

УДК 621.391.13

ГИПЕРФАЗОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ – ОПТИМАЛЬНЫЙ МЕТОД ПЕРЕДАЧИ ЦИФРОВЫХ СООБЩЕНИЙ (ЧАСТЬ 2)

Быховский М.А., д.т.н., профессор Московского технического университета связи и информатики, e-mail: bykhmark@gmail.com.

HYPERPHASE MODULATION- THE OPTIMAL METHOD OF MESSAGE TRANSMISSION (PART 2)

Bykhovskiy M.A.

The article presents an optimal HPM signal demodulator as well as its functional diagram. The author develops an algorithm for decoding of received messages and the algorithm complexity is linearly increasing when there is an increase in the HPM signals' n – dimensionality of the space. Analysis of noise immunity was also conducted and the dependencies of error probability when receiving signals $P_{est}(\rho_0, FT)$ on normalized signal duration (FT) were determined. It is shown that HPM, as a method of message transmission in the communication channels with limited frequency band, has a number of significant advantages as compared with the modern methods of signal transmission by using two-dimensional signals such as, for example, QAM, APM, trellis coded modulation, etc.

It is noted that operations of signal formation by using HPM in a modulator at transmission and demodulation at reception, as well as algorithms of message coding and decoding, could be rather simply implemented using modern digital signal processing equipment. The results of the conducted research show that application in the modern communication systems of HPM signals is rather promising. The article review example of technical processing of a coder and a modulator for the signals with HPM in three-dimensional space. These examples illustrate application of the results received in Part I of this article for the solution of practical problems.

Key words: Hyperphase Modulation, optimal demodulation, decoding, noise immunity.

Ключевые слова: гиперфазовая модуляция, оптимальная демодуляция, декодирование, помехоустойчивость приема сигналов.

Введение

В первой части статьи [1] рассматривались проблемы кодирования сообщений (определения индексов модуляции, соответствующих номеру передаваемого сообщения) и модуляции - формирования сигналов $S_m(t)$, принадлежащих к ансамблю гиперфазовой модуляции (ГПФМ). Во второй части данной работы рассмотрены вопросы оптимальной демодуляции принятого сигнала (определение его индексов модуляции – евклидовых координат сигнальной точки (CT_r), соответствующей принятому сигналу с гиперфазовой модуляцией (ГПФМ). Представлен алгоритм декодирования последовательности принятых индексов модуляции-восстановления по ним номера принятого сообщения. Кроме того, в ней приведены примеры построения конкретных функциональных схем кодера, модулятора, демодулятора и декодера для трехмерных АС, иллюстрирующие практическое применение результатов, полученных в данной статье и в первой ее части.

Оптимальная демодуляция сигналов с ГПФМ

После прохождения $S_m(t)$ канала связи на вход приемника поступает сигнал:

$$W_S(t) = S_m(t) + n(t). \quad (1)$$

где $n(t)$ – белый гауссовский шум с двухсторонней спек-

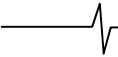
Синтезирован оптимальный демодулятор сигналов с гиперфазовой модуляцией (ГПФМ) и представлена его функциональная схема. Разработан алгоритм декодирования принятых сообщений, сложность которого растет линейно с увеличением N – размерности пространства сигналов ГПФМ. Выполнен анализ помехоустойчивости и определены зависимости вероятности ошибки при приеме сигналов $P_{est}(\rho_0, FT)$ от нормированной длительности сигналов (FT). Показано, что гиперфазовая модуляция, как метод передачи сообщений по каналам связи с ограниченной полосой частот, обладает рядом значительных преимуществ по сравнению с современными методами передачи сигналов с помощью двумерных сигналов, таких, например, как QAM, APM, решетчатая кодированная модуляция и др.

Отмечается, что операции формирования сигналов с ГПФМ в модуляторе на передаче и демодуляции на приеме, а также алгоритмы кодирования и декодирования сообщений достаточно просто реализуемы при современном уровне развития техники цифровой обработки сигналов. Результаты выполненного исследования показали, что применение в современных системах связи сигналов с гиперфазовой модуляцией весьма перспективно. В статье рассмотрен пример технической реализации кодера и модулятора для сигналов с ГПФМ в трехмерном пространстве.

ральной плотностью мощности, равной $N_0/2$, а – сигнал $S_m(t)$ при использовании метода передачи с OFDM, определяется формулой:

$$S_m(t) = \sqrt{2NP_{S0}} \{ \sum_{i=1}^{N/2} x_{m,(2i-1)} \sin(\omega_i t) + x_{m,2i} \cos(\omega_i t) \}. \quad (2)$$

В (2) P_{S0} – средняя мощность сигнала $S_m(t)$, $N = 2FT$ (T – длительность принятого сигнала, F – полоса частот канала связи), $x_{m_0,i}$ – евклидовы координаты сигнальной



точки (CT_r), соответствующей принятому сигналу, в (2) частоты поднесущих ω_i и ω_j при $i \neq j$ удовлетворяют условию ортогональности $|\omega_i - \omega_j| = 2\pi|i - j|/T$. Отметим, что в рассматриваемом случае $F \cong \max(\omega_i) - \min(\omega_i)$.

Для рассматриваемого ансамбля сигналов (АС) евклидовы координаты CT_s переданного сигнала ($x_{m,i}$) выражаются через ее фазовые координаты $\varphi_{m,i}$, являющиеся информационными параметрами, таким образом:

$$\begin{aligned} x_{m1} &= \sin \varphi_{m,1}, \\ x_{m2} &= \cos \varphi_{m,1} \sin \varphi_{m,2}; \dots x_{m,k} = (\prod_{i=1}^{k-1} \cos \varphi_{m,i}) \sin \varphi_{m,k}; \dots \\ \dots x_{m,(N-1)} &= (\prod_{i=1}^{N-2} \cos \varphi_{m,i}) \sin \varphi_{m,(N-1)}; x_{m,N} = \\ &= (\prod_{i=1}^{N-2} \cos \varphi_{m,i}) \cos \varphi_{m,(N-1)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Величины $\varphi_{m,k}$ могут принимать значения, равные $\varphi_{m,k} = I_{mk} \Delta \varphi_k$, где I_{mk} – целые положительные или отрицательными числа – индексы модуляции, соответствующие номеру m переданного сообщения. В [1] рассмотрен алгоритм однозначного определения индексов I_{mk} , соответствующих номеру m передаваемого сообщения, в кодере [1] на передающем конце линии связи.

Демодулятор сигнала $W_s(t)$ на приемной стороне линии связи [1] используется для выполнения его оптимальной обработки, в результате которой должны быть сформированы индексы $I_{m_0,k}$ ($k=1 \dots (N-1)$) принятого сигнала. С выхода демодулятора эти параметры поступают на вход декодера, в котором они преобразуются в номер m_0 принятого сообщения в виде последовательности двоичных знаков, поступающих на выход системы связи. Если $m_0 = m$, то прием сигнала $S_{m_0}(t)$ осуществлен без ошибок, при $m_0 \neq m$ на приеме произошла ошибка, вероятность которой обозначена $P_{er}(\rho_0, FT)$.

