

## РАСПОЗНАВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В КАЧЕСТВЕ И ПРИЗНАКОВ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

*Паршин В.С., д.т.н., профессор Рязанского радиотехнического университета, e-mail: vsparshin@gmail.com.*

### RECOGNITION OF RANDOM SIGNALS WHEN USED AS FEATURES OF SAMPLE CHARACTERISTIC FUNCTIONS

*Parshin V.S.*

*Sample characteristic functions are offered to be used as features for random signal recognition which allows us to move from the recognition in case of non-parametric a priori uncertainty to the recognition in the condition of parametric a priori uncertainty. The ratios to determine the moments of sample characteristic function distribution law allowing us to determine asymmetry and kurtosis coefficients are received. The estimation of the convergence of sample characteristic function distribution law to normal distribution is given. The comparison of probabilities for erroneous recognition of four classes of random signals using optimum algorithms and the algorithm using the values of sample characteristic function as features is carried out.*

**Key words:** recognition, a priori uncertainty, features, sample characteristic function, distribution moments, asymmetry and kurtosis coefficients, erroneous recognition probabilities.

**Ключевые слова:** распознавание, априорная неопределенность, признаки, выборочная характеристическая функция, моменты распределения, коэффициенты асимметрии и эксцесса, вероятности ошибочного распознавания.

#### Введение

Известным путем решения задачи распознавания в том случае, когда известна модель сигнала (случай заданного классификатора), является формирование функции правдоподобия для каждой из проверяемых гипотез. Решение принимается в пользу той гипотезы, для которой функция правдоподобия максимальна. На практике случай заданного классификатора является скорее исключением, чем правилом. Поэтому при априорной неопределенности для получения решающих правил, обладающими свойствами оптимальности, необходима оценка законов распределения распознаваемых сигналов и их параметров. Поэтому решающее правило обычно представляют в следующем виде – контрольная выборка  $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$  длины  $N$  отсчетов принадлежит классу  $s_l$ ,  $l = \overline{1, K}$ , для которого оценка  $\hat{L}(x)$  функции правдоподобия максимальна, то есть [1, 2]

$$\hat{L}_l(\xi) = \max_{1 \leq m \leq K} \{\hat{w}_m(\xi)\}, \quad (1)$$

где  $\hat{w}(\cdot)$  – оценка в общем случае  $n$ -мерного закона распределения, полученная по обучающей выборке.

Существенным затруднением при синтезе алгоритмов распознавания при непараметрической априорной неопределенности является необходимость оценки законов распределения распознаваемых сигналов. Известны различные методы преодоления непараметрической априорной неопределенности. Например, в [1, 3] и других работах обсуждаются достоинства и недостат-

*Предложено использовать в качестве признаков для распознавания случайных сигналов выборочные характеристические функции, что позволяет перейти от распознавания при непараметрической априорной неопределенности к распознаванию при параметрической априорной неопределенности. Получены соотношения для определения моментов закона распределения выборочной характеристической функции, позволяющие определить коэффициенты асимметрии и эксцесса. Проведена оценка сходимости закона распределения выборочной характеристической функции к нормальному распределению. Проведено сравнение вероятностей ошибочного распознавания четырех классов случайных сигналов для оптимальных алгоритмов и алгоритма, использующего в качестве признаков значения выборочной характеристической функции.*

ки операторного метода, метода  $k$  – ближайших соседей, метода моментов и других методов аппроксимации выборочных распределений. Наибольшую трудность вызывает аппроксимация многомодальных распределений. Некоторые методы аппроксимации, особенно при малых объемах выборки, в этом случае просто не работают. Преодолеть непараметрическую априорную неопределенность может использование в качестве признаков для распознавания выборочных характеристических функций (ХФ) распознаваемых сигналов, поскольку ХФ, как и закон распределения вероятностей, является исчерпывающей характеристикой случайного процесса. Учитывая, что по определению одномерная ХФ случайной величины  $x$  определяется как [4]

$$\theta(j\omega) = M \{\exp(j\omega x)\} \quad \theta(j\omega) = M \{\exp(j\omega x)\}, \quad (2)$$

