, что в структуре БИХ-фильтра настраиваются как нули, так и полюсы, в отличие от КИХ-фильтров, где присутствуют исключительно нули [5].

Недостатком применения БИХ-фильтров является необходимость контроля устойчивости фильтра, путём мониторинга полюсов после каждой итерации обновления коэффициентов. Также существует проблема локальных минимумов целевой функции, что также требуется учитывать при реализации алгоритма адаптивного БИХ-фильтра. Ещё одной проблемой является относительно невысокая скорость и точность сходимости алгоритмов адаптации в случае моделирования узкополосных систем.

Данная работа посвящена решению последней из перечисленных проблем. Для реализации узкополосных фильтров с фиксированными коэффициентами с целью обеспечения высокой прямоугловности амплитудно-частотной характеристики может быть использован гребенчатый фильтр. Данный подход позволяет реализовать системы с высоким коэффициентом прямоугловности [6] с относительно небольшим порядком.

В работе [7] показано, что применение таких систем позволяет эффективно выделить узкополосные сигналы на фоне широкополосных помех.

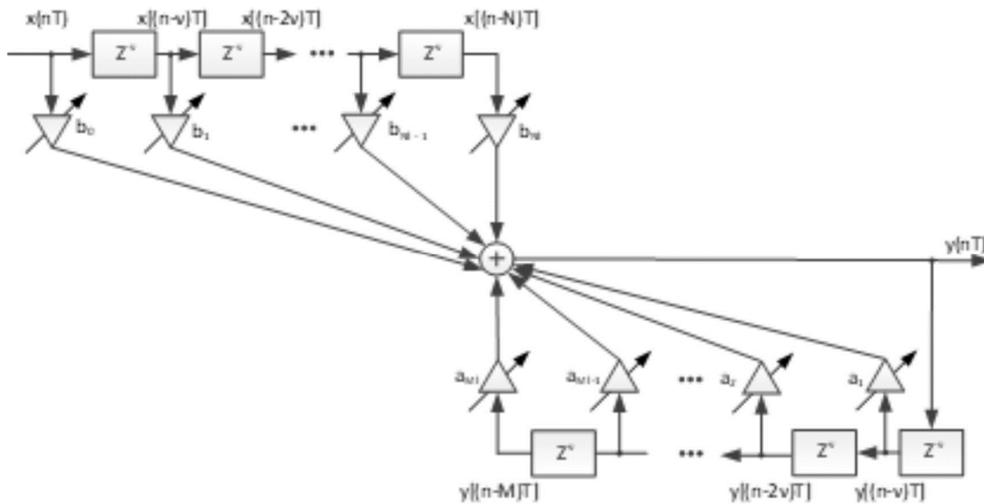


Рис. 2. Структура АЦГФ с бесконечной импульсной характеристикой

**Цифровые адаптивные гребенчатые БИХ-фильтры**

Пусть выходной сигнал стандартного адаптивного БИХ-фильтра описывается выражением:

$$y(n) = \sum_{i=1}^N \hat{a}_i y(n-i) + \sum_{j=0}^M \hat{b}_j x(n-j), \tag{1}$$

где  $[\hat{b}_i]$  и  $[\hat{a}_i]$  – адаптируемые коэффициенты усиления и обратной связи соответственно,  $N$  – количество нулей, а  $M$  – полюсов адаптивного фильтра.

При переходе к структуре адаптивного гребенчатого фильтра (АЦГФ) с бесконечной импульсной характеристикой (ИХ) примет вид:

$$y(n) = \sum_{r=0}^N \hat{b}_r x[(n-vr)] - \sum_{k=1}^M \hat{a}_k y[(n-vk)], \tag{2}$$

где  $\hat{b}_r$ ,  $\hat{a}_k$  – адаптируемые коэффициенты усиления и обратной связи соответственно адаптивного базового фильтра с бесконечной импульсной характеристикой.

Для перехода от базового фильтра к гребенчатому необходимо заменить элементы задержки  $z^{-1}$  на буферы размером  $z^{-v}$ . Объём требуемой для реализации фильтра памяти при этом увеличится в  $v$  раз, а количество адаптируемых коэффициентов не изменится [5]. На рис. 2 представлена структура АЦГФ с бесконечной импульсной характеристикой.

