

УДК 004.8; 621.396.96

## ОЦЕНКА НАПРАВЛЕНИЯ ПРИХОДА СИГНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

**Шевгунов Т.Я.**, к.т.н., доцент кафедры «Теоретическая радиотехника» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (МАИ), доцент кафедры бизнес-аналитики НИУ ВШЭ, e-mail: shevgunov@gmail.com;

**Ефимов Е.Н.**, инженер НИО-4 Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (МАИ), ведущий инженер ФНЦ «НИИ системных исследований» РАН, e-mail: omeatype@gmail.com;

**Филимонова Д.В.**, студентка факультета «Радиоэлектроника летательных аппаратов» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (МАИ), e-mail: daria-fili@rambler.ru;

**Воскресенский Д.И.**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Радиофизика, антенны и микроволновая техника» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (МАИ), e-mail: voskr@mai.ru.

## ESTIMATION OF DIRECTION-OF-ARRIVAL BY MEANS OF MAXIMUM LIKELIHOOD ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

*Shevgunov T.Ya., Efimov E.N., Filimonova D.V., Voskresenskiy D.I.*

Feedforward artificial neural network based approach to implementing maximum likelihood direction-of-arrival estimator for passive radar systems is proposed. Comparison of the proposed estimator, optimal numerical solution and referenced Cramer-Rao lower bound was carried out; absence of significant dependency of the estimator accuracy in wide angle range is shown.

**Key words:** artificial neural networks, maximum likelihood, parametric estimation, direction-of-arrival method, circular antenna array.

**Ключевые слова:** искусственные нейронные сети, метод максимального правдоподобия, параметрическое оценивание, угломерный метод, кольцевые антенные решетки.

### Введение

В настоящее время среди ученых и исследователей, занимающихся разработкой и совершенствованием алгоритмов цифровой обработки сигналов, предназначенных для исполнения в программных комплексах радиотехнических устройств, обозначились две тенденции: создание высоко оптимизированных алгоритмов, предназначенных для специализированных вычислителей, и построение адаптивных алгоритмов на основе универсальных вычислительных структур. В качестве последних наиболее популярными на протяжении нескольких десятилетий остаются системы, построенные на основе теории и методов искусственных нейронных сетей (ИНС).

Возможности ИНС как платформы для реализации универсальных алгоритмов открывают следующую стратегию их применения. Наиболее затратные и плохо прогнозируемые по объёму вычислений этапы обучения ИНС производится на высокопроизводительной рабочей станции, а в тех случаях, когда производительности последней недостаточно, для обучения ИНС может быть задействован вычислительный кластер. Затем на основе матриц внутренних параметров обученная ИНС воспроизводится на других платформах, входящих в состав вычислительных средств технических комплексов. Такими платформами могут выступать персональ-

Предложен способ формирования оценки пеленга в угломерной пассивной радиолокационной системе с использованием искусственных нейронных сетей прямого распространения сигнала, приближающих оценки по методу максимального правдоподобия. Проведено сравнение точности предложенного способа с оптимальным численным решением и границей Крамера-Рао, установлена независимость точности оценки пеленга в широком диапазоне углов.

ные компьютеры средней производительности, бортовые ЭВМ, критичные к продолжительной вычислительной нагрузке, и специализированные параллельные вычислители, предназначенные для аппаратной реализации ИНС.

В настоящей работе рассматривается задача создания алгоритма для пассивной радиолокационной системы угломерного типа, формирующей оценку пеленга по методу максимального правдоподобия (МП оценка) на основе ИНС прямого распространения сигнала. В научной литературе данный подход освещен слабо: в ведущих отечественной [1] и зарубежной [2] монографиях ИНС данного типа не описаны. В работе [2] была предложена идея создания ИНС, реализующих оценивание параметров по методу максимального правдоподобия, а не аппроксимацию по методу минимизации среднеквадратической ошибки; был предложен алгоритм обучения сети, реализующей только бинарную классификацию, формализованный в дальнейшем в работе [3]. Более строгое математическое обоснование процедуры синтеза и обучения ИНС, предназначенной для осуществления параметрического МП оценивания при известном типе распределения наблюдаемой величины, представ-

лено в работе [4]; там же предложены примеры ИНС, реализующих оценки параметров нормального, логнормального и Рэлеевского распределений. Ранее авторами настоящей работы был предложен подход к синтезу ИНС произвольной топологии на основе универсальных адаптивных элементов [6]. В дальнейших исследованиях [7] предложенная методология была обобщена и стала пригодной для организации процедур обучения ИНС не только на основе минимизации среднеквадратической ошибки, но и других критериев.

