УДК 681.391

О НОВОМ ЭТАПЕ РАЗВИТИЯ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ТЕОРИИ КОДИРОВАНИЯ

***Золотарёв В.В.**, д.т.н., профессор кафедры ВПМ Рязанского государственного радиотехнического университета и Института космических исследований РАН, e-mail: zolotasd@yandex.ru.*

ABOUT NEW STAGE OF DEVELOPING OF OPTIMIZING CODING THEORY

Zolotarev V.V.

The results obtained during the 25-year evolution of the error-correction coding optimization theory (OT) and multithreshold decoding (MTD) methods, which have been created on its basis, are presented. Research results on MTDs and other error-correction methods for binary and non-binary codes used to send messages over channels with binary, symbolic errors and erasures are presented. It is shown MTDs simply decode very long codes, which are the only ones capable of supporting the effective implementation of error correction at high channel noise levels. The methodological basis of the OT and the new paradigms for successful research into the theory and applied issues of error-correction coding are discussed. General conclusions are formulated on the study, and directions for further development of work on MTD are suggested.

Key words: communication systems, data storage systems, error-correction coding, computer simulation, self-orthogonal codes, concatenated codes, multithreshold decoders, coding gain, communication channel.

Рассмотрены новые результаты основных кластеров параметров алгоритмов декодирования, построенных на основе оптимизационной теории (ОТ) кодирования. Обсуждаются главные характеристики многопороговых декодеров для двоичных гауссовских, недвоичных, стирающих и других каналов. Указано на большие возможности блокового алгоритма Витерби. Подчёркиваются перспективы дивергентного кодирования. Отмечается группа алгоритмов прямого контроля метрики. Обсуждается ценность основных парадигм ОТ. Определяются основные пути развития теории кодирования на ближайшие годы и на перспективу.

Ключевые слова: телекоммуникационные системы, системы хранения данных, помехоустойчивое кодирование, компьютерное моделирование, самоортогональные коды, каскадные коды, многопороговые декодеры, энергетический выигрыш кодирования, канал связи.

Введение

В 2015 году исполнилось 25 лет со дня защиты диссертации [1], в которой для очень простых по сегодняшним меркам кодов были доказаны многие основные результаты, которые позднее были систематизированы и представлены в полном объеме в Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования [2-6, 10-13, 16-21]. Она развивалась на основе идей мажоритарного декодирования [8]. Оптимизационная Теория (ОТ) создала новые технологии итеративной коррекции ошибок декодирования, базовые методы которой были запатентованы ещё в 1972 г. [25]. Сейчас именно ОТ и только её парадигмы определяют практически все улучшения в характеристиках декодирования для классических моделей каналов.

В настоящее время все основные этапы создания, исследования и проектирования многопороговых декодеров (МПД) проводятся на основе специальных мощных оптимизационных процедур, эффективность и сложность которых быстро растут. При этом сложность самих методов МПД, разработанных на основе ОТ, остаётся минимальной, по-прежнему растущей всего лишь линейно с длиной кода. Но эффективность декодирования на базе МПД оказывается совпадающей с возможностями переборных, т.е. наилучших возможных методов даже для больших уровней искажений в канале связи. Отметим в связи с этим, что в современных сложных научных изысканиях невозможно переоценить значение теорий оптимизации как таковых. Уже весьма давно, например, считается общеизвестной истиной [27], что роль оптимизационных теорий в математике столь же велика, как и роль математики вообще в науках.

Благодаря применению ОТ с увеличением числа итераций коррекции ошибок и появлением кодов со всё меньшей степенью подверженности размножению ошибок (РО) возможности МПД существенно растут при сохранении весьма небольшой сложности самого алгоритма. К настоящему времени характеристики многопороговых декодеров по сравнению с другими методами при всех практически интересных для техники связи параметрах систем уже стали существенно лучше [2-6]. Ниже сначала рассмотрены возможности МПД, соответствующих главным кодовым кластерам (типичным наборам параметров кодов и моделей каналов) [10-13, 22-26, 28-36], а затем состоится обсуждение представленных результатов.

