

УДК 621.391:621.396

## ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ

*Попов Д.И., д.т.н., профессор кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: adop@mail.ru.*

### THE ACCURACY OF CLUTTER PARAMETERS ESTIMATION

*Popov D.I.*

The analysis of the estimation accuracy the parameters of the clutter correlation matrix are carried out. On the basis of the introduced likelihood function and the Cramer-Rao expression, formulas are obtained for the estimates variance of the coefficients of interperiod correlation and Doppler shift of the phase of the clutter, taking into account the volume of the training sample and the spectral parameters of the clutter. It is shown that the use of interchannel and interperiod averaging leads to an increase in the accuracy of the estimation. The results of calculations and statistical modeling, which confirm the asymptotic efficiency of the estimates obtained, are presented.

**Key words:** variance estimation, Doppler phase shifts, correlation matrix, correlation coefficients, training sample, clutter, estimation accuracy.

**Ключевые слова:** дисперсия оценки, доплеровские сдвиги фазы, корреляционная матрица, коэффициенты корреляции, обучающая выборка, пассивная помеха, точность оценивания.

#### Введение

В радиолокации одной из актуальных неизменно остается проблема обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех [1-4]. Наличие сильной корреляционной связи в помехе, простирающейся, по крайней мере, на несколько периодов повторения зондирующего сигнала, позволяет использовать различие скоростей движения цели и источника пассивной помехи. Однако реализация эффективной селекции движущихся целей существенно затрудняется из-за отсутствия априорных сведений о параметрах пассивных (коррелированных) помех [5-6].

Преодоление априорной неопределенности параметров помехи достигается построением адаптивных алгоритмов и систем обработки [7, 8], в частности, алгоритмов адаптивного режектирования с комплексными весовыми коэффициентами и соответствующих адаптивных режекторных фильтров (АРФ) [9]. Реализация данных АРФ в цифровом виде требует высокого быстродействия выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи. В работе [10] синтезированы алгоритмы оценивания и предложены принципы построения и структурные схемы автокомпенсаторов доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Особенности адаптации к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора и последующего ее режектирования рассмотрены в работе [11]. Определенное упрощение процедуры адаптации достигается в АРФ каскадного типа [12]. Другим вариантом упрощения про-

*Проведен анализ точности оценивания параметров корреляционной матрицы пассивных помех. На основе введенной функции правдоподобия и выражения Крамера–Рао получены формулы для дисперсии оценок коэффициентов межпериодной корреляции и доплеровского сдвига фазы помехи, учитывающие объем обучающей выборки и спектральные параметры помехи. Показано, что использование межканального и межпериодного усреднения приводит к повышению точности оценивания. Приведены результаты расчетов и статистического моделирования, подтверждающие асимптотическую эффективность получаемых оценок.*

цедуры адаптации является переход от комплексных весовых коэффициентов к действительным, что ограничивает область целесообразного применения соответствующих АРФ [13].

Основой алгоритмов адаптивной обработки сигналов на фоне помех является использование оценок максимального правдоподобия (ОМП) параметров корреляционной матрицы помехи. Статистический синтез цифровых алгоритмов оценивания ОМП соответствующих параметров матрицы помехи проведен в работе [14]. Представляет интерес оценить точность оценивания параметров корреляционной матрицы помехи – коэффициентов межпериодной корреляции и доплеровского сдвига фазы помехи.

