

УДК 621.396.96

## МИНИМИЗАЦИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРОВНЯ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ ФАЗОКОДО-МАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ НА ОТРЕЗКЕ ВРЕМЕННОЙ ОСИ

*Зайцев Г.В., д.т.н., начальник СКБ ПАО «НПО «Алмаз», e-mail: gennady-zaytsev@yandex.ru;*

*Кондранина Н.С., ведущий инженер СКБ ПАО «НПО «Алмаз», e-mail: kondranina.nataliya@gmail.com;*

*Литвинов Д.М., начальник отдела СКБ ПАО «НПО «Алмаз», e-mail: litvnov\_dmitry@inbox.ru.*

### MISMATCHED FILTER SYNTHESIS, MINIMIZING INTEGRATED SIDELOBE LEVEL AT THE SEGMENT OF TIME AXIS FOR PHASE-CODED PULSE

*Zaytsev G. V., Kondranina N. S., Litvinov D. M.*

*The paper presents method of mismatched filter synthesis, minimizing integrated sidelobe level at the segment of time axis for binary phase-coded pulse. Main characteristics of the filtering output are analyzed (integrated sidelobe level, loss in signal-to-noise ratio) and their dependences on the synthesis parameters are investigated.*

**Key words:** phase-coded pulse, mismatched filtering, minimization of integrated sidelobe level, low correlation zone.

**Ключевые слова:** фазокодоманипулированные сигналы, несогласованная фильтрация, минимум интегрального уровня боковых лепестков, зона с малой корреляцией.

#### Введение

фазокодоманипулированных (ФКМ) сигналов [1, 2], снижающий боковые лепестки сигнала на заданном отрезке временной оси. Свойства ФКМ сигнала определяются кодовой последовательностью  $\mathbf{s}_0 = (s_{0 \text{ code}}, s_{1 \text{ code}}, \dots, s_{n-1 \text{ code}})$ , задающей начальные фазы сегментов сигнала. В данной работе рассматриваются бинарные последовательности, в которых элементы последовательности  $s_0$  могут принимать только два значения  $\pm 1$  и которые наиболее часто используются на практике.

Помимо радиолокации, ФКМ сигналы используются также в физике, системах передачи информации, биомедицинских исследованиях и других областях науки и техники. Задача их оптимальной обработки весьма актуальна во многих приложениях.

Сигнальные характеристики радиолокатора при использовании ФКМ сигнала определяются взаимной корреляционной функцией (ВКФ) принимаемого сигнала и некоторой опорной последовательности  $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$ , имеющейся в приемном устройстве. Длина  $N$  последовательности  $\mathbf{x}$ , вообще говоря, может быть больше  $n$ :  $N \geq n$ , а составляющие ее элементы – действительные числа.

В данной работе доплеровская частота принимаемого сигнала считается нулевой. При этом исследование сигнальных характеристик сводится к анализу взаимной корреляционной функции последовательностей  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{s}_0$  [1, 2].

В радиолокации наиболее часто используется согласованная фильтрация, позволяющая максимизировать отношение сигнал/шум на выходе системы обработки. При этом в случае аддитивного гауссовского шума опор-

*В работе рассматривается метод синтеза оптимальной опорной последовательности для несогласованной фильтрации фазокодоманипулированных сигналов, обеспечивающий минимизацию интегрального уровня боковых лепестков на заданном отрезке временной оси. Анализируются получаемые характеристики (интегральный уровень боковых лепестков, потери в отношении сигнал/шум) и зависимости характеристик от основных параметров.*

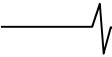
ная последовательность определяется соотношением  $\mathbf{x} = \mathbf{s}_0$ ,  $N = n$ , а взаимная корреляционная функция становится автокорреляционной (АКФ) [1, 2]. АКФ имеет максимальный лепесток, называемый главным, и ряд боковых лепестков меньшего уровня. Боковые лепестки являются паразитными, а их величина часто превосходит допустимый уровень.

Отступая от согласованности и увеличивая длину опорной последовательности  $\mathbf{x}$ , можно добиться снижения уровня боковых лепестков за счет некоторого уменьшения отношения сигнал/шум.

Выбор последовательности  $\mathbf{x}$  при заданной последовательности  $\mathbf{s}$  зависит от решаемой задачи. Обзор методов синтеза опорной последовательности может быть найден, например, в [3]. В настоящей работе рассматривается задача минимизации интегрального уровня лепестков (строгое определение – в следующем разделе) на заданном отрезке временной оси, или в заданной зоне корреляционной функции. Подобная задача снижения уровня лепестков ВКФ в заданной зоне для группы из нескольких ФКМ сигналов широко обсуждается в приложении к связанным задачам [4]. Однако применительно к одиночным радиолокационным сигналам этот вопрос, насколько известно авторам, в литературе не рассматривался. В данной работе предлагается простой метод решения указанной задачи.

