

УДК 621.391:621.396.96

РОБАСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕЖЕКТИРОВАНИЯ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ

Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru.

ROBUST ALGORITHMS FOR CLUTTER REJECTION

Popov D.I.

The qualitative definition of robustness in relation to the SDC problem is considered and the criterion for the synthesis of robust algorithms is introduced. The synthesis and analysis of adaptive robust algorithms for clutter rejection, the main properties and advantages of which are analyticity and comparative simplicity, is carried out; as well as the possibility of achieving the maximum or close to it efficiency in the absence of measurement errors of unknown parameters of the correlation matrix of the clutter, while the maximum loss value due to not taking into account the shape of the energy spectrum of the clutter, in comparison with the exact optimal algorithms is only a fraction of dB (in particular, for the second-order notch filter (RF) is 0.16 dB). It is shown that the existence, continuity, and modulo-boundedness of the derivatives of the vector of weight coefficients reduces the influence of a methodological or systematic measurement error. The synthesized robust algorithms for clutter detection neutralize the influence of random errors caused by various objective destabilizing factors on the calculation of the RF weight vector.

Key words: adaptation, weight vector, repetition period wobble, minimax criterion, clutter, rejection, robust algorithms, synthesis.

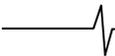
Ключевые слова: адаптация, весовой вектор, wobbling периода повторения, минимаксный критерий, пассивная помеха, режектирование, робастные алгоритмы, синтез.

Введение

При обнаружении сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех, создаваемых мешающими отражениями от неподвижных или медленно перемещающихся объектов, основной операцией является режектирование спектральных составляющих помехи [1-4]. Априорная неопределенность спектрально-корреляционных характеристик помехи, а также их неоднородность и нестационарность в зоне обзора затрудняют реализацию эффективной защиты от пассивных помех. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи основывается на методах адаптации к неизвестным корреляционным параметрам помехи, что приводит, в частности, к алгоритмам адаптивного режектирования помехи с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующим адаптивным режекторным фильтрам (АРФ) [5]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродействия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работе [6] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе [7]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа

Рассмотрено качественное определение робастности применительно к задаче СДЦ и введен критерий синтеза робастных алгоритмов. Проведен синтез и анализ адаптивных робастных алгоритмов режектирования пассивных помех, основными свойствами и достоинствами которых являются аналитичность и сравнительная простота, а также возможность достижения предельной или близкой к ней эффективности при отсутствии ошибок измерения неизвестных параметров корреляционной матрицы помехи. При этом максимальная величина проигрыша, обусловленная не учетом формы энергетического спектра помехи, по сравнению с точными оптимальными алгоритмами, составляет всего доли дБ (в частности, для режекторного фильтра (РФ) второго порядка – это 0.16 дБ). Показано, что существование, непрерывность и ограниченность по модулю производных вектора весовых коэффициентов позволяет снизить влияние методической или систематической ошибки измерения. Синтезированные робастные алгоритмы режектирования пассивных помех нейтрализуют влияние на расчет весового вектора РФ случайных ошибок, обусловленных различными объективными дестабилизирующими факторами.

[8]. Другим вариантом упрощения процедуры адаптации является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным, что ограничивает область целесообразного применения соответствующих АРФ при ограниченной и сравнительно малой в зависимости от порядка фильтра и ожидаемых параметров помехи величине ее доплеровской скорости [9]. Компромиссное решение достигается в фильтрах с частичной адаптацией к доплеровской фазе помехи и оптимизацией характеристик режекторных фильтров в априорном диапазоне изменения спектрально-корреляционных параметров помехи [10]. Повышение эффективности режекторных фильтров высоких порядков достигается при оптимизации их параметров по вероятностному критерию [11].



Кроме того, эффективная селекция сигналов движущихся целей невозможна при так называемых слепых скоростях цели, когда спектральные линии сигнала и помехи совпадают. Одним из способов борьбы со слепыми скоростями является вобуляция периода повторения зондирующих импульсов [3, 4]. Режектирование пассивных помех в условиях априорной неопределенности при вобуляции периода повторения рассмотрено в работе [12].

