

## СУБПИКСЕЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ МЕСТНОСТИ ПО ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫМ ДАННЫМ НА ОСНОВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И МЕТОДА АНАЛИЗА ФОРМЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ

*Григорьева О.В., старший научный сотрудник Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского, к.т.н., alenka12003@mail.ru.*

### SUBPIXEL IDENTIFICATION OF OBJECTS BY MULTI- AND HYPERSPECTRAL DATA ON THE SEQUENTIAL QUADRATIC PROGRAMMING AND THE METHOD OF ANALYSES SPECTRAL COMPONENTS

*Grigorieva O.V.*

An paper show original ensemble algorithm of thematic treatment of hyperspectral data of remote sensing. The algorithm based on the use of sequential quadratic programming method to define spectral components of hyperspectral data, analysis of which allows to identification of objects of interest on subpixel level. For preparation informative features that needs for identification of objects make convolution of etalon spectra свертка by the methods of spatial-scalable filtering and sequence analysis. Demonstrate the example of verification algorithm for treatment of experiments aircraft hyperspectral data.

**Key word:** hyperspectral data, treatment, sequential quadratic programming, spectral components, spatial-scalable filtering, sequence analysis.

**Ключевые слова:** гиперспектральные данные, обработка, метод последовательного квадратичного программирования, спектральные компоненты, пространственно-масштабируемая фильтрация, секвентный анализ

#### Введение

Важным преимуществом гиперспектральных (ГС) данных дистанционного зондирования Земли является возможность использования при их тематической обработке не только топологических, но и спектрально-энергетических характеристик объектов интереса. Это обстоятельство позволяет не только автоматизировать процесс анализа массивов ГС изображений, но и снизить требования к детальности съемки, так как дешифрирование при определенных условиях может производиться даже на «субпиксельном» уровне, когда в пиксель снимка попадает смесь объектов местности, размеры которых меньше, чем разрешение съемочной аппаратуры.

Как правило, в таких случаях предполагается, что спектральная смесь объектов линейная:

$$R = M S + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $M = \{m_{ij}\}$ ,  $i = \overline{1, l}$ ,  $j = \overline{1, p}$  – матрица смешивания, каждый столбец которой содержит спектральный вектор конечных членов (объектов),  $l$  – количество спектральных каналов,  $p$  – количество объектов;

$S = \{s_{ij}\}$ ,  $i = \overline{1, p}$  и  $j = \overline{1, n}$  – матрица, столбцы которой являются относительными распространенностями объектов, имеющих спектральные сигнатуры  $M_j$ , то есть элементы  $s_{ij}$  являются вероятностью отнесения

*Рассматривается оригинальный ансамблевый алгоритм тематической обработки материалов гиперспектральной аэрокосмической съемки. Алгоритм предусматривает применение метода последовательного квадратичного программирования для определения спектральных компонент массива гиперспектральных данных, анализ которых позволяет распознавать объекты интереса на субпиксельном уровне. Для подготовки информативных признаков, необходимых для идентификации объектов, производится свертка эталонных спектральных сигнатур методами пространственно-масштабируемой фильтрации и секвентного анализа. Приведены примеры верификации алгоритма при обработке экспериментальных гиперспектральных аэроснимков.*

$j$ -го пикселя к спектральной сигнатуре  $M_j$ ,  $n$  – количество пикселей в анализируемом фрагменте ГС изображения;

$R = \{r_{ij}\}$ ,  $i = \overline{1, l}$  и  $j = \overline{1, n}$  – матрица, столбцы которой являются спектральными векторами анализируемого фрагмента ГС изображения;

$\varepsilon$  – доля аддитивного шума.