#### Статистическое описание помех

Полагаем, что в каждом из  $M$  частотных каналов когерентно-импульсного многочастотного радиолокатора поступает последовательность  $N$  отсчетов комплексных огибающих исходных данных  $U_j^{(l)} = x_j^{(l)} + iy_j^{(l)}$  ( $j = \overline{1, N}$ ,  $l = \overline{1, M}$ ), следующих через период повторения  $T$  и образующих в  $p$ -м элементе разрешения по дальности  $l$ -го частотного канала вектор-столбец  $U_{lp} = \{U_{jp}^{(l)}\}^T$ . Пассивная помеха, создаваемая отраже-

ниями от протяженных объектов, располагается во временном стробе и образует в пределах  $n+1$  смежных элементов разрешения по дальности  $l$ -го частотного канала обучающую выборку в виде совокупности  $\mathbf{U}_l = \{\mathbf{U}_{lp}\} = \{\mathbf{U}_{l1}, \dots, \mathbf{U}_{l, n+1}\}$ , кроме соответствующего среднему элементу разрешения в этом стробе вектора  $\mathbf{U}_{lp}$  ( $p = n/2 + 1$ ), исключенного из обучающей выборки [14]. Статистические характеристики гауссовской помехи в пределах временного строба являются однородными и в каждом элементе разрешения данного строба  $l$ -го частотного канала описываются корреляционной матрицей  $\mathbf{R}_{lp} = \overline{\mathbf{U}_{lp} \mathbf{U}_{lp}^{*T}} / 2 = \mathbf{R}_l$ . Зависимость входных данных  $M$  частотных каналов в виде совокупности  $\{\mathbf{U}_l\} = \{\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_M\}$  от совокупности матриц  $\{\mathbf{R}_l\} = \{\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_M\}$  описывается функцией правдоподобия (ФП)  $P(\{\mathbf{U}_l\} / \{\mathbf{R}_l\}) = \prod_{l=1}^M P(\mathbf{U}_l / \mathbf{R}_l)$ .

Для  $l$ -го частотного канала ФП имеет вид

$$P(\mathbf{U}_l / \mathbf{R}_l) = (2\pi)^{-Nn} \det^{-n} \mathbf{R}_l \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq n/2+1}}^{n+1} \mathbf{U}_{lp}^{*T} \mathbf{W}_l \mathbf{U}_{lp} \right), \quad (1)$$

где  $\mathbf{W}_l$  – матрица, обратная  $\mathbf{R}_l$ , элементы которой при симметричном спектре помехи  $R_{jk}^{(l)} = \sigma_n^2 \rho_{jk}^{(l)} e^{i(j-k)\varphi_l} + \sigma_w^2 \delta_{jk}$ ;  $\sigma_n^2$ ,  $\sigma_w^2$  – дисперсии пассивной помехи и собственного шума, принимаемые одинаковыми для всех частотных каналов;  $\rho_{jk}^{(l)}$ ,  $\varphi_l$  – коэффициенты межпериодной корреляции помехи и доплеровский сдвиг фазы помехи за период повторения  $T$  в  $l$ -м частотном канале, при этом  $\varphi_l = r_l \varphi_1$ ,  $r_l = f_l / f_1 < 1$  – отношение несущих частот  $l$ -го и 1-го каналов;  $\delta_{jk}$  – символ Кронекера.

С учетом асимптотической эффективности и асимптотической нормальности распределения полученных в работе [14] ОМП неизвестных параметров помехи точность оценивания будем характеризовать дисперсией оценки, определяемой с помощью выражения Крамера–Рао [15], указывающего нижнюю границу дисперсии оценки.

#### Точность оценивания коэффициентов корреляции

Для дисперсии ОМП соответствующих первой строке матрицы  $\mathbf{R}_l$  коэффициентов межпериодной корреляции  $\hat{\rho}_{1k}^{(l)}$  ( $k = 2, N$ ) в  $l$ -м частотном канале в соответствии с выражением Крамера–Рао имеем

$$\sigma_{\hat{\rho}_{1k}^{(l)}}^2 = - \left[ \partial^2 \ln P(\mathbf{U}_l / \rho_{1k}^{(l)}) / \partial (\rho_{1k}^{(l)})^2 \right]^{-1}. \quad (2)$$