#### Метод синтеза опорной последовательности

Введем необходимые обозначения. Дополним последовательность  $\mathbf{s}_0$  нулями до длины  $N$ . В данной работе будем использовать симметричное расположе-



ние дополнительных нулей относительно середины последовательности, так как асимметрия приводит к ухудшению исследуемых характеристик [5]. Пусть начальный отрезок такой последовательности содержит  $m$  нулей. Тогда в конце последовательности также имеется  $m$  нулей, и общая длина равна  $N = n + 2m$ . Обозначим такую последовательность той же буквой, что и исходную, но без нулевого индекса:

$$\mathbf{s}(m) = (0, 0, \dots, 0, s_{0 \text{ code}}, s_{1 \text{ code}}, \dots, s_{n-1 \text{ code}}, 0, 0, \dots, 0) = \{s_i\}, i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (1)$$

Аргумент  $m$  этой последовательности для краткости будем опускать, если приводимые выражения справедливы при любом  $m$  или если значение индекса очевидно из контекста.

Взаимная корреляционная функция  $\mathbf{c} = \{c_k\}$ , последовательностей  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{s}(m)$  может быть вычислена по формуле

$$c_k = \sum_{i=0}^{N-1} x_i s_{i+k}^*,$$

где считается, что  $s_r = 0$  при  $r < 0$  и  $r \geq N$ , а символ  $*$  означает операцию комплексного сопряжения для чисел и транспонирования и комплексного сопряжения элементов для векторов и матриц.

Будем рассматривать ВКФ как конечную последовательность, содержащую только члены, не равные тождественно нулю. При введенных обозначениях индекс  $k$  таких элементов принадлежит множеству  $\Omega = \{-(n+m-1), -(n+m-1)+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n+m-1\}$ . Количество  $N+n-1$  элементов этого множества будем называть длиной ВКФ. Элементы ВКФ могут быть представлены в виде

$$c_k = \mathbf{x} \mathbf{D}_k \mathbf{s}^*, k \in \Omega, \quad (2)$$

где  $\mathbf{D}_k$  –  $N \times N$  матрица сдвига последующего за ней вектор-столбца на  $k$  элементов вверх при неотрицательном  $k$ :

$$\mathbf{D}_k = \begin{pmatrix} \overbrace{0 \ 0 \ \dots \ 0}^{k+1} \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \\ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \\ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ \dots \ 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ \dots \ 0 \end{pmatrix}, k \geq 0,$$

и на  $k$  элементов вниз при отрицательном  $k$ :  $\mathbf{D}_{-k} = \mathbf{D}_k^T, k > 0$ .

Критерий качества ВКФ, используемый в данной работе, характеризует взвешенный интегральный уровень боковых лепестков относительно главного

$$Q = \frac{|c_M|^2}{\sum_{k \in \Omega, k \neq M} w_k |c_k|^2}. \quad (3)$$

где  $M$  – индекс главного лепестка, который исключается из суммы знаменателя, а  $w_k > 0$  – положительный коэффициент веса  $k$ -го лепестка,  $k \in \Omega$ . Для параметра (3) сохраним название коэффициента качества ВКФ,

общепринятое для случая одинаковых весов [3, 5].

Использование неодинаковых весов позволяет получать разнообразные формы ВКФ. В настоящей работе рассматривается задача снижения уровня боковых лепестков (2) на отрезке временной оси, или в некоторой зоне ВКФ. Эту зону будем задавать множеством  $\Psi \in \Omega$  последовательных индексов  $k \in \Psi = \{a, a+1, \dots, b\}$ ,

$M \notin \Psi$ , где индекс главного лепестка  $M$  исключается из множества  $\Psi$  в случае  $a \leq M \leq b$ . При этом в данной работе веса боковых лепестков в заданной зоне принимаются равными единице, а вне зоны некоторому малому числу  $\nu > 0$ . При  $\nu \rightarrow 0$  лепестки вне зоны перестают учитываться в критерии качества.

Рассмотрим метод, позволяющий при заданной последовательности  $\mathbf{s}$  синтезировать последовательность  $\mathbf{x}$ , которая максимизирует коэффициент качества (3). Излагаемый метод является обобщением известного метода для случая максимизации стандартного коэффициента качества [3, 5].