Для определения евклидовых координат CT_r , соответствующей принятому сигналу $W_s(t)$, с помощью синхронного детектирования осуществляется выделение евклидовых координат y_{sk} ($k=1 \dots N$), определяющих положение его CT_r в N -мерном пространстве. Эти координаты определяются в демодуляторе с помощью следующих операций:

$$\begin{aligned} y_{(2k-1)} &= \int_0^T W_s(t) \sin(\omega_k t) dt / (T\sqrt{2NP_{S0}}), \\ y_{(2k)} &= \int_0^T W_s(t) \cos(\omega_k t) dt / (T\sqrt{2NP_{S0}}). \end{aligned} \quad (4)$$

Выполнив вычисления (4), найдем

$$y_{(2k-1)} = x_{m,(2k-1)} + n_{(2k-1)} \text{ и } y_{(2k)} = x_{m,2k} + n_{2k}. \quad (5)$$

В (5) $x_{m,k}$ ($k=1 \dots N$) – евклидовы координаты сообщения, поступившего на вход приемника, а n_k – независимые друг от друга при разных значениях k гауссовские случайные величины, среднее значение которых равно 0, а среднеквадратические значения одинаковы и равны $\sigma_n = \sqrt{n_k^2} = \sqrt{\frac{N_0}{NP_{S0}T}} = \sqrt{1/N\rho_0}$, где $\rho_0 = P_{S0}T/N_0$ – отношение средней мощности принимаемого сигнала к мощности шума в полосе частот, равной $1/T$. Следует отметить, что минимальное нормированное расстояние между соседними CT_s сигналов с ГПФМ равно $2\sin(\Delta\varphi_1/2)$.

Сигнал с ГПФМ принадлежит к классу ПСАС. Поэтому обозначим оценки декартовых координат CT_s следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \hat{R}_m \sin \hat{\varphi}_{m,1}; \dots \hat{x}_k = \hat{R}_m (\prod_{i=1}^{k-1} \cos \hat{\varphi}_{m,i}) \sin \hat{\varphi}_{m,k}; \dots \\ \dots \hat{x}_{(N-1)} &= \hat{R}_m (\prod_{i=1}^{N-2} \cos \hat{\varphi}_{m,i}) \sin \hat{\varphi}_{m,(N-1)}, \\ \hat{x}_N &= \hat{R}_m (\prod_{i=1}^{N-2} \cos \hat{\varphi}_{m,i}) \cos \hat{\varphi}_{m,(N-1)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя введенные обозначения, запишем функцию правдоподобия для оцениваемых параметров \hat{R}_m – радиуса сферы, на которой расположена CT_r , $\vec{\varphi}_m = (\hat{\varphi}_{m,1}, \dots, \hat{\varphi}_{m,(N-1)})$ – строка оценок параметров $\varphi_{m,k}$ сигнала $S_m(t)$:

$$p(\hat{R}_m, \vec{\varphi}_m) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma_k)^N \prod_{i=1}^N \exp[-(y_k - \hat{x}_k)^2/2\sigma_k^2]. \quad (7)$$

Отметим, что радиус сферы, на которой расположены сигнальные точки, в процессе передачи сигналов теоретически не изменяется. Однако в реальных условиях уровень сигнала на входе приемника в силу ряда факторов может медленно (по сравнению со скоростью передачи сообщений) изменяться. Поэтому для того, чтобы получать оценки угловых координат $\varphi_{m,k}$ при приеме сообщений следует оценивать параметр R_m . Точность оценок параметра R_m можно существенно повысить, усредняя оценки по нескольким сигналам, принятым в течение периода, когда этот параметр остается практически неизменным.

Оценки фазовых координат переданного сигнала должны быть выбраны таким образом, чтобы достигался минимум расстояния $d_s(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_N) = \sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{x}_k)^2}$ между CT_s и CT_r , который обозначим через d_{E0} . Это означает, что координаты CT_s переданного сигнала должны быть найдены как решения уравнения $\min_{\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_N} d_s(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_N)$.

Из (6) и (7) следуют, что оптимальные оценки параметров R_m и $\varphi_{m,k}$ без учета того, что параметры $\varphi_{m,k}$ принимают только дискретные значения, могут быть получены из следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \hat{R}_m \sin \hat{\varphi}_{m,1} &= y_1, \\ \hat{R}_m \cos \hat{\varphi}_{m,1} \sin \hat{\varphi}_{m,2} &= y_2; \dots \hat{R}_m (\prod_{i=1}^{k-1} \cos \hat{\varphi}_{m,i}) \sin \hat{\varphi}_{m,k} = y_k; \dots \\ \hat{R}_m (\prod_{i=1}^{N-2} \cos \hat{\varphi}_{m,i}) \sin \hat{\varphi}_{m,(N-1)} &= y_{(N-1)}, \\ \hat{R}_m (\prod_{i=1}^{N-2} \cos \hat{\varphi}_{m,i}) \cos \hat{\varphi}_{m,(N-1)} &= y_N. \end{aligned} \quad (8)$$

Из (8) следует, что оценки R_m и $\hat{\varphi}_{m,k}$ определяются формулами:

$$\begin{aligned} \hat{R}_m &= \sqrt{\sum_{i=1}^N y_i^2}, \hat{\varphi}_{m,1} = \arcsin(y_1/\hat{R}_m), \dots, \hat{\varphi}_{m,k} = \\ &= \arcsin\left(\frac{y_k}{\hat{R}_m \prod_{i=1}^{k-1} \cos \hat{\varphi}_{m,i}}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

Введя обозначения $S_k = \sum_{i=k}^N y_i^2$, нетрудно убедиться, что при $k \geq 2$ в (9) $\hat{R}_m (\prod_{i=1}^{k-1} \cos \hat{\varphi}_{m,i}) = R_{sk} = \sqrt{S_k}$.

Следует отметить, что алгоритм вычисления оценок максимального правдоподобия фазовых координат принятого сигнала $\varphi_{m,k}$ носит рекуррентный характер. В этом отношении он подобен алгоритму Витерби, который широко применяется для декодирования сверточных кодов.

Оценки $\hat{\varphi}_{m,k}$ в (9) должны быть скорректированы с учетом того, что при передаче сообщений параметры $\varphi_{m,k} = I_{mk} \Delta \varphi_{mk}$ изменяются дискретно, так как номер передаваемого сообщения (m) и параметры I_{mk} являются целыми числами. Поэтому в демодуляторе должны определяться оптимальные оценки \hat{I}_{mk} значений индексов модуляции, т.е. учитываться то, что оценки $\hat{\varphi}_{m,k}$ должны иметь вид $\hat{\varphi}_{m,k} = \hat{I}_{mk} \Delta \varphi_{mk}$.