Несмотря на существующий скептицизм по отношению к ИНС среди исследователей, решение задачи оценки местоположения посредством применения алгоритмов ИНС в радиолокационных системах (РЛС) в настоящее время начинает набирать популярность в профессиональном сообществе [8]. Среди работ отечественных исследователей необходимо отметить работу [9], авторы которой провели поиск оптимальной конфигурации антенной решетки для оценки направления прихода сигнала с использованием классической ИНС типа «многослойный персептрон».

Настоящая работа подготовлена по материалам доклада [10] и результатов его обсуждения на 19-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение».

### Формирование МП оценки

Пусть требуется оценить значения элементов вектора параметров  $\theta$  на основе наблюдений случайного вектора  $\xi$ . Его плотность вероятности  $p_{\xi}(x; \theta)$  определяется в соответствии с некоторой априорно известной вероятностной моделью, связывающей вектор параметров  $\theta$  с вектором наблюдений  $\xi$ . Оценка вектора  $\theta_{ML}(x)$  по методу максимального правдоподобия представляет собой значение вектора  $\theta$ , при котором достигается максимум функции  $p_{\xi}(x; \theta)$  по параметру  $\theta$  при наблюдаемых в конкретной реализации значениях  $x$  случайного вектора  $\xi$ :

$$\theta_{ML}(x) = \arg \max_{\theta} p_{\xi}(x; \theta). \quad (1)$$

В практическом случае задача оценки по методу максимального правдоподобия состоит в отыскании максимума целевой функции  $T(x; \theta)$ , которой может являться как сама плотность вероятности  $p_{\xi}(x; \theta)$ , так и функция, полученная её монотонной трансформацией, например, логарифмированием. Часто оказывается возможным пойти дальше: разложить выражение для плотности вероятности или её логарифма в сумму или произведение и затем исключить из рассмотрения слагаемые или множители, независимые от оцениваемого вектора параметров [5].

В некоторых редких, но важных случаях, например, таких как нормальное или равновероятное распределение, удаётся получить МП оценку в явной форме, представляющей собой функцию от произвольных значений вектора наблюдений  $x$ . В большинстве практически интересных случаев поиск максимума функции правдоподобия в пространстве вектора  $\theta$  будет приводить к составлению системы нелинейных уравнений относительно его элементов. Поскольку в общем случае получить

решение этой системы в форме аналитической функции от  $x$  не удаётся, то его ищут с использованием численных методов поиска экстремума функции – безусловного или условного, если на вектор параметров наложены дополнительные ограничения.

При проведении серии наблюдений  $\{x_n\}$  случайного вектора  $\xi$  возникает практическая потребность вычислить для каждого наблюдения оценку вектора  $\theta_n$ , что потребует при использовании метода МП многократного проведения итеративной процедуры, что станет препятствием при реализации МП оценщика в системах реального времени. Существенную проблему создаёт тот факт, что число итераций численного алгоритма, используемого для поиска экстремума целевой функции, заранее неизвестно – оно зависит от истинного значения вектора  $\theta$ , наблюдаемой реализации, выбранного начального приближения и параметров самого оптимизационного алгоритма. В дополнение к этому, каждое вычисление оценки посредством численной оптимизации целевой функции требует мониторинга: проверки условий сходимости итеративного процесса и выбора момента остановки алгоритма, а также контроля времени выполнения и потребляемых вычислительных ресурсов.

Рассмотрим подход к формированию МП оценки с ИНС, обладающей архитектурой прямого прохождения сигнала, вполне характеризующей набором внутренних параметров  $w$ . На вход сети подаётся вектор наблюдений  $x$ , а на своём выходе сеть формирует вектор оценок  $\theta_{NN}$ . Такая ИНС сможет заменить алгоритм минимизации целевой функции  $T(x; \theta)$ , если решения  $\theta_{NN}$ , предлагаемые обученной сетью, будут хорошим приближением оценок максимального правдоподобия  $\theta_{ML}$ , получаемых непосредственно с использованием алгоритма минимизации.