В процессе адаптации к форме амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) динамической системы подстраивается только одна из полос АЧХ цифрового гребенчатого фильтра. Остальные полосы являются ее копиями, число которых зависит от коэффициента  $v$ , и их влияние должно быть устранено. Для подавления сигнала в боковых полосах фильтра необходим дополнительный сглаживающий фильтр (СФ), помещаемый в цепь моделируемой и моделирующей систем [6]. В качестве сглаживающего может быть использован фильтр невысокого порядка КИХ или БИХ-типа. СФ может иметь как фиксированные коэффициенты, так и настраиваемые. В работе [7] представлен вариант совместного использования адаптивного гребенчатого фильтра с адаптивным СФ, структура которого была предложена в [11].

С учётом этого стандартная структура для решения задачи прямого моделирования, представленная на

рис. 1, может быть преобразована к следующему виду.

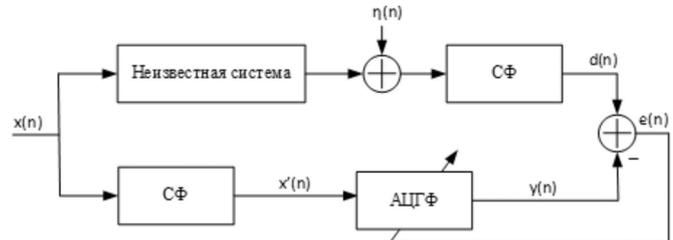


Рис. 3. Решение задачи прямого моделирования (идентификации) неизвестной системы с использованием адаптивного гребенчатого фильтра

В данной работе был использован СФ с фиксированными коэффициентами.

**Алгоритмы адаптации**

Задачей адаптивной системы является подстройка своих параметров до тех пор, пока не будет достигнут определённый заранее критерий приближения [8]. Как правило, коэффициенты адаптивного фильтра настраиваются исходя из минимизации целевой функции.

Для обновления коэффициентов адаптивного фильтра в данной работе были использованы метод минимальной среднеквадратичной ошибки – *LMS* (Least Mean Squares) и рекурсивный метод наименьших квадратов – *RLS* (Recursive Least Squares). Приведём краткое описание методов.

Для удобства перепишем выражение (1) в виде:

$$y(n) = \hat{\theta}^T X(n), \tag{3}$$

где  $\hat{\theta}$  и  $X(n)$  – векторы совокупности адаптируемых коэффициентов и совокупности входных и выходных данных соответственно.  $\hat{\theta}$  и  $X(n)$  могут быть записаны как:

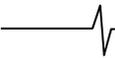
$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_N, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_M]^T; \tag{4}$$

$$X(n) = [y(n-1), \dots, y(n-N), x(n), \dots, x(n-M)]^T. \tag{5}$$

Целевой функцией алгоритма *LMS* является:

$$\xi(n) = e^2(n) = [d(n) - y(n)]^2. \tag{6}$$

Здесь  $e(n)$  представляет собой разность между выходом  $y(n)$  адаптивного устройства и эталонным сигналом  $d(n)$  с выхода неизвестной системы.



Алгоритм обновления вектора коэффициентов, используемый в работе, имеет вид, предложенный в работе [9]:

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) + \mu \{d(n) - y(n)\} X(n), \quad (7)$$

где  $\mu$  – константа, определяющая скорость сходимости.

Целевая функция минимизации для алгоритма *RLS* имеет вид:

$$\xi(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} e^2(i) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [d(i) - \theta^T(n) X(i)]^2, \quad (8)$$

где коэффициент  $\lambda$  используется для снижения влияния предыдущих отсчётов на выходной результат, он выбирается из условия  $0 \ll \lambda < 1$ .