Коэффициенты корреляции  $\rho_{1k}^{(l)}$  в каждом частотном канале измеряются отдельно. Для измерения каждого коэффициента корреляции  $\rho_{1k}^{(l)}$  необходимы данные двух соответствующих периодов повторения, образующие совокупность векторов  $\mathbf{U}_{lp} = \{U_{jp}^{(l)}, U_{j+k-1,p}^{(l)}\}^T$ ,  $p = \overline{1, n+1}$  ( $p \neq n/2 + 1$ ). Используя ФП (1) для  $j$ -го и  $(j+k-1)$ -го периодов, после логарифмирования и последующего двойного дифференцирования получим

$$\frac{\partial^2 \ln P(\cdot)}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} = -n \frac{\partial^2 \ln \det \mathbf{R}_l}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} - \frac{1}{2} \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq n/2+1}}^{n+1} \mathbf{U}_{lp}^{*T} \frac{\partial^2 \mathbf{W}_l}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} \mathbf{U}_{lp}, \quad (3)$$

где  $\det \mathbf{R}_l = (\sigma_n^2 + \sigma_w^2)^2 - \sigma_n^4 (\rho_{1k}^{(l)})^2$ , элементы обратной корреляционной матрицы  $\mathbf{W}_l$ , соответствующей векторам  $\mathbf{U}_{lp} = \{U_{jp}^{(l)}, U_{j+k-1,p}^{(l)}\}^T$ , имеют вид

$$\begin{aligned} W_{jj}^{(l)} &= W_{j+k-1, j+k-1}^{(l)} = (\sigma_n^2 + \sigma_w^2) / \det \mathbf{R}_l, \\ W_{j, j+k-1}^{(l)} &= -\sigma_n^2 \rho_{1k}^{(l)} e^{-i(k-1)\varphi_l} / \det \mathbf{R}_l, \\ W_{j+k-1, j}^{(l)} &= -\sigma_n^2 \rho_{1k}^{(l)} e^{i(k-1)\varphi_l} / \det \mathbf{R}_l. \end{aligned}$$

Путем дальнейших преобразований выражения (3) находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln P(\cdot)}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} &= \frac{2n\sigma_n^4 [\det \mathbf{R}_l + 2\sigma_n^4 (\rho_{1k}^{(l)})^2]}{\det^2 \mathbf{R}_l} - \\ &- \frac{1}{2} \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq n/2+1}}^{n+1} \left( \frac{\partial^2 W_{jj}^{(l)}}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} U_{jp}^{(l)*} U_{jp}^{(l)} + \right. \\ &+ \frac{\partial^2 W_{j, j+k-1}^{(l)}}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} U_{jp}^{(l)*} U_{j+k-1, p}^{(l)} + \\ &+ \frac{\partial^2 W_{j+k-1, j}^{(l)}}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} U_{jp}^{(l)} U_{j+k-1, p}^{(l)*} + \\ &\left. + \frac{\partial^2 W_{j+k-1, j+k-1}^{(l)}}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} U_{j+k-1, p}^{(l)*} U_{j+k-1, p}^{(l)} \right). \end{aligned}$$

В результате статистического усреднения с учетом того, что

$$\overline{U_{jp}^{(l)*} U_{jp}^{(l)}} = \overline{U_{j+k-1, p}^{(l)*} U_{j+k-1, p}^{(l)}} = 2(\sigma_n^2 + \sigma_w^2),$$

$$\overline{U_{jp}^{(l)*} U_{j+k-1, p}^{(l)}} = 2\sigma_n^2 \rho_{1k}^{(l)} e^{i(k-1)\varphi_l}$$

$$\text{и } \overline{U_{jp}^{(l)} U_{j+k-1, p}^{(l)*}} = 2\sigma_n^2 \rho_{1k}^{(l)} e^{-i(k-1)\varphi_l},$$

