

АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ АДАПТИВНЫХ ГРЕБЕНЧАТЫХ БИХ-ФИЛЬТРОВ В ЗАДАЧЕ ВЫДЕЛЕНИЯ УЗКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ШИРОКОПОЛОСНОГО ШУМА

Горишкин Р.С., н.с. кафедры ТОР РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: gorushkin.r.s@tor.rsreu.ru

Витязев В.В., д.т.н., заведующий кафедрой ТОР РГРТУ им. В.Ф. Уткина, e-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru

ANALYZING OF THE ADAPTIVE LINE ENHANCEMENT OF NARROWBAND SIGNAL USING ADAPTIVE INTERPOLATED IIR FILTER

Goriushkin R.S., Vityazev V.V.

Digital adaptive filtering has found application in many areas of digital signal processing: communication systems, radar, audio- and video data processing. A typical challenge is adaptive amplification of spectral lines in the presence of broadband interference. This paper investigates the use of digital adaptive interpolated filters with infinite impulse response in the problems of digital adaptive filtering of narrowband signals.

Key words: adaptive filtering, interpolated filters, narrowband signals, infinite impulse response, broadband interference.

Ключевые слова: адаптация, гребенчатая фильтрация, узкополосный сигнал, широкополосный шум, восстановление, БИХ-фильтр.

Введение

Адаптивные фильтры являются цифровыми фильтрами с саморегулирующимися характеристиками. Основной их особенностью является возможность автоматической подстройки коэффициентов в соответствии с алгоритмом адаптации и набором входных данных. Цифровые адаптивные фильтры играют важную роль в задачах цифровой обработки сигналов (ЦОС), которые включают в себя эхокомпенсацию, очистку сигналов от шума, улучшение биомедицинских сигналов, активное шумоподавление. Работа адаптивных фильтров, как правило, связана с адаптацией системы к изменяющемуся каналу передачи, спектральному перекрытию между шумом и сигналом, а также к неизвестному или изменяющемуся во времени шуму [1].

Восстановление узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума путём адаптивного усиления спектральных линий является одним из применений адаптивной цифровой фильтрации [2]. Адаптивное усиление спектральных линий выполняется в соответствии со схемой, представленной на рис. 1.

Принимаемый сигнал подаётся на устройство задержки, а затем на вход адаптивного фильтра. Обучающим сигналом является непосредственно принимаемый сигнал. Задержка на входе адаптивного устройства выбирается такой, чтобы усиливаемые узкополосные составляющие искомого и обучающего сигналов были коррелированы, а широкополосные шумовые составляющие не были коррелированы между собой. Если полезный сигнал является периодическим, то значение задержки z^{-L} может быть выбрано из условия $L \geq 2$.

Как правило, для решения подобной задачи на практике используются адаптивные фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ), однако, для обра-

Цифровая адаптивная фильтрация нашла применение во многих областях цифровой обработки сигналов: в системах связи, радиолокации, обработке аудио- и видеоданных. Типичной задачей является адаптивное усиление спектральных линий на фоне широкополосной помехи. В данной работе исследуется использование цифровых адаптивных гребенчатых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой в задачах цифровой адаптивной фильтрации узкополосных сигналов.

ботки узкополосных сигналов требуется высокий порядок фильтра такого типа. Вследствие этого их применение связано со значительными вычислительными затратами.

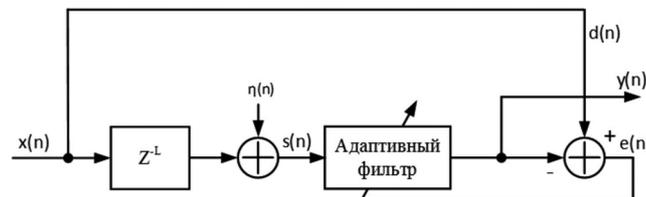


Рис. 1. Базовая схема восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума

Данная работа посвящена адаптивной фильтрации узкополосных сигналов с применением адаптивных фильтров в классе цепей с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ). Использование адаптивных БИХ-фильтров позволяет значительно снизить порядок фильтра, а следовательно, и вычислительные затраты на обновления коэффициентов. Недостатком использования таких фильтров является необходимость контроля устойчивости фильтра, путём мониторинга полюсов фильтра после каждой итерации обновления коэффициентов. Ещё одной проблемой является невысокая скорость и точность сходимости алгоритмов адаптации в случае обработки узкополосных сигналов.

Для реализации узкополосных фильтров с фиксированными коэффициентами с целью обеспечения высокой прямоугольности амплитудно-частотной характеристики может быть использован гребенчатый фильтр.

