УДК 621.372.075

МЕТОД КОДИРОВАНИЯ ИСТОЧНИКОВ СООБЩЕНИЙ

Быховский М.А., д.т.н., профессор Московского технического университета связи и информатики, e-mail: bykhmark@gmail.com.

METHOD OF CODING OF MESSAGE SOURCES

Bykhovskiy M.A.

The author describes a new method of message sources' coding. This method allows to eliminate from the messages excessiveness/redundancy resulting from the fact that the simbols constituting these messages are appearing on the source coder (SC) with probabilities which are substantially different from each other. This method is based on the fact that in the SC, the code combinations are formed and they determine the exact spot where the separate sybmols appear in the long sequence of symbols which are to be transmitted through the communication channel. It is shown that the proposed coding method of message sources is optimal (by Shannon) and remains optimal with any changes of statistical characteristics of a message source. There are no technical complications involved in creating of the SC and decoder that use this method. The described method of numbering the sequences with a length of N, in which in k positions are 1s, can be applied for formation of an N-dimensional single ensemble with the permutable modulation (PM) proposed by the American scientis D. Stepian. In a communication system with PM, messages are transmitted by the selection of k orthogonal signals out of N possible signals.

Key words: OFDM Signals, multifrequency broadband signals, reduction of the peak-factor of signals, beam separation in multi-path channels, divesity reception, multipath link channel, permutation modulation.

Рассматривается новый метод кодирования цифровых источников сообщений, позволяющий удалить из них избыточность, обусловленную появлением символов на входе кодера источника (КИ) с существенно отличающимися друг от друга вероятностями. При этом в КИ формируются кодовые комбинации, определяющие места появления отдельных символов в длинной их последовательности, которые должны быть переданы по каналу связи. Показано, что такой метод кодирования источников сообщений является оптимальным по Шеннону и сохраняет оптимальность при любом изменении статистических характеристик источника сообщений. При создании кодера и декодера, реализующих описанный метод, техничеких сложностей не возникает. Описанный метод нумерации последовательностей длины N, в которой на k позициях находятся «1», может быть применен для формирования N-мерного ансамбля сигналов с перестановочной модуляцией (ПМ) [9]. В данном случае системе связи с ПМ сообщения передаются путем выбора k ортогональных сигналов из N возможных.

Ключевые слова: Метод кодирования источников сообщений, энтропия источников сообщений, метод кодирования Хаффмана, арифметическое кодирование, перестановочная модуляция.

Введение

Одним из важнейших направлений развития теории информации [1], является создание методов кодирования дискретных или непрерывных источников сообщений путем уменьшения их избыточности. В зависимости от передаваемых символов обычно сообщения представляют собой последовательности электрических сигналов разного уровня и полярности. На рис. 1 показана схема системы связи, в которой осуществляется кодирование источника передаваемых сообщений (ИС).

От источника ИС на вход системы связи сигналы поступают в виде отсчетов, взятых через интервал Котельникова, по времени не превышающий $1/2\,F$ (здесь F – полоса частот, занимаемая информационным сигналом). Этот сигнал обычно является случайным процессом с отсчетами, обладающими определенным распределением вероятностей и корреляционными связями. Подлежащее передаче сообщение может быть представлено в виде блока из $N = int(2FT)$отсчетов длительностью T (здесь и далее $int(x)$ – целая часть числа x), создаваемых ИС на входе блока 1 обработки (БО-1).

Наличие корреляции означает, что значения отсчетов, входящих в группу из N вновь поступивших, может быть предсказано на основе знания некоторого числа из m отсчетов, им предшествующих. Истинные значения

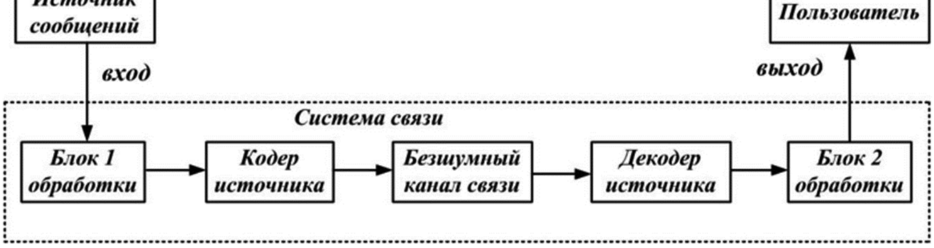


Рис. 1. Схема системы связи с кодированием источника

каждого отсчета, принадлежащего к группе вновь поступивших, равно предсказанному значению, являющемуся, как правило, линейной функцией значений этих m отсчетов [2], плюс значение ошибки предсказания. Отметим, что диапазон изменения уровня ошибок предсказания невелик и их значения в цифровой форме могут быть представлены небольшим числом бит, в то время, как для представления точных значений каждого отсчета требуется достаточно большое количество бит.