В работе [13] рассмотрена устойчивость адаптивных алгоритмов режектирования пассивных помех. Показано, что соответствующим выбором параметров адаптивных алгоритмов режектирования пассивных помех можно минимизировать чувствительность последних к ошибкам математических вычислений, обусловленных конечной разрядностью цифровых устройств; при этом предполагалось, что оценки неизвестных параметров помехи совпадают с их истинными значениями. Однако на практике характеристики реальных наблюдаемых данных отличаются от предполагаемых, вследствие нарушений условий типа независимости, стационарности и т. п., что приводит к значительному снижению эффективности процедуры обработки данных и, в конечном счете, точностных показателей всей системы. Таким образом, возникает необходимость в создании алгоритмов обработки, робастных к возможным вариациям характеристик исходных данных, достоинством которых является устойчивость к ошибкам измерения параметров помехи в процессе адаптации.

Качественное определение робастности

Понятие робастности является обобщающим, отсутствие точного определения приводит к включению в данную область все новых проблем. Известен целый ряд первоначальных подходов [14, 15], тесно связанных с формулировками конкретных проблем качественного определения робастности, в качестве которого будем использовать определение устойчивости (или робастности), данное в работе [13].

Любые реальные данные неизбежно содержат ошибки, которые можно разделить на три группы [15]:

- 1) ошибки округления, группировки и другие локальные неточности;
- 2) ошибки, связанные с использованием так называемых предельных теорем и свойств;
- 3) ошибки, имеющие вид грубых промахов: сбои аппаратуры, ошибки в записи программ, нарушения для отдельных наблюдений условия однородности выборки и т.п.

Рассмотрим описанные выше группы ошибок применительно к задаче выделения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех. Ошибки первой и второй групп, обусловленные алгоритмами оценивания аргументов и модулей коэффициентов корреляции помехи, а также процедурой многоуровневого квантования результатов внутривычислительной обработки, поступающих на вход цифровой системы межпериодной обработки, обычно не создают серьезных трудностей, хотя они вполне могут иметь катастрофические последствия. В настоящее время достаточно хорошо разработаны и

исследованы алгоритмы робастного квантования входных данных и стабильные методы обнаружения и оценивания параметров сигналов на фоне помех (например, огрубленный метод максимального правдоподобия), позволяющие в значительной степени устранить ошибки первых двух групп. Поэтому в дальнейшем будут рассматриваться вопросы синтеза робастных алгоритмов режектирования пассивных помех, нивелирующие последствия воздействия ошибок третьей группы.

Из анализа устойчивости адаптивных алгоритмов следует, что в случае сильно коррелированных помех, характеризующихся плохо обусловленными корреляционными матрицами [13], максимальное возмущение вектора весовых коэффициентов может достигать недопустимых значений. Данное обстоятельство приводит к существенному отклонению весового вектора от своего оптимального значения, что существенно снижает отношение сигнал/помеха на выходе фильтра, а в пределе может привести к невыполнению РФ функций подавления помех, в частности, при средних значениях коэффициента корреляции ($\rho < 0,8$).

В связи с этим представляет интерес решение задачи синтеза устойчивых к ошибкам измерения адаптивных алгоритмов режектирования пассивных помех при всех возможных значениях оцениваемых параметров ($0 \leq \rho \leq 1$) для случаев эквидистантного и неэквидистантного поступления обрабатываемых отсчетов.

Критерий синтеза робастных алгоритмов

В качестве критерия синтеза робастных алгоритмов адаптивного режектирования пассивных помех – алгоритмов расчета модулей весовых коэффициентов нерекурсивного РФ – рассмотрим модифицированный применительно к задаче СДЦ минимаксный подход [15]:

$$\mu_{\text{opt}} \rightarrow \min_{\mathbf{G}} \max_{\nu} \Delta \mathbf{G}, \text{ при } \mu_{\text{opt}} \rightarrow \mu_{\text{max}} = 1/\lambda_{\text{min}}, \quad (1)$$

где μ_{opt} и μ_{max} – соответственно оптимизированный и предельный коэффициент улучшения отношения сигнал/помеха, усредненные по всему диапазону анализируемых доплеровских частот сигнала; $\mathbf{G} = \{\mathbf{g}_j\}^T$, $j = \overline{0, m}$, – вектор модулей весовых коэффициентов нерекурсивного РФ; ν – связность коррелированной помехи при математической модели помехи в виде ν – связного марковского нормального случайного процесса; $\Delta \mathbf{G}$ – возмущение вектора весовых коэффициентов, являющееся некоторой функцией от влияния обусловленности корреляционной матрицы пассивной помехи; λ_{min} – минимальное собственное значение корреляционной матрицы пассивной помехи.