где  $M$  – оператор математического ожидания, примем за оценку  $\hat{\theta}(\omega)$  ХФ соотношение

$$m_3 \begin{Bmatrix} \operatorname{Re} \hat{\theta}(j\omega) \\ \operatorname{Im} \hat{\theta}(j\omega) \end{Bmatrix} = \frac{1}{N^2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 4 \end{Bmatrix} [\pm 3 \operatorname{Re} \theta(j\omega) + \operatorname{Re} \theta(j3\omega)] + \quad (3)$$

где  $x_n$ ,  $n = 1, N$  – выборочные значения случайной ве-

личины  $x$ .

Из выражения (3) следует, что в силу центральной предельной теоремы [4] законы распределения реальной  $\text{Re}\hat{\theta}(j\omega)$  и мнимой  $\text{Im}\hat{\theta}(j\omega)$  частей оценки ХФ при увеличении  $N$  будет асимптотически приближаться к нормальному, независимо от закона распределения распознаваемых сигналов. Поэтому для получения решающих правил нет необходимости оценивать вид закона распределения. Достаточно оценить моменты распределения – математическое ожидание и корреляционную матрицу. Для оценки эффективности выборочных ХФ при использовании их в качестве признаков для распознавания необходимо оценить скорость сходимости их распределений к нормальному, а затем сравнить получаемые вероятности ошибочного распознавания с вероятностями, полученными при решении известных задач. В известной автору литературе не удалось найти публикаций, посвященных оценке эффективности распознавания при выборе в качестве признаков выборочных ХФ.

### Статистические характеристики оценки характеристической функции

Ограничимся распознаванием случайных процессов, представленными стационарными процессами с некоррелированными компонентами.

Непосредственно из (3) следует, что оценка ХФ является несмещенной [5...7], то есть

$$M\{\hat{\theta}(j\omega)\} = \text{Re}\theta(j\omega) + j\text{Im}\theta(j\omega), \quad (4)$$

где  $\theta(j\omega)$  - истинная ХФ.

Дисперсия оценки ХФ в общем виде получена в работе [4], откуда следует, что для стационарных дельта-коррелированных случайных процессов дисперсию оценки ХФ можно представить в виде

$$D\{\hat{\theta}(j\omega)\} = \frac{1}{N} \{1 - |\theta(j\omega)|^2\}. \quad (5)$$

Дисперсии реальной и мнимой частей оценки ХФ определяются как

$$D \begin{Bmatrix} \text{Re}\hat{\theta}(j\omega) \\ \text{Im}\hat{\theta}(j\omega) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2N} \pm \frac{1}{2N} \text{Re}\theta(2j\omega) + \frac{N-1}{2N} |\theta(j\omega)|^2 \pm \frac{N-1}{2N} [\text{Re}^2\theta(j\omega) - \text{Im}^2\theta(j\omega)] - \begin{Bmatrix} \text{Re}^2\theta(j\omega) \\ \text{Im}^2\theta(j\omega) \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Для оценки сходимости закона распределения оценки ХФ к нормальному определим третий  $M_3$  и четвертый  $M_4$  центральные моменты распределения оценки ХФ, а затем вычислим коэффициенты асимметрии  $\beta_1$  и эксцесса и  $\beta_2$  по формулам [3]:

$$\beta_1 = M_3 / \sqrt{D^3}, \quad (7)$$

$$\beta_2 = M_4 / D^2 - 3. \quad (8)$$

Третий начальный момент закона распределения реальной и мнимой частей оценки ХФ определится как

$$m_3 \begin{Bmatrix} \text{Re}\hat{\theta}(j\omega) \\ \text{Im}\hat{\theta}(j\omega) \end{Bmatrix} = \frac{1}{N^2} \left\{ \frac{1}{4} [\pm 3\text{Re}\theta(j\omega) + \text{Re}\theta(j3\omega)] + \right.$$

$$\left. + (N-1)(N-2) \text{Re}^3\theta(j\omega) + \frac{3}{2}(N-1) \text{Re}\theta(j\omega) [\pm \text{Re}\theta(j2\omega) + 1] \right\}. \quad (9)$$