Подставляя (2) в (3), получаем формулу для коэффициента качества ВКФ:

$$Q = \frac{|c_M|^2}{\sum_{k \in \Omega, k \neq M} w_k |\mathbf{x} \mathbf{D}_k \mathbf{s}^*|^2}. \quad (4)$$

Будем искать максимум величины (4) при условии, что индекс максимального лепестка равен нулю:  $M = 0$ . Это условие не уменьшает общности, так его всегда можно выполнить путем перераспределения нулей в последовательности  $\mathbf{s}$  (1). Однако, как показывают численные расчеты [5], несимметричное расположение нулей менее эффективно и поэтому в данной работе не рассматривается. Тогда из (2) следует, что выражение в числителе (4) равно  $c_M = \mathbf{x} \mathbf{s}^*$ , и формула (4) приобретает вид

$$Q = \frac{|\mathbf{x} \mathbf{s}^*|^2}{\mathbf{x} \mathbf{R} \mathbf{x}^*}, \quad (5)$$

где матрица  $\mathbf{R}$  определяется выражением

$$\mathbf{R} = \sum_{k \in \Omega, k \neq M} w_k \mathbf{D}_k \mathbf{s}^* \mathbf{s} \mathbf{D}_k^*. \quad (6)$$

Величина  $\mathbf{x} \mathbf{R} \mathbf{x}^*$  включает сумму квадратов всех боковых лепестков с положительными весами. Так как все боковые лепестки не могут быть равны нулю одновременно, то  $\mathbf{x} \mathbf{R} \mathbf{x}^* > 0$  для всех векторов  $\mathbf{x}$ , и, следовательно, матрица  $\mathbf{R}$  является положительно определенной. Поэтому существует единственный положительно определенный квадратный корень  $\mathbf{R}^{1/2}$  из матрицы  $\mathbf{R}$ ; матрицы  $\mathbf{R}^{-1}$  и  $\mathbf{R}^{-1/2}$  также являются положительно определенными и удовлетворяют соотношению  $\mathbf{U} = \mathbf{U}^*$  [6].

Представим числитель (5) в виде

$$|\mathbf{x} \mathbf{s}^*|^2 = |(\mathbf{x} \mathbf{R}^{1/2})(\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{s}^*)|^2. \quad (7)$$

Применяя к правой части (7) неравенство Коши-Буняковского, получаем

$$|\mathbf{x} \mathbf{s}^*|^2 \leq (\mathbf{x} \mathbf{R} \mathbf{x}^*)(\mathbf{s} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}^*). \quad (8)$$

Подставляя это выражение в (5), имеем

$$Q \leq \mathbf{s} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}^* \tag{9}$$

Максимальное значение коэффициента качества (9) достигается при условии коллинеарности входящих в (7) векторов:

$$\mathbf{x} \mathbf{R}^{1/2} = a \mathbf{s} \mathbf{R}^{-1/2}, \tag{10}$$

где  $a$  – некоторый коэффициент. Так как масштабный коэффициент  $a$  в данной работе несущественен, то, полагая его равным единице, из последнего соотношения получаем формулу для вычисления оптимальной последовательности  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{x} = \mathbf{s} \mathbf{R}^{-1}. \tag{11}$$

Для действительных последовательностей  $\mathbf{s}$  получаемые опорные последовательности  $\mathbf{x}$  (11) также действительны. В дальнейших разделах рассматриваются свойства оптимального решения (11).

**Основные характеристики оптимальных ВКФ при  $N = n$**

В приводимых ниже результатах используются следующие параметры ВКФ. Первый из них – это коэффициент качества (3). Так как коэффициент качества изменяется в широких пределах, то ниже он вычисляется в децибелах:  $10 \log Q$  дБ.

Второй параметр, весьма важный для радиолокационных применений, – отношение сигнал/шум на выходе алгоритма обработки. В случае аддитивного гауссовского шума со среднеквадратичным значением  $\sigma$  это отношение может быть вычислено по формуле

$$SNR(\mathbf{s}, \mathbf{x}) = \frac{|c_M|^2}{\sigma^2 \sum_{k \in \Omega} |x_k|^2}. \tag{12}$$

Величина уменьшения этого отношения по сравнению со случаем согласованной фильтрации называется энергетическими потерями или просто потерями, оценивается в децибелах и вычисляется по формуле

$$L = 10 \log[SNR(\mathbf{s}, \mathbf{s}) / SNR(\mathbf{s}, \mathbf{x})]. \tag{13}$$

Нетрудно видеть, что энергетические потери (13) не зависят от величины  $\sigma$ .

