

УДК 621.391.13

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ СВЯЗИ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ МНОГОМЕРНЫЕ АНСАМБЛИ СИГНАЛОВ И КАСКАДНОЕ КОДИРОВАНИЕ

Быховский М.А., д.т.н., профессор Московского технического университета связи и информатики, e-mail: bykhmark@gmail.com.

ENERGY EFFICIENCY OF TELECOMMUNICATION SYSTEMS THAT USE MULTIDIMENSIONAL SIGNAL ENSEMBLES AND CASCADE SOURCE CODING

Bykhovsky M.

The author investigates a telecommunication system that uses cascade source message coding and where the signals from multi-dimensional surface-spherical (SS) signal ensemble; such signals create the inner code without contributing excess symbols) are used for message transmission via continuous telecommunication channel; Reed Solomon (RS) code is used as an outer code. The article contains formulas allowing to determine the probability of error reception of the signals in the investigated telecommunication system; such formulas determine the impact of the SS signals' length and Reed-Solomon codes' length on the noise immunity of the signal reception.

It is shown that in such a system it is possible to provide energy efficiency of message transmission that is fairly close to energy efficiency of an «ideal», according to Shannon, telecommunication system while using rather simple demodulators of the received signals and decoders of the RS codes.

Key words: cascade source coding, multidimensional signal ensemble, noise immunity of signal reception, Reed-Solomon codes, complexity realization of demodulators and decoders.

Ключевые слова: каскадное кодирование, многомерный ансамбль сигналов, код Рида-Соломона, помехоустойчивость приема сообщений, сложность реализации демодуляторов и декодеров.

Введение

В работе К. Шеннона [1] показано, что в канале связи с полосой частот F при белой гауссовской помехе оптимальным методом передачи сообщений является использование N -мерных поверхностно-сферических ансамблей сигналов ($N = 2FT$, T – длительность сигналов). Применяя такие ансамбли сигналов большой длительности ($N \rightarrow \infty$), можно обеспечить прием сигналов с абсолютной надежностью в том случае, если удельная скорость передачи сообщений R_f (в бит/с/Гц) меньше максимально возможной $R_{f\max}$, равной пропускной способности

канала связи $C = \ln(1 + \rho_s)$, где ρ_s – отношение сигнал/шум на входе демодулятора, связанное с отношением сигнал/шум на один принятый бит $\rho_b : \rho_s = \rho_b R_{f\max}$. Надежность связи определяется вероятностью ошибки при демодуляции сообщений $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$. Систему связи, в которой $P_{ser}(N, R_f, \rho_s) \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$, Шеннон определил как «идеальную» [1]. В «идеальной» системе связи минимальное значение ρ_{b0} связано с максимальной удельной скоростью передачи сообщений $R_{f\max}$ соотношением

Проведено исследование системы связи с каскадным кодированием сообщений. Для передачи сообщений по непрерывному каналу связи используются сигналы, принадлежащие многомерному поверхностно-сферическому ансамблю сигналов - ПСАС (эти сигналы образуют внутренний код без внесения избыточных символов), а в качестве внешнего кода применяется код Рида Соломона (РС).

Приведены формулы, позволяющие определить вероятность ошибочного приема принимаемых сигналов в исследуемой системе связи, с помощью которых определено влияние длины сигналов, принадлежащих ПСАС, и длины кодов Рида-Соломона на помехоустойчивость приема сообщений.

Показано, что в такой системе возможно, используя достаточно простые демодуляторы принимаемых сигналов и декодеры кодов РС, обеспечить энергетическую эффективность передачи сообщений весьма близкую к энергетической эффективности «идеальной» по Шеннону системы связи. Отмечено, что по своей энергетической эффективности рассмотренные в статье каскадные коды превосходят современные турбокоды.

$$\rho_{b0} = (2^{R_{f\max}} - 1) / R_{f\max}. \quad (1)$$

Для передачи сообщений в такой системе применяется N -мерный поверхностно-сферический ансамбль сигналов (ПСАС), являющийся оптимальным. Преобразование информационной последовательности символов в определенный сигнал ПСАС представляет собой процесс модуляции, аналогичный квадратурно-амплитудной, амплитудно-фазовой и т.п. Поскольку при формировании сигналов ПСАС используются N фазовых модуляторов, в данном случае уместно назвать процесс передачи информационных сигналов с помощью ПСАС гиперфазовой модуляцией (ГПФМ).