Данный подход позволяет реализовать системы с высоким коэффициентом прямоугольности [3, 4] с относительно небольшим порядком.

Потенциально использование адаптивного фильтра на основе гребенчатого может привести к увеличению точности и скорости сходимости алгоритмов в случае обработки узкополосных сигналов.

Цифровые адаптивные гребенчатые БИХ-фильтры

Далее кратко опишем структуру исследуемого адаптивного фильтра. Пусть выходной сигнал адаптивного БИХ-фильтра имеет вид:

$$y(n) = \sum_{i=1}^N \hat{a}_i y(n-i) + \sum_{j=0}^M \hat{b}_j x(n-j),$$

где $[\hat{b}_j]$ и $[\hat{a}_i]$ – адаптируемые коэффициенты усиления и обратной связи соответственно, N – количество нулей, а M – полюсов адаптивного фильтра.

При переходе к структуре адаптивного гребенчатого фильтра (АЦГФ) с бесконечной импульсной характеристикой выражение (1) примет вид:

$$y(n) = \sum_{r=0}^N \hat{b}_r x[(n-vr)] - \sum_{k=1}^M \hat{a}_k y[(n-vk)], \quad (2)$$

где \hat{b}_r, \hat{a}_k – адаптируемые коэффициенты усиления и обратной связи соответственно адаптивного базового НЧ-фильтра с бесконечной импульсной характеристикой.

Для перехода от базового НЧ-фильтра к гребенчатому необходимо заменить элементы задержки z^{-1} на буферы размером z^{-v} . Объём требуемой для реализации фильтра памяти при этом увеличится в v раз, а количество адаптируемых коэффициентов не изменится [5]. На рис. 2 представлена структура АЦГФ с бесконечной импульсной характеристикой.

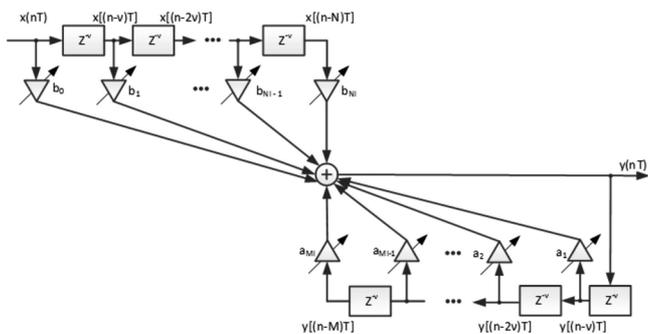


Рис. 2. Структура АЦГФ с бесконечной импульсной характеристикой

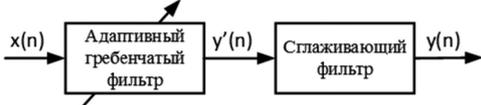


Рис. 3. Структурная схема двухкаскадной реализации адаптивного узкополосного НЧ-фильтра

Заметим, что выход подобного фильтра, в сравнении с негребенчатой структурой, будет периодическим с частотой повторения v . Для компенсации периодических составляющих может быть использован сглаживающий фильтр невысокого порядка КИХ или БИХ-типа. Структура используемой системы будет иметь вид, представленный на рис. 3.

Алгоритм адаптации

Для обновления коэффициентов адаптивного фильтра в данной работе был использован рекурсивный метод наименьших квадратов – RLS (Recursive Least Squares). Приведём краткое описание данного метода.

Целевая функция минимизации для данного алгоритма имеет вид:

$$\min_{\hat{\theta}} \sum_{n=0}^{M-1} |e(n)|^2 = \min_{\hat{\theta}} \sum_{n=0}^{M-1} |d(n) - y(n)|^2. \quad (3)$$

В выражении (3) вычисляется минимум квадрата ошибки выхода $e(n)$. Здесь $e(n)$ представляет собой разность между выходом $y(n)$ адаптивного устройства и эталонным сигналом $d(n)$.

Выражение (1) может быть переписано в виде:

$$y(n) = \hat{\theta}^T X(n), \quad (4)$$

где $\hat{\theta}$ и $X(n)$ – векторы совокупности адаптируемых коэффициентов и совокупности входных и выходных данных соответственно $\hat{\theta}$ и $X(n)$ могут быть записаны как:

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_N \hat{b}_0 \dots \hat{b}_M]^T; \quad (5)$$

$$X(n) = [y(n-1) \dots y(n-N) x(n) \dots x(n-M)]^T. \quad (6)$$

Целевая функция минимизации при этом примет вид:

$$\xi(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} e^2(i) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [d(i) - \hat{\theta}^T(n) X(i)]^2, \quad (7)$$

где коэффициент λ используется для снижения влияния предыдущих отсчётов на выходной результат, он выбирается из условия $0 \ll \lambda < 1$.