В литературе часто используется третий параметр – относительный уровень максимального бокового лепестка (в данном случае в исследуемой зоне подавления), определяемый как отношение уровня главного лепестка к уровню максимального бокового ивычисляемый в децибелах. В данной работе этот параметр практически не используется, так как исследуемые ниже зависимости этого параметра и коэффициента качества аналогичны, при этом относительный уровень максимального бокового лепестка больше коэффициента качества на величину порядка 10 дБ.

Описываемые ниже характеристики ВКФ для оптимального решения (11) не удается получить аналитическим путем, что связано с разнообразием свойств исходных последовательностей. Поэтому приводимые ниже закономерности получены путем анализа результатов расчета ВКФ на ПЭВМ для многочисленных последовательностей. Эти закономерности не являются строгими, а носят эмпирический характер.

Перейдем к анализу ВКФ. Проанализируем сначала

случай, когда длины сигнала и опоры одинаковы:  $m = 0, N = n$ . Эти значения являются, при прочих равных условиях, наиболее целесообразными. Действительно, при  $N < n$  в главном лепестке не накапливается весь сигнал, и, следовательно, возникают потери. С другой стороны, увеличение длины опоры сверх длины сигнала приводит к ряду нежелательных последствий: возрастанию длины ВКФ, увеличению энергетических потерь, повышению вычислительной сложности алгоритма фильтрации и т. д. В этом разделе положим также, что зона подавления расположена симметрично относительно главного лепестка ВКФ.

Типичный вид ВКФ, получаемой при синтезе опорной последовательности по формуле (11), приведен на рис. 1. Величина главного лепестка на рисунке нормирована к единице (0 дБ). В качестве исходной последовательности для этого и последующих рисунков использована последовательность длины  $n = 211$  с максимальным известным коэффициентом качества АКФ [7], имеющая в шестнадцатеричном представлении вид 70FE7E3FDC794CA6E31035FA43BB47A835136E7CC1A48AB6A6AD2.

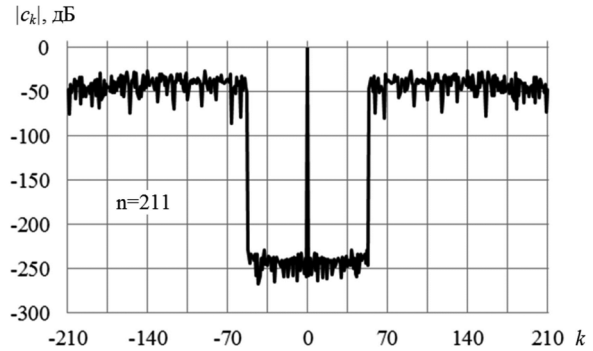


Рис. 1. Типичный вид ВКФ с зоной подавления лепестков

Модулирующая последовательность  $s_0$  получается из представленной последовательности путем преобразования ее в двоичный вид и замены нулей на -1. Ширина  $z$  зоны подавления на рис. 1  $z = 111$ , весовые коэффициенты по принятому в данной работе соглашению в зоне подавления равны 1, вне зоны –  $v = 10^{-10}$ .

Как видно из рисунка, опорная функция, синтезированная по формуле (11), обеспечивает практически полное подавление лепестков в заданной зоне (уровень максимального бокового лепестка в зоне – 230 дБ, коэффициент качества  $Q = 219$  дБ). Чем меньше значение весовых коэффициентов вне зоны подавления, тем больше уровень подавления в зоне. С точки зрения решаемой задачи целесообразно выбирать как можно меньшее значение веса  $v$  вне зоны подавления. Однако при слишком малом значении  $v$  и конечной разрядности вычислений матрица (6) может стать вырожденной. Опыт расчетов показывает, что для исключения вырожденности матрицы при использовании 64-разрядной арифметики с плавающей запятой значение весового коэффициента  $v$  целесообразно выбирать не менее  $10^{-12}$ .

Количество переменных в синтезируемом векторе  $\mathbf{x}$  равно  $N$ . Поэтому из общих соображений ясно, что значительно подавить боковые лепестки можно в зоне

шириной  $z < N$ . Расчеты подтверждают этот факт. На рис. 2 показана типичная зависимость коэффициента качества ВКФ (3) от ширины зоны подавления. На этом и последующих рисунках ширина зоны  $z$  нормирована к длине  $N$ -опорной последовательности  $x$ . В качестве исходной использована последовательность предыдущего примера. Зависимости рис. 2 приведены для трех значений весового коэффициента  $\nu$  вне зоны подавления –  $10^{-4}$ ,  $10^{-7}$ ,  $10^{-10}$ .