Для этого в демодуляторе должны быть приняты решения о значениях дискретных параметров \hat{I}_{mk} , при которых функция правдоподобия (7) будет иметь максимальное значение с учетом дискретного характера изменений информационных параметров $\varphi_{m,k}$. Отсюда

следует, что значения \hat{I}_{mk} следует выбирать таким образом, чтобы достигался минимум выражения $\Delta\varphi_k = |\hat{\varphi}_{mk} - \hat{I}_{mk}\Delta\varphi_{mk}|$, т.е. решая уравнение $\Delta\varphi_k = \min|\hat{\varphi}_{mk} - \hat{I}_{mk}\Delta\varphi_{mk}|$. Обозначив $int(x)$ – целую часть числа x , и $D(x) = x - int(x)$ – его дробную часть ($x > 0$), решение этого уравнения можно записать в следующем виде:

$$\hat{I}_{mk} = sign(\hat{\varphi}_{m,k}) \left\{ int \left(\frac{|\hat{\varphi}_{m,k}|}{\Delta\varphi_{mk}} \right) + 0,5 \left[1 - sign \left(0,5 - D \left(\frac{|\hat{\varphi}_{m,k}|}{\Delta\varphi_{mk}} \right) \right) \right] \right\}. \quad (10)$$

В (10) функция $sign(x) = 1$ при $x > 0$ и $sign(x) = -1$ при $x < 0$. Алгоритм работы демодулятора для сигналов с ГПФМ определяется формулами (9) и (10). На его выходе формируются решения о параметрах I_{m_0k} принятого сигнала.

На рис. 1 представлена функциональная схема демодулятора и декодера.

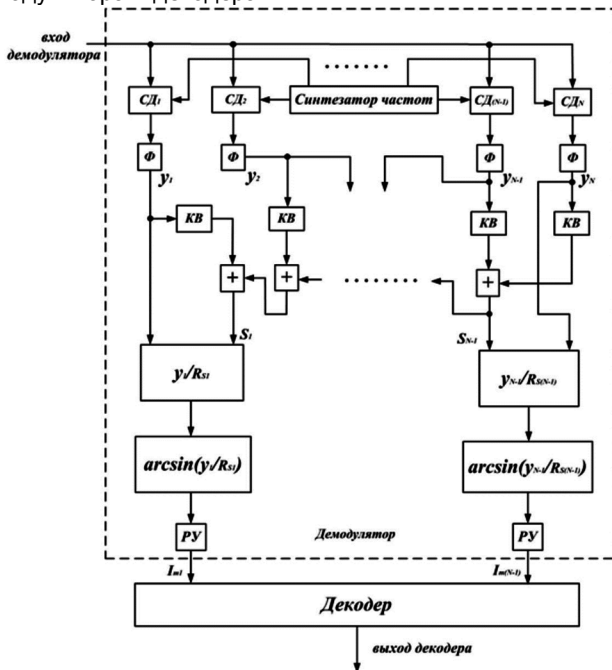


Рис. 1. Функциональная схема демодулятора и декодера

Принимаемый сигнал $W_S(t)$ поступает на сигнальные входы N синхронных детекторов ($СД_k$ $k = 1 \dots 2N$). На опорные входы $СД_{(2k-1)}$ и $СД_{2k}$ с выходов синтезатора частоты поступают сигналы $\sin(\omega_k t)$ и $\cos(\omega_k t)$. На выходах фильтров (Φ), установленных в $СД_k$, формируются сигналы y_k , пропорциональные евклидовым координатам CT_k , соответствующим принятому сигналу $W_S(t)$. Сигналы y_k возводятся в квадрат в блоках, обозначенных КВ, и объединяются в сумматорах. На выходах сумматоров образуются составляющие $S_{m_0k} = \sum_{i=k}^N y_i^2$. Каждый из сигналов y_k и квадратный суммы S_{m_0k} , равен $R_{m_0k} = \sqrt{S_{m_0k}}$ поступают на входы нелинейных блоков, в которых осуществляется деление этих величин. Результаты деления подаются на входы нелинейных преобразователей с арксинусной характеристикой. В результате указанных операций на выходах этих преобразователей образуются сигналы, пропорциональные соответствующим

фазовым координатам принятого сигнала φ_{m_0k} , которые подаются на входы решающих устройств (РУ), формирующих в соответствии с формулой (10) сигналы I_{m_0k} – индексы номера m_0 принятого сообщения. Составляющие I_{m_0k} ($k = 1 \dots (N - 1)$) с выходов демодулятора поступают на входы декодера.

Декодирование принятого сообщения

На выходе демодулятора, показанного на рис. 1 [1], для определения номера принятого сообщения установлен декодер сформированных в демодуляторе индексов модуляции. Если при приеме ошибок не произошло, то индексы I_{mk} , поступившие на вход этого блока, должны быть такими же, как и индексы модуляции, соответствующие номеру m переданного сообщения. Если же произошла ошибка, то на выходе декодера появится ошибочный номер m_0 сообщения, записанный в виде последовательности двоичных символов.

Для декодирования последовательности индексов модуляции, поступивших с выхода демодулятора [1], нужно использовать свойства N -мерного сигнала с ГПФМ, которые связывают номер m передаваемого сообщения с его индексами $I_{m,k}$ ($k = 1, \dots (N - 1)$).

Алгоритм работы декодера требует выполнения следующих вычислений:

- вычисляют величины $M_{(N-1)}(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m_0(N-2)})$, зависящие от значений $|I_{m_0k}|$ при $k \leq (N - 2)$, которые определяют количество CT_s , расположенных на соответствующих окружностях;
- с помощью формул (18)-(20) из части 1 вычисляют значение $D_k(|I_{m_0k}|)$;
- используя правило нумерации окружностей, на которых лежат CT_s с номерами, меньшими номера сообщения m_0 , основанного на указанном в [1] третьем свойстве величин $M_{(N-1)}(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m_0(N-2)})$ вычисляют записанное в двоичном исчислении число $Y_b(\vec{I}_{m_0(N-3)}) = (\gamma_{m_01}, \gamma_{m_02}, \dots \gamma_{m_0(N-3)})$ (в выражении для $Y_b(\vec{I}_{m_0(N-3)})$ обозначено $\gamma_{m_0k} = 0,5[1 + sign(I_{m_0k})]$, при этом $\gamma_{m_0k} = 1$ при $I_{m_0k} > 0$ и $\gamma_{m_0k} = 0$ при $I_{m_0k} < 0$), значение $Y_b(\vec{I}_{m_0(N-3)})$ определяет количество окружностей, на которых лежат CT_s с номерами, меньшими номера сообщения m_0 ;
- вычисляют значение номера m_0 принятого сообщения по формуле

$$m_0 = D_k(|I_{m_0(N-2)}|) + Y_g(\vec{I}_{m_0(N-3)})M_{(N-1)}(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m_0(N-2)}) + I_{m_0(N-1)},$$

где $Y_g(\vec{I}_{m_0(N-3)})$ – десятичное число, равное $Y_b(\vec{I}_{m_0(N-3)})$;

5. переводят число m_0 , представленное в приведенной формуле в виде десятичного числа, в двоичное число, последовательность двоичных символов которого представляет собой последовательность принятых информационных символов. Эта последовательность является копией переданной информационной последовательности, которая поступает на выход декодера.

Количество вычислительных операций, осуществляемых при декодировании принятого сигнала, пропорционально размерности N сигналов с ГПФМ. Оно меньше, чем число вычислений, затрачиваемых в кодере выделения индексов I_{mk} по номеру m передаваемого сооб-

щения, т.к. при декодировании не требуется выполнять сравнения числа m_0 с другими числами, определяющими число количество CT_s в подмножествах 1-го, 2-го и т.д. порядков.