После завершения процедуры устранения избыточности из последовательности отсчетов путем формирования их предсказанных значений и ошибок предсказания создается новая последовательность независимых отсчетов. Каждый из возможных уровней этих отсчетов (a_i, где $i = 1...L$) встречается в данной последовательности с определенной вероятностью (p_i). Минимальное количество бит, необходимых для передачи каждого отсчета данной последовательности в соответствии с [1] пропорционально $\log_2(1/p_i)$. При этом среднее количество бит, приходящееся на один отсчет, равно энтропии последовательности отсчетов $H = \sum_{i=1}^{L} p_i \log_2(1/p_i)$.

В данном исследовании рассмотрен метод построения кодера источника (КИ), на вход которого поступают N независимых отсчетов, каждый из которых может принимать один из L возможных уровней a_i. В КИ последовательность N символов a_i должна быть преобразована в двоичную последовательность, имеющую минимально возможную длину, равную, примерно $N_{ки} \approx (N \cdot H)$. Передаваемые символы поступают на вход КИ с определенной вероятностью $p_i (i = 1 \ldots L;$ $\sum_{i=1}^{L} p_i = 1)$. (Эти вероятности могут существенно отличаться друг от друга.

Если поступающую на вход КИ последовательность длины N, состоящую из L передаваемых символов a_i, преобразовать в код, не учитывая вероятности их появления на входе КИ, т.е. преобразовать ее в последовательность двоичных символов, каждый из которых имеет длину $\log_2(L)$, то на выходе КИ она будет представлена последовательностью двоичных символов, длина которой равна $B_0 = N \cdot \log_2(L)$ бит. Учет существенного отличия вероятностей появления разных символов на входе КИ обеспечивает сокращение избыточности сообщения [1], подлежащего передаче по каналу связи. Это позволяет значительно уменьшить количество бит в последовательности, сформированной на выходе КИ и передаваемой по каналу связи. Отметим, что кодирование источника сообщения должно быть выполнено таким образом, чтобы на приемном конце линии связи было возможно полное восстановление сигнала, поступившего в канал связи с выхода КИ.

Применение эффективных методов кодирования источников сообщений при создании систем связи имеет важное значение, так как это позволяет эффективно использовать канал связи с ограниченной полосой частот, обеспечивая максимально возможную скорость передачи сообщений.

В теории кодирования источников информации [1] предполагается, что канал связи является бесшумным, т.е. последовательность символов, сформированная на выходе КИ, в канале связи не искажается. Эта последовательность, как показано на рис. 1, на приемном конце линии связи поступает на вход декодера источника (ДИ), в котором она должна быть обработана, и на выходе должен быть сформирован сигнал, являющися копией последовательности символов a_i, поступивших на вход КИ. Сигнал с выхода ДИ подается на вход блока обработки БО-2, выполняющего операции, обратные тем, которое производились над сигналом, поступившим на вход БО-1. На выходе БО-2 формируется последовательность коррелированных отсчетов, являющейся копией отсчетов, поступивших на вход БО-1.

Метод Хаффмана [3, 4] построения неравномерных кодов послужил основой многих алгоритмов для сжатия текстовой и графической информации, он прост и эффективен, однако он строго оптимален только в тех случаях, когда вероятности появления символов алфавита пропорциональны числам 2^{-n}. Кроме того, если в процессе передачи вероятности p_i появления «букв» в передаваемом сообщении изменяются, то при использовании этого метода усложняется техническая реализация блоков КИ и ДИ в системе связи. Другим методом кодирования символов, вероятность появления которых в передаваемой последовательности существенно отличается друг от друга, является арифметическое кодирование [5, 6]. Этот метод присваивает код не каждому передаваемому символу, а сразу достаточно длинной последовательности передаваемых символов.

Широкое применение для кодирования источников находят словарные методы, предложенные учеными Я. Зивом и А. Лэмпэлом [6]. Достоинством словарных методов является то, что они позволяют адаптировать кодер источника к изменению вероятностных характеристик сообщений, поступающих на его вход. Однако при этом существенно усложняется алгоритм работы КИ и ДИ и их техническая реализация.

В данной работе предложен новый метод устранения избыточности из последовательности передаваемых символов a_i ($i = 1...L$). В отличие от известных методов кодирования источников сообщений, в данном методе кодируются не сами передаваемые символы a_i, а номера позиций, на которых они находятся в подлежащей передаче по каналу связи последовательности символов длиной $N \gg 1$. При этом учитывается, что количество позиций в передаваемой последовательности символов, занимаемых определенным символом a_i, пропорционально p_i – вероятности его появления в этой последовательности. Данный метод позволяет создавать оптимальные КИ, которые легко адаптируются к изменению вероятностных характеристик входных сообщений.