и последующих алгебраических преобразований получаем

$$\frac{\partial^2 \ln P(\cdot)}{\partial (\rho_{1k}^{(l)})^2} = \frac{2n\sigma_n^4 [\det \mathbf{R}_l + 2\sigma_n^4 (\rho_{1k}^{(l)})^2]}{\det^2 \mathbf{R}_l} -$$

$$\frac{4n\sigma_n^4[\det \mathbf{R}_l + 2\sigma_n^4(\rho_{1k}^{(l)})^2]}{\det^2 \mathbf{R}_l} = \frac{2n\sigma_n^4[\det \mathbf{R}_l + 2\sigma_n^4(\rho_{1k}^{(l)})^2]}{\det^2 \mathbf{R}_l}$$

В соответствии с выражением (2) окончательно имеем

$$\sigma_{\hat{\rho}_{1k}^{(l)}}^2 = \frac{\det^2 \mathbf{R}_l}{2n\sigma_n^4[\det \mathbf{R}_l + 2\sigma_n^4(\rho_{1k}^{(l)})^2]} = \frac{[(1+\lambda)^2 - (\rho_{1k}^{(l)})^2]^2}{2n[(1+\lambda)^2 + (\rho_{1k}^{(l)})^2]}, \quad (4)$$

где  $\lambda = \sigma_{\text{ш}}^2 / \sigma_{\text{п}}^2$  – отношение шум/помеха.

Вычислим дисперсию ОМП  $\hat{\rho}_{12}^{(l)} = \hat{\rho}_l$  при произвольном  $N$  для помехи в виде простой марковской последовательности, соответствующей экспоненциальной функции корреляции:  $\rho_{jk}^{(l)} = \rho_l^{|j-k|}$ . При условии пренебрежения собственным шумом ввиду его малости обратная матрица  $\mathbf{W}_l$  является ленточно-диагональной, приводя к межпериодному усреднению в алгоритме оценивания [14]. Элементы матрицы  $\mathbf{W}_l$  при этом имеют вид

$$\begin{aligned} W_{11}^{(l)} &= W_{NN}^{(l)} = 1/\sigma_n^2(1-\rho_l^2); \\ W_{jj}^{(l)} &= (1+\rho_l^2)/\sigma_n^2(1-\rho_l^2), \quad j = \overline{2, N-1}; \\ W_{j,j+1}^{(l)} &= -\rho_l e^{-i\varphi_l} / \sigma_n^2(1-\rho_l^2), \\ W_{j+1,j}^{(l)} &= -\rho_l e^{i\varphi_l} / \sigma_n^2(1-\rho_l^2), \quad j = \overline{2, N}. \end{aligned}$$

В результате аналогичных предыдущим вычислений с учетом того, что

$$\begin{aligned} \overline{U_{jp}^{(l)*} U_{jp}^{(l)}} &= \overline{U_{j+1,p}^{(l)*} U_{j+1,p}^{(l)}} = 2\sigma_n^2, \\ \overline{U_{jp}^{(l)*} U_{j+1,p}^{(l)}} &= 2\sigma_n^2 \rho_l e^{i\varphi_l} \quad \text{и} \quad \overline{U_{jp}^{(l)} U_{j+1,p}^{(l)*}} = 2\sigma_n^2 \rho_l e^{-i\varphi_l}, \end{aligned}$$

найдем

$$\frac{\partial^2 \ln P(\cdot)}{\partial \rho_l^2} = -\frac{2n(N-1)(1+\rho_l^2)}{(1-\rho_l^2)^2}.$$

Учитывая выражение (2) окончательно получаем

$$\sigma_{\hat{\rho}_l}^2 = \frac{(1-\rho_l^2)^2}{2n(N-1)(1+\rho_l^2)^2}.$$

Как видим, межпериодное усреднение при  $N > 2$  и экспоненциальной функции корреляции помехи уменьшает дисперсию оценки в  $N-1$  раз.