Алгоритм обновления коэффициентов для данного метода описывается выражением [10]:

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) - S_D(n) \varphi(n) e(n), \quad (9)$$

где  $\varphi(n) = \frac{\partial e(n)}{\partial \theta(n)}$ , а матрица  $S_D$  вычисляется в соответствии с выражением

$$S_D(n) = \frac{1}{\lambda} \left[ S_D(n-1) - \frac{S_D(n-1) \varphi(n) \varphi^T(n) S_D(n-1)}{\lambda + \varphi^T(n) S_D(n-1) \varphi(n)} \right]. \quad (10)$$

Алгоритмы обновления коэффициентов в структуре гребенчатого фильтра используются в исходном виде, количество настраиваемых коэффициентов фильтра остаётся прежним, изменения касаются только вектора в выражении (5) вследствие изменения величин задержек в структуре фильтра:

$$X(n) = [y(n-v) \dots y(n-vN) x(n) \dots x(n-vM)]^T. \quad (11)$$

## Экспериментальные исследования

Задачей адаптивного фильтра является уменьшение среднеквадратичной ошибки (СКО), возникающей при нахождении разности между обучающим сигналом  $d(n)$  и выходным сигналом адаптивного фильтра  $y(n)$ . Минимизация целевой функции характеризует приближение выходного сигнала к желаемому. Следовательно, СКО показывает насколько точно была настроена адаптируемая модель к модели неизвестной системы.

Для экспериментальных исследований в качестве неизвестной системы был использован узкополосный низкочастотный БИХ-фильтр, порядка  $M=9$ , граница полосы пропускания имеет значение  $f_{c1} = 50$  Гц, частота границы полосы непропускания  $f_{c2} = 75$  Гц, частота дискретизации  $f_d = 1$  кГц. Неравномерность в полосе пропускания со значением  $A_{pass} = 0,01$  дБ, подавление в области непрозрачности  $A_{stop} = 80$  дБ.

В качестве адаптируемой системы для реализации схемы, представленной на рис. 1, использовался БИХ-фильтр порядка  $M=10$ . Для схемы, представленной на рис. 3, адаптируемым являлся цифровой гребенчатый фильтр аналогичного порядка с коэффициентом  $\nu = 4$ . В качестве сглаживающего фильтра был использован эллиптический низкочастотный БИХ-фильтр 8 порядка с фиксированными коэффициентами.

Входной сигнал  $x(n)$  представляет собой дискретный белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием. Шум измерений  $\eta(n)$  является аддитивным белым гауссовым белым шумом, некоррелированным с

входным сигналом. В первом эксперименте мощность шума измерений была приравнена к нулю, чтобы избежать его влияние на сходимости алгоритмов. Однако в реальных системах полностью исключить его влияние невозможно, поэтому во второй серии экспериментов он был учтён.

На рис. 4 показаны кривые сходимости алгоритма адаптации *LMS*.

Как можно заметить, кривые сходимости двухступенчатой схемы, обозначенные как *LMS<sub>mod</sub>*, сходятся к уровням, которые расположены значительно ниже уровней сходимости для всех кривых стандартного алгоритма (*LMS*), что означает более точное повторение характеристик идентифицируемой модели. Скорость и точность сходимости также определяется параметром  $\mu$ , который был задан значениями  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$ . Количество отсчётов для эксперимента было задано в количестве  $n = 100\,000$  отсчётов, каждая из характеристик была усреднена по 500 независимым ансамблям входных данных.

Для экспериментов, в которых учитывается шум измерений, коэффициент  $\mu$  был зафиксирован и равен 0,01, а мощность шума измерений стала переменной величиной. Отношение мощности шума измерений к мощности входного сигнала изменялось в пределах – 20 дБ до –40 дБ.

Для экспериментов, в которых учитывается шум измерений, коэффициент  $\mu$  был зафиксирован и равен 0,01, а мощность шума измерений стала переменной величиной. Отношение мощности шума измерений к мощности входного сигнала изменялось в пределах – 20 дБ до –40 дБ.

На рис. 5 приведены кривые обучения для данного случая.

Группа кривых, расположенная в верхней части графика относится к результатам моделирования для стандартной схемы идентификации. Кривые данной группы имеют обозначения *LMS*. В свою очередь, группа кривых сходимости, обозначенных *LMS<sub>mod</sub>* относится к модифицированной двухступенчатой структуре. На рис. 5 можно заметить, что кривые *LMS<sub>mod</sub>*, как и в первом эксперименте, сходятся к уровням, расположенным значительно ниже, чем уровни кривых стандартной схемы. Следовательно, в эксперименте, учитывающем шум, преимущество в точности сходимости также осталось за двухступенчатой структурой.