Гауссовские каналы

Рассмотрим характеристики основных алгоритмов декодирования в гауссовском канале при кодовой скорости R=1/2, представленные на рис. 1. На нем показаны в традиционном виде зависимости вероятности ошибки на бит $P_b(e)$ различных алгоритмов декодирования как функции от уровня битовой энергетики канала E_b/N_0 в децибелах. Вертикаль C=1/2 отмечает уровень шума, при котором пропускная способность гауссовского канала равна кодовой скорости C=R=1/2. Пунктир P_0 отмечает вероятность ошибки при отсутствии кодирования. Граница АТ указывает на предельные возможности турбо кодов, которые, однако, до сих пор не могут быть воплощены в характеристики аппаратуры из-за сложности алгоритмов этого класса. Кривая VA:K7 отражает эффективность повсеместно применяемого алгоритма Витерби (АВ) для свёрточных кодов с длиной кода K=7, а зависимость CC:VA*RS соответствует каскадной схеме на основе АВ и кода Рида-Соломона [9, 38]. Кривая LDPC приведена для min-sum декодера кода с низкой плотностью проверок на четность (LDPC) стандарта DVB-S2 длиною 64800 битов, реализованного в НИИ Радио [46]. График TR представляет реальные возможности декодера для турбо кода длиною 3060 битов стандарта CDMA2000.

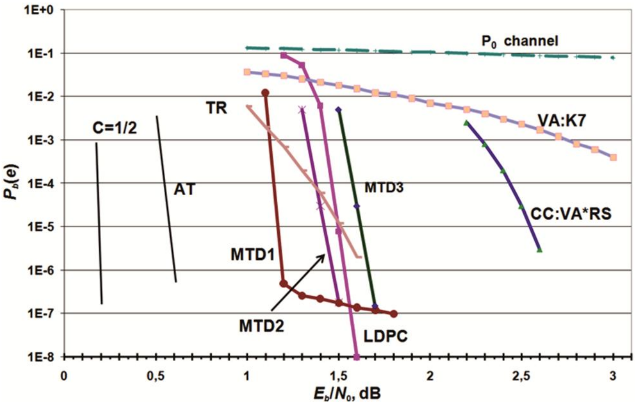

Рис. 1. Характеристики основных алгоритмов декодирования в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) при кодовой скорости R=1/2

МПД алгоритм в свёрточном варианте реализации в двоичном гауссовском канале и 4-х битовом квантовании сигнала в демодуляторе показан на рис. 1 на графике MTD1. В настоящее время он практически столь же оптимально, как и переборные алгоритмы, декодирует длинные коды при очень низкой энергетике гауссовского канала E_b/N_0=1,2 дБ, когда до его пропускной способности C оказывается всего лишь около 1 дБ [3-4, 28]. Таким образом, МПД1 работает при таком уровне шума, когда мощность передатчика только на ~26 %, т.е. лишь на четверть превышает её уровень при C=1/2. Для работы декодера требуется не более I=192 итераций. Величина задержки декодирования для построенного кода с малым РО и с кодовым расстоянием d=21 составляет менее 8 Мбит кодовых символов. Объём собранной статистики для всех точек этого графика превышает $2{,}3\cdot10^9$ битов.

Далее, при незначительном снижении уровня шума до E_b/N_0=1,5 дБ для МПД уже нужны лишь I=90 итераций и задержка решения свёрточного декодера около 1 Мбит, как это показывает график MTD2. А при E_b/N_0=1,8 дБ обычный МПД декодер с 40 итерациями (кривая MTD3) оказывается лучше несравненно более сложной последовательной каскадной схемы алгоритма Витерби (АВ) с декодером кода Рида-Соломона (РС), при всего лишь втрое большей задержке. Не в последнюю очередь надо помнить, что эта каскадная схема имеет ещё и на ~0,6 дБ (на 12,5 %) меньшую кодовую скорость R, чем у рассматриваемых МПД алгоритмов, что ещё более наглядно показывает преимущества алгоритмов, созданных в соответствии с ОТ.