Таким образом, как видно из (1), синтез робастных алгоритмов сводится к двум основным этапам: во-первых, выбирается наименее благоприятный параметр нормального распределения, характеризующийся наибольшим потенциальным возмущением весового вектора; а, во-вторых, производится непосредственно минимизация данной величины с учетом выбранной при синтезе модели помехи.

Произведем выбор наименее благоприятного параметра нормального распределения. Для заданной поме-

ховой обстановки (при заданных спектрально-корреляционных свойствах пассивной помехи) наиболее худшая обусловленность корреляционной матрицы, а следовательно, максимальное возмущение весового вектора достигается при гауссовской аппроксимации энергетического спектра пассивной помехи ($\nu \rightarrow \infty$). Следовательно, в качестве математической модели при синтезе робастных алгоритмов выбираем помеху с гауссовской функцией корреляции, которая имеет вид

$$\rho(\tau) = \exp\left\{-\left(\frac{\pi\beta_{\min}\tau}{T_{\min}}\right)^2 / 2,8\right\}, \quad (2)$$

где β_{\min} – нормированная ширина спектра помехи.

Прежде чем перейти непосредственно к синтезу робастных алгоритмов рассмотрим упоминавшуюся в работе [13] стабилизирующую функцию минимального собственного значения в алгоритмах оптимального режектирования на примере весового вектора фильтра первого порядка.

Согласно выражению (3) работы [12] для нулевой ($Row = 0$) и первой ($Row = 1$) строк разложения адаптивный весовой вектор запишется в виде

$$Row = 0 \Rightarrow g_0 = 1, g_1 = -\frac{\hat{\rho}_{01}}{1 - \lambda_{\min}}; \quad (3)$$

$$Row = 1 \Rightarrow g_0 = 1, g_1 = -\frac{1 - \lambda_{\min}}{\hat{\rho}_{01}}; \quad (4)$$

$$\lambda_{\min} = 1 - \hat{\rho}_{01}.$$

Как видно из выражений (3, 4), при любом произвольном значении оценки модуля коэффициента корреляции помехи (даже если $\hat{\rho}_{01} \neq \rho_{01}$) выражение для весового коэффициента в конечном итоге принимает вид $g_1 = -\hat{\rho}_{01} / \hat{\rho}_{01} \equiv -1$. А, следовательно, учет значения λ_{\min} при вычислении весового вектора дает робастный в самом широком смысле и простейший алгоритм режектирования пассивных помех, реализующий наилучший показатель эффективности (1) работы [12] при произвольных корреляционных свойствах помехи. Не учет же значения λ_{\min} ведет к резкой чувствительности алгоритмов (3, 4) к ошибкам третьей группы и, кроме того, при малых значениях коэффициента корреляции пассивной помехи получающиеся при различных строках разложения весовые коэффициенты уже не являются коэффициентами РФ.

Таким образом, учет значения λ_{\min} при синтезе конкретного вида алгоритмов оптимального режектирования является необходимым условием робастности получающихся адаптивных алгоритмов по отношению к ошибкам в виде грубых промахов.

Воспользовавшись данным выводом, синтезируем робастные алгоритмы для второго порядка фильтра при постоянном периоде повторения, а затем, с учетом полученных результатов, распространим идею построения робастных алгоритмов на случай больших порядков фильтров $m \geq 3$ и на случай воуляции периода повторения.