В соответствии с формулой (1) субпиксельная идентификация заключается в определении весовых коэффициентов разложения, то есть доли объекта (фракции) в пикселе. Если для искомого объекта этот коэффициент превышает определенный порог, то пиксель идентифицируется как объект. При этом на коэффициенты смеси накладываются ограничения (сумма коэффициентов полагается равной единице, каждый из коэффициентов должен быть неотрицательным):

$$s_{ij} \geq 0 \text{ и } \sum_{j=1}^p S_j = 1. \quad (2)$$

Для решения уравнения (1) относительно коэффициентов линейной спектральной смеси используют методы линейного спектрального разложения (англ. linear spectral unmixing): метод минимизации среднеквадратического отклонения, метод ортогональной проекции подпространства и другие, различающиеся по критериям и методам оптимизации [1, 2]. Основные сложности, ограничивающие применение этих методов, связаны с необходимостью знания априорной информации о спектральных сигнатурах большинства объектов, присутствующих на ГС изображении.

Для преодоления этой проблемы автором предложен альтернативный вариант, предусматривающий использование ансамблевого алгоритма обработки с определением априорно неизвестных спектров объектов в результате анализа компонент ГС данных с помощью метода последовательного квадратичного программирования (англ. sequential quadratic programming SQP) [3, 4]. Для распознавания среди спектров той сигнатуры, которая соответствует объекту поиска, был специально разработан универсальный метод формализации эталонных спектральных характеристик (СХ) объектов местности, полученных ГС съемочной аппаратурой, на основе пространственного-масштабируемой фильтрации (LOG-фильтрации) и секвентного анализа.



Рис.1. Структурная схема алгоритма субпиксельной идентификации объектов местности по ГС данным

Структурная схема предложенного алгоритма приведена на рис. 1. На первом этапе обработки с целью сокращения анализируемого массива данных производится сегментация изображения с помощью различных индексов и метода пороговой обработки. Пороговые значения индексов выбираются в зависимости от того, к какому классу объектов окружающей среды относится объект (антропогенный, растительный или почвенный). Далее для получения матрицы спектральных сигнатур

компонентов  $M$ , составляющих изображение, реализуется алгоритм SQP. Основной идеей метода SQP является последовательное решение задач квадратичного программирования, аппроксимирующих данную задачу оптимизации. SQP метод является одним из самых современных методов в области нелинейного программирования, позволяющим учесть полные ограничения, накладываемые на коэффициенты разложения смеси. Schittkowski K. успешно реализовал и провел тестовые расчеты с использованием SQP, показав его высокую эффективность для решения большинства задач [5].

На последнем этапе непосредственная идентификация спектральной компоненты, соответствующей искомого объекту, осуществляется с помощью разработанного метода формализации СХ. Преимуществом этого метода по сравнению с традиционно используемыми индексами является выявление информативных признаков объектов, основанных на смещении и локальных точках перегиба спектральной кривой целей, нехарактерной для фоновых объектов, и сокращение объемов обрабатываемой информации без уменьшения вероятности обнаружения цели.

#### Получение матрицы спектральных сигнатур компонентов изображения с помощью алгоритма последовательного квадратичного программирования

Для формирования задачи последовательного квадратичного программирования SQP формируется симплекс, содержащий спектральные векторы ГС изображения  $R$ . Вершинами симплекса являются спектральные сигнатуры каждого объекта  $M_j$ , которые оцениваются подгонкой симплекса минимального объема к набору спектральных векторов при ограничениях (2). Это формулируется как задача оптимизации:

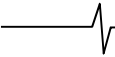
$$-\lvert \det Q \rvert \rightarrow \min, \quad (3)$$

при условиях  $QR \geq 0$  и  $(1_p)^T QR = 1_N$ , где  $Q = M^{-1}$ .

Важным преимуществом преобразования с помощью симплекса минимального объема является высокая устойчивость даже при отсутствии чистых спектральных векторов на изображении, что позволяет для выделения конечных членов фракции получить симплекс, очень близкий к истинному [6].