Детальное сравнение МПД декодеров и других основных алгоритмов для гауссовских каналов, которые относительно успешно развиваются исследователями кодирования у нас и в зарубежье, показывает, что к характеристикам МПД при E_b/N_0~1,2 дБ за последнее десятилетие даже не приблизились никакие алгоритмы типа LDPC, турбо или какие-либо ещё методы с сопоставимой сложностью декодирования. Реальные их характеристики за последнее десятилетие так и не преодолели условную границу энергетики E_b/N_0~1,5 дБ даже с использованием каскадных схем, что при такой близости к границе Шеннона является огромной разницей по сравнению с первым графиком для МПД. В настоящее время нет никаких указаний на то, что эта граница будет преодолена при разумном уровне сложности декодирования. Отметим здесь только, что и структура любых схем кодирования на базе свёрточных МПД декодеров при аппаратной реализации всегда гораздо проще, чем у других методов как на передающей, так и, особенно, на приёмной стороне.

Далее, МПД алгоритмы могут быть реализованы аппаратно так, что они становятся как бы однотактной решающей схемой мгновенного действия. А это приводит к тому, что, как и все алгоритмы, МПД декодеры создают задержку решения, но совершенно не снижают скорости работы любого устройства, в составе которого они работают. В итоге получаем, что представленные выше реализации МПД алгоритмов обеспечивает в аппаратуре любую произвольно высокую производительность, что принципиально невозможно для других методов. Это происходит согласно [16, 21, 28] так, словно кодовая последовательность просто поступает в декодер и без какой-либо обработки с той же предельно высокой скоростью обычного сдвига данных в чипе, с какой она была введена в декодер, выходит из него, но уже почти без ошибок в информационной части принятого сообщения. Кроме того, и структура связей между ячейками в аппаратном МПД декодере много проще, чем у прочих алгоритмов. Он более, чем на 99 % состоит из простейшей памяти на длинных регистрах сдвига, что дополнительно облегчает его создание и отладку [38]. Такое свойство свёрточного МПД естественно назвать максимальной аппаратной теоретической производительностью. Поэтому, даже просто сопоставимого с алгоритмами МПД быстродействия другие алгоритмы коррекции достичь не могут в принципе. Но при этом МПД декодеры, как было показано выше, ещё и работают при таком уровне шума, при котором неработоспособны прочие методы. А так как эта область уже очень близка к пропускной способности канала типа АБГШ, то разница с другими методами, составляющая несколько десятых децибел, оказывается принципиальной и на самом деле очень значимой, непреодолимой, определяющей и перспективы развития алгоритмов МПД в будущем. Наконец, отметим, что и абсолютная разница в числе итераций в пользу МПД там, где прочие алгоритмы всё-таки ещё работают, также весьма значительна. Причём, сложность каждой итерации у декодеров МПД, в которых лишь суммируются небольшие целые числа, тоже существенно меньше. А в случае программной реализации методов МПД за счёт хранения вычисленных сумм на пороговом элементе (ПЭ) каждая итерация вообще превращается в простую проверку значений этих сумм, на что обычно требуется не более 1-2 операций сравнения [2-4]. Совокупность перечисленных преимуществ алгоритмов МПД в двоичных каналах с АБГШ перед прочими методами столь значима, что МПД декодеры как продукт ОТ к настоящему моменту стали абсолютными лидерами в мировом конкурсе прикладных достижений в одном из главных кластеров разработок систем кодирования как по совокупности параметров сложности, быстродействия и помехоустойчивости, так и по всем им в отдельности.

Указанное соотношение по эффективности и сложности реализации между различными декодерами полностью подтверждается и результатами работы демо-программ для различных декодеров, представленных на наших уникальных сетевых порталах [29], которые полностью соответствуют всем рассмотренным выше соотношениям свойств между алгоритмами. В частности, например, МПД алгоритм в программной демоверсии при весьма высоком уровне шума исправляет все ошибки до оптимального (переборного!) уровня всего за 10 итераций на ПК с процессором Core-i7 на тактовой частоте ~3 ГГц на скорости более 16 Мбит/с! И пока что не просматривается никаких путей для каких-либо других алгоритмов коррекции ошибок, чтобы хотя бы приблизиться по своим характеристикам простоты реализации, быстродействия и энергетической эффективности к возможностям МПД.