В системе связи с каскадным кодированием в качестве внутреннего кода используются сигналы с ГПФМ, а в качестве внешнего – коды Рида-Соломона (РС), соответствующие классу кодов с максимально достижимым расстоянием [2]. При заданной кодовой скорости R_c кодовое расстояние $d_H = (2t_c + 1)$ между кодовыми комбинациями имеет наибольшее из возможных значений. Для кодов РС длина кодовой комбинации $n = (2^m - 1)$, $k = (2^m - 1 - 2t_c)$ – число информационных позиций в ней, t_c – количество ошибок, которое может быть исправлено кодом РС, $R_c(\hat{t}_c) = 1 - 2\hat{t}_c - 1 / (n + 1)$ – кодовая скорость $\hat{t}_c = (t_c / n)$. Такие коды при достаточно высокой кодовой скорости R_c могут обеспечить высокую надежность связи при сравнительно небольшой длине n и имеют достаточно простой алгоритм декодирования.

Сигнальная матрица каскадного кода показана на рис. 1.

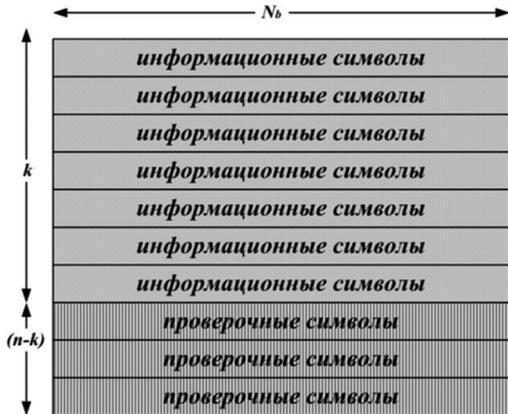


Рис. 1. Сигнальная матрица каскадного кода

Символы, расположенные в этой матрице, построчно передаются с помощью сигналов с ГПФМ, причем последовательности передаваемых символов каждой строки длиной N_b рассматриваются при модуляции как номер передаваемого сообщения. Если при демодуляции сигналов с вероятностью P_{ser} возникли ошибки, то ошибочно принятые символы распределяются между столбцами сигнальной матрицы. Информационные символы, расположенные в столбцах матрицы, кодируются с помощью кода P_c , имеющего длину n кодовой комбинации, в которой используются k информационных и $(n - k)$ проверочных символов. После демодуляции принятого сигнала с ГПФМ, можно считать, что сообщения передаются в дискретном канале связи, в котором вероятность ошибки одного принятого символа равна $\rho_b = P_{ser}$.

На рис. 2 представлены зависимости $P_{ser}(FT)$ ошибки при демодуляции сигналов с ГПФМ, рассчитанные с использованием [3] при значениях удельной скорости передачи сообщений $R_f = 4, 6, 8$ и 10 бит/с/Гц. Каждая группа практически совпадающих кривых 1, 2 и 3 на рис. 2 относится к случаю, когда для каждого конкретного значения R_f величина ρ_b – отношение сигнал/шум,

приходящееся на один принятый бит, превышает минимально возможное значение ρ_{b0} , согласно формулы Шеннона [1], примерно на $\Delta\rho_b = 0,7, 1,3$ и $1,8$ дБ.