Синтез робастных алгоритмов при постоянном периоде повторения

При постоянном периоде повторения эрмитова корреляционная матрица пассивной помехи является тепловой и характеризуется набором, состоящим из $M_\rho = m$ модулей коэффициентов корреляции. В частности, при $m = 2$ имеем два коэффициента $\{\rho_{01}, \rho_{02}\}$. Характеристическое уравнение корреляционной матрицы помехи [12] в этом случае преобразуется к приведенному «неполному» алгебраическому действительному уравнению [16] вида $t^3 - t(2\rho_{01}^2 + \rho_{02}^2) + 2\rho_{01}^2\rho_{02} = 0$,

при этом $(1 - \lambda_{\min}) = \sqrt{2\rho_{01}^2 + (0,5\rho_{02})^2} - 0,5\rho_{02}$. При использовании полученного выражения $(1 - \lambda_{\min})$ в уравнении (3) работы [12] и выбирая в качестве строки разложения $Row = 1$, для элементов разложения $Col = 0$ и $Col = 1$, соответственно имеем:

$$Col = 0 \Rightarrow g_0 = g_2 = 1, g_1 = -0,5 \left(\rho^3 + \sqrt{8 + \rho^6} \right); \quad (5)$$

$$Col = 1 \Rightarrow g_0 = g_2 = -0,25 \left(\sqrt{8 + \rho^6} - \rho^3 \right), g_1 = 1, \quad (6)$$

где учтено, что для гауссовской функции корреляции помехи (2) $\rho_{02} = \rho_{01}^4 = \rho^4$.

Алгоритмы (3, 4) работы [12] являются точными, а (5, 6) – приближенными, но при этом робастными. Для их сравнения определим проигрыш $\Delta\mu$ в коэффициенте μ по сравнению с оптимальными алгоритмами за счет не учета вида аппроксимации энергетического спектра пассивной помехи (т.е. связности ν). Соответствующие зависимости от нормированного коэффициента корреляции помехи $\rho_{\min} = \rho$ для различных значений связности ν приведены на рис. 1. Как видим, размер проигрыша зависит от ширины спектра помехи (или коэффициента корреляции ρ) и связности ν помехи. При этом максимальная величина проигрыша, равная 0,16 дБ, достигается, как и следовало ожидать, при резонансной аппроксимации спектра помехи ($\nu = 1$). Кроме того, с увеличением связности помехи величина проигрыша резко (практически на порядок) уменьшается $\Delta\mu(\nu) \approx 10^{-\nu}$. Отметим также, что данные значения проигрыша намного меньше, чем у приближенных алгоритмов, когда не учитывается значение λ_{\min} .

Переходя, в соответствии с методологией адаптивного байесовского подхода, к оценке модуля коэффициента межпериодной корреляции ρ , получаем адаптивные робастные алгоритмы оптимального режектирования пассивной помехи

$$Col = 0 \Rightarrow g_0 = g_2 = 1, \hat{g}_1 = -0,5 \left[(\hat{\rho})^3 + \sqrt{8 + (\hat{\rho})^6} \right]; \quad (7)$$

$$Col = 1 \Rightarrow g_0 = g_2 = -0,25 \left[\sqrt{8 + (\hat{\rho})^6} - (\hat{\rho})^3 \right], g_1 = 1. \quad (8)$$

Отметим достоинства синтезированных адаптивных робастных алгоритмов (7, 8). Это, во-первых, их аналитичность и сравнительная простота. Во-вторых возмож-