Для решения задачи нелинейной оптимизации с линейными ограничениями (3) с помощью SQP матрицу  $M$  необходимо привести к квадратному виду (размеру  $r \times r$ ) посредством сокращения спектральной размерности ГС данных или выполнить псевдообращение матрицы. Для уменьшения размерности может использоваться метод главных компонент, где идентификация информативных спектральных каналов в подпространстве сигнала более низкой размерности выбирается по максимуму вариации данных, что позволяет не только выделить полезный сигнал, но и сократить шум.

При этом решение будет единственным при равенстве ранга матрицы  $R$  значению  $r$ . С этой целью исходная матрица  $R$  также преобразуется в квадратную матрицу  $R_p$ , которая будет состоять из  $r$  линейно независимых векторов. Для этого должен быть рассчитан базис матрицы для



ранга  $p$  или использована псевдообратная матрица  $R^{-1}$ . В этом случае ограничение абсолютной суммируемости преобразуется следующим образом:

$$(I_p)^T Q = q, \text{ где } q = (I_p)^T (R_p^{-1}) = (I_N)^T R^T (RR^T)^{-1} \quad (4)$$

При реализации SQP условия ограничения в виде линейных равенств и неравенств должны быть формализованы в следующем виде:

$$Ax \leq b \text{ и } A_{eq} x = b_{eq}.$$

В соответствии с этим, условие равенства преобразуется следующим образом:

$$A_{eq} \cdot \text{vec}(Q) = b_{eq}, \quad (5)$$

где  $A_{eq} = I_p \otimes (I_p)^T$ ,  $b_{eq} = q^T$ ,  $\text{vec}(Q)$  – вектор, элементы которого являются элементами столбцов матрицы  $Q$  друг за другом;  $I_p$  – единичная матрица;  $\otimes$  – оператор тензорного произведения Кронекера для матриц.

Условие неравенства приводится к виду:

$$-A \cdot \text{vec}(Q) \leq b, \quad (6)$$

где  $A = R^T \otimes I_p$  и  $b = 0_{p \times n}$ .

На каждой главной итерации метода SQP осуществляется квадратичная аппроксимация для функций Лагранжа при помощи квазиньютоновского модифицированного метода, для чего рассчитывается градиент  $\nabla f(Q)$  и Гессииан  $H$  целевой функции  $f(Q) = |\det Q|$ :

$$\nabla f(Q) = -(Q^{-1})^T;$$

$$H = (\nabla f(Q))^T \nabla f(Q).$$

Далее методом проекций решается задача квадратичного программирования на основе полученной квадратичной аппроксимации функции Лагранжа в точке  $(x_k, \lambda_k)$ :

$$\min_d \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d, \quad (7)$$

при условии

$$\nabla g_1(x_k)^T d + g_1(x_k) = 0;$$

$$\nabla g_2(x_k)^T d + g_2(x_k) \leq 0;$$

где  $H_k$  – матрица Гессе на  $k$ -ой основной итерации;

$\nabla f(x_k)$  – градиент целевой функции на  $k$ -ой основной итерации;

$g_1(x_k) = (I_p)^T x_k - (I_p)^T (R_p)^{-1}$  – значение функции ограничений в виде равенства в точке  $x_k$ ;

$\nabla g_1(x_k) = A_{eq} = I_p \otimes (I_p)^T$  – градиент функции  $g_1(x_k)$ ;

$g_2(x_k) = -x_k R$  – значение функции ограничений в виде неравенства в точке  $x_k$ ;

$$\nabla g_2(x_k) = A = R^T \otimes I_p \text{ – градиент функции } g_2(x_k);$$

$d = x_k$  – направление поиска на этапе решения задачи квадратичного программирования.

Поскольку ограничения  $g_1(x_k)$  и  $g_2(x_k)$  уже являются линейными, то для них линейная аппроксимация не нужна и условия оптимизации на данном этапе можно переписать в первоначальном виде (5) и (6).

На последнем этапе по полученному вектору поиска

$d$  осуществляется расчет новой точки для следующей главной итерации с помощью функции выгоды.