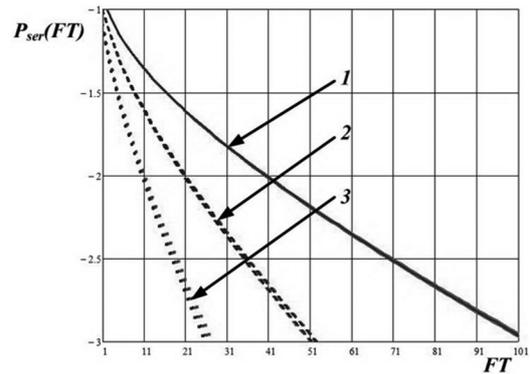


Рис. 2. Зависимости $P_{ser}(FT)$ ошибки при демодуляции сигналов с ГПФМ

В табл. 1 приведены точные значения $\Delta\rho_b$ для зависимостей 1, 2 и 3.

Таблица 1. Таблица некоторых характеристик сигналов с ГПФМ

R_f бит/с/Гц	4	6	8	10	FT			
					10^{-2}	10^{-3}	10^{-5}	10^{-10}
P_{sb} дБ	11,76	18	24	30,1	$P_{ser}=0; FT=\infty$			
$\Delta\rho_{s1}$ дБ	0,82	0,7	0,9	1	40	102	227	648
$\Delta\rho_{s2}$ дБ	1,24	1,2	1,3	1,5	20	48	104	325
$\Delta\rho_{s3}$ дБ	1,74	1,66	1,8	2	11	25	68	178

Из этого рисунка следует, что для вероятности ошибки при демодуляции сигналов, равной $\rho_b = 10^{-2}$, необходимо использовать АС с ГПФМ с $FT = 40, 20$ и 11 . Если же $\rho_b = 10^{-3}$, то $FT = 10^2, 48$ и 25 . Таким образом, повышение требований к надежности приема сообщений при демодуляции сигналов с ГПФМ приводит к увеличению почти в 2,5 раза нормированной длительности этих сигналов (и размерности АС). Это, естественно, усложняет модулятор и демодулятор данного АС.

В табл. 1 указаны также достаточно большие значения FT для $\rho_b = 10^{-5}$ и $\rho_b = 10^{-10}$. Если при демодуляции сигналов обеспечивается столь высокая надежность приема сообщений, то применение помехоустойчивого кодирования может оказаться ненужным. Однако реализация модуляторов и демодуляторов сигналов с ГПФМ со столь большими значениями FT является весьма сложной технической задачей.

Для расчета вероятности ошибочного декодирования кодовой комбинации кода РС $P_{dec}(n)$, положим – вероятность ошибки одного символа этой комбинации, равна $\rho_b \cong P_{ser}$. При этом распределение вероятностей ошибочно принятых символов в кодовой комбинации подчиняется закону Бернулли, и для расчета $P_{dec}(n)$ можно использовать формулу:

$$P_{dec}(n) = \sum_{i=(t_c+1)}^n C_n^i \rho_b^i (1 - \rho_b)^{(n-i)} \quad (2)$$

Применение каскадного кодирования с внешним кодом РС позволяет, используя достаточно простые модуляторы и демодуляторы в системе связи с ГПФМ, по-

высить надежность приема сообщений до нужного значения, исправляя ошибки в информационных символах, возникших при демодуляции сигналов.

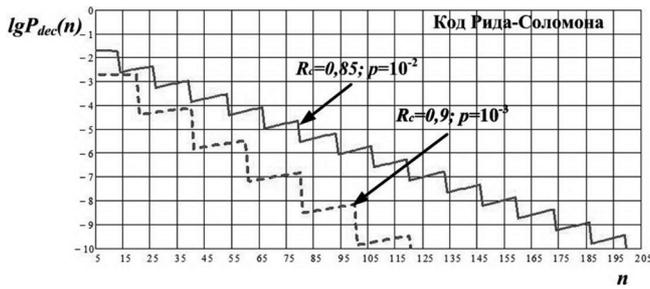


Рис. 3. Зависимости вероятности ошибки $P_{dec}(n)$ декодирования от длины кода

На рис. 3 показаны зависимости вероятности ошибки $P_{dec}(n)$ декодирования от длины кодовой комбинации кода РС для двух случаев:

- 1) при вероятности ошибки при демодуляции $\rho_b = 10^{-2}$ и кодовой скорости $R_c = 0,85$ и
- 2) при $\rho_b = 10^{-3}$ и $R_c = 0,9$.