1. Метод кодирования источников сообщения

Исследуемый метод основан на доказанной в [1] теореме, согласно которой при большой длине N последовательности передаваемых с вероятностью появления p_i символов a_i ($i = 1...L$), разделенных на два класса:

1) в первый класс входят последовательности, содержащие $(Np_i - \delta_i) \le k_i \le (Np_i + \delta_i)$ символов a_i, где при $N \to \infty$ отношение $(\delta_i/Np_i) \to 0$, при этом $\sum_{i=1}^{L} k_i = N$;

2) во второй класс входят все остальные последовательности, для которых число символов в передаваемой последовательности удовлетворяют условиям $k_i < (Np_i - \delta_i)$ или $k_i > (Np_i + \delta_i)$.

При этом вероятность принадлежности любой передаваемой последовательности символов к первому классу при $N \to \infty$ стремиться к «1», а ко второму – к «0». Кроме того, вероятность появления длинных последовательностей символов, попадающих в первый класс, практически одинакова и равна $P_0 = 1/M$, где M – количество разных последовательностей, относящихся к 1-му классу, где M равно

$$M = N!/\prod_{i=1}^{L}(k_i)! = \prod_{i=1}^{L} M_i\,. \qquad (1)$$

В (1) $M_i = C_{N_i}^{k_i}$, $N_i = (N - \sum_{l=1}^{i-1} k_l)$, $k_i = \mathrm{int}(Np_i)$ и $\sum_{i=1}^{L} k_i = N$ (здесь и далее $C_n^m = n!/m!(n-m)!$ – число сочетаний из n по m). Если учесть формулу Стирлинга $K! \approx \sqrt{2\pi K}(K/e)^K$, справедливую при $K \gg 1$, то из (1) следует

$$M \approx \left\{ (\sqrt{2\pi N})^{-(L-1)} \left[\prod_{i=1}^{L} p_i^{-0,5} \right] \right\} \left[\prod_{i=1}^{L} p_i^{-p_i} \right]^N. \qquad (2)$$

Отметим, что значение M_1 в (1) определяет количество разных последовательностей $\Pi_{m_1}^1$, имеющих длину N, в которых символы a_1, передаваемые по каналу связи, занимают в $\Pi_{m_1}^1$ определенные k_1 позиции. На незанятых символами a_1 позициях, количество которых равно ($N - k_1$), могут быть размещены другие символы a_i ($i = 2...L$). Значения M_i при $i > 1$ определяет количество возможных последовательностей ($\Pi_{m_i}^i$) из символов a_1, которые могут располагаться на выделенных для них k_i позициях в последовательности, имеющей длину $N_i = (N - \sum_{l=1}^{i-1} k_l)$, оставшиеся свободными после того, как были определены позиции, на которых в сообщении должны находиться символы a_l при $l \le (i-1)$.

Каждой последовательности $\Pi_{m_i}^i$ должен быть присвоен номер m_i. Этот номер определяется позициями, на которых в последовательности символов длиной N_i находятся символы a_i. Номер m_i может быть представлен в виде двоичной последовательности символов, имеющей длину, равную $B_i = \log_2(M_i)$. Алгоритм присвоения номера m_i конкретной последовательности $\Pi_{m_i}^i$ из символов «0» и «1» длиной N_i анализируется в разделе 2. Таким образом, на выходе КИ формируются L двоичных последовательностей, имеющих длину B_i $(i=1\ldots L)$, определяющих номера m_i позиций, на которых расположены передаваемые символы a_i в последовательности с длиною N.

В системах передачи с временным разделением каналов эти L последовательности могут быть переданы одна за другой, а в системах с частотным разделением каналов они могут быть переданы на L отдельных поднесущих.

В исследуемой системе кодирования источника сообщений вместо передачи последовательности специальных кодов для разных символов a_i осуществляется передача L двоичных последовательностей, общая длина которой составляет

$$B_S = \sum_{i=1}^{L} B_i = \sum_{i=1}^{L} \log_2(M_i) = \log_2(M). \qquad (3)$$

Учитывая (2), нетрудно определить, что на один передаваемый символ в рассматриваемой системе при $N \gg 1$ требуется примерно H двоичных знаков

$$H = \frac{\log_2(M)}{N} \approx \sum_{i=1}^{L} p_i \log_2(1/p_i) = H_0. \qquad (4)$$

В (4) H_0 – энтропия источника сообщений. В соответствии с теорией кодирования источников сообщений [1], из формулы (4) следует, что при $N \gg 1$ рассматриваемая система кодирования источника сообщений является оптимальной.