Помехоустойчивость приема сигналов с гиперфазовой модуляцией

Оценим вероятность ошибки при демодуляции сигнала $W_S(t)$. Ошибка произойдет в том случае, если сигнальная точка CT_r , соответствующая принятому сигналу с ГПФМ, из-за действия шума окажется ближе к одной из сигнальных точек CT_s , координаты которых отличаются от координат той, которая соответствует переданному сигналу. Величина смещения сигнальных точек из-за действия шума определяется суммой квадратов случайных величин, входящих в формулы (5), равной $r_{nN} = \sqrt{\sum_{k=1}^N n_k^2}$.

Так как ансамбль сигналов с ГПФМ сконструирован таким образом, чтобы минимальное расстояние согласно формуле (9) из [1] между его сигнальными точками CT_r равно $d_E = 2\sqrt{(N/2)P_S}\sin(\Delta\varphi_1/2)$, то ошибка при приеме возникнет в том случае, если из-за действия шума CT_s , соответствующая переданному сигналу $S_m(t)$, окажется ближе к одной из остальных CT_s , соответствующих используемому для передачи сообщений АС. Это может произойти в том случае, если выполняется условие $r_{nN} \geq d_E/2$. Обозначив $z = (\sum_{k=1}^N n_k^2)/\sigma_n^2$, найдем, что условие, при выполнении которого при приеме сигнала может произойти ошибка, имеет вид:

$$z \geq (FT)\rho_s \sin^2(\Delta\varphi_1/2). \quad (11)$$

Вероятность $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$ ошибочного приема сигналов в демодуляторе сигналов с ГПФМ оценивается сверху вероятностью выполнения условия (11). При вычислении $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$ следует учитывать, что величина z распределена по закону χ^2 и плотность ее распределения вероятности имеет вид $p(z) = z^{(FT-1)} \times \exp(-\frac{z}{2}) / [2^{FT} \cdot (FT-1)!]$. Таким образом, эта вероятность может быть рассчитана по формуле

$$P_{ser}(FT, R_f, \rho_s) = \int_{(FT)\rho_s \sin^2(\Delta\varphi_1/2)}^{\infty} p(z) dz. \quad (12)$$

Воспользовавшись методом Чернова [2], нетрудно получить простую для расчетов, но дающую достаточно точную формулу для $P_{ser0}(N, R_f, \rho_s)$ – оценку сверху значения $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$, которая имеет вид:

$$P_{ser0}(N, R_f, \rho_s) = [\rho_s \sin^2(\Delta\varphi_1/2)]^{(FT)} \exp\{- (FT)[\rho_s \sin^2(\Delta\varphi_1/2) - 1]\}. \quad (13)$$

Из (13) видно, что при $\rho_s = const$ и выполнении условия $\rho_s \sin^2(\Delta\varphi_1/2) > 1$, вероятность ошибки $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$ экспоненциально уменьшается с увеличением параметра (FT) – нормированной длительности передаваемых сигналов. Отсюда следует важный вывод о том, что, если для сигналов с ГПФМ, используемых для передачи сообщений, параметр $\Delta\varphi_1$ выбран так, чтобы выполнялось условие

$$\Delta\varphi_1 > 2\arcsin(1/\sqrt{\rho_s}), \quad (14)$$

то при ограниченном значении ρ_s – отношении мощностей сигнала и шума на входе демодулятора в приемнике, возможно передавать сообщения со сколь угодно высокой помехоустойчивостью, увеличивая длитель-

ность передаваемых сигналов. Параметр $\Delta\varphi_1$, как показано [1], определяет удельную скорость передачи сообщений R_f , которую может обеспечить АС с ГПФМ. От величины $\Delta\varphi_1$ зависит минимальное значение ρ_s , равное ρ_{s0} , которое может быть вычислено из (14) по формуле $\rho_{s0} = 2^{C_f} - 1 = 1/\sin^2(\Delta\varphi_1/2)$. (15)

Из (15) видно, что удельная пропускная способность канала связи, необходимая для обеспечения возможности безошибочной передачи сигналов с ГПФМ с определенной удельной скоростью R_f , равна $C_f = \log_2[1 + 1/\sin^2(\Delta\varphi_1/2)]$. Отметим, что при этом $P_{er}(\rho_{0min} + \varepsilon, FT) \rightarrow 0$ ($\varepsilon > 0$ – сколь угодно малая величина) при $FT \rightarrow \infty$, т.е. высокую помехоустойчивость можно обеспечить, используя только сигналы большой длительности.

Для того, чтобы практически достигнуть высокой помехоустойчивости, применяя для передачи сообщений сигналы конечной длительности, необходимо выбирать значение ρ_0 с некоторым запасом, равным $\Delta\rho$ дБ. Величина $\Delta\rho$ определяет значение $\rho_0 = \rho_{0min} 10^{0,1\Delta\rho}$ – отношение сигнал/шум на входе демодулятора принимаемого сигнала.

На рис. 2 по точной (12) и приближенной и (13) формулам построены зависимости вероятности ошибки при приеме сигналов $P_{est}(\rho_0, FT)$ от нормированной длительности сигналов (FT) при разных значениях параметра $\Delta\rho = 1, 2, 3$ и 4 дБ. Кривые, рассчитанные по формулам (12) и (13), изображены на рис. 2, соответственно, сплошными и штриховыми кривыми.

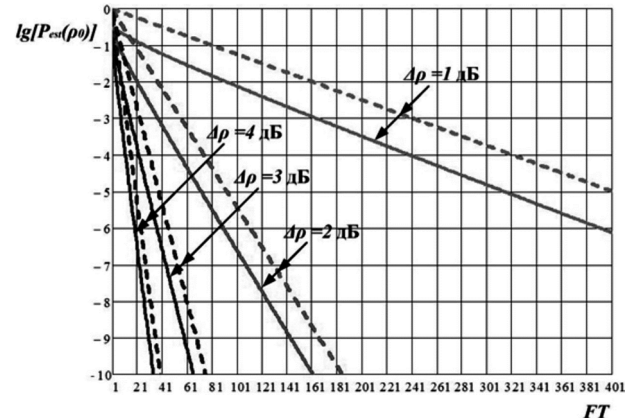


Рис. 2. Зависимости $P_{est}(\rho_0, FT)$ от нормированной длительности сигналов (FT)

Анализ этих кривых показывает, что увеличивая энергетический запас $\Delta\rho$, можно обеспечивать заданное значение $P_{est}(\rho_0, FT)$ при меньшей длительности передаваемых сигналов. Так, например, если при $P_{est}(\rho_0, FT) = 10^{-10}$ и $\Delta\rho = 2$ дБ, то нормированная длительность сигналов должна быть равна $FT = 161$, а при $\Delta\rho = 4$ дБ и том же значении $P_{est}(\rho_0, FT)$ необходимая длительность сигналов равна $FT = 31$, т.е. уменьшается более, чем в пять раз. Сравнение сплошных и пунктирных кривых показывает, что с увеличением $\Delta\rho$ повышается точность оценок Чернова вероятности $P_{est}(\rho_0, FT)$. Поэтому, используя простые формулы (13) для расчета $P_{est0}(\rho_0, FT)$ и выбирая определенное значение $\Delta\rho > 2 \div 3$ дБ, можно достаточно точно вычислить длительность сигналов с ГПФМ, необходимую для обеспечения требуемой помехоустойчивости их приема.