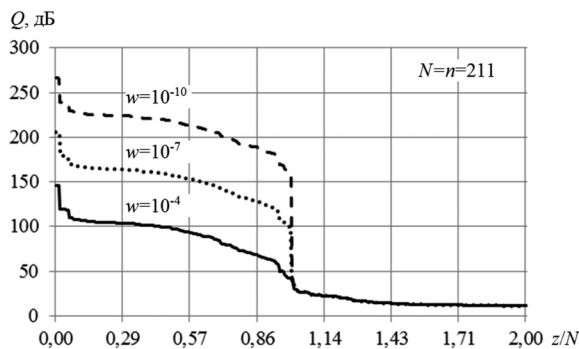


Рис. 2. Зависимость коэффициента качества от ширины зоны подавления

Как и следовало ожидать, коэффициент качества весьма значителен, пока ширина зоны меньше длины сигнала:  $z < N$ . В этой области величина весового коэффициента  $\nu$  значительно влияет на коэффициент качества. При уменьшении  $\nu$  на порядок, коэффициент качества растет примерно на 20 децибел. При дальнейшем расширении зоны подавления ( $z > N$ ) коэффициент качества быстро стремится к значению, которое можно получить, не выделяя зоны [5]. Поэтому в дальнейшем рассматриваются характеристики только для зон шириной  $z < N$ . «Релейный» вид зависимостей, подобных приведенным на рис. 2, имеют графики для всех последовательностей как при  $m = 0$ , так и при  $m > 0$ .

На рис. 3 показана зависимость энергетических потерь от ширины зоны для того же примера при двух значениях весового коэффициента –  $10^{-3}$  и  $10^{-7}$ . Потери велики, если ширина зоны подавления близка к длине сигнала (величина  $|z - N|$  невелика). Для других  $z$  потери существенно меньше. Подобное поведение функции энергетических потерь вызвано следующими причинами. Когда ширина зоны подавления больше числа переменных  $N$  в синтезируемом векторе  $x$ , их количество недостаточно для минимизации уровня всех лепестков, стоящих в знаменателе коэффициента качества (3). Максимизация коэффициента качества происходит за счет увеличения числителя (3), т.е. фильтр приближается к согласованному, и потери невелики. При малой ширине зоны подавления количество переменных достаточно как для уменьшения знаменателя (3), так и для максимизации числителя. При этом фильтр снова приближается к согласованному. При  $z \approx N$  отличие от согласованности существенное, и потери могут быть значительны. Необходимо также отметить, что в этой области потери возрастают при уменьшении весового коэффициента  $\nu$  вне зоны подавления. Для снижения потерь целесообразно выбирать максимальное значение этого коэффициента, ко-

торое еще обеспечивает необходимый уровень подавления лепестков в зоне.

В связи с важностью для радиолокационных применений параметра энергетических потерь рассмотрим их величину для следующих семейств исходных последовательностей  $s_0$ :  $M$ -последовательности [8] длины  $2^k - 1$  в диапазоне  $k = 6 - 10$ , последовательности Лежандра [9] до длины 300 и последовательности с наилучшим известным коэффициентом качества АКФ, табулированные до длины 300 [7]. Первые два семейства имеют асимптотический коэффициент качества АКФ (без зоны, т.е.  $w \equiv 1$ ), соответственно, 3 и 6 в линейном масштабе, для последнего семейства средний коэффициент качества равен 7,6 [7, 9]. Краткое описание этих последовательностей может быть также найдено в [5].

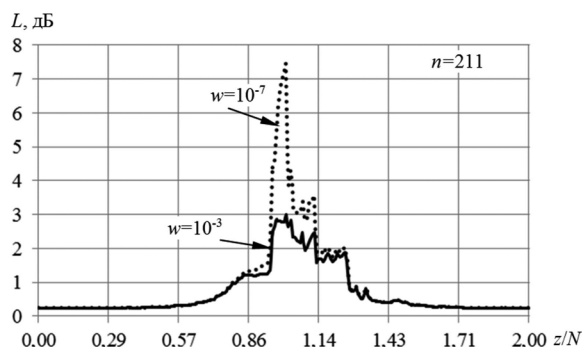


Рис. 3. Зависимость потерь от ширины зоны подавления

На рис. 4 приведены зависимости средних энергетических потерь от ширины  $z$  зоны подавления для трех указанных семейств. Весовые коэффициенты вне зоны подавления приняты равными  $\nu = 10^{-10}$ . Зависимость для каждого семейства рассчитана как усредненное значение потерь по последовательностям данного семейства. Дисперсия такой оценки, как показывают расчеты, невелика при  $z < 0,9n$ . При увеличении ширины зоны потери растут. Среднее значение потерь не превосходит 1 дБ при ширине зоны  $z < (0,7 - 0,9)n$  в зависимости от семейства. Для последовательностей Лежандра и последовательностей с наилучшим коэффициентом качества АКФ средние потери не превосходят 0,5 дБ при  $z < 0,5n$ .