Далее была проведена серия моделирований для алгоритма *RLS*. Следующие коэффициенты  $\lambda$  были выбраны для экспериментов: 0,9999, 0,99999, 0,999999. На рис. 6 представлены кривые сходимости в отсутствие шума измерений.

Стоит отметить, что не представлена кривая сходимости для случая стандартного *RLS*-алгоритма с коэффициентом  $\lambda = 0,9999$ , это связано с тем, что при заданных параметрах неизвестной и адаптивной систем адаптивный БИХ-фильтр становится неустойчивым. Кривые сходимости для стандартной схемы были обозначены как *RLS*, для модифицированной двухступенчатой – *RLS<sub>mod</sub>*.

Далее коэффициент  $\lambda$  был зафиксирован в значе-

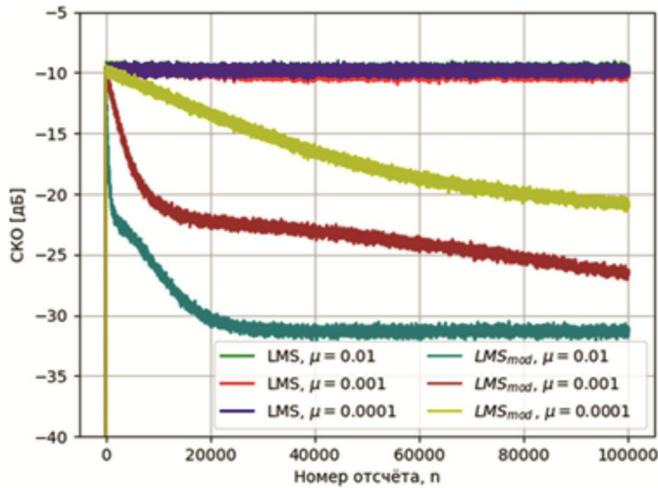


Рис. 4. Зависимость СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации LMS (без шума измерений)

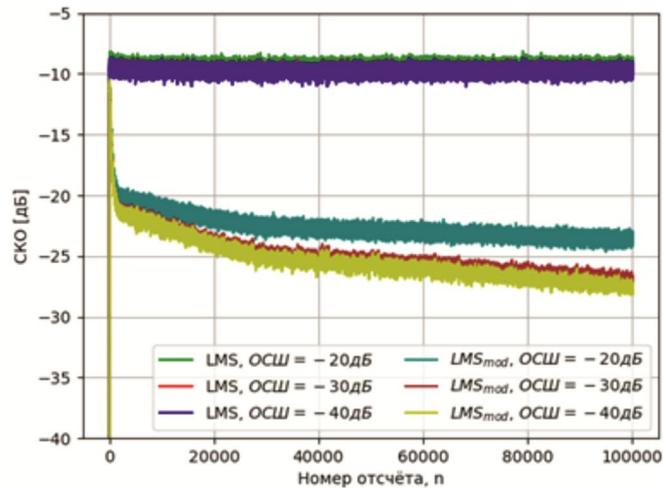


Рис. 5. Зависимость СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации LMS (с учётом шума измерений)

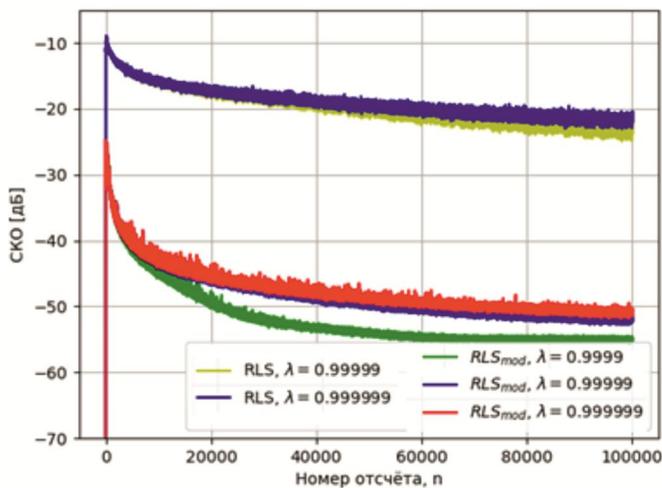


Рис. 6. Зависимости СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации RLS (без шума измерений)