Символьные коды

В высшей степени ценным для ОТ, теории кодирования и различных прикладных цифровых систем передачи, обработки, хранения и восстановления данных стало открытие в 1984 году и к настоящему времени уже полное исследование нашей научной школой символьных кодов [1-4, 6, 12, 14-15, 18, 21, 22, 38-40, 47], реализация символьного многопорогового декодирования (QМПД) которых также чрезвычайно проста, как и в случае двоичных их аналогов.

Строго говоря, впервые эти недвоичные коды с мажоритарным декодированием рассмотрел Дж. Месси (J. Massey), который доказал теоремы 1-4 для них в [8]. Но затем он очень негативно оценил возможности таких кодов в разделах 1.2, 6.2, 6.5, 6.6 и 8.2 этой же книги и больше уже никогда не занимался этой темой. При этом нам до сих пор неизвестны другие сколько-нибудь содержательные работы по мажоритарному декодированию недвоичных кодов, а тем более публикации по итеративным алгоритмам для них.

Рассмотрим возможности недвоичных кодов. На рис. 2 представлены характеристики декодеров кодов Рида-Соломона (РС) и QМПД при кодовой скорости R=1/2. По горизонтальной оси отложены вероятности ошибки на символ при различных размерах алфавита q, $q=2^8$=256 и $q=2^{16}$=65536. По вертикальной оси откладываются вероятности ошибки декодера на символ $P_d(s)$ для любых q. График P_0 показывает вероятность ошибки в симметричном недвоичном канале qСК. Кривая RS2^8 даёт представление о возможностях кода РС с (n, k, d) параметрами (255, 128, 128), в котором размер символа соответствует одному байту. Далее пунктир RS-Su2^8 соответствует нижней оценке возможностей довольно сложного декодера для этого же кода, предложенного Суданом [37]. График RS2^16 относится к коду РС длины 65535, который ещё долго будет считаться очень сложным в реализации.

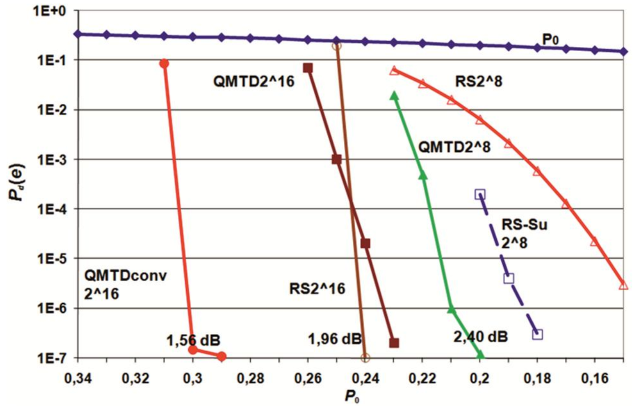

Рис. 2. Характеристики основных алгоритмов декодирования в q-ичном симметричном канале при кодовой скорости R=1/2

К настоящему времени для символьных кодов получены все основные оценки характеристик декодирования и детально проработана их общая теория как для блоковых, так и для свёрточных кодов. Они могут полностью заменить коды РС во всех возможных приложениях, выигрывая у них и у других потенциальных конкурентов все конкурсы по достоверности и быстродействию [12, 38-40]. Причиной этого преимущества являются возможность выбора любой длины этих символьных кодов, которая совершенно не зависит от алфавита выбранного кода q. И, самое главное, символьные коды, как и двоичные, также обеспечивают фактически оптимальное декодирование (эквивалентное переборному!) при использовании простейших мажоритарных методов даже при достаточно большом уровне шума. Это оказалось возможным благодаря очень точной и удачной модификации недвоичного ПЭ по сравнению с двоичным [3-6, 12, 18, 19, 22, 28, 29, 38-40, 47]. При этом сложность символьного МПД (QМПД), как и в двоичном случае, оказывается теоретически минимальной, линейной от длины кода.