Следует отметить, что зависимости $P_{est}(\rho_0, FT)$ на рис. 2 близки к тем, которые были получены в [3], где был выполнен анализ помехоустойчивости приема сигналов, принадлежащих к классу оптимальных поверхностно-сферических АС. Исследование энергетической эффективности таких АС выполнено в [4]. Выводы этой работы в полной мере относятся и сигналам с ГПФМ, исследование которых выполнено в данной статье.

Примеры построения модулятора и кодера для случая $N = 3$

Рассмотрим один пример построения модулятора и выполнения операций кодирования сообщений для сигналов с гиперфазовой модуляцией (ГПФМ) в трехмерном пространстве. Этот пример иллюстрируют применение для решения практических задач результатов, полученных в [1]. С точки зрения представления АС в виде точек в N -мерном пространстве сигналы, применяемые в системах связи с временным (TDMA) или с частотным уплотнением канала и ортогональными поднесущими (OFDM), эквивалентны и могут быть преобразованы друг в друга с помощью операции быстрого преобразования Фурье. Для определенности ниже рассматриваются только сигналы, используемые для передачи сообщений в системах с OFDM.

Построение сигналов с ГПФМ в трехмерном пространстве

Аналитическая формула, которая описывает трехмерные сигналы с ГПФМ с длительностью T , имеет следующий вид:

$$S_m(t) = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot P_S} \{x_{m1} \sin \omega_1 t + x_{m2} \sin \omega_2 t + x_{m3} \cos \omega_2 t\}. \tag{16}$$

В (16) m – номер сигнала, принадлежащего АС, а ω_1 и ω_2 частоты ортогональных поднесущих, выбранных так, что $|\omega_1 - \omega_2| = 2\pi/T$. Параметры x_{m1} , x_{m2} и x_{m3} являются евклидовыми координатами сигнальной точки (СТ), соответствующей сигналу $S_m(t)$. Эти координаты могут быть записаны таким образом:

$$\begin{aligned} x_{m1}(\varphi_{m1}) &= \sin(\varphi_{m1}), \\ x_{m2}(\Delta\varphi_1, \varphi_{m2}) &= \cos(\varphi_{m1}) \sin(\varphi_{m2}), \\ x_{m3}(\Delta\varphi_1, \varphi_{m2}) &= \cos(\varphi_{m1}) \cos(\varphi_{m2}), \end{aligned}$$

где $\varphi_{m1} = I_{m1} \Delta\varphi_1$ и $\varphi_{m2} = I_{m2} \Delta\varphi_{m2}$ – фазовые координаты СТ, а I_{m1} и I_{m2} – целые числа. Из формулы (11) [1] следует, что

$$\Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1}) = 2 \arcsin[|\sin(\Delta\varphi_1/2)|/|\cos(\varphi_{m1})|]. \tag{17}$$

Сигналы вида (16) принадлежат к поверхностно-сферическому АС и для них справедливо соотношение

$$\int_0^T S_m^2(t) \frac{dt}{T} = 3P_S, \tag{18}$$

где P_S – мощность каждой из составляющих сигнала $S_m(t)$. Запись параметров x_{m1} , x_{m2} и x_{m3} , в виде указанных выше зависимостей от φ_{1m} и φ_{m2} – фазовых координат СТ, представляет координаты соответствующей им СТ в сферической системе координат. Эти СТ расположены на поверхности трехмерной сферы, радиус которой равен $\sqrt{3P_S}$.

Проиллюстрируем возможность наглядного представления сигналов в трехмерном пространстве с помощью трехмерной сигнальной диаграммы, аналогичной двумерным диаграммам, которые широко исполь-

зуются для представления СТ сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (QAM – Quadrature Amplitude Modulation) и с амплитудно-фазовой модуляцией (APM – Amplitude and Phase Modulation) APM и др. [5, 6].

Трехмерная сигнальная диаграмма для сигналов с ГПФМ представлена на рис. 3. На ней кодовые СТ размещены на окружностях, образованных в результате сечения поверхности шара плоскостями, перпендикулярными оси x_1 . Этим окружностям присвоены индексы $I_{m1} = 0, I_{m1} = \pm 1, I_{m1} = \pm 2, \dots, I_{m1} = \pm M_1(\Delta\varphi_1)$. На окружностях, индексы которых отличаются только знаком, размещено одинаковое количество СТ.

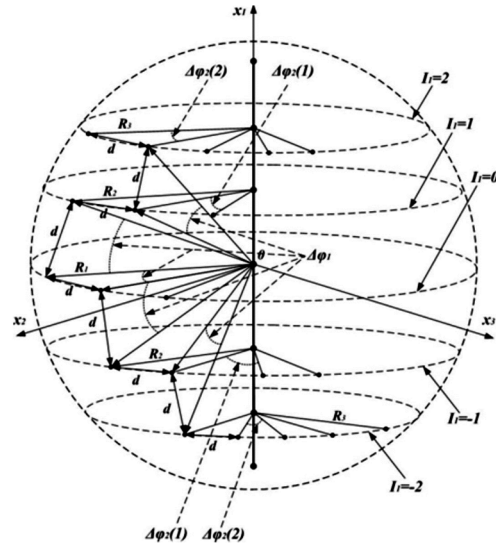


Рис. 3. Трехмерная сигнальная диаграмма

Ансамбль сигналов построен таким образом, чтобы расстояния между ближайшими СТ_s, размещенными как на одной и той же окружности, так и на разных окружностях, были бы одинаковы и равны d . Угловое (фазовое) расстояние между ближайшими друг к другу окружностями, а также фазовое расстояние между ближайшими СТ_s, размещенными на экваториальной окружности ($I_{m1} = 0$), равны $\Delta\varphi_1$, а фазовое расстояние между соседними СТ на каждой из окружностей, помеченных индексами $I_{m1} = \pm 1, I_{m1} = \pm 2, \dots, I_{m1} = \pm M_1(\Delta\varphi_1)$, равно $\Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1})$.

На экваториальной окружности размещено наибольшее количество СТ. С увеличением абсолютного значения индекса $|I_{m1}|$ радиус окружности уменьшается, увеличивается фазовое расстояние между размещенными на ней СТ_s и уменьшается их количество. Общее количество СТ_s, размещенных на поверхности сферы, равно сумме числа СТ_s, размещенных на всех окружностях. Из сигнальной диаграммы рис. 1 ясно, что с уменьшением параметра $\Delta\varphi_1$ увеличивается количество окружностей, на которых размещаются СТ_s ансамбля сигналов, а также общее число СТ_s на поверхности трехмерной сферы. Таким образом, с уменьшением $\Delta\varphi_1$ увеличивается количество СТ_s, соответствующих разным сигналам в АС, и увеличивается удельная скорость передачи сообщений, обеспечиваемая этим АС.

Воспользовавшись результатами [1], приведем формулу для расчета параметра $M_1(\Delta\varphi_1)$, определяющего число окружностей, равное $G_1 = 2M_1(\Delta\varphi_1) + 1$, на которых размещены СТ, а также формулу для общего числа СТ в АС – $M_{S3}(\Delta\varphi_1)$.