Алгоритм обновления коэффициентов для данного метода описывается выражением [6]:

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) - S_D(n) \varphi(n) e(n), \quad (8)$$

где $\varphi(n) = \frac{\partial e(n)}{\partial \hat{\theta}(n)}$, а матрица S_D вычисляется в соответствии с выражением

$$S_D(n) = \frac{1}{\lambda} \left[S_D(n-1) - \frac{S_D(n-1) \varphi(n) \varphi^T(n) S_D(n-1)}{\lambda + \varphi^T(n) S_D(n-1) \varphi(n)} \right]. \quad (9)$$

Алгоритм обновления коэффициентов в структуре гребенчатого фильтра используется в исходном виде, изменения касаются только вектора в выражении (6) вследствие изменения величин задержек в структуре фильтра:

$$X(n) = [y(n-v) \dots y(n-vN) x(n) \dots x(n-vM)]^T. \quad (10)$$

Двухступенчатая реализация

На рис. 4 представлена двухступенчатая схема восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума с использованием гребенчатого БИХ-фильтра.

На вход адаптивного фильтра поступает сигнал $x(n)$, искажённый широкополосным шумом, задержанный на L отсчётов. К нему добавляется шум измерения $\eta(n)$. При этом в качестве обучающего сигнала $d(n)$ используется $x(n)$. Выход АЦГФ $y'(n)$ представляет собой сигнал с дополнительными спектральными составляющими, которые

устраняются сглаживающим фильтром (СФ), на выходе которого наблюдается результирующий сигнал $y(n)$.

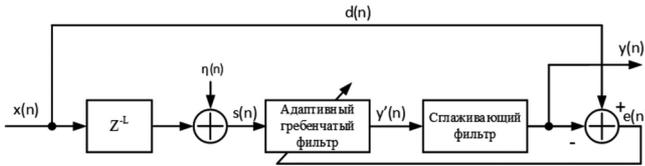


Рис. 4. Схема восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума с использованием гребенчатого БИХ-фильтра

В том случае, если полоса полезного сигнала заранее определена, СФ фильтр представляет собой фильтр с фиксированными коэффициентами, в противном случае – требуется реализация адаптивного фильтра невысокого порядка, настраиваемого перед включением АЦГФ. Полоса пропускания СФ выбирается исходя из ширины спектра полезного сигнала и положения дополнительных спектральных составляющих. Далее рассмотрим один из подходов к построению адаптивного СФ.

Реализация адаптивного сглаживающего фильтра

Одним из вариантов реализации адаптивного СФ может являться применение структуры фильтра, описанной в работе [7].

На первом этапе реализуется низкочастотный фильтр-прототип в классе БИХ-цепей $H_p(z)$, который имеет заранее заданные параметры: порядок и полоса пропускания. Затем каждый элемент задержки заменяется на адаптивные всепропускающие фильтры второго порядка.

Структура полученного адаптивного фильтра $H_{BP}(z, \xi)$ представлена на рис. 5.

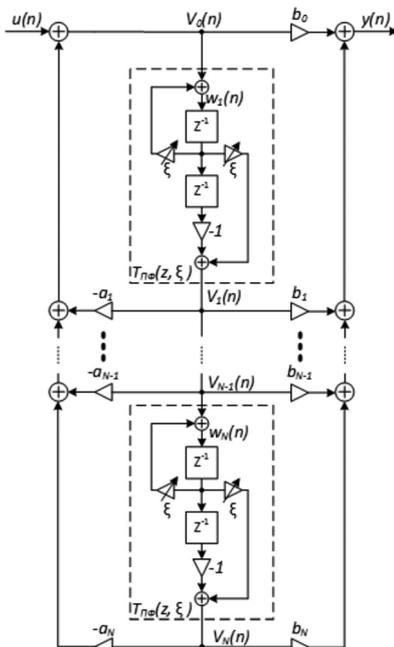


Рис. 5. Структура адаптивного сглаживающего фильтра

Алгоритм адаптации $H_{BP}(z, \xi)$ основан на рекурсивной максимизации средних квадратов [8, 9]. Здесь ξ – параметр, изменение которого позволяет изменять центральную частоту ω_{BP} фильтра-прототипа как это схематично показано на рис. 6.