Так при использовании квадратичной нормы при вычислении ошибки скалярную меру близости  $\varepsilon(x)$  двух оценок, вычисленных по наблюдению  $x$ , можно выразить как:

$$\varepsilon(x) = (\theta_{ML}(x) - \theta_{NN}(x))^H W (\theta_{ML}(x) - \theta_{NN}(x)), \quad (2)$$

где  $\theta_{NN}$  и  $\theta_{ML}$  – вектор-столбцы, «H» обозначает эрмитово сопряжение, а через  $W$  обозначена весовая матрица. Так, в случае выбора в качестве неё единичной матрицы  $\varepsilon(x)$  будет измерять Евклидово расстояние между векторами, а в случае произвольной положительно определенной – расстояние Махаланобиса [12]. Выбор в качестве  $W$  диагональной матрицы с положительными элементами позволит учесть относительный вклад каждого компонента вектора оцениваемых параметров в общую ошибку. С практической точки зрения этот случай наиболее прост в реализации, если компоненты вектора оценки имеют разные физические единицы измерения или разные масштабы изменения, и может быть вполне строго обоснован, если между компонентами вектора оценки  $\theta$  отсутствует корреляция, а также в том случае, когда не делается каких-либо предположений об их совместных распределениях.

На рис. 1 представлена параллельная схема обучения сети, в которой оптимизационный алгоритм, вычисляющий оценку максимального правдоподобия (ОМП), функционирует параллельно с ИНС.

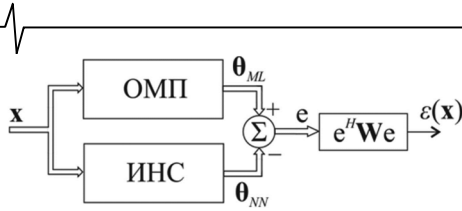


Рис. 1. Параллельная схема включения ИНС для её обучения

Задача обучения представленной сети состоит в том, чтобы за счёт подбора параметров  $w$  минимизировать на обучающем множестве примеров  $\Lambda$  суммарную среднеквадратическую ошибку  $J$ :

$$J = \sum_{n \in \Lambda} \varepsilon(\mathbf{x}_n). \quad (3)$$

Недостатком данного решения является необходимость вычисления оценок по методу максимального правдоподобия для всех примеров тестового множества. Более того, нетрудно предположить, что в том случае, если примеры тестового множества  $\Lambda$  создаются на основе модели специально для обучения сети по известным значениям вектора параметров  $\theta$ , лучший результат обучения будет получен, если вместо его оценки  $\theta_{ML}$  использовать непосредственно истинные значения  $\theta$ .

Для построения нейронной сети, формирующей на своём выходе оценку максимального правдоподобия, рассмотрим альтернативную каскадную схему включения сети в процесс формирования оценки, изображенную на рис. 2.

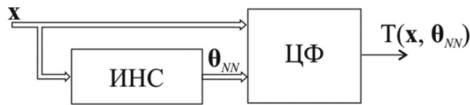


Рис. 2. Каскадная схема включения ИНС для её обучения

Входной вектор  $x$  подается на вход блока ИНС и один из входов блока вычисления целевой функции (ЦФ). Вектор параметров  $\theta_{NN}$ , сформированный на выходе блока ИНС, поступает на другой вход блока вычисления целевой функции. При такой схеме включения задача обучения сети заключается в достижении такого набора её внутренних параметров (весов  $w$ ), который обеспечит для каждого примера из обучающего множества формирование такой оценки вектора параметров  $\theta_{NN}$ , которая доставит максимум целевой функции  $T(x, \theta)$ .