Из (17) видно, что вычисление значения $\Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1})$ возможно только в том случае, если выполняется условие $|\sin(\Delta\varphi_1/2)|/|\cos(I_{m1} \cdot \Delta\varphi_1)| \leq 1$. Для того, чтобы оно выполнялось, индекс I_{m1} должен иметь значения, лежащие в интервале $[-M_1(\Delta\varphi_1) \leq I_{m1} \leq M_1(\Delta\varphi_1)]$, где

$$M_1(\Delta\varphi_1) = \text{int}\{\arccos[|\sin(\Delta\varphi_1/2)|/\Delta\varphi_1]\}. \quad (19)$$

Здесь и далее $\text{int}(x)$ – целая часть числа x . При этом $\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1}, I_{m2}) = I_{m2} \cdot \Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1})$. Для трехмерного АС значения φ_{m2} лежат в интервале $0 \leq \varphi_{m2} \leq 2\pi$ и, следовательно, $I_{m2} \geq 0$ и на окружности, помеченной на рис. 1 индексом $I_{m1} = 0$, количество размещенных на ней CT_s , равно $M_2(I_{m1}) = \text{int}[2\pi/\Delta\varphi_2 \times (\Delta\varphi_1, I_{m1})]$. При этом общее число CT_s в АС и удельная скорость передачи сообщений могут быть рассчитаны по формулам [1]

$$M_{s3}(\Delta\varphi_1) = \sum_{I_{m1}=-M_1(\Delta\varphi_1)}^{M_1(\Delta\varphi_1)} M_2(I_{m1}),$$

$$R_f(\Delta\varphi_1) = (2/3) \cdot \log_2[M_{s3}(\Delta\varphi_1)]. \quad (20)$$

Функциональная схема модулятора ГПФМ

Функциональная схема кодера и модулятора ГПФМ представлена на рис. 4. При поступлении двоичной последовательности символов, определяющей номер m передаваемого сообщения, на вход кодера – блока, в котором осуществляется преобразование, в индексы I_{1m} и I_{2m} , в нем формируются сигналы V_{1m} и V_{2m} , пропорциональные значениям $\varphi_{m1} = I_{m1}\Delta\varphi_1$ и $\varphi_{m2} = I_{m2}\Delta\varphi_{m2}$. Эти сигналы поступают на входы 1 и 2 модулятора.

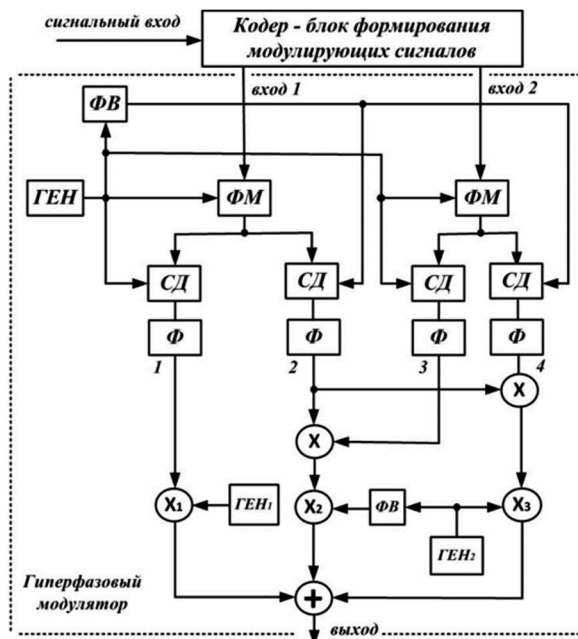


Рис. 4. Функциональная схема кодера и модулятора для трехмерного АС

Формула (1) определяет операции, которые должны выполняться в модуляторе при формировании сигналов $S_m(t)$, поступающих на вход передатчика.

Сигналы V_{m1} и V_{m2} подаются на сигнальные входы двух фазовых модуляторов (ФМ), показанных на рис. 2. На их опорные входы подаются сигналы от одного генератора (ГЕН) гармонических колебаний. С выходов ФМ сигналы с фазовой модуляцией поступают на сигнальные входы четырех синхронных детекторов (СД). На опорные входы двух из них от ГЕН поступают сигналы непосредственно, а на опорные входы двух других – через фазовращатель (ФВ) на 90° .

На выходах СД установлены низкочастотные фильтры (Ф) и в точках 1, 2, 3 и 4 схемы рис. 4 образуются сигналы $U_{m1} = \sin(\varphi_{m1})$, $U_{2m} = \cos(\varphi_{m1})$, $U_{m3} = \sin(\varphi_{m2})$ и $U_4 = \cos(\varphi_{m2})$. На рис. 4 изображен ряд перемножителей, на выходах которых X_1 , X_2 и X_3 , становятся равными

$$W_{m1}(t) = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot P_s} U_{m1} \sin \omega_1 t,$$

$$W_{m2}(t) = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot P_s} (U_{m2} U_{m3}) \cos \omega_1 t$$

$$\text{и } W_{3m}(t) = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot P_s} (U_{m2} U_{m4}) \cos \omega_2 t.$$

Эти сигналы складываются и на выходе модулятора формируется сигнал $S_m(t) = W_{m1}(t) + W_{m2}(t) + W_{m3}(t)$, передаваемый после усиления в канал связи.

Формирование в кодере напряжений V_{m1} и V_{m2}

Для определения индексов I_{1m} и I_{2m} , соответствующих номеру передаваемого сообщения m , в кодере выполняются следующие операции [1]. Множество всех CT_s разбивается на подмножества, которым присваиваются индексы $|I_{m1}|$, определяющие первую фазовую координату CT_s . Эти подмножества в дальнейшем для краткости обозначим $\text{Пм}_{|I_{m1}|}$. К подмножествам $\text{Пм}_{|I_{m1}|}$ относятся CT_s , расположенные на окружностях, имеющих индексы $-I_{m1}$ и I_{m1} . Количество CT_s , расположенных на одной окружности с индексом I_{m1} , равно $A_1(I_{m1}) = M_2(I_{m1})$. Поэтому количество CT_s в подмножестве $\text{Пм}_{|I_{m1}|}$ равно $A_1(I_{m1}) = 2 \cdot A_1(I_{m1})$. Для трехмерного АС количество возможных индексов I_{m1} имеющих знаки как +, так и -, равно $G_1 = 2M_1(\Delta\varphi_1) + 1$.

В первом столбце табл. 1 указаны индексы I_{m1} плоскостей, показанных на сигнальной диаграмме рис. 1: экваториальной окружности ($I_{m1} = 0$) и трех окружностях, расположенных относительно нее как в верхней, так и в нижней частях диаграммы ($I_{m1} = \pm 1$, $I_{m1} = \pm 2$ и $I_{m1} = \pm 3$; знак + указывает, что CT_s расположена на верхней окружности, а знак -, что на нижней). Во втором столбце табл. 1 указано количество CT_s , расположенных на этих окружностях: на экваториальной окружности располагаются 14 CT_s , на каждой из ближайших к ней окружностях, расположенных в верхней и нижней частях диаграммы располагаются, как указано в скобках, по

Таблица 1. Параметры трехмерного АС

I_{m1}	$A_1(I_{m1})$	$A_{1\pm}(I_{m1})$	$\Delta\varphi_1, (рад)$	$\Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1})(рад)$
0	14	14	0,425	0,425
± 1	26 (13+13)	40		0,467
± 2	18 (9+9)	58		0,651
± 3	6 (3+3)	64		1,618

13 CT_s , на следующих за этими окружностями располагаются по 9 CT_s , а на самой верхней и самой нижней окружностях – всего по три CT_s .