Четвертый начальный момент закона распределения случайных величин  $\text{Re}\hat{\theta}(j\omega)$  и  $\text{Im}\hat{\theta}(j\omega)$  равен

$$m_4 \begin{Bmatrix} \text{Re}\hat{\theta}(j\omega) \\ \text{Im}\hat{\theta}(j\omega) \end{Bmatrix} = \frac{1}{N^3} \left\{ \frac{1}{8} [\text{Re}\theta(4\omega) \pm 4\text{Re}\theta(2\omega) + 3] + \right.$$

$$\left. + (N-1)(N-2)(N-3) \frac{\text{Re}^2\theta(\omega)}{\text{Im}^2\theta(\omega)} + \frac{3(N-1)}{4} [1 \pm \text{Re}(2\omega)]^2 + \right.$$

$$\left. + 4(N-1) \begin{bmatrix} 3\text{Re}\theta(\omega) & \text{Re}\theta(3\omega) \\ 3\text{Im}\theta(\omega) & \text{Im}\theta(3\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Re}\theta(\omega) \\ \text{Im}\theta(\omega) \end{bmatrix} + \right.$$

$$\left. + 3(N-1)(N-2) \begin{bmatrix} 1 \pm \text{Re}\theta(2\omega) \\ \text{Im}\theta(2\omega) \end{bmatrix} \text{Im}^2\theta(\omega) \right\}. \quad (10)$$

Третий и четвертый центральные моменты закона распределения оценки ХФ определяются через начальные моменты по известным соотношениям [4]

$$M_3 = m_3 - 3Mm_2 + 2M^3, \quad (11)$$

$$M_4 = m_4 - 4Mm_3 + 6m_1^2m_2 - 3M^4, \quad (12)$$

$$\text{где } m_2 \begin{pmatrix} \text{Re}\hat{\theta}(j\omega) \\ \text{Im}\hat{\theta}(j\omega) \end{pmatrix} = \frac{1}{2N} \pm \frac{1}{2N} \text{Re}\theta(2j\omega) + \frac{N-1}{N} \times$$

$\times \begin{pmatrix} \text{Re}^2\theta(j\omega) \\ \text{Im}^2\theta(j\omega) \end{pmatrix}$  – второй начальный момент случайных

величин  $\text{Re}\hat{\theta}(j\omega)$  и  $\text{Im}\hat{\theta}(j\omega)$ .

Результаты расчетов коэффициентов асимметрии и эксцесса проведены для оценки ХФ дельта-коррелированных стационарных последовательностей с четырьмя законами распределений. Расчеты проведены для последовательности с нормальным законом распределения  $N(0,1)$ , имеющим ХФ

$$\theta(\omega) = \exp(-\omega^2/2), \quad (13)$$

и для последовательности с экспоненциальным законом распределения

$$w(x) = \exp(-x), \quad (14)$$

имеющим ХФ

$$\theta(j\omega) = 1/(1-j\lambda\omega). \quad (15)$$

Также проведены расчеты коэффициентов асимметрии и эксцесса для случайных последовательностей, имеющие бимодальные распределения.

Расчеты проведены для последовательностей, описываемых смесью нормальных распределений

$$w(x) = \frac{0,5}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) + \frac{0,5}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2}\right] \quad (16)$$

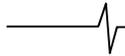
С ХФ

$$\theta(j\omega) = 0,5 \exp(-\omega^2/2) + 0,5 \exp(j\omega m - \omega^2/2)$$

С параметром  $m = 5$ ,

$$\text{и для смеси равномерных распределений} \quad (17)$$

$$w(x) = \begin{cases} 0,5 / (b_1 - a_1), & x \in a_1, b_1, \\ 0,5 / (b_2 - a_2), & x \in a_2, b_2, \\ 0, & x \notin a_1, b_1, x \notin a_2, b_2, \end{cases} \quad (18)$$