В том случае, если целевой функцией является логарифм функции максимального правдоподобия  $p_\zeta(x; \theta)$  интегральной оценкой качества на обучающем множестве примеров  $\Lambda$  будет сумма максимумов:

$$G = \sum_{n \in \Lambda} T(\mathbf{x}_n, \theta_{NN}(\mathbf{x}_n)). \quad (1)$$

Такой способ формирования интегральной оценки позволяет построить схему обучения ИНС на основе подходящего обобщения метода обратного распространения ошибки. Заметим при этом, что не требуется знать ни истинное значение вектора параметров  $\theta$ , ни его МП оценки  $\theta_{ML}$ , полученной численным методом. Для обучения сети достаточно, чтобы градиент целевой функции  $\nabla_\theta T = \text{grad}\{T(x, \theta)\}$  по вектору параметров  $\theta$  мог быть представлен в форме аналитического выражения или, по крайней мере, был вычисляемым по схе-

ме конечных разностей на основе значений самой функции  $T$ .

Представим градиент целевой функции по вектору весов  $w$  в нейронной сети в форме вектор-столбца:

$$\nabla_w T(\mathbf{x}, \theta_{NN}(\mathbf{x})) = \left\{ \frac{\partial T(\mathbf{x}, \theta_{NN}(\mathbf{x}))}{\partial w_k} \right\}^T, \quad (5)$$

компоненты которого вычисляются по правилу производной сложной функции:

$$\frac{\partial T(\mathbf{x}, \theta_{NN}(\mathbf{x}))}{\partial w_k} = \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{\partial T(\mathbf{x}, \theta_{NN}(\mathbf{x}))}{\partial \theta_m} \cdot \frac{\partial \theta_m}{\partial w_k} \right\}, \quad (6)$$

где  $\partial T(\mathbf{x}, \theta_{NN}) / \partial \theta_m$  – частная производная целевой функции по  $m$ -ой компоненте вектора параметров  $\theta_{NN}$ , а  $\partial \theta_m / \partial w_k$  – частная производная  $m$ -го выхода нейронной сети по  $k$ -му элементу вектора весов  $w$ .

Поскольку каждое слагаемое в (6) ограничено сверху, достижение максимума  $G$  обеспечивается максимизацией каждого из его слагаемых. Для этого изменение вектора весов ИНС  $w$  при обучении необходимо проводить в направлении роста целевой функции  $T$ , т.е. в направлении градиента. При использовании пакетного режима обучения и методов первого порядка, уравнение обновления вектора весов имеет вид:

$$\mathbf{w}^{q+1} = \mathbf{w}^q + \mathbf{L}(q) \sum_{n \in \Lambda} \nabla_w T(\mathbf{x}_n, \theta_{NN}(\mathbf{x}_n)), \quad (7)$$

где  $\mathbf{L}(q)$  – квадратная матрица, определяющая скорость обучения в  $q$ -ю эпоху по каждому из весов  $w_k$ . Так при простейшей реализации метода градиентного спуска, матрица  $\mathbf{L}(q)$  выбирается диагональной, на главной диагонали которой размещаются не изменяющиеся во времени обучения одинаковые элементы.

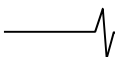
Для достижения лучшего приближения оценки обученной ИНС, а также для сокращения времени обучения следует использовать методы обучения второго порядка и смешанных порядков [13]. Выбор для обучения ИНС метода Левенберга-Марквардта [6] приводит к процедуре обновления:

$$\mathbf{w}^{q+1} = \mathbf{w}^q + \left\{ \sum_{n \in \Lambda} [\nabla_w T(\mathbf{x}_n, \theta) \times \nabla_w^T T(\mathbf{x}_n, \theta)] + \mu(q) \mathbf{I} \right\}^{-1} \nabla_w T(\mathbf{x}_n, \theta), \quad (8)$$

где через  $\mathbf{I}$  обозначена единичная матрица размера  $N$ ,  $\mu(q)$  – комбинационный коэффициент, определяющий вклад компоненты наискорейшего спуска в приближение матрицы, обратной матрице Гессе.

### Оценка направления прихода радиосигнала

Задача определения направления прихода сигнала состоит в оценке двух углов: пеленга  $\alpha$  и угла места  $\beta$  – между направлением прихода фронта электромагнитной волны и опорным направлением. Модель рассматриваемой задачи включает в себя источник радиоизлучения (ИРИ) и узкобазовую пассивную РЛС [15], в которой реализуется радиопеленгационный (direction-of-arrival) метод [16] определения местоположения. В настоящем исследовании был рассмотрен двумерный случай, в котором оценивается только один параметр – пеленг. Для



формирования оценителя, приближающего МП оценки пеленга, на основе методологии адаптивных элементов [6], была синтезирована ИНС прямого распространения сигнала. Структуры ИНС представлена на рис. 3.