В табл. 1 указаны рассчитанные по формулам (2), (4) и (5) параметры трехмерного АС, обеспечивающего удельную скорость передачи сообщений, равную $R_f = 4$ (из (5) следует, что $R_f = 4$ при $\Delta\varphi_1 = 0,425$ рад и $G_1 = 7$).

В первом столбце табл. 1 указаны индексы I_{m1} плоскостей, показанных на сигнальной диаграмме рис. 1: экваториальной окружности ($I_{m1} = 0$) и трех окружностях, расположенных относительно нее как в верхней, так и в нижней частях диаграммы ($I_{m1} = \pm 1$, $I_{m1} = \pm 2$ и $I_{m1} = \pm 3$; знак + указывает, что CT_s расположена на верхней окружности, а знак -, что на нижней). Во втором столбце табл. 1 указано количество CT_s , расположенных на этих окружностях: на экваториальной окружности располагаются 14 CT_s , на каждой из ближайших к ней окружностях, расположенных в верхней и нижней частях диаграммы располагаются, как указано в скобках, по 13 CT_s , на следующих за этими окружностями располагаются по 9 CT_s , а на самой верхней и самой нижней окружностях – всего по три CT_s .

В третьем столбце и в первой строке указано количество CT_s расположенных на экваториальной окружности, во второй – суммарное количество CT_s , расположенных на окружностях с индексами $|I_{m1}| = 0$ и $|I_{m1}| = 1$, в следующей строке сумма CT_s , расположенных на окружностях с индексами, равными $|I_{m1}| = 0$, $|I_{m1}| = 1$ и $|I_{m1}| = 2$, а в последней строке – общее количество CT_s , расположенных на всей поверхности сферы, равное $M_{s3}(\Delta\varphi_1) = 64$. Таким образом, рассматриваемый АС позволяет передавать сообщения, номера которых могут принимать значения, равные $m = 1 \dots 64$.

В четвертом столбце указано значение $\Delta\varphi_1 = 0,425$ рад, при котором АС обеспечивает скорость передачи сообщений, равную $R_f(\Delta\varphi_1) = 4$, а в шестом столбце приведены значения фазового расстояния $\Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1})$ между соседними CT_s на окружностях с индексом I_{m1} , при которых между соседними CT_s обеспечивается евклидово расстояние, равное $d = 2\sqrt{3P_s}\sin(\Delta\varphi_1/2)$.

Фазовые координаты CT_s на поверхности трехмерной сферы имеют вид $\varphi_1(I_{m1}) = I_{m1}\Delta\varphi_1$ и $\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1}, I_{m2}) = I_{m2}\Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1})$, где параметр I_{m2} определяет фазовое положение CT на окружности, индекс которой равен I_{m1} .

Из табл. 1 следует, что нумерация CT_s может быть осуществлена следующим образом. Множество всех CT_s разбивается на подмножества, которым присваиваются индексы $|I_{m1}|$, обозначаемые $\Pi_{|I_{m1}|}$.

В табл. 1 указано количество CT_s , равное $A_1(I_{m1})$, содержащихся в каждом таком подмножестве. Как видно из табл. 1, в Π_{m_0} имеется 14 CT_s , которым присваиваются номера $m = 1 \dots 14$. В $\Pi_{m_1} - 26$ CT_s , лежащие на верхней и нижней окружностях, им присваиваются номера $m = 15 \dots 40$, причем CT_s , лежащие на нижней окружности (индекс $I_{m1} = -1$) имеют номера $m = 15 \dots 27$, а лежащие на верхней (индекс $I_{m1} = +1$) имеют номера $m = 28 \dots 40$. Подобным же образом присваиваются номера CT_s в Π_{m_2} и Π_{m_3} : в Π_{m_2} номера CT_s равны $m = 41 \dots 58$, а в $\Pi_{m_3} - m = 59 \dots 64$.

В каждом подмножестве $\Pi_{|I_{m1}|}$ при $I_{m1} \neq 0$ имеется два подмножества $\Pi_{I_{m1}}$ и $\Pi_{-I_{m1}}$, содержащих одинаковое количество CT_s , равное $A_1(I_{m1}) = A_1(|I_{m1}|)/2$. Таким образом, значение индекса I_{m1} с учетом его знака определяет ту окружность, на которой расположена CT_s , имеющая номер m .

Индекс I_{m2} на одну единицу меньше номера CT_s , лежащей на соответствующей окружности. Оба значения I_{m1} и I_{m2} определяют напряжения V_{1m} и V_{2m} , которые поступают на вход модулятора рис. 2 и определяют сигнал $S_m(t)$, который должен быть передан по каналу связи при поступлении на вход системы связи сообщения с номером m .

Основываясь на данных табл. 1, поясним алгоритм определения индексов I_{m1} и I_{m2} , соответствующих номеру m ($m = 0 \dots M_{s3}(\Delta\varphi_1) - 1$) передаваемого сообщения.

Индекс $|I_{m1}|$ определяется путем сравнения номера m передаваемого сообщения со значениями чисел $A_{1\pm}(|I_{m1}|)$, указанными в третьем столбце табл. 1. После определения CT_s $|I_{m1}|$ находится знак индекса I_{m1} : он отрицателен (при $I_{m1} \neq 0$), если выполняется условие $m_1 = [m - A_{1\pm} \times (|I_{m1}| - 1)] \leq A_1(I_{m1})$ и положителен в противном случае. Индекс I_{m2} определяется таким образом: если $I_{m1} < 0$, то $I_{m2} = (m_1 - 1)$, а если $I_{m1} > 0$, то $I_{m2} = (m_1 - A_1(I_{m1}) - 1)$.

Рассмотрим пример, когда по каналу связи должно передано сообщение, с номером, равным $m = 47$. Сравнив число $m=47$ со значениями $A_{1\pm}(|I_{m1}|)$, указанными в третьем столбце табл. 1, находим, что CT_s , соответствующая этому номеру, относится к Π_{m_2} , т.е. $|I_{m1}| = 2$. В этом подмножестве имеется 18 CT_s и оно содержит два подмножества, соответствующих знаку I_{m1} . При этом для $I_{m1} = -2$ номера сигнальных точек равны $m = 41 \dots 49$, а для $I_{m1} = 2$ они равны $m = 50 \dots 58$. Таким образом, в рассматриваемом случае номеру сообщения $m = 47$ соответствует индекс $I_{m1} < 0$, вследствие чего в рассматриваемом случае $I_{m2} = m - A_{1\pm}(2) - 1 = 6$.

Таким образом, номеру $m=47$ передаваемого сообщения соответствуют индексы $I_{m1} = -2$ и $I_{m2} = 6$. Определив индексы I_{m1} и I_{m2} , можно сформировать напряжения V_{m1} и V_{m2} , поступающие с выхода кодера на входы 1 и 2 модулятора.