Основными факторами, определяющими точность оценивания, являются объем обучающей выборки  $n$  и спектральные параметры помехи, влияние которых рассмотрим для одного частотного канала при гауссовской функции корреляции помехи:  $\rho_{1k}^{(l)} = \rho_{1k} = \rho^{(k-1)^2} = \exp\{-\pi^2[(k-1)\beta]^2/2,8\}$ , где  $\beta = \Delta f T$  – нормированная ширина спектра помехи. На рис. 1 приведены кривые, характеризующие зависимости среднеквад-

ративной величины  $\sigma_{\hat{\rho}}$  от числа усредняемых элементов обучающей выборки  $n$  при  $N=2$  и  $\lambda \leq 10^{-4}$ . Сплошные кривые соответствуют расчетам по формуле (4) при  $\rho_{1k}^{(l)} = \rho_{1k}^{(l)} = \rho$ , а штриховые кривые – эмпирическим результатам, полученным путем имитационного статистического моделирования на ПЭВМ соответствующего алгоритма работы [14] при  $k=2$ . Достаточно близкое совпадение результатов моделирования и расчетов при  $n > 8$  подтверждает асимптотическую эффективность получаемых оценок. Из кривых видно, что параметр  $\beta$  существенно влияет на точность оценивания. Увеличение уровня некоррелированного шума приводит к заметному снижению точности при сравнительно высоком отношении  $\lambda$ . При  $\lambda = 10^{-2}$  и  $\beta = 0,1$  среднеквадратичная ошибка оценивания  $\sigma_{\hat{\rho}}$  возрастает 1,29 раза, а при  $\beta = 0,2$  – в 1,07 раза. Моделирование алгоритмов оценивания с межпериодным усреднением, рассмотренным в работе [14], показало, что такое усреднение при гауссовской функции корреляции по сравнению с кривыми рис. 1 позволяет повысить точность оценивания примерно в  $\sqrt{N-1}/2$  раза.

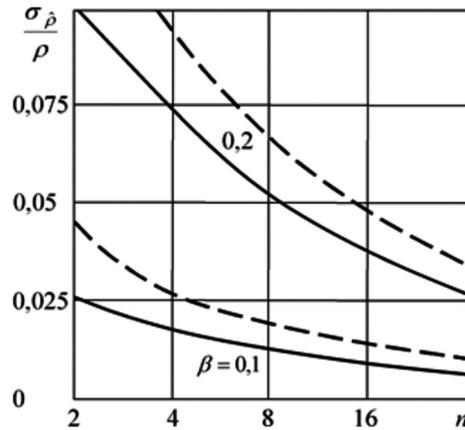


Рис. 1. Зависимости среднеквадратичной ошибки оценивания коэффициента корреляции помехи от объема обучающей выборки

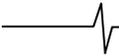
### Точность оценивания доплеровской фазы

В работе [14] предложено определять усредненную по частотным каналам оценку  $\hat{\varphi}_{l0}$  доплеровской фазы. Для дисперсии усредненной оценки в соответствии с выражением Крамера–Рао имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{\varphi}_{l0}}^2 &= -\left[\frac{\partial^2 \ln P(\{\mathbf{U}_k\} / \varphi_k)}{\partial \varphi_l^2}\right]^{-1} = \\ &= -\left[\sum_{k=1}^M \frac{\partial^2 \ln P(\mathbf{U}_k / \varphi_k)}{\partial \varphi_l^2}\right]^{-1}, \quad k, l = \overline{1, M}. \end{aligned}$$

ФП для  $k$ -го частотного канала записывается в виде

$$P(\mathbf{U}_k / \varphi_k) = C_k \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{\substack{l=1 \\ p \neq n/2+1}}^{n+1} \mathbf{U}_{kp}^{*T} \mathbf{W}_k \mathbf{U}_{kp}\right), \quad (5)$$