Как видно из (2), для передачи сообщений по линии связи в блоке КИ осуществляется следующая процедура обработки последовательности, имеющей N позиций, в которой на определенных $k_i = intNp_i$ позициях расположены информационные символы a_i :

1) Осуществляется упорядочение передаваемых символов a_i в соответствии с их вероятностями – в начале списка располагаются символы, имеющие наибольшие значения p_i-вероятности их передачи (можно использовать и другой метод упорядочения, располагая в начале списка символы с наименьшими значениями p_i).

2) Из N позиций в передаваемой последовательности символов выбираются $k_1 = int(Np_1)$ позиций, на которых должны располагаться символы a_1. Количество различных вариантов выбора этих позиций, как видно из (2), равно $M_1 = C_N^{k_1}$. При этом для размещения остальных символов a_1 ($i = 2...L$) остается (N-k_1) позиций.

3) Позиции, на которых размещаются символы a_2, $a_3, ... a_{L-1}$, определяются последовательно так, как это описано в п. 2: выбирается $k_i = int(Np_i)$ позиций, на которых должны располагаться символы a_i, далее находится количество различных вариантов выбора этих позиций, которое, как видно из (2), равно $M_i = C_{N_i}^{k_i}$, где $N_i = (N - \sum_{i=1}^{L-i} k_i)$.

4) Формируются L двоичных последовательностей, каждая из которых имеет длину B_i и определяет номер m_i передаваемой по каналу связи последовательности $\Pi^i_{m_i}$ длиной N_i. Номер m_i определяет, в свою очередь, номера определенных m_i позиций в последовательности $\Pi^i_{m_i}$, на которых размещены информационные символы a_i.

5) Эти последовательности объединяются в общую двоичную последовательность, имеющую, как следует из (3), длину B_S, которая передается по каналу связи и поступает на вход ДИ.

Отметим, что рассматриваемая система КИ конструируется так, что состав передаваемых информационных символов a_i, частота их появления в передаваемых сообщениях (k_i), а также N – длина кодируемой последовательности информационных символов, были известны как на передающем, так и на приемных концах линии связи. Значения N и k_i однозначно определяют основные параметры системы M_i B_i и N_i, которые были введены выше.

По каналу связи фактически осуществляется передача номеров m_i позиций, на которых в кодируемой последовательности длиной N размещены символы a_i. После обработки в ДИ и определения всех значений m_i происходит восстановление переданной информационной последовательности символов a_i, поступившей на вход КИ.

2. Алгоритм нумерации вариантов размещения k символов единиц в последовательности, имеющей N позиций

Основой исследуемого метода кодирования источников сообщений является алгоритм нумерации вариантов размещения k единиц в последовательности символов 0 и 1, имеющей N позиций.

В разделе 2.1 приведена процедура выполнения такой нумерации, в результате которой формируется номер варианта построения, исходя из конкретного размещения символов «1» в последовательности, длина которой равна N. Эта процедура представляет собой алгоритм кодирования источника сообщений. Применение этой процедуры к кодированию источников сообщений подразумевает, что на позициях, на которых размещены единицы в последовательности длиной N_i, передаются информационные символы a_i.

В разделе 2.2 анализируется процедура декодирования источника, которая является обратной процедуре нумерации и позволяет по поступившему на вход ДИ номеру варианта размещения символов «1» в последовательности длины N, определить номера позиций в последовательности, где должны находиться символы a_i. Тем самым на приемном конце линии связи восстанавливается информация о размещении всех переданных символов a_i на разных позициях в последовательности длины N.

2.1 Нумерация вариантов размещения k символов единиц в последовательности, имеющей N позиций

Каждую последовательность, состоящую из k единиц и (N-k) нулей, расположенных в определенном порядке, обозначим Π_{m0} и присвоим ей определенный номер m. При этом рассмотрим задачу формирования на передающем конце линни связи числа m – номера последовательности Π_{m0} с определенным вариантом размещения в ней k единиц. Каждому варианту такого размещения соответствуют определеные номера позиций l_i, на которых в Π_{m0} расположены «1». Отметим, что общее количество Π_{m0} равно C_N^k – числу сочетаний из N по k.

Положим, что возможные значения номеров l_i позиций, на которых в Π_m размещены «1», определяются так, что $1 \le l_1 < l_2 < \ldots < l_{(k-1)} < l_k \le N$ и $l_i \ge i$. Каждому варианту размещения единиц в последовательности из N символов должен быть присвоен номер m, зависящий от k значений $l_i (m = F(l_1, \ldots l_k))$. Определение номера m по существу представляет собой кодирование информации о расположении информационных символов в тексте передаваемого сообщения. Длина двоичной последовательности, определяющей этот номер, может быть существенно меньше длины в битах последовательности N символов, поступившей на вход кодера источника (КИ) сообщения.

В передаваемом сообщении (Π_{m0}) полезная информация заключается в значениях параметров $l_i^0 (i = 1 \ldots k)$. Эта последовательность поступает на вход КИ, в котором для Π_{m0} формируется ее номер $m_0 = F(l_1^0, \ldots l_k^0)$. Значение этого номера передается по каналу связи.