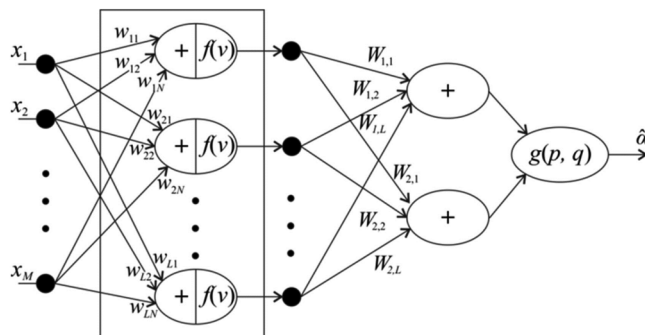


Рис. 3. Структурная схема ИНС.  $W$  и  $w$  – веса выходного и скрытого слоев соответственно

На вход ИНС подается вектор признаков  $X$ , элементы которого представляют собой разности времени прихода сигналов, принимаемых точками приёма антенной системы (АС), входящей в состав РЛС. На своём выходе ИНС формирует искомую оценку  $\hat{\alpha}$  пеленга. В нейронах внутреннего слоя использованы сигмоидальные функции активации

$$f(v) = \frac{1}{1 + \exp(-v)}. \quad (9)$$

Функция активации нейрона выходного слоя  $g$  представляет собой функцию аргумента комплексного числа, вычисляющую угол вектора, заданного в декартовых координатах:

$$g(p, q) = \arg(p + jq). \quad (10)$$

Было проведено численное моделирование для кольцевой АС, состоящей из 7 точек приёма: по три точки расположены на двух концентрических кольцах, одна точка – в центре системы. Для обучения сети было синтезировано множество обучающих примеров, охваты-

вающих диапазон пеленгов от  $-45$  градусов до  $225$  градусов с шагом  $1$  градус. Каждый пример представляет собой вектор задержек, вычисленный на основе аналитической модели АС.

Каждая ИНС из семейства сетей, имеющих представленную на рис. 3 структуру и отличающихся размером скрытого слоя, была обучена методом Левенберга-Марквардта в соответствии с правилом (8). После завершения обучения выполнен анализ остаточной ошибки на обучающем множестве, по результатам которого была выбрана ИНС, содержащая в скрытом слое 12 нейронов.

Практический интерес представляют результаты сравнения точности оценок пеленга, получаемых с использованием ИНС, и оценок, вычисляемых путем применения численных методов для непосредственной максимизации функции правдоподобия. На рис. 4 представлены зависимости точности, измеряемой среднеквадратическим отклонением (СКО), от отношения сигнал-шум (ОСШ). Каждая оценка получена путем усреднения 10000 результатов опытов. Также на рис. 4 представлена нижняя граница Крамера-Рао, аналитическое выражение которой для концентрической многокольцевой кольцевой АС было получено в работе [17].