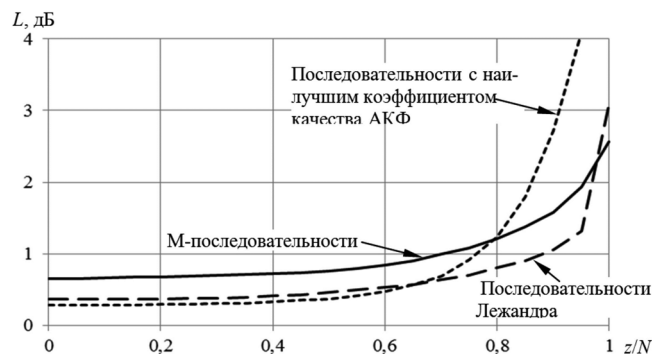


Рис. 4. Зависимость средних потерь от ширины зоны подавления

При небольшом значении потерь их величина, как правило, тем меньше, чем более высокий коэффициент качества АКФ имеет исходная последовательность. Та-

ким образом, для подавления боковых лепестков в зоне целесообразно в качестве исходных использовать последовательности с максимально возможным коэффициентом качества АКФ. Аналогичный вывод справедлив и для максимизации коэффициента качества без выделения зоны [5].

### Влияние других параметров на характеристики ВКФ

В предыдущем пункте рассмотрены основные характеристики ВКФ для случая  $N = n$ . Однако поведение рассмотренных функций не изменяется, если  $N > n$ ,  $m > 0$ . Поэтому на представленных выше графиках использован параметр  $N$  вместо  $n$ .

В частности, при увеличении  $N$  возрастает количество переменных, которые можно использовать для максимизации коэффициента качества, что приводит к возможности пропорционального расширения зоны подавления. Это положение иллюстрирует рис. 5, на котором для приведенной выше последовательности длины  $n = 211$  показаны зависимости потерь от ширины зоны подавления при  $z < N$  для трех величин параметра  $m$ :  $m = 0, n, 2n$ .

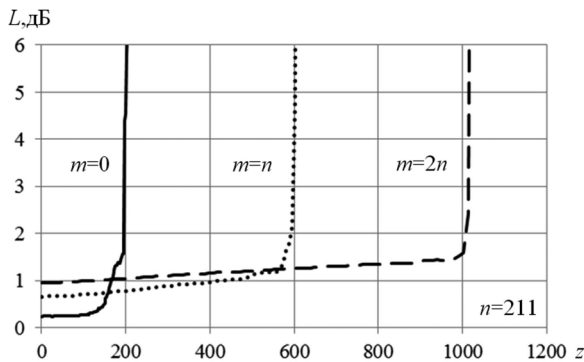


Рис. 5. Увеличение максимальной ширины зоны подавления при возрастании  $m$

Рисунок наглядно демонстрирует возможность расширения зоны при увеличении длины опорной последовательности. Вместе с тем, с увеличением  $m$  происходит также некоторое возрастание потерь.

Приведенные выше результаты относятся к симметричному расположению зоны подавления боковых лепестков относительно главного лепестка. Рассмотрим, как изменяются результаты при отказе от симметрии. На рис. 6 показана зависимость коэффициента качества  $Q$  от положения центра зоны подавления на временной оси для использованной в предыдущих примерах исходной последовательности. Длина опорной последовательности для рис. 6а равна  $N = n$ , для рис. 6б —  $N = 3n = 633$  ( $m = n$ ). Ширина зоны подавления в обоих случаях равна  $z = 41$ , весовые коэффициенты вне зоны подавления  $v = 10^{-10}$ . По оси абсцисс отложена координата  $g$  центра зоны подавления относительно середины ВКФ.

Как следует из рис. 6, наилучшее подавление боковых лепестков происходит при расположении центра зоны в районе середины ВКФ. При сдвигах зоны коэффициент качества падает, при этом при больших значениях  $m$  (рис. 6б) существенно меньше, чем при малых (рис. 6а). Близкий к линейному в логарифмическом

масштабе спад характеристик имеет место на интервалах длины  $n$  у краев ВКФ. Тем не менее, коэффициент качества остается достаточно большим для практических применений.