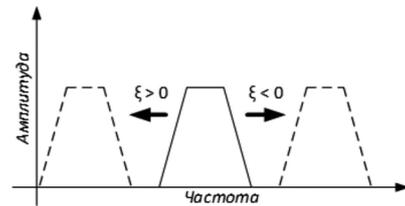


Рис. 6. Принцип изменения центральной частоты сглаживающего фильтра

Входной сигнал $u(n)$ содержит узкополосный полезный сигнал $u_c(n)$ и аддитивный белый шум $u_{ш}(n)$. При этом центр полосы $u_c(n)$ неизвестен, а полоса пропускания B_c фиксирована и задаётся фильтром-прототипом из условия подавления дополнительных лепестков адаптивного гребенчатого фильтра. В ходе адаптации параметра ξ центральная частота фильтра ω_{BP} приближается к центру полосы сигнала ω_c .

В случае использования настраиваемого сглаживающего фильтра схема, представленная на рис. 4, примет вид схемы на рис. 7.

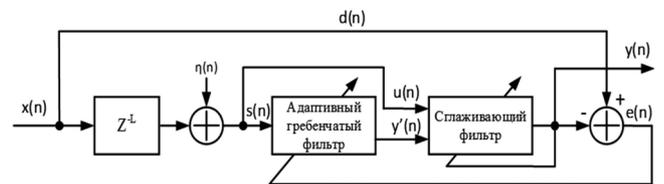


Рис. 7. Модифицированная двухступенчатая схема восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума с использованием гребенчатого БИХ-фильтра и адаптивного СФ

Далее, на основе [7, 9], коротко опишем алгоритмы реализации и работы адаптивного СФ. На первом этапе происходит расчёт низкочастотного фильтра-прототипа с передаточной характеристикой:

$$H_p(z) = \frac{\sum_{j=0}^N b_j z^{-j}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}, \quad (11)$$

где N – порядок, а a_i и b_j – коэффициенты фильтра-прототипа.

На втором этапе производится частотное преобразование для приведения $H_p(z)$ к адаптивному фильтру $H_{BP}(z, \xi)$ [10]:

$$H_{BP}(z, \xi) = H_p(z) \Big|_{z^{-1} \leftarrow T(z)}, \quad (12)$$

где $T(z)$ – всепропускающая функция второго порядка, которая имеет вид:

$$T(z) = -z^{-1} \frac{z^{-1} - \xi}{1 - \xi z^{-1}}. \quad (13)$$

На практике, для реализации данного преобразования, каждый элемент задержки фильтра-прототипа заменяется на фильтр с передаточной характеристикой $T_{ПФ}(z, \xi)$. Пример структуры используемого в данной работе фильтра был приведён выше на рис. 5.

Математическое описание работы такого фильтра выглядит следующим образом:

$$v_i(n) = \xi \omega_i(n-1) - \omega_i(n-2), 1 \leq i \leq N; \quad (14)$$

$$v_0(n) = -\sum_{j=1}^N a_j v_j(n) + u(n); \quad (15)$$

$$\omega_i(n) = \xi \omega_i(n-1) + v_{i-1}(n); \quad (16)$$

$$y(n) = \sum_{i=0}^N b_i v_i(n), \quad (17)$$

где $v_0(n)$ и $v_i(n)$ представляют собой входные значения, поступающие на первый всепропускающий фильтр, и выходные данные i -го всепропускающих фильтров соответственно; $\omega_i(n)$ – вход первого элемента задержки i -го всепропускающего фильтра.

Выражение для обновления параметра ξ имеет вид:

$$\xi(n+1) = \xi(n) + \mu \frac{\partial y(n)}{\partial \xi(n)} y(n). \quad (18)$$

Заменим $\frac{\partial y(n)}{\partial \xi(n)}$ на $\psi_y(n)$ и перепишем (18) в виде:

$$\xi(n+1) = \xi(n) + \mu \psi_y(n) y(n), \quad (19)$$

где μ – шаг адаптации СФ. Дальнейшие вычисления имеют вид:

$$\psi_y(n) = \sum_{i=0}^N b_i \psi_{v_i}(n); \quad (20)$$

$$\psi_{v_i}(n) = \frac{\partial v_i(n)}{\partial \xi(n)} = \omega_i(n-1) + \xi(n) \psi_{\omega_i}(n-1) - \psi_{\omega_i}(n-1), \quad (21)$$

$$1 \leq i \leq N;$$

$$\psi_{v_0}(n) = \frac{\partial v_0(n)}{\partial \xi(n)} = -\sum_{j=1}^N a_j \psi_{v_j}(n); \quad (22)$$

$$\psi_{\omega_i}(n) = \frac{\partial \omega_i(n)}{\partial \xi(n)} = \omega_i(n-1) + \xi(n) \psi_{\omega_i}(n-1) + \psi_{v_{i-1}}(n), \quad (23)$$

$$1 \leq i \leq N.$$

При корректно выбранных параметрах, может быть получена устойчивая и эффективная с точки зрения подавления дополнительных спектральных составляющих адаптивная структура фильтра с автоматическим подстраиваемой центральной частотой пропускания.