с ХФ

$$\theta(j\omega) = \frac{0,5}{j\omega} \left\{ \frac{1}{b_1 - a_1} [\exp(j\omega b_1) - \exp(j\omega a_1)] + \frac{1}{b_2 - a_2} [\exp(j\omega b_2) - \exp(j\omega a_2)] \right\}. \quad (19)$$

Результаты расчетов коэффициентов асимметрии и эксцесса для закона распределения оценки ХФ последовательностей с указанными законами распределений приведены соответственно на рис. 1 и 2. Положено, что число отсчетов сигнала равнялось  $N = 20$ . Расчеты проведены для значений аргумента ХФ

$$\omega_i = 2\pi i / N, i = \overline{1, N}. \quad (20)$$

Из приведенных рисунков следует, что и коэффициент эксцесса, и коэффициент асимметрии закона распределения оценки ХФ весьма быстро уменьшаются с ростом ее аргумента, приближаясь к нулевому значению, что характерно для нормального распределения. Стоит отметить, что для оценки ХФ последовательностей с бимодальными распределениями (16, 18) коэффициенты асимметрии и эксцесса для всех значений аргумента ХФ не очень сильно отличается от нулевого значения. Поведение коэффициента эксцесса закона распределения оценки ХФ для бимодальных последовательностей с законами распределения (16, 18) очень похожи (пунктирная линия на рис. 2) и примерно равны нулевому значению.

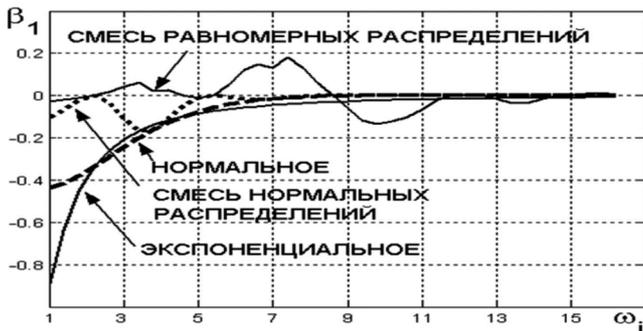


Рис. 1. Поведение коэффициента асимметрии

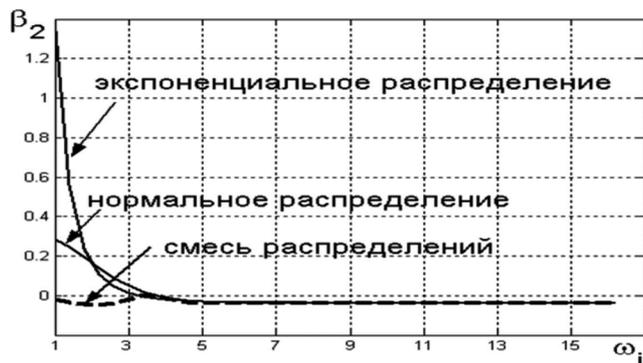


Рис.2. Поведение коэффициента эксцесса

Статистические связи между оценками ХФ при различных значениях аргумента  $\omega_i = 2\pi i / N, i = 1, 2, \dots$  можно представить следующим образом, учитывая определение ковариационной функции комплексных случайных величин [4]

$$M \{ \hat{\theta}(j\omega_i), \hat{\theta}(j\omega_m) \} = M \{ \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_m) \} +$$

$$+ M \{ \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_m) \} + jM \{ \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_m) \} - jM \{ \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_m) \}. \quad (21)$$

Функция (21) зависит от статистических связей между оценками реальной и мнимой частями ХФ при различных значениях аргумента  $\omega$ . Вторые смешанные центральные моменты в выражении (21) равны:

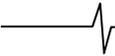
$$M \{ \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_m) \} = \frac{1}{2N} \{ \text{Re} \theta[j(\omega_i - \omega_m)] + \text{Re} \theta[j(\omega_i + \omega_m)] \} - \frac{1}{N} \text{Re} \theta(j\omega_i) \text{Re} \theta(j\omega_m);$$

$$M \{ \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_m) \} = \frac{1}{2N} \{ \text{Re} \theta[j(\omega_i - \omega_m)] - \text{Re} \theta[j(\omega_i + \omega_m)] \} - \frac{1}{N} \text{Im} \theta(j\omega_i) \text{Im} \theta(j\omega_m);$$

$$M \{ \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_i), \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_m) \} = \frac{1}{2N} \{ \text{Im} \theta[j(\omega_i - \omega_m)] + \text{Im} \theta[j(\omega_i + \omega_m)] \} - \frac{1}{N} \text{Re} \theta(j\omega_i) \text{Im} \theta(j\omega_m).$$

С использованием выражений (6, 22...24) рассчитаны коэффициенты корреляции между значениями оценки ХФ при разных значениях аргумента  $\omega$ . Результаты расчетов, практически совпадающие с результатами моделирования, показывают, что коэффициент корреляции  $R$  между оценками ХФ, вычисленные при значениях аргумента  $\omega_i, \omega_m$ , весьма существенен. Например, при числе отсчетов сигнала  $N = 15$  и соседних значениях аргумента ХФ коэффициент корреляции может превышать значения  $|R| > 0,6-0,7$  и слабо зависит от вида закона распределения сигнала. Коэффициент корреляции увеличивается при увеличении длительности сигнала и при числе отсчетов  $N \approx 30-40$  может достигать значений  $|R| > 0,9-0,95$ . При увеличении величины  $\Delta\omega_p = \omega_i - \omega_m$  коэффициент корреляции между оценками реальной части ХФ на частотах  $\omega_i, \omega_m$  уменьшается, но остается достаточно значительным. Коэффициент корреляции между реальной и мнимой частями ХФ при значениях аргумента ХФ  $\omega_i \neq \omega_m$  для симметричных законов распределения случайных величин относительно нулевого среднего равен нулю, что следует из выражения (24). При несимметричных законах распределения реальная и мнимая части оценки ХФ коррелированы, причем коэффициент корреляции может достигать заметных величин в зависимости от вида закона распределения исходных данных.

Поведение коэффициентов асимметрии и эксцесса позволяет в первом приближении достаточно точно (особенно для больших значений аргумента  $\omega$ ) аппроксимировать закон распределения оценки ХФ  $b_2 = 3 -$



мерным комплексным нормальным законом распределения. Однако удобнее аппроксимировать закон распределения оценки ХФ  $2N-2$ -мерным действительным нормальным распределением, представляя вектор оценки ХФ в виде

$$\hat{\theta}(j\omega) = \{\text{Re}\hat{\theta}(j\omega_2), \text{Re}\hat{\theta}(j\omega_3), \dots, \text{Re}\hat{\theta}(j\omega_N), \text{Im}\hat{\theta}(j\omega_2), \text{Im}\hat{\theta}(j\omega_3), \dots, \text{Im}\hat{\theta}(j\omega_N)\}, \quad (25)$$

с матрицей корреляций

$$K = \begin{bmatrix} K_R & K_{RJ} \\ K_{JR} & K_J \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где  $K_R, K_J, K_{RJ}$  – соответственно матрицы корреляций реальной и мнимой части оценки ХФ и их взаимная корреляционная матрица.

Среднее значение вектора (25) определяется выражением (4).

Стоит заметить, что также удачной аппроксимация закона распределения выборочных ХФ является  $\beta$  – распределение, особенно если учесть, что значения оценки ХФ заключены в интервале от +1 до -1. Однако такая аппроксимация не позволяет учесть корреляционные связи между оценками ХФ, вычисленных при различных значениях ее аргумента.

#### Тестовые задачи и алгоритмы распознавания

Задачу сравнения вероятностей ошибочного распознавания при использовании в качестве признаков оценок ХФ сформулируем следующим образом. Пусть имеется контрольная выборка  $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$  длиной  $N$  отсчетов. Необходимо принять решение, к какому из двух классов  $s_l, l=1,2$  она принадлежит. Сравнение вероятностей ошибочного распознавания проведем, используя в качестве признаков отсчеты наблюдаемых сигналов и оценки их ХФ.