где  $\mathbf{U}_k = \{\mathbf{U}_{kp}\} = \{\mathbf{U}_{k1}, \dots, \mathbf{U}_{k,n+1}\}$ ,  $\varphi_k = r_k \varphi_l / r_l$ ,  $C_k$  – не зависящая от  $\mathbf{U}_k$  и  $\varphi_k$  константа,  $\mathbf{U}_{kp} = \{U_{jp}^{(k)}, U_{j+1,p}^{(k)}\}^T$ , элементы соответствующей векторам  $\mathbf{U}_{kp}$  матрицы  $\mathbf{W}_k$ , имеют вид

$$W_{jj}^{(k)} = W_{j+1,j+1}^{(k)} = (\sigma_n^2 + \sigma_m^2) / \det \mathbf{R}_k,$$

$$W_{j,j+1}^{(k)} = -\sigma_n^2 \rho_{12}^{(k)} e^{-i\varphi_k} / \det \mathbf{R}_k,$$

$$W_{j+1,j}^{(k)} = -\sigma_n^2 \rho_{12}^{(k)} e^{i\varphi_k} / \det \mathbf{R}_k.$$

Выполняя логарифмирование ФП (5) и последующее двойное дифференцирование, находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln P(\cdot)}{\partial \varphi_l^2} &= -\frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n+1} \mathbf{U}_{kp}^{*T} \frac{\partial^2 \mathbf{W}_k}{\partial \varphi_l^2} \mathbf{U}_{kp} = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n+1} \left( \frac{\partial^2 W_{j,j+1}^{(k)}}{\partial \varphi_l^2} U_{jp}^{(k)*} U_{j+1,p}^{(k)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 W_{j+1,j}^{(k)}}{\partial \varphi_l^2} U_{jp}^{(k)} U_{j+1,p}^{(k)*} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Дифференцируя в выражении (6) элементы матрицы  $\mathbf{W}_k$ , в результате последующего статистического усреднения с учетом того, что

$$\overline{U_{jp}^{(k)*} U_{j+1,p}^{(k)}} = 2\sigma_n^2 \rho_{12}^{(k)} e^{i\varphi_k},$$

$$\overline{U_{jp}^{(k)} U_{j+1,p}^{(k)*}} = 2\sigma_n^2 \rho_{12}^{(k)} e^{-i\varphi_k}$$

и  $\varphi_k = r_k \varphi_l / r_l$ , получаем

$$\frac{\partial^2 \ln P(\cdot)}{\partial \varphi_l^2} = -\frac{2nr_k^2 \sigma_n^4 (\rho_{12}^{(k)})^2}{r_l^2 \det \mathbf{R}_k}.$$

Окончательное выражение для дисперсии усредненной по частотным каналам оценки  $\hat{\varphi}_{l0}$  принимает вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{\varphi}_{l0}}^2 &= \left( \sum_{k=1}^M \frac{2nr_k^2 \sigma_n^4 (\rho_{12}^{(k)})^2}{r_l^2 \det \mathbf{R}_k} \right)^{-1} = \\ &= \left( \sum_{k=1}^M \frac{2nr_k^2 (\rho_{12}^{(k)})^2}{r_l^2 [(1+\lambda)^2 - (\rho_{12}^{(k)})^2]} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Очевидно, что дисперсия ОМП  $\hat{\varphi}_l$  для одного частотного канала

$$\sigma_{\hat{\varphi}_l}^2 = \frac{\det \mathbf{R}_l}{2n\sigma_n^4 (\rho_{12}^{(l)})^2} = \frac{(1+\lambda)^2 - (\rho_{12}^{(l)})^2}{2n(\rho_{12}^{(l)})^2}. \quad (8)$$

Из сравнения выражений (7) и (8) следует, что межканальное усреднение существенно повышает точность оценивания доплеровского сдвига фазы помехи. При этом выигрыш в точности для различных каналов оказывается неодинаковым, что связано с весовыми коэффициентами  $r_k^2 / r_l^2$  в соотношении (7), зависящими от

величины  $r_l$  для рассматриваемого частотного канала. Наибольший выигрыш (более чем в  $M$  раз) оказывается в частотном канале с наименьшим значением  $r_l$ , а наименьший (менее чем в  $M$  раз) – в канале с наибольшим значением. Кроме того, из выражений (7) и (8) следует, что точность оценивания зависит от объема обучающей выборки, определяемым числом усредняемых отсчетов  $n$  в каждом частотном канале.