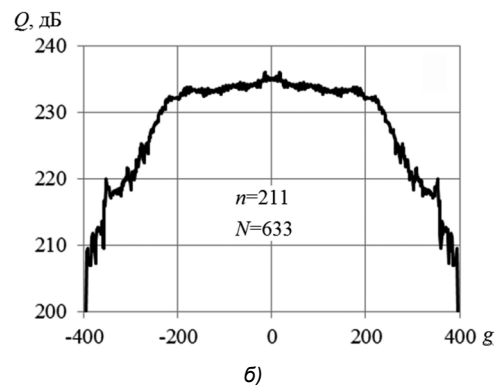
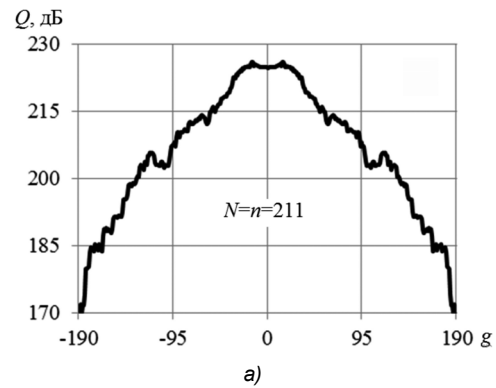


Рис. 6. Зависимость коэффициента качества от положения центра зоны подавления

На рис.7 показаны зависимости энергетических потерь от сдвига зоны подавления для тех же двух случаев. В случае  $m = 0$  (рис. 7а) потери возрастают в несколько раз в диапазоне возможных сдвигов, оставаясь при этом приемлемыми. В случае  $m = n$  (рис. 7б) изменение величины потерь составляет всего около 10 % во всем диапазоне сдвигов, хотя сама величина больше, чем для случая  $m = 0$  при центральном расположении зоны. Таким образом, при сдвиге зоны подавления от центра наблюдается небольшая деградация как коэффициента качества, так и энергетических потерь, причем при значительной величине параметра  $m$  она существенно меньше.

Еще одно заслуживающее внимания свойство оптимальной ВКФ состоит в том, что подавление боковых лепестков в зоне не сильно сказывается на уровне лепестков вне зоны, если ширина зоны подавления не слишком велика. Для иллюстрации этого свойства на рис. 8 сравниваются две оптимальные ВКФ для вышеприведенной последовательности длины 211 при параметре  $m = 0$ . Одна из них получена минимизацией интегрального уровня лепестков при  $w_k \equiv 1$  (кривая из точек). Другая — с выделением зоны подавления шириной  $z = 100$ , расположенной симметрично относительно главного лепестка при весовых коэффициентах вне зоны  $v = 10^{-10}$  (непрерывная кривая). Для второй функции уровень максимального лепестка для всей ВКФ больше всего на 1,5 дБ, а энергетические потери возросли на 0,5 дБ. Иными словами, цена за создание зоны подавления весьма невелика.

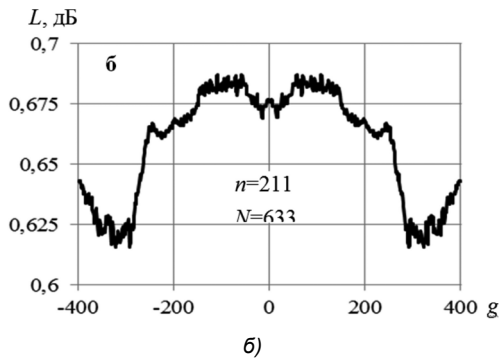
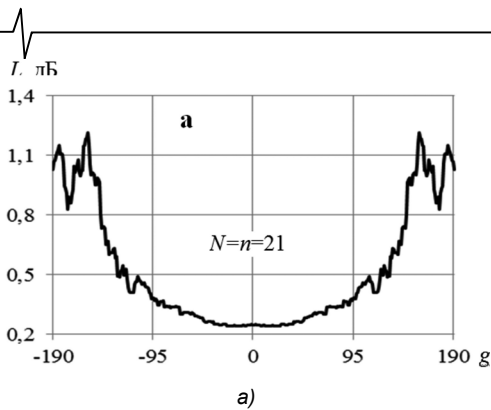


Рис. 7. Зависимость энергетических потерь от положения центра зоны подавления

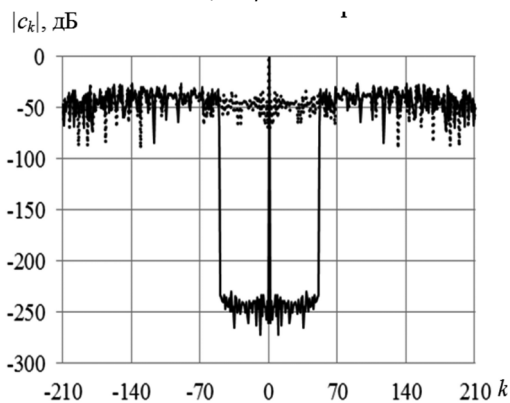


Рис. 8. Сравнение ВКФ с зоной и без зоны подавления давления

Описанный эффект носит систематический характер. Например, для исходных последовательностей Лежандра создание зоны подавления шириной  $z < N/2$  ухудшает уровень максимального лепестка вне зоны подавления не более чем на 2 дБ.