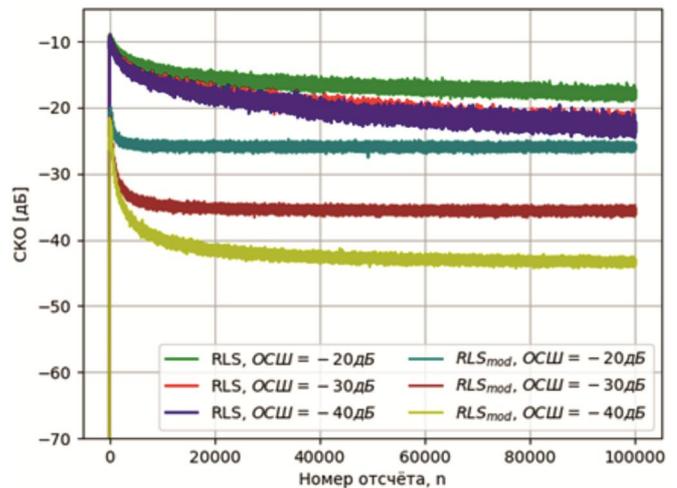


Рис. 7. Зависимость СКО от номера отсчёта для алгоритма адаптации RLS (с учётом шума измерений)

ние 0,99999, а мощность шума измерений являлась переменной величиной, изменяемой аналогично эксперименту с алгоритмом *LMS*.

Для всех случаев, как с учётом, так и без учёта шума измерений, двухступенчатая схема, состоящая из гребенчатого адаптивного и сглаживающего БИХ-фильтров, позволила получить более точную настройку адаптивной системы.

## Заключение

В работе было показано, что использование структуры, состоящей из адаптивного гребенчатого и сглаживающего фильтров, даёт существенное преимущество перед классическими структурами при прямом моделировании узкополосных фильтров. При незначительном увеличении вычислительных затрат, требуемых для реализации сглаживающего фильтра и некотором увеличении памяти данных (в  $\nu$  раз), удаётся добиться значительно более точной сходимости и увеличить скорость сходимости алгоритмов адаптации. Дополнительным преимуществом является повышение устойчивости фильтра при некоторых параметрах алгоритмов адаптации.

Двухступенчатая схема даёт возможность построения устойчивых адаптивных фильтров на базе классических алгоритмов с улучшением точности идентификации неизвестной системы. В данной работе использовались алгоритмы *LMS* и *RLS* без каких-либо специальных модификаций, вносимые изменения в структуру адаптивного БИХ-фильтра также минимальны.

## Литература

1. Oshana R. DSP Software Development Techniques for Embedded and Real-Time Systems. Elsevier, 2006. 608 pp.
2. Proakis J.G., Digital Communication, 4<sup>th</sup> edn., McGraw Hill, New York, 2001
3. Widrow B., S.D. Stearns, Adaptive Signal Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1985
4. Wood L.C., Treitel S., Seismic signal processing. Proc. IEEE 63, 1975, pp. 649-661
5. Shynk G J. J., Adaptive IIR filtering, IEEE ASSP Magazine, pp. 4-21, Apr. 1989.
6. Витязев В.В. Многоскоростная обработка сигналов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2017. – 336 с.: ил.



7. Горюшкин Р.С., Витязев В.В., Анализ применения адаптивных гребенчатый БИХ-фильтров в задаче выделения узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума // Цифровая обработка сигналов, 2021, № 2. С. 42-47.

8. M. Shafaati, M. Ahmadi and H. Mojallali, «Identification of IIR systems using harmony search algorithm», The 2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation, 2011, pp. 1148-1153

9. Feintuch P.L. An Adaptive Recursive LMS Filter //

Proceedings IEEE, Vol. 64, No. 11, November 1976. pp. 1622-1624

10. Diniz P. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation. Springer, 2020. 495 pp.

11. S. Koshita, Y. Kumamoto, M. Abe, M. Kawamata, Adaptive IIR Band-Pass/Band-Stop Filtering Using High-Order Transfer Function and Frequency Transformation, Interdisciplinary Information Sciences, 2013, Vol. 19, No. 2, 2013, pp. 163-172.