Экспериментальные исследования

Задачей адаптивного фильтра является снижение среднеквадратичной ошибки (MSE) между обучающим сигналом $d(n)$ и выходным сигналом адаптивного фильтра. Минимизация выражения (3) характеризует приближение выходного сигнала к желаемому.

В качестве тестовых данных (для случая с известной полосой полезного сигнала), на вход систем, представленных на рис. 1 и 4, подавался сигнал, который представляет собой сумму гармонических сигналов, на которую наложен аддитивный белый гауссов шум (АБГШ) с нулевым математическим ожиданием и отношением сигнал-шум 0 дБ. Шум измерения находится на уровне -30 дБ относительно полезного сигнала. Гармонические сигналы имеют частоты 20, 50, 80 Гц, частота дискретизации $f_s = 1$ кГц. В качестве СФ использовался НЧ-фильтр с фиксированными значениями коэффициентов. График спектральной плотности мощности одной реализации входного сигнала с шумом $s(n)$ приведён на рис. 8.

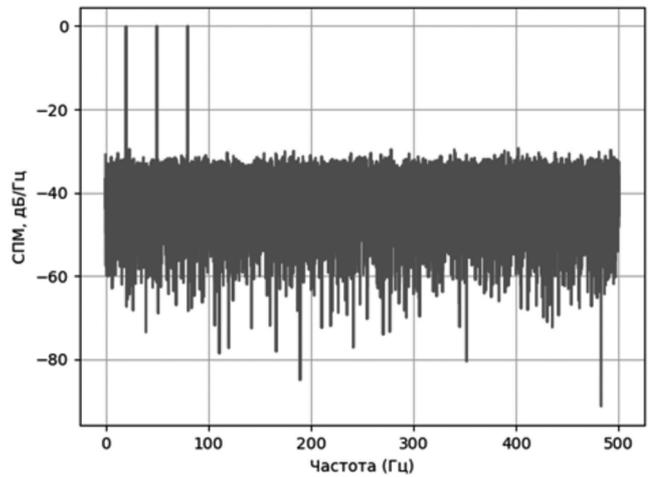
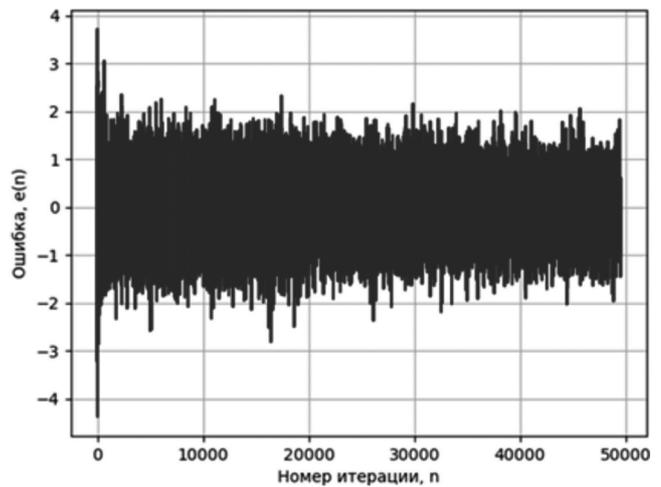
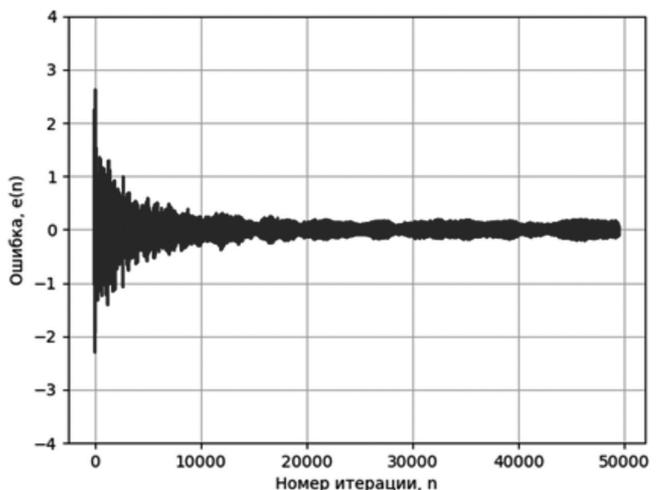


Рис. 8. Спектральная плотность мощности входного сигнала $s(n)$

Вид сигналов ошибки одного запуска для базовой структуры приведён на рис. 9, а, для двухступенчатой — на рис. 9, б.