В качестве тестовых задач будем использовать распознавание нормально и экспоненциально распределенных последовательностей [8], а также распознавание последовательностей с бимодальными законами распределений.

1. Распознавание нормальных совокупностей с нулевым средним значением и различными дисперсиями. Решающее правило проверки статистических гипотез, реализующее критерий максимального правдоподобия, имеет вид [4]:

$$\ln \Lambda(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i^2 > \frac{2D_1 D_2}{D_1 - D_2} \ln \sqrt{\frac{D_1}{D_2}}, \quad (27)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  – дисперсии распознаваемых сигналов;  $x_i, i = \overline{1, N}$  – отсчеты распознаваемых сигналов. При моделировании принято, что  $D_1 = 1, D_2 = 2,5$ .

2. Распознавание дельта-коррелированных последовательностей, подчиняющихся экспоненциальному распределению с различными параметрами. Решающее правило для распознавания таких сигналов, также

реализующий критерий максимального правдоподобия, имеет вид [4]:

$$\ln \Lambda(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i > \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (28)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – параметры распределений распознаваемых сигналов. При моделировании принято, что  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2,5$ .

3. Распознавание дельта-коррелированных последовательностей, описываемых смесью равномерных распределений (18).

Для первого класса сигналов  $S_1$  выбраны последовательности с параметрами распределения  $a_{11} = 0, b_{11} = 1, a_{12} = 2, b_{12} = 3$ .

Для второго класса сигналов  $S_2$  параметры распределения выбраны следующие:  $a_{21} = 0,5, b_{21} = 1,5, a_{22} = 2,5, b_{22} = 3,5$ .

Решающее правило для распознавания таких сигналов основано на логических операциях. Если хотя бы один отсчет распознаваемого сигнала  $\xi$  длительностью  $N$  отсчетов попадает в интервалы  $(a_{11}, a_{21})$  или  $(a_{12}, a_{22})$ , то принимается решение в пользу гипотезы  $S_1$ . Если хотя бы один отсчет сигнала  $\xi$  попадает в интервалы  $(b_{11}, b_{21})$  или  $(b_{12}, b_{22})$ , то решение принимается в пользу гипотезы  $S_2$ . Очевидно, что с увеличением длительности реализации вероятности попадания в хотя бы одного отсчета сигнала указанные интервалы увеличивается. Ошибочное решение происходит тогда, когда все отсчеты распознаваемого сигнала попадают в интервалы  $(a_{21}, b_{11})$  или  $(a_{22}, b_{12})$ . С ростом числа  $N$  эта вероятность уменьшается.

4. Распознавание последовательностей, описываемых смесью нормальных распределений (19). Решающее правило для распознавания таких сигналов, реализующий критерий максимального правдоподобия, представим в виде:

$$\ln \Lambda(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^N \ln \left\{ \exp \left[ -\left( \frac{\xi_i - M_{11}}{2D} \right)^2 \right] + \exp \left[ -\left( \frac{\xi_i - M_{12}}{2D} \right)^2 \right] \right\}}{\sum_{i=1}^N \ln \left\{ \exp \left[ -\left( \frac{\xi_i - M_{21}}{2D} \right)^2 \right] + \exp \left[ -\left( \frac{\xi_i - M_{22}}{2D} \right)^2 \right] \right\}} > 1. \quad (29)$$

В качестве тестовых задач выбраны сигналы с единичной дисперсией. Для первого класса сигналов параметры  $M_{11} = 2, M_{12} = -2$ . Для второго класса  $M_{21} = 3, M_{22} = -3$ .