Рассмотрим алгоритм нумерации разных Π_{m0}. Из соотношений $C_N^k = C_{N-1}^k + C_{N-1}^{k-1}$, $C_{N-1}^k = C_{N-2}^k + C_{N-2}^{k-1}, \ldots,$ $C_k^k = C_{k+1}^k + C_{k+1}^{k-1}$ [7], справедливых при условии, что $k < N$, следует формула:

$$C_N^k = C_k^k + \sum_{i=0}^{N-(k+1)} C_{k+i}^{k-1}. \tag{5}$$

Отметим, что $C_N^N = 1$ при $k = N$. Формула (5) показывает, что при $k < N$ множество Π_m всех последовательностей Π_{m0}, состоящее из C_N^k элементов, может быть разделено на a_i ($N - k + 1$) групп. Первая группа, как следует из (5), имеет один единственный элемент (так как $C_k^k = 1$), а (i+2)-я группа имеет C_{k+i}^{k-1} элементов. К первой группе принадлежат те элементы Π_{m0} множества Π_m, в которых символы 1 расположены на первых k позициях, а на остальных ($N - k$) позициях расположены 0. В элементах Π_{m0}, принадлежащих (i + 2)-й группе, на позициях (k +i+1), (k +i+2),…, N расположены одни нули, а на позициях, номера которых меньше $(k+i+1)$, расположены (k - 1) единиц и i нулей. Так как значения l_k в передаваемом сообщении могут принимать любые значения, лежащие в интервале $k \le l_k \le N$, то из (5) следует, что количество групп в множестве Π_m, соответствующих всем возможным значениям l_k, равно ($N-k$).

Номер группы, к которой принадлежит Π_{m0}, определяется значением l_k^0. Знание номера этой группы позволяет определить интервал чисел, в котором лежит номер Π_{m0}, если $l_k = l_k^0$. Так как согласно указанным выше условиям $k \le l_k$, то при $l_k^0 = k$ обязательно выполняется условие $l_i^0 = i$ для всех значений $i \le k$ и в таком случае в элементе Π_{m0} множества Π_m единицы расположены на первых k позициях. Такому элементу Π_{m0} должен быть присвоен номер $m_0 = 1$.

Если же $l_k^0 > k$, то нижняя граница этого интервала равна количеству элементов Π_m ($W_н^1$), принадлежащих к группам, соответствующих значениям $l_k \le (l_k^0 - 1)$. Во всех этих группах на позициях с номерами, превышающими $l_k^0 - 1$, расположены одни нули. Из (5) следует

$$W_н^1 = C_k^k + \sum_{i=0}^{l_k^0-(k+1)} C_{k+i}^{k-1}.$$

Учитывая, что $C_{k+m+1}^k = \sum_{i=0}^{k+m} C_{k+i}^{k-1}$ [6], найдем:

$$W_н^1 = C_k^k + C_{l_k^0-1}^k, \quad C_k^k = 1. \tag{6}$$

Поскольку Π_{m0} принадлежит к группе, имеющей $C_{l_k^0}^{k-1}$ элементов, то верхняя граница интервала (W_B^1), в котором лежит значение m_0, равно $W_в^1 = W_н^1 + C_{l_k^0}^{k-1}$, т.е. $W_н^1 \le m_0 \le W_в^1$.

Границы $W_н^1$ и W_B^1 могут быть уточнены, если учесть, что группа, к которой принадлежит Π_{m0}, имеет $C_{l_k^0}^{k-1}$ элементов. Используя (5), можно записать следующее соотношение:

$$C_{l_k^0}^{k-1} = C_{k-1}^{k-1} + \sum_{i=0}^{l_k^0-1-(k+1)} C_{k-1+i}^{k-2}. \tag{7}$$

Соотношение (7) показывает, что эта группа, в которой на позиции m_0, l_k^0 в Π_{m0} стоит единица, также может быть разбита на подгруппы, соответствующие значению l_{k-1}^0 – номеру позиции, на которой стоит 1 во входящей в эту подгруппу Π_{m0}. Так как $l_{k-1} = l_{k-1}^0$ для Π_{m0}, то в том случае, если $l_{k-1}^0 \ge k$, в подгруппах, у которых $(k-1) \le l_{k-1} \le (l_{k-1}^0 - 1)$, имеется $V_1 = C_{k-1}^{k-1} + \sum_{i=0}^{l_{k-1}^0-1-(k+1)} C_{k-1+i}^{k-2} = C_{k-1}^{k-1} + C_{l_{k-1}^0-1}^{k-1}$ элементов, предшествующих Π_{m0}. Отметим, что в подгруппе, к которой принадлежит Π_{m0}, между позициями, номера которых в Π_{m0} равны l_{k-1}^0 и l_k^0, стоят ($l_k^0 - l_{k-1}^0$) нуля.