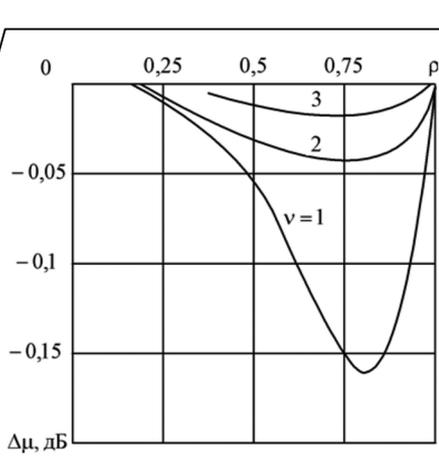


Рис. 1. Зависимости проигрыша по сравнению с оптимальными алгоритмами

ность получения предельной при $\nu \rightarrow \infty$ или близкой к ней при $\nu = 1, 2, \dots$ (причем величина проигрыша пропорциональна $10^{-\nu}$) эффективности при произвольных корреляционных свойствах пассивной помехи, при этом $0 \leq \rho \leq 1$. В-третьих, зависимости $\hat{g}_j = f_j(\hat{\rho})$ являются монотонными гладкими функциями, имеющие конечные пределы при $\rho \rightarrow 1$ и $\rho \rightarrow 0$. В-четвертых, функции $f_j(\hat{\rho})$ являются непрерывно дифференцируемыми, т.к. соответствующие производные существуют и непрерывны, причем максимальное значение нормы матрицы производных вектора весовых коэффициентов, равное $D = 2$ или $D = 1$ (соответственно для нулевого и первого элемента разложения), достигается при $\rho \rightarrow 1$ и плавно уменьшается до нуля при $\rho \rightarrow 0$. И, в-пятых, это устойчивость к ошибкам в виде грубых промахов; действительно, допустим, что при $\rho = 1$ в результате процедуры оценивания получено $\hat{\rho} = 0$, при этом алгоритмы (7, 8) все равно сформируют АЧХ фильтра, имеющую два режекторных провала (положение нулей при этом $\theta_{0(1,2)} = \pm \pi/4$ [5]) и обеспечивающую $\mu \approx 12,5$ дБ.

Синтез робастных алгоритмов при вобуляции периода повторения

Для случая больших порядков фильтра ($m \geq 3$), а также при вобуляции периода повторения для $m \geq 2$ не удастся получить простые алгоритмы, аналогичные (5-8), вследствие чрезвычайно сложной функциональной зависимости $\lambda_{\min} = f(\{\rho_s\})$. Однако функциональные зависимости $g_j^{(q)} = f_j(\{\rho_s^{(q)}\})$ являются монотонными гладкими функциями, имеющими конечные пределы при $\Delta F_C \rightarrow 0$ и $\Delta F_C \rightarrow \infty$. Причем при $\Delta F_C \rightarrow 0$ ($\rho \rightarrow 1$) пределы определяются знакопеременными биномиальными коэффициентами [1-3] для случая постоянного периода повторения или переменными во времени коэффициентами [4] для случая вобуляции периода повторения, а при $\Delta F_C \rightarrow \infty$ ($\rho \rightarrow 0$) коэффициентами, определяющими критические (максимально допустимые) положения комплексно-сопряженных нулей [5]. Тогда синтез робастных алгоритмов сводится к аппроксимации зависимостей $g_j^{(q)} = f_j(\{\rho_s^{(q)}\})$, например, полиномиальной функцией вида

$$p_j(q, \rho_{\min}) = p_j(q, \rho) = \sum_{k=0}^S p_{qk}^{(j)} \rho^k, \quad (9)$$

где S – максимальное значение степени полиномиальной функции, которая определяется порядком фильтра.

С учетом принятой гауссовской функции корреляции помехи $\left(\rho_{jk}^{(q)} = \rho^{((t_{q-j} - t_{q-k})/T_{\min})^2} \right)$ значение S должно вы-

бираться из условий

$$S \geq 2(m^2 - 1), \text{ или} \quad (10)$$

$$S \geq 2(m_1^2 - 1), \quad m_1 = \max_q \left[\frac{t_q - t_{q-m}}{T_{\min}} + 1 \right], \quad (11)$$

$$q = \overline{m, P + m - 1},$$

где символом « $\overline{[]}$ » обозначена операция взятия целой части числа, при этом формула (10) соответствует случаю постоянного периода, а (11) – случаю вобуляции периода повторения; P – ядро вобуляции [12].

Процедура определения коэффициентов $\mathbf{P}_q^{(j)} = \{p_{qk}^{(j)}\}$,

$k = \overline{0, S}$, сводится к следующим двум этапам:

1) интервал $0 \leq \rho \leq 1$ разбивается на S интервалов ($S+1$) точками $x_0 = 0, x_1, x_2, \dots, x_{S-1}, x_S = 1$, при этом положение точек x_1 и x_{S-1} выбирается таким, чтобы разрядность ЭВМ позволила рассчитать величину λ_{\min} с заданной точностью, а положение остальных точек выбирается равномерным на интервале (x_1, x_{S-1}) ;

2) методом Крамера [16] для каждого $j = \overline{0, m}$, $j \neq Col$ решается система линейных алгебраических уравнений вида

$$\mathbf{A} \mathbf{P}_q^{(j)} = \mathbf{F}_q^{(j)}, \quad (12)$$

где $\mathbf{A} = \{a_{ik} = (x_i)^k\}$, $\mathbf{F}_q^{(j)} = \{(F_q^{(j)})_k = f_j(\{\rho_s^{(q)}\})\}_{\rho_{\min} = x_k}$,

$$i, k = \overline{0, S},$$

причем в качестве параметров алгоритмов (3) работы [12] в соответствии с рекомендациями работы [13] выбираются $Row = 1, Col = 0$ или $Col = 1$ (для минимизации нормы матрицы производных весового вектора); причем данную совокупность действий необходимо провести для каждого значения $q = \overline{m, P + m - 1}$ (при постоянном периоде повторения – один раз).