В результате получаем матрицу спектральных сигнатур объектов, присутствующих на изображении  $M$ .

### Методы анализа формы спектральных сигнатур

После получения матрицы  $M$  осуществляется идентификация спектральной компоненты, соответствующей искомому объекту, с помощью специальных методов анализа эталонных спектральных сигнатур, содержащихся в специализированной базе данных [7]. Для распознавания используются признаки, которые несут информацию о локальных изменениях спектральных характеристик (экстремумах, перегибах и др.), являющихся уникальными для рассматриваемого объекта.

Следует отметить, что производные спектральные признаки отличаются от исходных СХ не только меньшей размерностью, но и большей устойчивостью, так как на них не оказывают существенного влияния возможные вариации состояния (степени запыленности, увлажненности, шероховатости и др.) и, соответственно, отражательных свойств поверхности искомого объекта.

Минимизация размерности признаков пространства при обработке ГС данных реализуется двумя способами:

- выбором спектральных каналов в количестве, близком к существенной размерности функций, описывающих спектральные отражательные свойства объекта интереса;

- сверткой (формализацией) исходных СХ объектов в ограниченный набор признаков, характеризующих физическую природу потока излучения, отраженного от этого объекта.

В качестве методов формализации эталонных СХ, позволяющих сформировать новый вектор информативных признаков для идентификации объектов по данным ГС съемки, автором предложено использовать пространственно-масштабируемую фильтрацию и секвентный анализ исходных спектральных сигнатур [8].

### Пространственно-масштабируемая фильтрация

Основная идея пространственно-масштабируемой фильтрации состоит в выявлении спектральных признаков, характеризующих количество и положение смещений и локальных точек перегиба (максимального наклона) в спектре исследуемых объектов. Расчет этих признаков осуществляется с помощью свертки спектра с фильтрами различной ширины.

После свертки функции исходного спектра  $R(x)$  с гауссовым фильтром  $g(x)$  заданной ширины (так называемым масштабом фильтрации  $\sigma$ ) выполняется вычисление второй производной, нулевые значения которой соответствуют наиболее значительным изменениям функции. Одновременно значения, которые относятся к более слабым изменениям, подверженным шумам, исчезают.

Свертка двух функций определяется как:

$$s(x) = R(x)g(x) = R(x) \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) e^{-x^2/2\sigma^2} \quad (8)$$

Используя теорию линейных систем, можно показать, что вторая производная от свертки будет равна:

$$s''(x) = R(x)g''(x), \quad (9)$$

где  $g''(x) = \frac{x^2 - \sigma^2}{\sigma^4} g(x)$ .

Далее производится нанесение переходов через ноль на графике зависимости величин среднеквадратического отклонения фильтра от длины волны.

Новыми спектральными признаками являются длины волн, на которых происходит переход графика второй производной свертки функции исходного спектра с гауссовым фильтром заданной ширины  $s''(x)$  через ноль. Как правило, при увеличении масштаба число пересечений графика второй производной свертки с осью  $x$  уменьшается. В качестве информативного признака при обнаружении объекта может рассматриваться также значение  $\sigma$ , при котором переход через ноль  $s''(x)$  объекта больше не наблюдается, если для фона этот переход прекращается при другом масштабе.

**Секвентный анализ**

В задаче подготовки формализованных спектральных признаков объектов и фонов перспективным является использование методов улучшения качества изображений, применяемых в пространственной и частотной областях. Особый интерес представляет преобразование исходной СХ методом секвентного анализа при помощи кусочно-постоянных функций. При определении информативных ГС признаков объектов секвентный анализ может быть применен к исходной спектральной сигнатуре объекта для получения частотного спектра, параметры которого будут являться новыми признаками для идентификации объекта.