### Заключение

В работе предложен метод синтеза оптимальной опорной последовательности для несогласованной фильтрации фазокодированных сигналов, обеспечивающий минимизацию интегрального уровня боковых лепестков на заданном отрезке временной оси.

Показано, что результирующая ВКФ обладает следующими свойствами:

- в заданной зоне обеспечивается практически полное подавление боковых лепестков при ширине зоны  $z < N$ ;
- для опорной функции, имеющей длину сигнала, энергетические потери лежат в диапазоне 0,5-1 дБ при ширине зоны  $z < (0,5 - 0,8)n$  и выборе исходной последовательности с высоким коэффициентом качества АКФ;

– за счет увеличения длины опорной последовательности ширина зоны подавления может быть пропорционально увеличена;

– при несимметричном расположении зоны подавления относительно главного максимума ВКФ величина подавления несколько снижается, оставаясь, тем не менее, достаточно высокой для практических применений;

– при небольшой ширине зоны подавления уровень боковых лепестков ВКФ вне зоны изменяется незначительно по сравнению с ВКФ, синтезированной без зоны подавления, так что «стоимость» введения зоны невелика.

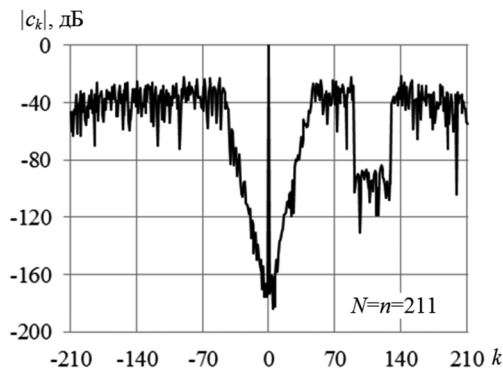


Рис. 9. Пример ВКФ сложной формы

Отметим также, что рассмотренный метод синтеза опорной последовательности позволяет получать ВКФ произвольно заданной формы путем соответствующего изменения весовых коэффициентов при синтезе. В качестве примера на рис. 9 приведена ВКФ с двумя зонами подавления, в одной из которых веса выбраны неодинаковыми для получения треугольной характеристики в логарифмическом масштабе.

### Литература

1. Levanon N., Mozeson E. Radar Signals. John Wiley&Sons Inc. New Jersey. 2004. 412 p.
2. Трухачев А.А. Радиолокационные сигналы и их применения. М. Воениздат. 2005. 320 с.
3. Stoica P., Li J., and Xue M. Transmit codes and receive filters for radar. IEEE Signal Processing Magazine. Vol. 25. pp. 94–109. November 2008.
4. Jung-Soo Chung and Jong-Seon No. Low Correlation Zone Sequences. Sequences and Their Applications – SETA 2010: 6th International Conference. Paris, France. September 13-17, 2010. Proceedings. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. pp. 1-29.
5. Зайцев Г.В., Кондранина Н.С., Литвинов Д.М. Оценка характеристик метода несогласованной фильтрации, минимизирующего интегральный уровень боковых лепестков фазокодированных сигналов // Цифровая обработка сигналов. № 1. 2017. с. 61-69.
6. Horn R.A., Johnson C.R. Matrix Analysis. Cambridge University Press. 1985. 652 p.
7. Knauer J. Merit Factor Records. Nov. 2004. Available in Oct. 2016 at URL: [http://labraj.feri.um.si/en/Low-Autocorrelation\\_Binary\\_Sequence\\_Problem](http://labraj.feri.um.si/en/Low-Autocorrelation_Binary_Sequence_Problem).
8. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М. Мир. 1976. 594 с.
9. Jedwab J. A Survey of the Merit Factor Problem for Binary Sequences. Sequences and Their Applications. Proceedings of SETA 2004. ed. T. Helleseth et al. Lecture Notes in Computer Science. Vol. 3486. pp. 30–55. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. 2005.