Таким образом, в этом случае уточненная граница снизу для m_0 – номера Π_{m0}, равна следующему выражению $W_н^2 = W_н^1 + V_1$. Так как группе, к которой принадлежит Π_{m0} имеется $C_{l_{k-1}^0}^{k-1}$ элементов, то верхняя граница интервала ($W_в^2$), в котором лежит значение m_0, равно $W_в^2 = W_н^2 + C_{l_{k-1}^0}^{k-1}$, т.е. $W_н^2 \le m_0 \le W_в^2$. Если же $l_{k-1}^0 = (k-1)$, то $V_1 = C_{k-1}^{k-1} = 1$ и номер $m_0 = W_н^2 + 1$.

В том случае, если выполняются условия $l_i^0 > i$ ($i = 1\ldots k$), аналогично тому, как это сделано выше, определяем для каждого значения l_{k-d}^0 значения поправок $V_d = C_{k-d}^{k-d} + C_{l_{k-d}^0-1}^{k-d}$, $C_{k-d}^{k-d} = 1$. В результате для определения номера элемента Π_{m0} получаем следующую формулу:

$$m_0 = W_н^1 + \sum_{d=1}^{k} V_d. \tag{8}$$

Если же при некотором значении d_0 имеем $l_{k-d}^0 = i$ при $i \le k - d_o$, а при $i > (k - d_o + 1)$ выполняется условие $l_i^0 > i$, то значение m_0 в этом случае можно найти по формуле:

$$m_0 = W_н^1 + \sum_{d=1}^{d_o-1} V_d + 1. \tag{9}$$

2.2. Определение по номеру m_0 позиций l_i^0, на которых в последовательности символов, формируемой выходе ДИ и имеющей длину N, находятся единицы

Как уже отмечалось, по принятому номеру m_0 в ДИ должны быть определены значения позиций l_i^0, на которых в формируемой на его выходе последовательности Π_{m0} находятся единицы. Это осуществляется путем сравнения значения номера m_0 с числами $W_н^j$ и W_B^j, которые полностью определяются значениями N и k, известными как на передающем, так и на приемном концах линии связи. Сравнивая значение m_0 с числами $W_н^1$ и W_B^1, определяют значение параметра l_k^0, затем, сравнивая значение m_0 с числами $W_н^2$ и W_B^2, зависящими не только от N и k, но и от значения параметра l_k^0, определяют величину l_{k-1}^0, затем находят, как было показано выше, числа $W_н^3$ и W_B^3, зависящие от N, k, l_k^0 и l_{k-1}^0. Сравнение числа m_0 с числами $W_н^3$ и W_B^3 позволяет определить значение l_{k-2}^0.

При таком алгоритме работы ДИ в нем определяются значения всех параметров l_i^0 $(i = 1\ldots k)$ и формируется последовательность Π_{m0}, идентичная той информационной последовательности Π_{m0}, которая поступила на вход КИ на передающем конце линии связи.

3. Пример нумерации последовательностей Π_{m0} для случая, когда k = 3 и N = 6

На рис. 2 для наглядности приведены изображения разных последовательностей Π_{m0} из 1 до 0, для которых N = 6 и k = 3 длиной. Общее количество таких последовательностей равно $C_6^3 = 20$. Черными точками отмечены места, на которых в них размещены 0, а вертикальными линиями места, на которых размещены 1. На рис. 2 указаны также номера m разных Π_{m0}.

Поясним принятый в § 2.1 порядок нумерации элементов множества Π_m в данном конкретном случае. Номер $m = 1$ присвоен тому Π_{m0}, в котором первые три позиции занимают, как показано на рис. 2, символы 1. Этот Π_{m0} является элементом первой группы в множестве всех Π_m, которая содержит $C_3^3 = 1$ элементов, т.е. этой группе принадлежит только единственный элемент. Для этой Π_{m0} (Π_1) значения l_i равны $l_1 = 1$, $l_2 = 2$, и $l_3 = 3$. В рассматриваемом примере из Π_1 можно, как поясняется ниже, получить все остальные Π_{m0}.

На рис. 2 показана также вторая группа Π_{m0}, в которой $l_3 = 4$, а $1 \le l_1 < l_2 \le 3$. Первый элемент этой группы (Π_2) имеет две рядом стоящие единицы на позициях 1 и 2, за которыми следует один нуль. Он получается за счет перемещения последней 1 в Π_1 на одну позицию влево. В этой группе на трех позициях 1…3 расположены в разном порядке две 1. Эта группа имеет $C_3^2 = 3$ элемента (Π_2, Π_3 и Π_4).