В основе секвентного анализа лежит понятие секвенты, которая определяется как число изменений знака несинусоидальных функций за единицу пространства, времени или длины волны. В секвентном анализе вычислительно более простым является преобразование, построенное на системах кусочно-постоянных функций, в частности преобразование Уолша-Адамара, которое получается с помощью функционально идентичных ядер [9]:

$$\text{wal}(w, x) = (-1)^{\sum_{k=1}^n (w_{n-k+1} \otimes w_{n-k}) x_k}, \tag{10}$$

где  $n$  – показатель степени в выражении  $N = 2^n$ ;  $N$  – количество отсчетов в секвенте;  $w$  – номер секвенты;

$w_{n-k+1} \otimes w_{n-k}$  – сложение по модулю 2 номеров в двоичной системе;

$x_k$  –  $k$ -й разряд в представлении номера отсчета  $x$  в

двоичной системе счисления:  $x = \sum_{k=1}^n x_k 2^{n-k}$ .

Приведем пример сложения по модулю 2 номеров в двоичной системе.

Пусть  $n = 1$  и  $k = 3$  для  $\text{wal}(i, x) = \text{wal}(n, x) \text{wal}(k, x)$ , где  $i = n \otimes k$ , тогда  $n \otimes k = 01_2 \otimes 11_2 = 10_2 = 2$ .

В результате умножения получим:

				$n$
1	1	-1	-1	$\text{wal}(1, x)$
1	-1	1	-1	$\text{wal}(3, x)$
1	-1	-1	1	$\text{wal}(2, x)$

Это определение дает систему функций, упорядоченную по возрастанию секвенты (по Уолшу), то есть область нижних секвент спектра будут характеризовать медленно меняющиеся компоненты исходного сигнала, а область высоких секвент – резкие перепады яркости, как в случае гармонического анализа изображений (рис. 2) [10].

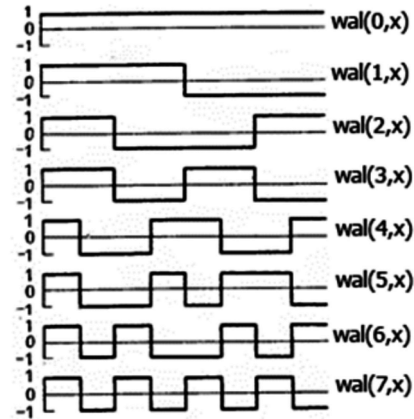


Рис. 2. Функции, упорядоченные по Уолшу [11]

Дискретное преобразование Уолша определяется как:

$$R_w = \sum_{i=0}^{n-1} R_i \text{wal}(w, i), \tag{11}$$

$R_i$  – исходные значения яркости спектра на  $i$ -ой длине волны;

$R_w$  – коэффициенты преобразования, число которых соответствует количеству длин волн.

Совокупность дискретных функций Уолша представляется в виде матрицы, в каждой строке которой указывается, сколько дискретных чисел берется при дискретизации точек на оси  $x$ . Например, матрица  $H(n)$ , полученная при восьмиточечной дискретизации соответствующих непрерывных функций, где  $n$  – показатель степени в выражении  $N = 2^n$ , имеет вид:

$$H(n=3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

В матричном виде дискретное преобразование Уолша-Адамара описывается выражением:

$$R_w = H(n)R. \tag{12}$$

В основе метода выбора спектральных признаков с использованием преобразования спектральной сигнатуры Уолша-Адамара лежит получение детализирующей информации о локальных особенностях функции спектрального образа в результате анализа коэффициентов  $R_w$ .

Анализируя абсолютные значения коэффициентов дискретного преобразования, вычисленных на различных масштабах  $N$ , можно получить информацию о наличии и величине существенного изменения (скачка) функции спектрального образа  $R$ .

В результате пространственно-масштабируемой фильтрации и секвентного анализа СХ эталона формируются информативные признаки объекта идентификации в виде следующих показателей:

- длины волн, на которых происходит переход графика второй производной свертки функции исходного спектра с гауссовым фильтром заданной ширины через ноль;
- значение ширины фильтра, при котором переход через ноль графика объекта больше не наблюдается;
- абсолютные значения коэффициентов дискретного преобразования, вычисленные на различных масштабах секвенты.