5. При использовании в качестве признаков выборочных ХФ использовано решающее правило [1], так же, как и предыдущие, реализующие критерий максимального правдоподобия:

$$\ln \Lambda [y] = \sum_{i=2}^{N-2} \sum_{m=2}^{N-2} [-K_1^{im} (y_i - m_{1i})] (y_m - m_{1m}) +$$

$$+ K_2^{im} (y_i - m_{2i}) K_1^{im} (y_m - m_{2i}) > \ln \frac{|K_2^{-1}|}{|K_1^{-1}|}, \quad (30)$$

где  $y_i = \text{Re} \hat{\theta}(j\omega_i)$ ,  $i = \overline{2, N}$ ;  $y_i = \text{Im} \hat{\theta}(j\omega_i)$ ,  $i = \overline{N+1, 2N-2}$ ;  $m_{1i}$  и  $m_{2i}$  – средние значения оценок ХФ на  $i$ -й частоте;  $K^{-1}$  – матрица, обратная корреляционной матрице;  $K^{im}$  – элемент обратной корреляционной матрицы.

**Результаты моделирования**

Результаты моделирования приведены на рис. 3, 4, на которых показаны графики вероятности ошибочного распознавания  $\varepsilon$  в зависимости от длительности распознаваемых сигналов (числа отсчетов  $N$ ). На рис. 3 приведены графики, полученные при распознавании нормально и экспоненциально распределенных случайных последовательностей с параметрами, указанными выше.

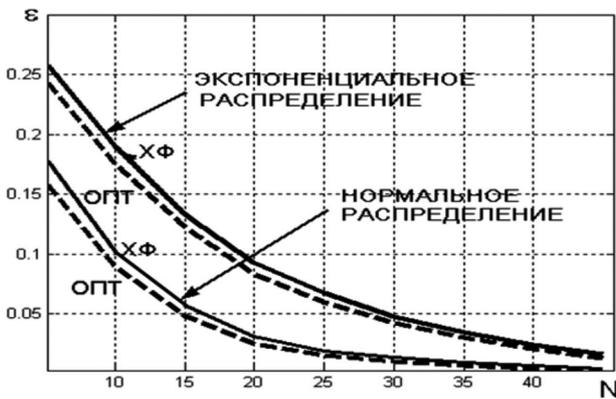


Рис. 3. Зависимость вероятностей ошибочного распознавания  $\varepsilon$  от длительности реализации

Сплошные линии соответствуют вероятностям ошибочного распознавания, которые обеспечиваются оптимальным решающим правилом. При моделировании в решающие правила (27, 28, 30) подставлялись оценки их параметров, полученные при объеме обучающих выборок в 2000 реализаций. Объем экзаменуемых выборок оставлял также 2000 реализаций. Такой объем выборок позволяет пренебречь разбросом данных, полученных при моделировании, так что нет необходимости в построении доверительных интервалов. Из рис. 3 видно, что при использовании в качестве признаков выборочных ХФ вероятность ошибочного распознавания несколько увеличивается, что можно объяснить неточностью аппроксимации истинного закона распределений ХФ нормальным. Однако при использовании в качестве признаков выборочных ХФ позволяет отказаться от оценки закона распределения распознаваемых сигналов.

Набольший интерес вызывает распознавание последовательностей с бимодальными законами распределений. Аппроксимация таких законов распределения теоретическими вызывает, как известно, наибольшие затруднения. Графики, показанные пунктиром на рис. 4, получены в предположении, что параметры бимодаль-

ных распределений, и как следствие, параметры оптимальных решающих правил (3, 4) известны. То есть пунктирные графики на рис. 4 соответствуют случаю заданного классификатора. Сплошные линии соответствуют распознаванию при выборе в качестве признаков выборочных ХФ. Параметры решающего правила (30) оценивались на этапе обучения. Объемы обучающей и экзаменуемых выборок составлял также 2000 реализаций.

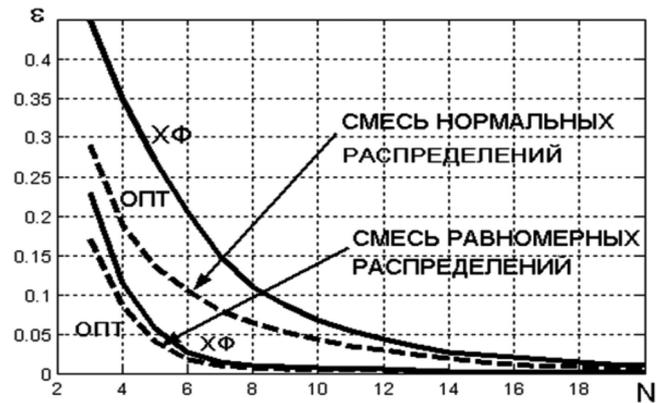


Рис. 4. Зависимость вероятностей ошибочного распознавания  $\varepsilon$  от длительности реализации для сигналов с бимодальными законами распределений