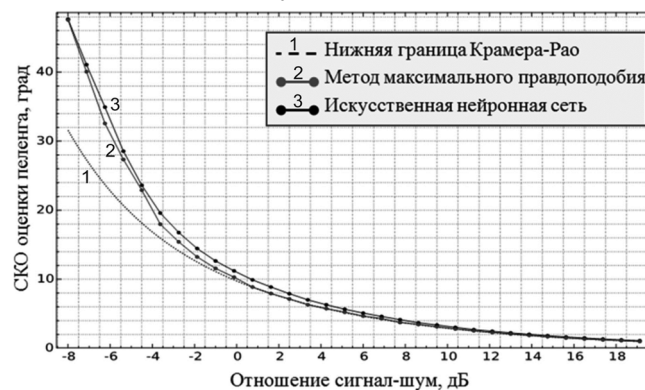


Рис. 4. Зависимость точности пеленга от отношения сигнал-шум

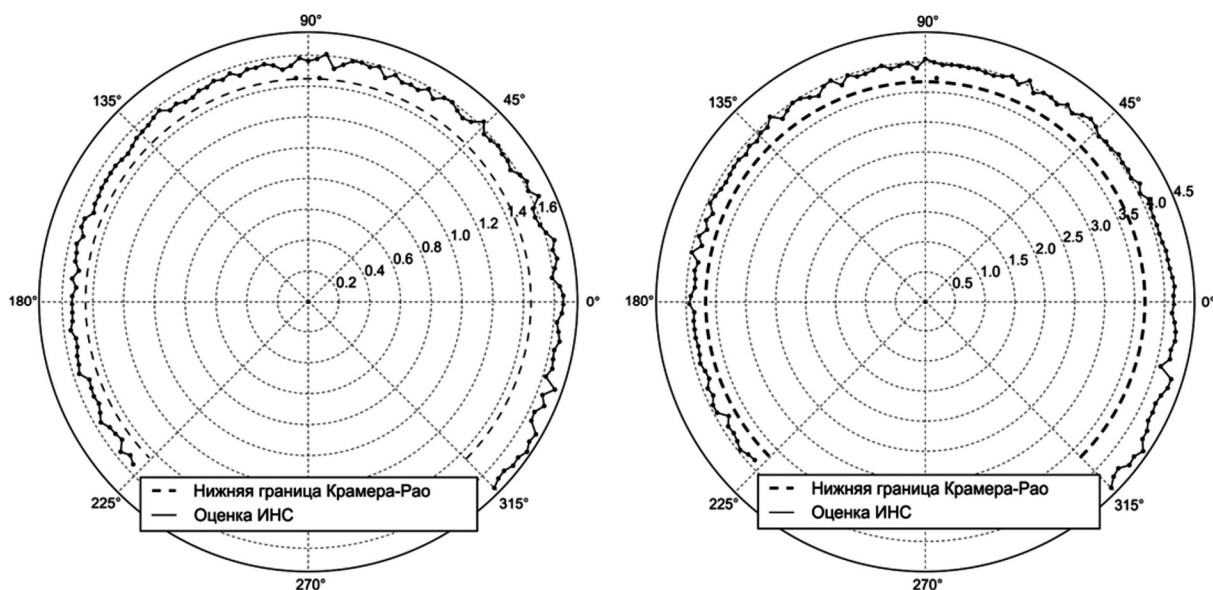


Рис. 5. Точность оценки пеленга в зависимости от его истинного значения для отношений сигнал-шум: 8 дБ (слева) и 10 дБ (справа)

Таблица 1. Сравнительный анализ вычислительных затрат оценщиков

| Параметр                                                        |       | ИНС                                               | Численный алгоритм оптимизации                                  |
|-----------------------------------------------------------------|-------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Количество вычислительных операций                              |       | Определяется количеством нейронов в структуре ИНС | Определяется функцией правдоподобия и числом итераций алгоритма |
| Зависимость времени вычисления от выбора начального приближения |       | нет                                               | да                                                              |
| Время единичной оценки пеленга                                  |       | 2,74 мс.                                          | 33,4 мс.                                                        |
| Время на обучение                                               |       | 1,32 мин.                                         | нет                                                             |
| Увеличение СКО к нижней границе Крамера-Рао                     | -4 дБ | 30 %                                              | 26 %                                                            |
|                                                                 | 0 дБ  | 13 %                                              | 4 %                                                             |
|                                                                 | 10 дБ | 9 %                                               | 2 %                                                             |

Анализ зависимостей на рис. 4 позволяет отметить, что с увеличением ОСШ, МП-оценки, одна из которых получена с использованием ИНС, а другая – с использованием численной оптимизации, асимптотически приближаются к нижней границе Крамер-Рао, минимально достижимой в рамках данной модели СКО. Оценка, получаемая с использованием ИНС, обладает меньшей точностью, чем оценка численного метода, однако СКО возрастает не более чем в 1,1 раза в диапазоне ОСШ от – 8 до 10 дБ.

В результате проведенного численного моделирования также было установлено, что значимая зависимость точности, получаемой с использованием ИНС оценки пеленга, от истинного его значения отсутствует. На рис. 5 представлены зависимости СКО оценки пеленга в секторе обзора шириной 270 градусов для двух значений ОСШ. Основные результаты сравнительного анализа вычислительных затрат алгоритмов представлены в табл. 1. Оценка временных затрат приведена при выполнении вычислений на персональном компьютере, оснащённом процессором Intel Core i 52.0 ГГц и 4 ГБ ОЗУ. Отметим, что время на обучение ИНС затрачивается однократно.