По рассчитанным признакам осуществляется определение спектральной сигнатуры компонента изображения  $M_j$ , соответствующей объекту. Идентификация объекта осуществляется непосредственно на изображении найденной спектральной компоненты объекта методом пороговой обработки по значению коэффициента разложения смеси. При этом в программной реализации алгоритма предусмотрено, что оператор получает доступ к спектральным компонентам, которые являются относительными распространенностями всех объектов, присутствующих на ГС изображении.

#### Результаты апробации алгоритма и выводы

Для реализации рассмотренного в статье алгоритма субпиксельной идентификации был разработан специализированный модуль программы обработки данных аэрокосмической ГС съемки. На рис. 3 показан резуль-

тат идентификации объекта в виде свалок бытовых отходов, отдельные из которых по причине небольших размеров визуально не обнаруживаются на панхроматическом изображении (см. рис. 3 г и рис. 3 д). В качестве исходных ГС изображений использовались данные, полученные с помощью видеоспектрометра разработки НПО «Лептон» (спектральное разрешение 0,4-13 нм, спектральный диапазон 402-1031 нм).

Результаты обработки этих данных показали, что применение предложенного ансамблевого алгоритма позволяет с вероятностью 0,88 определить свалки по идентифицируемой спектральной компоненте (см. рис. 2 а и рис. 2 б). При этом уменьшается количество ложных целей и пропусков в 1,5-2 раза по сравнению с традиционными методами линейного спектрального разложения (например, ортогональной проекции подпространства).

Идентификация объекта осуществляется непосредственно на изображении найденной спектральной компоненты объекта (рис. 3 б) методом пороговой обработки по значению коэффициента разложения смеси.

Спектральные признаки, по которым была найдена спектральная компонента, отображающая относительную распространенность искомого объекта, приведены на рис. 1 и в табл. 1. В качестве эталонных спектральных сигнатур для формирования значения признаков использовались СХ свалок различного морфологического состава, полученные в результате наземных измерений с помощью полевого спектрорадиометра FieldSpec®4