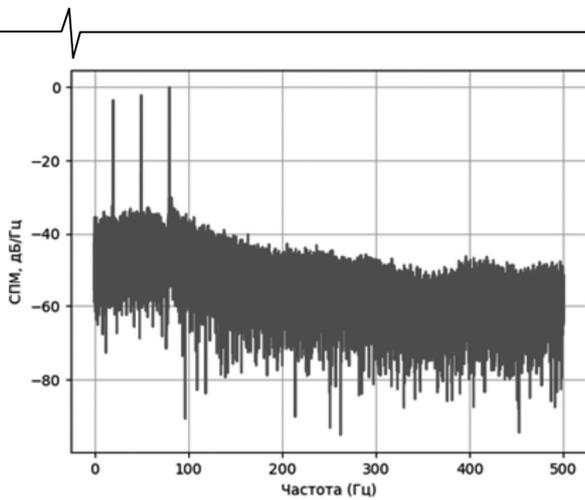
а) для базовой структуры



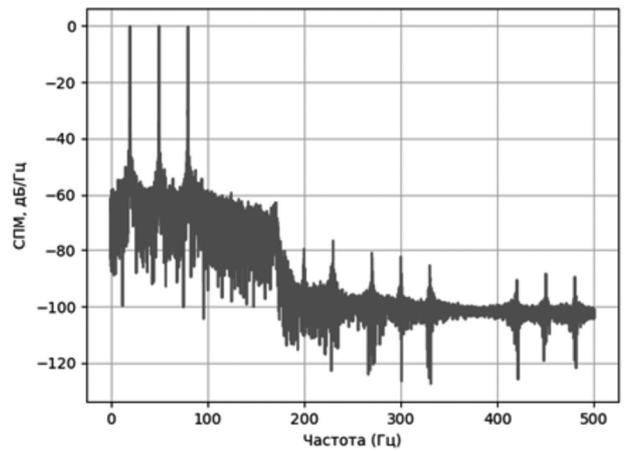
б) для двухступенчатой структуры

Рис. 9. Сигнал ошибки алгоритма восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума

На рис. 10 приведены типичные графики СПМ выходных сигналов для одного запуска алгоритмов.



а)



б)

Рис. 10. СПМ выходных сигналов для алгоритма восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума для базовой структуры (а), двухступенчатой структуры (б)

На рис. 11 изображены кривые сходимости среднего квадрата ошибки, усреднённые по 500 независимым запускам алгоритма. После каждого запуска коэффициенты адаптивной системы сбрасывались в нуль.

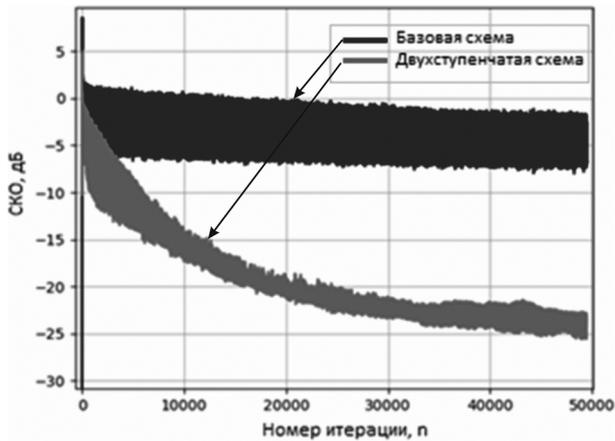


Рис. 11. Кривые сходимости алгоритмов восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума для базовой и двухступенчатой формы реализации фильтра

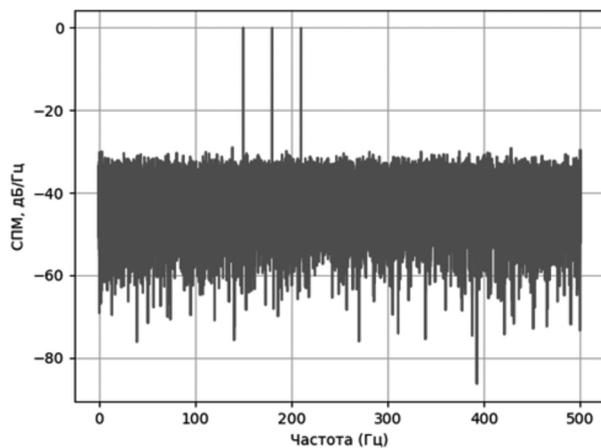
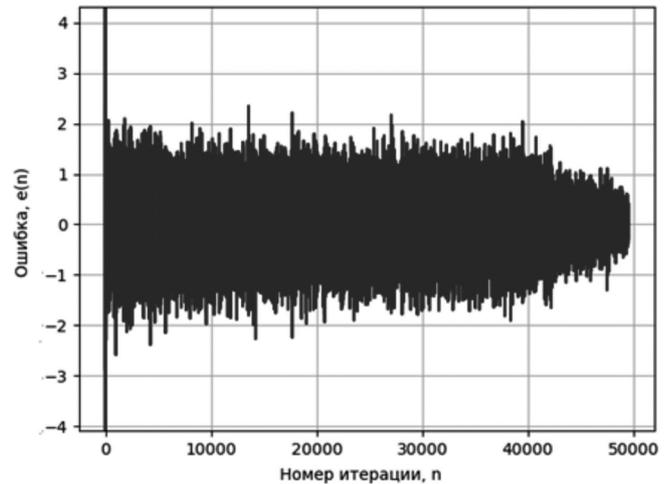