Теперь, переходя к оценочному значению коэффициента корреляции $\hat{\rho}_{01}^{(q)} = \hat{\rho}$, с учетом (9-12) получаем адаптивные робастные алгоритмы оптимального режекторирования

$$g_{Col} = 1, \quad \hat{g}_j^{(q)} = p_j(q, \hat{\rho}), \quad q = \overline{m, P + m - 1}, \\ j = \overline{0, m}, \quad j \neq Col. \quad (13)$$

В процессе адаптации по номеру периода повторения q выбираются соответствующие m векторов

$$P_{q(\text{mod})P}^{(j)}, \text{ по оценке } \hat{\rho}_{01}^{(q)} \text{ определяется } \hat{\rho} = (\hat{\rho}_{01}^{(q)})^{(T_{\min}/T_{q-1})^2}$$

(при постоянном периоде повторения $\hat{\rho} \equiv \hat{\rho}_{01}^{(q)}$) и после дальнейшей подстановки в (13) рассчитываются весовые коэффициенты нерекурсивного РФ.

Заключение

На основе качественного определения робастности применительно к задаче СДЦ и введенного критерия синтеза робастных алгоритмов проведен синтез и анализ адаптивных робастных алгоритмов режектирования пассивных помех, основными достоинствами которых являются:

- аналитичность и сравнительная простота;
- возможность достижения предельной или близкой к ней эффективности при отсутствии ошибок измерения неизвестных параметров помехи (при этом максимальная величина проигрыша, обусловленная не учетом формы энергетического спектра помехи, по сравнению с точными оптимальными алгоритмами составляет всего доли дБ, так для РФ второго порядка – это 0,16 дБ);
- существование, непрерывность и ограниченность по модулю производных вектора весовых коэффициентов, что позволяет снизить влияние методической или систематической ошибки измерения;
- нейтрализация влияния на расчет весового вектора РФ случайных ошибок, обусловленных различными объективными дестабилизирующими факторами.

Литература

1. Skolnik M.I. Introduction to Radar System, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001. – 862 p.
2. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. – 924 p.
3. Melvin W. L., Scheer J.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Advanced Techniques. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013. – 846 p.
4. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. М.И. Сколника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. – 672 с.
5. Попов Д.И. Адаптация нерекурсивных режекторных фильтров // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2009. – Т. 52. – № 4. – С. 46-55.
6. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2009. – № 2. – С. 30–33.
7. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 4. – С. 32-37.
8. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа // Цифровая обработка сигналов. – 2016. – № 2. – С. 53-56.
9. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с действительными весовыми коэффициентами // Цифровая обработка сигналов. – 2017. – № 1. – С. 22-26.
10. Попов Д.И. Оптимизация нерекурсивных режекторных фильтров с частичной адаптацией // Цифровая обработка сигналов. – 2018. – № 1. – С. 28-32.
11. Попов Д.И. Оптимизация режекторных фильтров по вероятностному критерию // Цифровая обработка сигналов. – 2021. – № 1. – С. 55-58.
12. Попов Д.И. Режектирование пассивных помех при вобуляции периода повторения // Радиотехника. 2015. – № 5. – С. 97-101.
13. Попов Д.И. Устойчивость адаптивных алгоритмов режектирования пассивных помех // Радиопромышленность. – 2018. – № 1. – С. 87-93.
14. Хьюбер Дж.П. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984. – 304 с.
15. Кассам С.А., Пур Г.В. Робастные методы обработки сигналов: обзор // ТИИЭР. – 1985. – Т. 73. – № 3. – С. 54-110.
16. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1973. – 832 с.