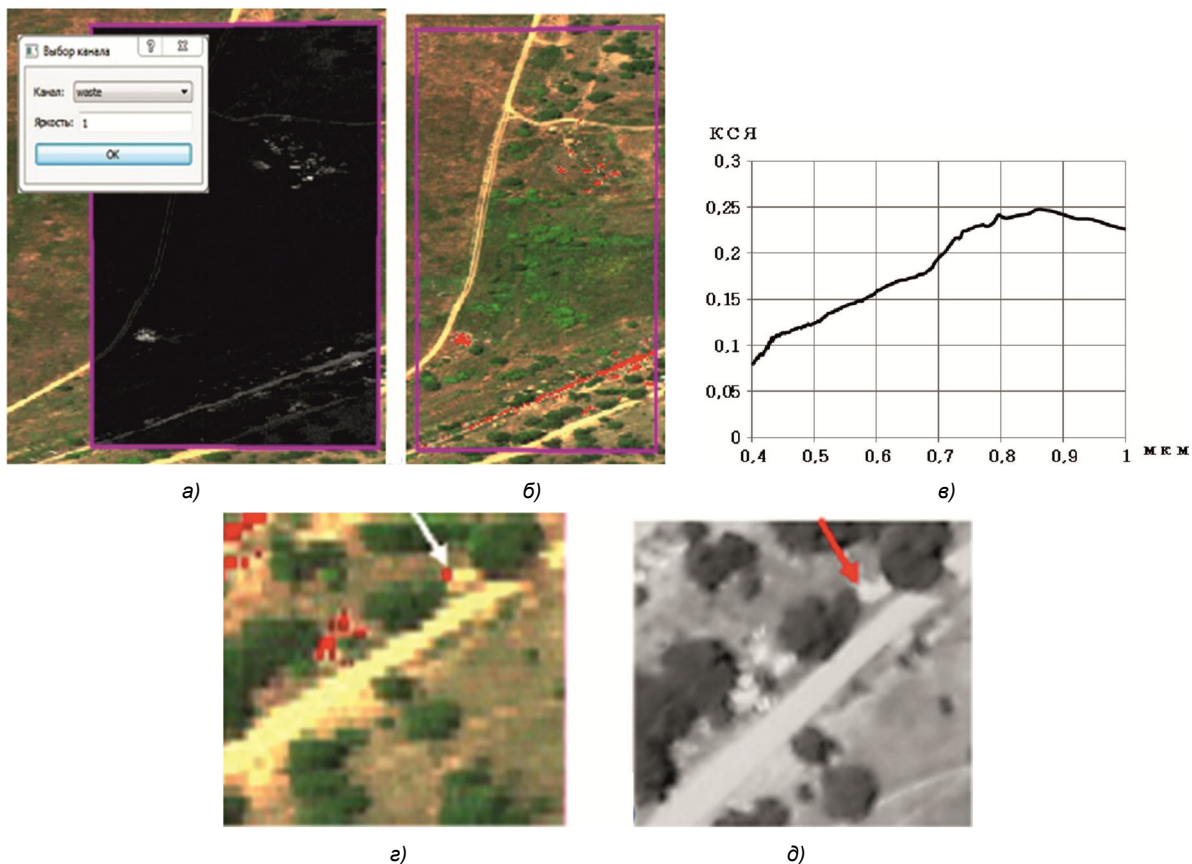


Рис.3. Пример субпиксельной идентификации участков земель, загрязненных отходами по данным ГС авиационной съемки  
 (а – спектральная компонента, соответствующая свалке, б – результат идентификации,  
 в – график коэффициента спектральной яркости свалки, г – увеличенный фрагмент результата классификации,  
 д – панхроматическое изображение увеличенного фрагмента)

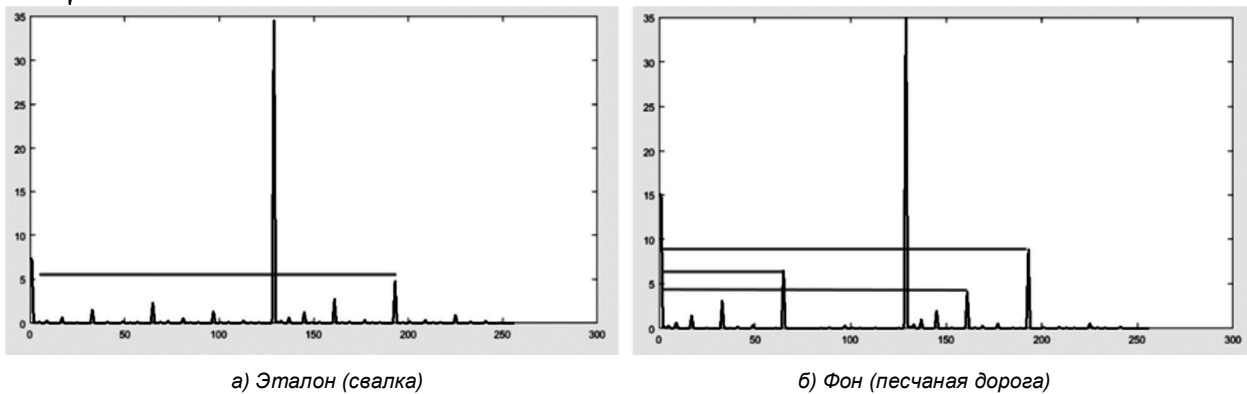


Рис. 4. Результат преобразования спектральной сигнатуры эталона и фона с помощью функции Уолша-Адамара