На рис. 2 приведены зависимости среднеквадратичной ошибки  $\sigma_{\hat{\varphi}}$  от объема обучающей выборки  $n$  при гауссовской функции корреляции помехи  $\rho_{12}^{(l)} = \exp[-(\pi\beta_l)^2 / 2,8]$ ,  $M = 3$ ,  $r_l = 1 - 0,05(l-1)$ ,  $\lambda \leq 10^{-4}$  и нормированной ширине спектра помехи для первого частотного канала  $\beta_1 = \Delta f_1 T = 0,15$ , причем  $\beta_l = r_l \beta_1$ . Сплошные кривые для 1-го и 3-го частотных каналов получены из выражения (7), учитывающем межканальное усреднение оценок ( $\sigma_{\hat{\varphi}} = \sigma_{\hat{\varphi}_{l0}}$ ). Штриховая кривая получена для первого частотного канала ( $l = 1$ ) из выражения (8), соответствующего отсутствию межканального усреднения оценок ( $\sigma_{\hat{\varphi}} = \sigma_{\hat{\varphi}_l}$ ). Кривые на рис. 2 подтверждают, что межканальное усреднение оценок существенно повышает точность оценивания доплеровских сдвигов фазы помехи.

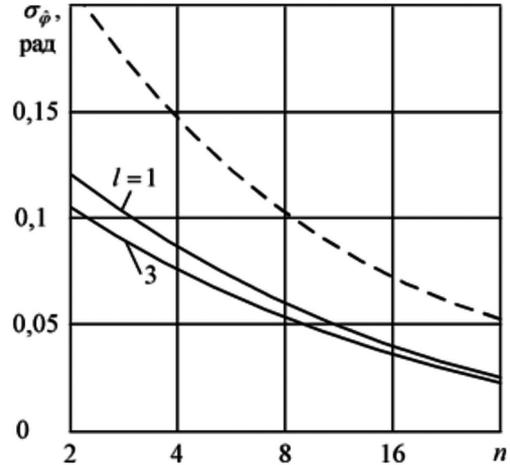


Рис. 2. Зависимости среднеквадратичной ошибки оценивания доплеровской фазы помехи от объема обучающей выборки

Вычисления дисперсии ОМП  $\hat{\varphi}_l$  для помехи в виде простой марковской последовательности,  $\lambda = 0$  и произвольного  $N$  приводят к формуле

$$\sigma_{\hat{\varphi}_l}^2 = \frac{1 - (\rho_{12}^{(l)})^2}{2n(N-1)(\rho_{12}^{(l)})^2},$$

из которой следует, что межпериодное усреднение при  $N > 2$  уменьшает дисперсию оценки в  $N-1$  раз.

Точность оценивания доплеровской фазы помехи также зависит от спектральных параметров помехи, влияние которых рассмотрим для одного частотного канала при гауссовской функции корреляции помехи. На рис. 3 при-