Пример декодирования принятого сообщения для случая $N = 3$

Для иллюстрации описанного в [1] алгоритма, позволяющего декодировать N -мерные сигналы с ГПФМ, рассмотрим пример декодирования принятого сигнала $W_s(t)$ для трехмерных сигналов. В этом случае оно может быть проиллюстрировано с помощью табл. 1, относящейся к случаю, когда АС с ГПФМ построен для передачи сообщений с удельной скоростью, равной $R_f = 4$. С помощью этой таблицы иллюстрировался алгоритм декодирования передаваемого сообщения – определение индексов I_{mk} , соответствующих номеру m передаваемого сообщения. Указанные в табл. 1 значения таблицы $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_{m2}(\Delta\varphi_1, I_{m1})$ декодировании принятого сигнала не используются.

Рассмотрим пример декодирования принятого сообщения, когда в результате обработки сигнала $W_s(t)$ на выходе демодулятора сформированы два индекса, определяющие его номер: $I_{m_01} = -2$ и $I_{m_02} = 6$. Из табл. 1 видно, что CT_s , которые имеют индекс, равный $|I_{m1}| = 0$

либо $|I_{m1}| = 1$, должны быть присвоены номера от 1 до 40. Индексу $I_{m0,1} = -2$ соответствуют CT_s , лежащие на нижней окружности, показанной на приведенной в части 2 сигнальной диаграмме, имеющие номера, изменяющиеся, как видно из табл. 1, от 41 до 50. Относительный номер CT_s , расположенной на этой окружности, равен $I_{m0,2} + 1 = 7$. Таким образом, номер переданного сообщения, соответствующего указанным индексам, равен $m_0 = A_{1E}(|I_{m0,1}| - 1) + I_{m0,2} + 1 = 47$.

Номер принятого сообщения m_0 совпадает с номером $m = 47$, для которого в приведенном выше примере, иллюстрирующем алгоритм работы кодера передаваемого сообщения были определены его индексы $I_{m1} = -2$ и $I_{m2} = 6$.

Таким образом, рассмотренный пример декодирования принятого сообщения показал, что выполнение в декодере операций над принятыми индексами, обратных тем, которые выполняются в кодере, позволяют при отсутствии ошибок принятия решений в демодуляторе, правильно восстановить номер переданного сообщения.

Заключение

Методы построения ансамблей многомерных сигналов (АС) с ГПФМ, разработанные в [1] и в данной статье, позволяют осуществлять передачу сообщений по каналам связи с ограниченной полосой частот с любой удельной скоростью, в том случае, если эта скорость меньше удельной пропускной способности канала связи. В данной статье представлены функциональные схемы модуляторов и оптимальных демодуляторов для систем связи, использующих такие АС, а также разработаны алгоритмы кодирования (преобразование номера передаваемого сообщения в индексы модуляции) и декодирования (преобразование индексов модуляции, сформированных на выходе демодулятора, в номер принятого сообщения) сообщений. Рассмотрен пример технической реализации кодера и модулятора, демодулятора и декодера для трехмерных сигналов с ГПФМ.

Показано, что гиперфазовая модуляция, как метод передачи сообщений по каналам связи с ограниченной полосой частот, обладает рядом преимуществ по сравнению с современными методами передачи сигналов с помощью двумерных сигналов. Эти преимущества связаны с тем, что двумерные сигналы не позволяют при ограниченной энергетике линии связи обеспечить малое значение вероятности ошибочного приема сигналов при его демодуляции. Поэтому для уменьшения ошибки необходимо использовать помехоустойчивые коды, добавляя на передаче к информационной последовательности символов избыточные символы, связанные определенными математическими соотношениями с информационными. Отрицательное последствие добавления этих избыточных символов состоит в том, что они уменьшают реальную скорость передачи сообщений по каналу связи.

Исправление ошибок в последовательности символов, поступающих с выхода демодулятора на вход декодера, осуществляется путем операций, учитывающих соотношения между информационными и избыточными символами, которые определяют структуру использованного помехоустойчивого кода. Для достижения требуемого малого значения вероятности ошибочного приема, которое обычно на несколько порядков меньше значения вероятности ошибки в последовательности символов на выходе демодулятора, длина этого кода должна быть выбрана достаточно большой (порядка сотен или даже тысяч симво-

лов). Наиболее часто в современных системах связи применяются помехоустойчивые коды Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ), коды Рида-Соломона (РС), сверточные коды, низкоплотностные коды Галлагера [7], решетчатая кодовая модуляция, турбокоды и др. [8], [9]. При большой длине кодов сложность реализации декодера может оказаться весьма значительной.

При использовании многомерных ансамблей сигналов (АС) с ГПФМ, в отличие от систем связи, в которых при передаче сообщений применяются помехоустойчивые коды, высокая помехоустойчивость приема достигается за счет того, что при ограниченной мощности принимаемых сигналов при передаче сообщений используются АС, у которых с увеличением их длительности возрастает минимальное евклидовое расстояние между соседними сигналами, входящими в АС. Таким свойством, как было показано Шенноном, должны обладать оптимальные АС, к которым относятся и АС с ГПФМ.

Другим существенным отличием сигналов с ГПФМ от сигналов, применяемых в современных системах связи, является то, что в информационную последовательность на передаче не добавляется никаких избыточных символов. Поэтому скорость передачи сообщений при этом виде модуляции зависит только от структуры сигналов с ГПФМ. Кроме того, важно, что при оптимальной демодуляции сигналов с ГПФМ обрабатывается принятый многомерный сигнал полной длительности, т.е. осуществляет «прием сигнала в целом».

При современном уровне развития цифровой техники для сигналов с ГПФМ операции формирования их в модуляторе на передаче и демодуляции на приеме, а также алгоритмы кодирования и декодирования сообщений, могут быть реализуемы достаточно просто.

Указанные выше свойства сигналов с гиперфазовой модуляцией делают весьма перспективным их применение в современных системах связи. Сравнение энергетической и спектральной эффективности систем связи с ГПФМ с рядом современных систем, в которых для передачи сообщений применяются двумерные сигналы и помехоустойчивые коды, будет дано в третьей части этой статьи.

Литература

1. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи цифровых сообщений (Часть 1) // Цифровая обработка сигналов. №1, 2018, с. 8-17.
2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции // Перевод с английского под ред. В.И. Тихонова. М.: Советское радио, 1972.
3. Быховский М.А. Помехоустойчивость приема оптимальных сигналов, расположенных на поверхности N-мерного шара // Электросвязь № 3, 2016.
4. Быховский М.А. Теоретические основы проектирования систем связи с высокой энергетической эффективностью // Цифровая обработка сигналов. №2, 2017.
5. Зюко А.Г., Фалько И.П., Панфилов И.П., Банкет В.Л., Иващенко П.В. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации // Под ред. А.Г. Зюко. М.: Радио и связь, 1985.
6. Прокис Дж. Цифровая связь // Перевод с английского под ред. Д.Д. Кловского // М.: Советское радио, 2000.
7. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
8. Дж. Кларк мл., Дж. Кейн. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. М.: Радио и связь, 1987.
9. Варгаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. СПб.: БХВ-Петербург, 2013.