Таблица 1. Спектральные признаки эталона и фона, полученные в результате пространственно-масштабируемой фильтрации при различных масштабах

Масштаб фильтрации	Свалка	Фон
$\sigma = 1$	539, 562, 572, 596, 613, 644, 706, 746, 767	557, 644, 674, 707, 735, 760
$\sigma = 1,5$	536, 649, 706, 749, 763	553, 644, 673, 715, 724, 762
$\sigma = 1,8$	671, 695	534

ASD. Пример эталонной сигнатуры приведен на рис. 3 в. Видно, что свалки и фон хорошо отличаются по значениям коэффициентов дискретного преобразования, вычисленных на различных масштабах секвенты (рис. 4), а также различаются по длинам волн, соответствующим ширине фильтра 1,8 при преобразовании исходных спектров методом пространственно-масштабируемой фильтрации (табл. 1).

В разработанной программе оператор в процессе подготовки эталонной информации для автоматического дешифрирования ГС снимков может самостоятельно подбирать наиболее информативный масштаб пространственно-масштабируемой фильтрации или при использовании секвентного анализа задавать пороговое значение для исключения амплитуд, соответствующих малозначимым изменениям исходной сигнатуры.

## Заключение

Предложен ансамблевый алгоритм субпиксельной идентификации объектов местности по гиперспектральным данным с использованием LOG-фильтрации и секвентного анализа спектральных компонент ГС данных, инициализированных в результате линейного разделения смеси методом SQP. Метод позволяет снять ограничения о присутствии чистых спектральных векторов на изображении, учесть полные ограничения, накладываемые на коэффициенты разложения смеси, и требует знания априорной информации о спектральной сигнатуре только искомого объекта. Оценка точности идентификации объектов также повышается за счет использования информативных признаков формы спектральных компонент объекта.

## Литература

1. J.C. Harsanyi, C.-I. Chang Hyperspectral Image Classification and Dimensionality Reduction: An Orthogonal Subspace Projection Approach // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 32 (4), 1994. PP. 779-785.

2. S. Kraut, L.L. Scharf, L.T. McWhorter Adaptive Subspace Detectors // IEEE Trans. Signal Process. 49 (1). 2001. Pp. 1-16.

3. Гладких Б.А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч. II. Нелинейное и динамическое программирование: учебное пособие. – Томск: Изд-во НТЛ, 2011. – 264 с.

4. Klaus Schittkowski, Ya-xiang Yuan Sequential Quadratic Programming Methods. Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science. 2011.

5. K.Schittkowski More test examples for nonlinear programming // Lecture notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 282, Springer. 1987.

6. Li J., Bioucas-Dias J.M. Minimum volume simplex analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data // Proc. of IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). Boston, USA: IEEE. 2008. V. 3. P. 250-253.

7. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2012621165 «База данных КСЯ в спектральном диапазоне 400...1000 нм для основных типов подстилающей поверхности (почв, растительности, ледовых и снежных покровов, водной поверхности, объектов искусственного происхождения), встречающихся в районах съемки КА «Ресурс-П», авторы: Чапурский Л.И., Марков А.В., Григорьева О.В., Саидов А.Г., Астахова Е.И., Жуков Д.В., заявка № 2012620611, дата поступления 21.06.2012 г., дата гос. регистрации в Реестре баз данных – 13.11.2012 г.

8. Григорьева О.В., Иванец М.О., Марков А.В., Жуков Д.В. Методы подготовки формализованных эталонных признаков для идентификации объектов по данным гиперспектральной космической съемки // Материалы V Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (V Козловские чтения) / под общ. ред. А.Н. Кирилина. – Самара: СамНЦ РАН, 2017. Т. 1. С. 281-286.

9. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М., 2005. – 1072 с.

10. Костров Б.В. Теория и методология применения секвентного анализа для обработки аэрокосмических изображений. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук.

11. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 496 с.