Удельная скорость передачи сообщений в такой системе связи для $R_f = 4, 6, 8$ и 10 в первом случае составляет $R_{fc} = 3,4; 5,1; 6,8$ и $8,5$ бит/с/Гц, а во втором – $R_{fc} = 3,6; 5,4; 7,2$ и 9 бит/с/Гц.

Из рис. 3 следует: если требуемая надежность приема сообщений определяется условием $P_{dec}(n) = 10^{-5}$, то в канале при $\rho_b = 10^{-2}$ длина кода РС равна $n = 90$, а если в канале $\rho_b = 10^{-3}$, то $n = 50$. Если же $P_{dec}(n) = 10^{-10}$ длина кода РС равна $n = 200$, $\rho_b = 10^{-2}$ и $n = 120$ для канала при $\rho_b = 10^{-3}$.

В табл. 2 указаны длины $N_b = (FT)R_f$ последовательности двоичных символов, передаваемых каждым сигналом с ГПФМ для разных значений R_f и ρ_b .

Таблица 2. Длина внешнего и внутреннего кода в рассматриваемой системе связи

$R_f \rho_b$	N_{b3}			
	10^{-2}	10^{-3}	10^{-5}	10^{-10}
4	44	100	272	712
6	66	150	408	1068
8	88	200	544	1424
10	110	250	680	1788
$P_{dec}(n)=10^{-5}$	n	90	50	-
$P_{dec}(n)=10^{-10}$	n	200	120	-

Значение N_{b3} соответствует случаю, когда энергетика линии связи выбрана так, что $\Delta\rho_b \approx 1,8$ дБ (этот случай соответствует группе кривых 3 на рис. 2, а также последней строке в табл. 3). В нижних двух строках табл. 2 указаны длины внешних кодов РС, которые обеспечивают значения ошибки декодирования $P_{dec} = 10^{-5}$ и $P_{dec} = 10^{-10}$, когда вероятность ошибки при демодуляции принимаемых сигналов равна $\rho_b = 10^{-2}$ или $\rho_b = 10^{-3}$.

Следует отметить, что при выборе энергетике линии связи, близкой к пределу Шеннона (при уменьшении

значения $\Delta\rho_b$), значения N_{b1} и N_{b2} увеличиваются и требуется применять более сложные структуры модулятора и демодулятора.

Из таблицы 2 видно, что при любом заданном значении R_f длина внутреннего кода существенно зависит от величины $\rho_b \cong P_{ser}$ – чем меньшее значение имеет ρ_b , тем более длинным должен быть внутренний код и, следовательно, тем более сложными в технической реализации будет модулятор и оптимальный демодулятор сигналов с ГПФМ.

Два последних столбца табл. 2 относятся к случаям, когда достигается высокая надежность приема сообщений ($\rho_b = 10^{-5}$ или $\rho_b = 10^{-10}$), и нет необходимости в применении помехоустойчивых кодов. При этом, как видно из приведенных данных, количество двоичных символов, передаваемых с помощью одного сигнала из ансамбля с ГПФМ, оказывается весьма значительным, особенно когда удельная скорость передачи сообщений должна быть достаточно большой ($R_f = 8$ или 10 бит/с/Гц). Из табл. 2 также следует, что при выборе размерности ансамбля сигналов с ГПФМ количество двоичных символов, которые передаются с помощью одного сигнала, принадлежащего ансамблю с ГПФМ, сравнительно невелико, а надежность принятых сообщений на выходе демодулятора оказывается невысокой ($\rho_b = 10^{-2}$ или $\rho_b = 10^{-3}$). В этом случае повысить надежность сообщений возможно, применив помехоустойчивое каскадное кодирование.