В третьей группе, в которой $l_3 = 5$, а $1 \le l_1 < l_2 \le 4$, на 4-х позициях две единицы могут быть размещены $C_4^2 = 6$ способами, т.е. эта группа имеет шесть разных элементов: $\Pi_5 \ldots \Pi_{10}$.

В четвертую группу входят те Π_{m0}, у которых $l_3 = 6$, а $1 \le l_1 < l_2 \le 5$. В них на 5-ти позициях две единицы могут быть размещены $C_5^2 = 10$ способами, т.е. эта группа имеет 10 разных элементов ($\Pi_{11} \ldots \Pi_{20}$). При формировании номеров Π_{m0}, показанных на рис. 2, мы придерживались следующих правил: 1) меньшие номера получают те Π_{m0}, у которых имеется большее количество 1 на первых позициях в последовательности длиной 6; 2) при формировании элементов Π_{m0} из элементов $\Pi_{(m-1)0}$, входящих в предшествующую группу, в каждой группе осуществляется перемещение 1, расположенной в левой части $\Pi_{(m-1)0}$ на одну позицию вправо.

Следует отметить, что номер группы, к которой принадлежит конкретная последовательность Π_{m0}, определяется значением l_3: если $l_3 = 3$, то ВР принадлежит к первой группе, если $l_3 = 4$ – ко второй, если $l_3 = 5$ – к третьей, а если $l_3 = 6$ – к четвертой. При этом, если элемент Π_{m0} принадлежит ко второй группе, то его номер находиться в интервале $C_3^3 + 1 = 2 \le m \le C_3^3 + C_3^2 = 4$, если к третьей, то его номер находиться в интервале $C_3^3 + C_3^2 + 1 = 5 \le m \le C_3^3 + C_3^2 + C_4^2 = 10$, а если к четвертой, то номер Π_{m0} находиться в итервале $C_3^3 + C_3^2 + C_4^2 + 1 = 11 \le m \le C_3^3 + C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 = 20$. Уточнение номера Π_{m0} определяется значением $(l_3 - l_2)$.

Как видно из рис. 2, например во второй группе два имеется всего два Π_{m0}, для которых $(l_3 - l_2) = 1$, в третьей группе таких Π_{m0} три, а в четвертой – четыре. Поэтому, если Π_{m0} принадлежит ко второй группе, то в рассматриваемом случае их номера лежат в интервале $3 \le m \le 4$, если к третьей, то $8 \le m \le 10$, а если к четвертой, то $17 \le m \le 20$. Точное значение номера m зависит от значения ($l_2 - l_1$). Если, например, Π_{m0} принадлежит к четвертой группе и $(l_2 - l_1) = 2$, то, как видно из рис. 2 $m = 19$, если же $(l_2 - l_1) = 4$, то $m = 17$.

Номера Π_{m0} в рассматриваемом случае могут быть определены с помощью формул (8) и (9). Как пояснено в разделе 2.2 этой работы, в результате обработки в ДИ принятых номеров m на их выходе могут быть восстановлены информационные последовательности Π_{m0}, которые поступили на вход КИ на передающем конце линии связи.

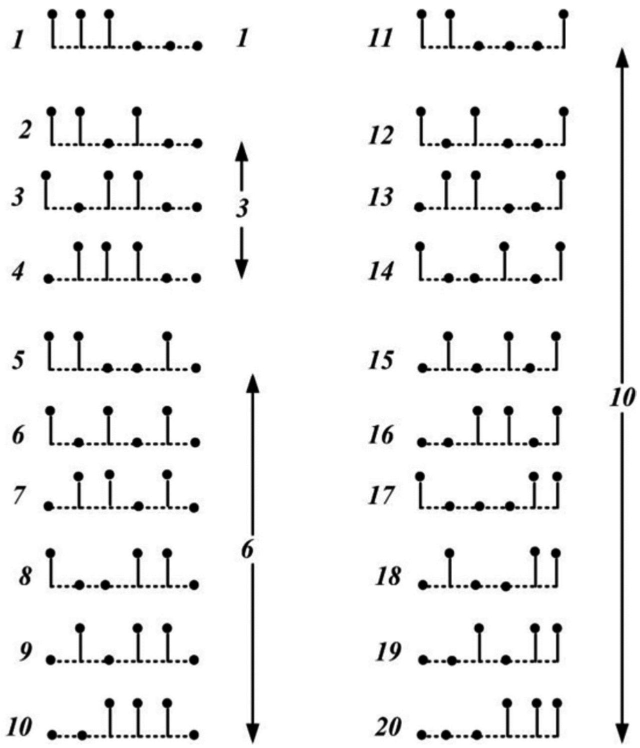


Рис. 2. Изображения разных Π_{m0} для случая, когда N = 6 и k = 3

Заключение

В данной статье описан новый метод кодирования цифровых источников сообщений, который позволяет удалить из них избыточность, обусловленную тем, что состоящие из этих сообщений символы, появляются на входе ИК с существенно отличающимися друг от друга вероятностями. Этот метод основан на том, что в КИ формируются кодовые комбинации, определяющие места появления отдельных символов в длинной последовательности символов, которые должны быть переданы по каналу связи.