ведены кривые, характеризующие зависимости среднеквадратичной величины  $\sigma_{\phi}$  для различных значений нормированной ширины спектра помехи  $\beta = \Delta f T$  при  $\lambda \leq 10^{-4}$ . Сплошные кривые соответствуют расчетам по формуле (8), а штриховые кривые – эмпирическим результатам, полученным путем имитационного статистического моделирования на ПЭВМ соответствующих алгоритмов оценивания работы [14]. Достаточно близкое совпадение результатов моделирования и расчетов при  $n > 8$  подтверждает асимптотическую эффективность получаемых оценок. Из кривых видно, что параметр  $\beta$  существенно влияет на точность оценивания. Увеличение уровня некоррелированного шума приводит к заметному снижению точности при сравнительно высоком отношении  $\lambda$ . При  $\lambda = 10^{-2}$  и  $\beta = 0,1$  среднеквадратичная ошибка оценивания  $\sigma_{\phi}$  возрастает в 1,14 раза, а при  $\beta = 0,2$  – в 1,04 раза. Моделирование алгоритмов оценивания с межпериодным усреднением показало, что такое усреднение при гауссовской функции корреляции по сравнению с кривыми на рис. 3 позволяет повысить точность оценивания примерно в  $\sqrt{N-1}/2$  раза.

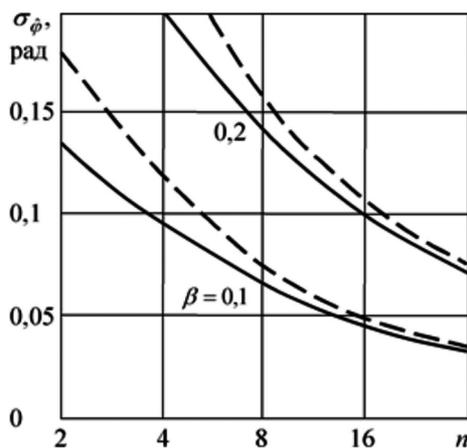


Рис. 3. Зависимости среднеквадратичной ошибки оценивания доплеровской фазы для различных параметров помехи

### Заключение

Таким образом, в результате проведенного анализа получены соотношения, характеризующие точность оценивания коэффициентов межпериодной корреляции и доплеровского сдвига фазы пассивной помехи. Основными факторами, определяющими точность оценивания, являются объем обучающей выборки и спектральные параметры помехи. Использование межканального и межпериодного усреднения приводит к соот-

ветствующему повышению точности оценивания. Проведенное имитационное статистическое моделирование алгоритмов оценивания подтвердило асимптотическую эффективность получаемых оценок, точность которых приближается к предельной при сравнительно небольшом объеме обучающей выборки.

### Литература

1. Skolnik M.I. Introduction to Radar System, 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001. – 862 p.
2. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York: SciTech Publishing, IET, Edison. 2010. – 924 p.
3. Попов Д.И. Статистическая теория радиотехнических систем: учеб. пособие. Рязань: РГПУ. 2011. – 80 с.
4. Melvin W.L., Scheer J.A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Advanced Techniques. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013. – 846 p.
5. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. М.И. Скольника; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. – 672 с.
6. Richards M.A. Fundamentals of Radar Signal Processing, Second Edition. New York: McGraw-Hill Education, 2014. – 618 p.
7. Цифровая обработка сигналов в многофункциональных радиолокаторах. Методы. Алгоритмы. Аппаратура: монография / под ред. Г.В. Зайцева. М.: Радиотехника, 2015. – 376 с.
8. Лозовский И.Ф. Цифровая обработка сигналов в РЛС обзора: монография / И.Ф. Лозовский. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 270 с.
9. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с комплексными весовыми коэффициентами // Вестник Кон-церна ПВО «Алмаз – Антей». – 2015. – № 2 (14). – С. 21-26.
10. Попов Д.И. Автокомпенсация доплеровской фазы пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2009. – № 2. – С. 30–33.
11. Попов Д.И. Адаптивное подавление пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 4. – С. 32-37.
12. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры каскадного типа // Цифровая обработка сигналов. – 2016. – № 2. – С. 53-56.
13. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с действительными весовыми коэффициентами // Цифровая обработка сигналов. – 2017. – № 1. – С. 22-26.
14. Popov D. I. Measurements of Characteristics of Clutter // Measurement Techniques. May 2017. Vol. 60. No. 2. – P. 190–195.
15. Крамер Г. Математические методы статистики / пер. с англ. под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Мир, 1975. – 648 с.