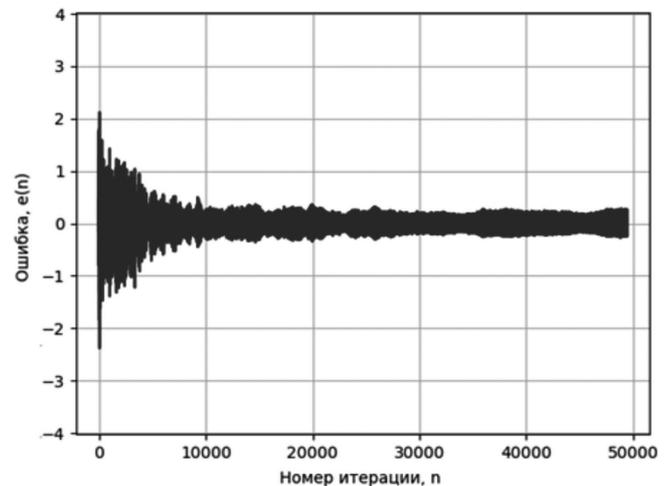
Рис. 12. Спектральная плотность мощности входного сигнала $s(n)$

В качестве входных данных второго эксперимента (с использованием системы с адаптивным СФ), на вход систем подавалась сумма гармонических сигналов, на которую был наложен аддитивный белый гауссов шум

(АБГШ) с нулевым математическим ожиданием и отношением сигнал-шум 0 дБ. Шум измерения находится на уровне -30 дБ относительно полезного сигнала. Гармонические сигналы имеют частоты 150, 180, 210 Гц, частота дискретизации $f_s = 1$ кГц. График спектральной плотности мощности одной реализации входного сигнала с шумом $s(n)$ приведён на рис. 12.



а) для базовой структуры



б) для модифицированной двухступенчатой структуры
Рис. 13. Сигнал ошибки алгоритма восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума

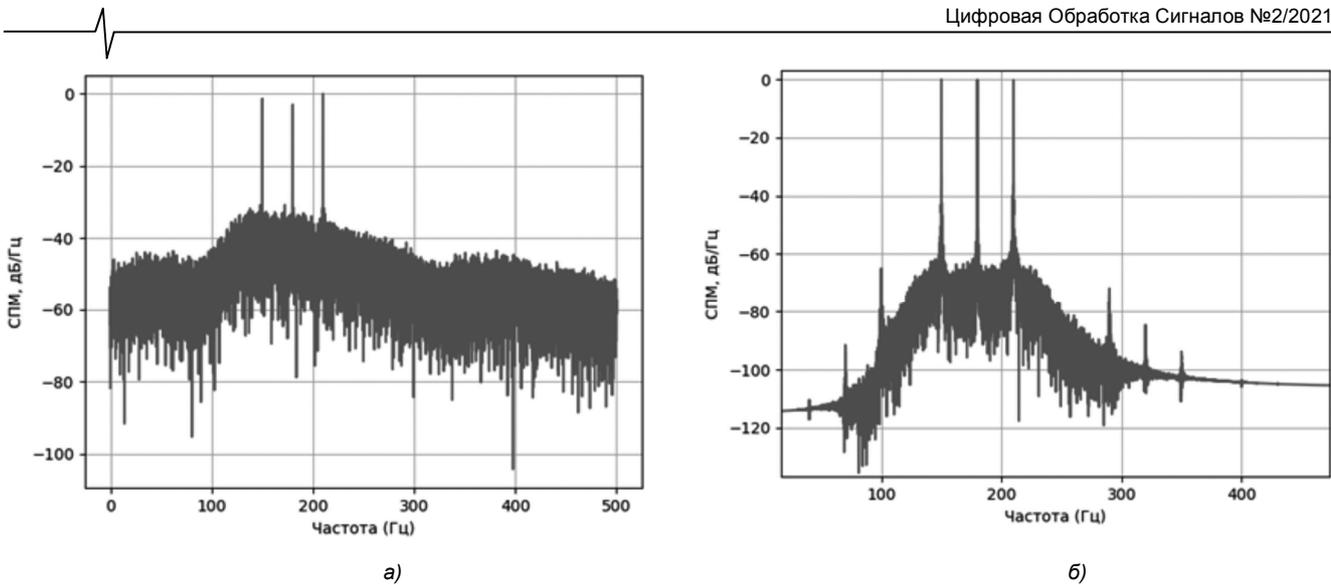


Рис. 14. СПМ выходных сигналов для алгоритма восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума для базовой структуры (а), модифицированной двухступенчатой структуры (б)

Вид сигналов ошибки для одного запуска алгоритма во втором эксперименте приведён на рис. 13: для базовой структуры приведён на рис. 13, а, для модифицированной двухступенчатой – на рис. 13, б.

На рис. 14 приведены типичные графики СПМ выходных сигналов для одного запуска алгоритмов.

На рис. 15 изображены кривые сходимости среднего квадрата ошибки, усреднённые по 500 независимым запуском алгоритма с использованием адаптивного СФ.

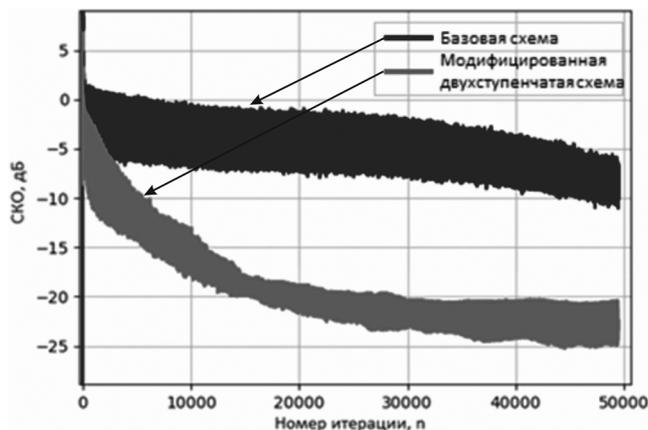


Рис. 15. Кривые сходимости алгоритмов восстановления узкополосного сигнала на фоне широкополосного шума для базовой и модифицированной двухступенчатой формы реализации фильтра

Заключение

Экспериментальные исследования были проведены в окружении, реализованном на языке Python с использованием библиотеки NumPy. Исследования проводились с использованием алгоритма RLS как для базовой, так и для двухступенчатых структур адаптивных фильтров. Было показано, что при использовании одного и того же алгоритма адаптации гребенчатые фильтры имеют преимущество как в скорости, так и в точности сходимости.

Ценой за улучшение является увеличение памяти данных в линии задержки для хранения промежуточных отсчётов сигналов, а также необходимость реализации сглаживающего фильтра.

Литература

- Oshana R. DSP Software Development Techniques for Embedded and Real-Time Systems. Elsevier, 2006. 608 pp.
- Грант П. М., Коуэн К. Ф. Н. Адаптивные фильтры. – М.: Мир, 1988. – 392 с.
- Витязев В.В. Многоскоростная обработка сигналов. М.: Горячая линия – Телеком, 2017. – 336 с.: ил.
- Витязев В.В., Муравьев С.И., Степашкин А.И. Метод проектирования цифровых полосовых фильтров с бесконечной памятью // Радиотехника, 1984. № 2. С. 19-23
- Витязев В.В., Горюшкин Р. С. Анализ устойчивости цифровых узкополосных БИХ-фильтров, реализованных по двухкаскадной структуре // Цифровая обработка сигналов и её применение DSPA 2018: Труды 20-й Международной науч.-техн. конф. М., 2018. Т.1. с. 184-189
- Diniz P. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation. Springer, 2020. 495 pp.
- S. Koshita, Y. Kumamoto, M. Abe, M. Kawamata, Adaptive IIR Band-Pass/Band-Stop Filtering Using High-Order Transfer Function and Frequency Transformation, Interdisciplinary Information Sciences, 2013, Vol. 19, Issue 2, 2013, pp. 163-172
- R.V. Raja Kumar and R. N. Pal, «Tracking of bandpass signals using center-frequency adaptive filters», in IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 38, no. 10, pp. 1710-1721, Oct. 1990
- S. Koshita, Y. Kumamoto, M. Abe, M. Kawamata, High-order center-frequency adaptive filters using block-diagram-based frequency transformation, 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2011, pp. 4284-4287
- Constantinides A., Spectral Transformations for Digital Filters. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, pp. 1585-1590, 1970