Показано, что предлагаемый метод кодирования источников сообщений является оптимальным по Шеннону, т.е. количество передаваемых по каналу связи символов, приходящихся на один символ передаваемого сообщения, равен энтропии источника сообщений. Этот метод кодирования адаптивен к статистике появления отдельных символов в передаваемой последовательности и сохраняет оптимальность при любом изменении статистических характеристик источника сообщений. При создании кодера источника и декодера, реализующих этот метод, техничеких сложностей не возникает.

Следует указать на возможность применения данного метода нумерации последовательностей, имеющих длину N, в которой на k позициях находятся «1», для формирования N-мерного ансамбля сигналов с перестановочной модуляцией (ПМ) [8]. В системе связи с ПМ сообщения передаются путем выбора k ортогональных сигналов из N возможных.

Автор выражает свою признательность проф. А.В. Дворковичу и проф. В.П. Дворковичу за обсуждение данной работы и полезные замечания.

Литература

1. Shannon C. A mathematical theory of communication. BSTJ, v. 27, № 3, 1948 (Перевод на русский язык статьи «Математическая теория связи», опубликована в книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы. // Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова, 1963).

2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.

3. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. / Под ред. М.С. Пинскера и Б.С. Цыбакова / М.: Советское радио, 1974.

4. Витерби А.Д., Омура Дж.К. Принципы цифровой связи и кодирования. / Под ред. К.Ш. Зигангирова. / М.: Радио и связь, 1982.

5. Вернер М. Основы кодирования. М.: Техносфера, 2004.

6. Соломон Д. Сжатие данных, изображений и звука. М.: Техносфера, 2004.

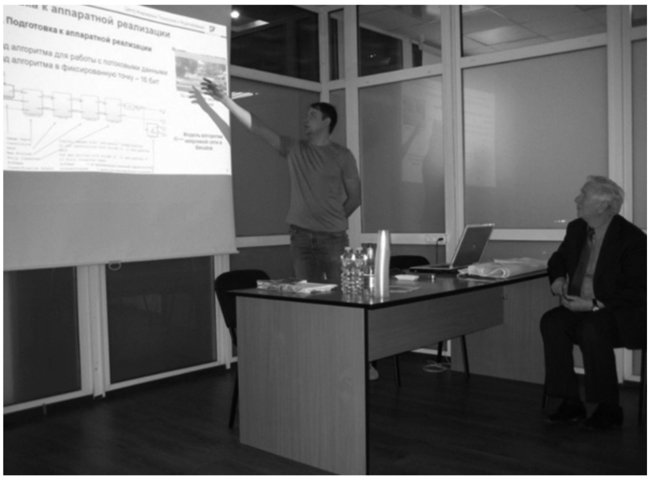
7. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, 1979.

8. Slepian D. Permutation modulation. Proc. IEEE, vol. 53, mar. 1965.

Секция 1: Теория сигналов и систем

Одним из основных объектов исследования теории сигналов традиционно являются методы анализа-синтеза, модуляции-демодуляции, кодирования-декодирования сигналов с целью обеспечения высокой помехоустойчивости и скорости передачи информации в условиях воздействия интенсивных помех и межсимвольной интерференции. Возможности современных цифровых технологий позволяют решать эти задачи особенно эффективно, прибегая к оптимальным методам синтеза, преобразования и кодирования сигналов.

На секции обсуждались следующие актуальные научные проблемы:



– передача и прием двухфазных сигналов одной несущей частоты;

– многокритериальный синтез сигналов с прямым расширением спектра для адаптации когнитивных радиосистем передачи информации к полосовым помехам;

– радиосигналы с управляемой связью между синфазный и квадратурной составляющими, устойчивые к распознаванию вида модуляции;

– синтез спектрально-эффективных сигналов при наличии ограничения в виде спектральной маски;

– быстрые методы горизонтального скользящего пространственно-частотного анализа дискретных сигналов;

– математическая модель связности многоуровневой радиально-узловой сети с рокадными и перекрестными связями;

– расчет вероятностно-временных характеристик доведения информации в канале случайного доступа (на основе дискретных марковских цепей с переменной длительностью шагов переходов);

– алгоритм декодирования недвоичных эквидистантных циклических кодов в системах связи с QAM модуляцией;

– методы математического моделирования негауссовских случайных величин и процессов;

– каскадирование самоортогональных кодов для каналов со стираниями.