В последних двух строках табл. 2 приведены значения длины кодов РС ($n = 50 \dots 200$), с помощью которых можно, исправив ошибки, возникшие при демодуляции сигналов с ГПФМ, обеспечить требуемую надежность приема сообщений на выходе декодера. Техническая реализация декодера для кода РС при указанных сравнительно небольших значениях длины кодовых комбинаций практических затруднений не вызывает. Длина рассматриваемого каскадного кода, равная $N_c = N_{b3} \cdot n$, в $K_c(p_b, P_{dec}) = N_c(p_b) / N_{b3}(P_{dec})$ раз больше длины сигналов, используемых в ансамбле ГПФМ) в качестве внутреннего кода.

В табл. 3 даны значения коэффициента $K_c(p_b, P_{dec})$, определенного на основе данных табл. 2 при разных значениях ρ_b и P_{dec} . Очевидно, длина каскадного кода в $10 \dots 18$ раз может превосходить длину сигналов внутреннего кода.

Таблица 3. Значения коэффициента $K_c(p_b, P_{dec})$

P_{dec}	R_f	$\rho_b=10^{-2}$	$\rho_b=10^{-3}$
10^{-5}	6	14,6	18,4
	10	14,6	18,4
10^{-10}	6	12,4	16,8
	10	12,3	10

Однако применение каскадного кода с внешним кодом РС дает возможность существенно уменьшить длину внутреннего кода, снизив требования к надежности демодуляции сигналов с ГПФМ (к значению P_{dec}). Это позволяет упростить техническую реализацию модулятора и демодулятора сигналов, используемых в системе связи.



Поскольку в каскадном коде применен (в качестве внутреннего кода) оптимальный по Шеннону ансамбль сигналов с ГПФМ, то он по помехоустойчивости не уступает наиболее мощным на сегодня турбокодам [4], кодовые комбинации которого передаются по каналу связи с использованием многопозиционных сигналов при квадратурно-амплитудной или амплитудно-фазовой модуляцией [5]. При одинаковой помехоустойчивости приема сообщений кодовые комбинации турбокодов по сравнению с рассмотренным выше каскадным кодом должны иметь существенно большую длину. Кроме того, при декодировании турбокода должен применяться декодер, алгоритм работы которого основан на использовании сложной итерационной процедуры «мягкого» декодирования принятой кодовой комбинации [4].

Заключение

Применение в системах связи гиперфазовой модуляции – многомерных ансамблей поверхностно-сферических сигналов, а также каскадного кодирования позволяет обеспечить их энергетическую эффективность весьма близкую к энергетической эффективности «идеальной» по Шеннону системы связи, используя для этого сигналы, имеющие сравнительно небольшую длительность и коды Рида-Соломона небольшой длины.

При высокой удельной скорости передачи сообщений по своей энергетической эффективности использу-

емые каскадные коды превосходят современные турбокоды, в которых для передачи кодовых комбинаций по каналам связи применяются многопозиционные сигналы с квадратурно-амплитудной или амплитудно-фазовой модуляцией.

Автор выражает признательность профессору В.П. Дворковичу за внимание к работе и полезные замечания.

Литература

1. Shannon C. Probability of error for optimal codes in Gaussian channel. BellSystemTechn. J., May, 1959. (Перевод статьи «Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале» из книги Шеннона К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Из-во иностранной литературы // Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова).
2. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
3. Быховский М.А. Помехоустойчивость приема оптимальных сигналов, расположенных на поверхности N-мерного шара // Электросвязь, № 3, 2016.
4. Варгуаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. СПб.: БХБ-Петербург, 2013.
5. Прокис Дж. Цифровая связь / Перевод с английского под ред. Д.Д. Кловского, М.: Советское радио, 2000.