### Заключение

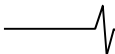
Применение ИНС для эффективного приближения МП оценок позволило создать алгоритм оценки пеленга в пассивной РЛС, реализация которого требует значительно меньше вычислительных ресурсов по сравнению с максимизацией функции правдоподобия посредством итеративного численного алгоритма. Результаты проведенного численного моделирования показывают, что вычисление единичной оценки с использованием ИНС требует в 12 раз меньше времени по сравнению с методами численной оптимизации. При этом для вычисляемых посредством ИНС оценок пеленга отсутствует зависимость от его истинного значения в широком диапазоне углов. Снижение точности оценки по сравнению с методом максимального правдоподобия составляет не более 10 % в диапазоне ОСШ от – 8 дБ до 18 дБ.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке*

*ке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-00395 «мола».*

### Литература

1. Галушкин А.И., Нейронные сети. Основы теории – М.: Горячая Линия-Телеком, 2012 – 496 с.
2. Хайкин С., Нейронные сети: полный курс, 2-изд., испр.: Пер. сангл. – М.: ООО «ИД. Вильямс», 2006. – 1104 с.
3. Baum E., Supervised Learning of Probability Distributions by Neural Networks // American Institute of Physics, 1988, pp. 52–61.
4. Setiono R., A neural network construction algorithm which maximizes the likelihood function // Connection Science, vol. 7, no. 2, 1995, pp. 147–166.
5. C. Cervellera, D. Maccio, M. Muselli, Deterministic learning for maximum-likelihood estimation through neural networks // IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 19, no. 8, 2008, pp. 1456–1467.
6. Ефимов Е.Н., Шевгунов Т.Я., Построение нейронных сетей прямого распространения с использованием адаптивных элементов // Журнал радиоэлектроники, М.: ИРЭ РАН, №8, 2012.
7. Ефимов Е.Н., Филимонова Д.В., Шевгунов Т.Я. Применение нейронных сетей прямого распространения для формирования оценок параметров по методу максимального правдоподобия // Научные технологии. М.: Радиотехника. 2015. № 8. С. 42-47.
8. Татузов А.Л., Нейронные сети в задачах радиолокации. – М.: Радиотехника. 2009. – 432 с.
9. Строцев А.А., Ломанцова Ю.А., Оценка влияния топологии антенной решётки пеленгатора на качество функционирования нейронной сети, формирующей оценку пеленга // 19-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение», М.: ИПУ РАН, 29-31 марта 2017, С. 818–822.
10. Шевгунов Т.Я., Ефимов Е.Н., Филимонова Д.В., Синтез искусственных нейронных сетей прямого распространения, приближающих оценки максимального правдоподобия // 19-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение», М.: ИПУ РАН, 29-31 марта 2017, С. 818–822.



11. Kay S.M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. – Upper Saddle River. – Prentice Hall, 1993.
12. Большаков А.А., Каримов Р.Н., Методы обработки многомерных данных и временных рядов, 2-е изд., М.: Горячая линия – Телеком, 2014.
13. R. Battiti, First- and Second-Order Methods for Learning: Between Steepest Descent and Newton's Method // Neural Computation, 1992, Vol. 4, № 2, pp. 141–166.
14. D. W. Marquardt, An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters // J. Soc. Ind. Appl. Math., vol. 11, 1963, pp. 431–441.
15. Дубровин А. В., Сосулин Ю. Г. Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения пассивной системой, состоящей из узкобазовых подсистем // Радиотехника и электроника, 2004, т. 49, № 2, С. 156–170.
16. Zekavat R., Buehrer R. M., Handbook of Position Location: Theory, Practice and Advances. – Wiley-IEEE Press, 2011.
17. Дубровин А.В. Потенциальная точность пеленгования комплексами с антенными решетками, имеющими конфигурацию в виде набора произвольного числа колец // Радиотехника и электроника, 2006, т. 51, №13, С. 268–270.