Из рис. 4 видно, что при увеличении длительности сигнала вероятности ошибочного распознавания при использовании в качестве признаков выборочных ХФ очень быстро стремятся к вероятностям, обеспечиваемым оптимальными алгоритмами. При малых длительностях распознаваемых сигналов заметен определенный проигрыш. Объясняется он, как и для графиков на рис. 3, неточностью аппроксимации закона распределения выборочной ХФ нормальным законом распределения. Из графиков на рис.4 видно, что при распознавании сигналов, описываемых смесью равномерных распределений, разница при использовании оптимального алгоритма и алгоритма (30) очень быстро становится незначительной. Это можно объяснить более быстрой сходимостью закона распределения оценки ХФ к нормальному для смеси равномерных распределений, то есть для сумм вида  $\sum_i \exp(j\omega \xi_i)$  для равномерно распределенных случайных величин  $\xi$  [9].

**Заключение**

Использование в качестве признаков выборочных ХФ позволяет существенно упростить процедуру распознавания случайных сигналов, поскольку закон распределения оценки ХФ приближается к нормальному, независимо от вида закона распределения исходных данных. Особенно это заметно с ростом значения аргумента ХФ. Поэтому при непараметрической априорной неопределенности нет необходимости в оценке закона распределения признаков, выбранных для распознавания, что, особенно при многомодальных распределениях, является достаточно сложной задачей. При использовании в качестве признаков выборочной ХФ достаточно произвести оценку математического ожидания, дисперсии и матрицы корреляций по обучающей выбор-



ке. Сравнение вероятностей ошибочного распознавания на основе критерия максимального правдоподобия показало, что использование в качестве признаков выборочных ХФ приводит к некоторому ухудшению эффективности распознавания, что можно объяснить отличием истинного закона распределения оценки ХФ от нормального. Однако проигрыш в вероятностях распознавания быстро уменьшается при увеличении длительности распознаваемых сигналов и становится несущественным. При использовании в качестве признаков выборочных ХФ возрастает число вычислительных операций, поскольку приходится определять оценку ХФ. Однако, при распознавании сигналов, представленных короткими реализациями, это обстоятельство не является существенным. К тому же может, за счет более простой процедуры обучения, уменьшиться общее число вычислительных операций, необходимых для реализации алгоритмов распознавания.

#### Литература

1. Фомин Я.А., Тарловский Г.Р. Статистическая теория распознавания образов. – М.: Радио и связь, 1986, – 264 с.
2. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Сов. радио, 1977, – 432 с.
3. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. Пер. с англ. под ред. А.А. Дорофеева. – М.: Наука, 1979, – 367 с.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Сов. радио, 1974-1976, кн. 1-3. – кн. 1 – 552 с., кн.2 – 392 с., кн.3 – 288 с.
5. Вешкурцев Ю.М. Прикладной анализ характеристической функции случайных процессов. – М.: Радио и связь, 2003, – 201 с.
6. Паршин В.С. Оценивание характеристических функций параметров импульсных случайных процессов // Изв. высш. учебн. заведений. Радиоэлектроника – 1989. – Т.32. – № 3. – С. 54-55.
7. Паршин В.С. Оценивание спектральной плотности мощности импульсных случайных процессов с помощью выборочных характеристических функций // Цифровая обработка сигналов – 2016. – № 4. – С. 9-13.
8. Паршин В.С., Шумилов П.А. Использование в качестве признаков для распознавания случайных сигналов выборочных характеристических функций. DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2017. т.7. № 3. С. 26-30.
9. Кокс Д., Льюис П. Статистический анализ последовательности событий. М.: Мир, 1969, – 312 с.