Полезность символьных кодов становится особенно важной и впечатляюще значимой, если вспомнить, что для недвоичных кодов фактически вообще невозможно создать сколько-нибудь работоспособный алгоритм Витерби, сложность которого в большинстве случаев будет порядка ~q^K, где q – размер алфавита, K – длина кода в символах. Например, для кода с R=1/2 уже при q≳32 и K≥7 число отслеживаемых в таком АВ путей превысит миллиард, а характеристики будут слабее, чем у кода Рида-Соломона (РС).

Вспомним теперь, что за 50 лет развития недвоичных кодов РС, которые надолго и вполне заслуженно имели широкое поле приложений, ничего реально эффективнее их для недвоичных алфавитов придумано не было. Но реально применяемые коды РС для каскадных схем, оптических дисков и прочих систем относятся к коротким кодам и поэтому малоэффективны. Методы Судана [37, 47], позволяющие несколько снизить вероятность ошибки в кодах РС по сравнению со стандартными алгоритмами, также не решили проблему малой эффективности этих кодов даже за счёт весьма значительного усложнения процесса коррекции ошибок,

С другой стороны, большое число публикаций, диссертаций, в том числе и докторских, а также демопрограммы для символьных МПД свидетельствуют, что длинные символьные коды с простейшей реализацией и быстродействием до десятков Мбит/с эффективно работают при вероятностях ошибок, кратно превосходящих уровень допустимых вероятностей для кодов РС [1-4, 6, 14, 15, 28, 29].

В качестве важнейшего на текущий момент прикладного результата, который имеет серьёзную идеологическую поддержку со стороны ОТ, можно указать на недавнее достижение символьными свёрточными МПД с кодовой скоростью R=1/2 для q=2^{16} особо высокой помехоустойчивости даже в qСК канале с вероятностью ошибки P_0=0,3, как показано на рис. 2 в виде графика QMTDconv2^16 [47, 53]. Этот уровень шума недостижим при R=1/2 даже для кодов РС в поле GF(2^{16}), реализовать декодер для которых исключительно сложно, а из-за невысоких характеристик декодирования и бесполезно. Можно также указать в связи с этим на то, что скорости работы символьных МПД действительно очень велики, и благодаря крайне простой идее их реализации на самом деле могут достигать очень высоких значений [12, 14, 15, 18, 21, 22]. График QMTD2^8 для символьного кода длины 8000 байтов при q=256 эффективнее короткого кода РС с декодером Судана [37]. Сложность программной версии QMTD2^8 (для того же процессора) определяется скоростью декодирования, равной ~300 Кс/с (Кс – Килосимволы), которая, конечно, огромна. Менее чем за 1 час набирается статистика на более чем миллиард символов, что может составить до $3{\cdot}10^{10}$ битов. Читателям доступна также демопрограмма QMTD для малоизбыточного символьного кода с R=0,95 с простой инструкцией по настройке параметров и использованию [29]. Она работает на том же процессоре Core-i7 при очень высоком уровне шума для этого значения R со скоростью порядка 40 Мбит/с.

Символьные МПД на много лет вперёд полностью решили все проблемы цифрового мира по передаче и, особенно, хранению и восстановлению цифровых данных в любых информационных системах в диапазоне кодовых скоростей R=0,5-0,98.

Стирающие каналы

Обратимся ещё к одной важной области теории кодирования, которая создаёт и изучает декодеры для каналов со стираниями. Однако до применения к ней методов ОТ и алгоритмов МПД результаты для этих каналов были крайне скромны у всех методов [1, 2, 4, 8, 30, 31, 47]. Основной причиной этого было, конечно, гораздо большее внимание специалистов именно к каналам с ошибками. Собственно, именно поэтому исследования декодеров для стирающих каналов были как бы в тени, а их характеристики весьма далеки от допускаемых теорией пределов эффективной работы этих алгоритмов.

Ограничимся только кратким рассмотрением тех характеристик МПД, которые показаны на рис. 3. Из последних результатов в этой области следует, что для восстановления стираний методами МПД [1-4, 30, 53, 54] при R=1/2 необходим свёрточный код с минимальным кодовым расстоянием d≥21 и особенно малым группированием своих неправильных решений при декодировании, т.е. с минимальной подверженностью эффекту РО. Соответствующий МПД алгоритм с таким кодом, представленный графиком MTD05, успешно восстанавливает поток стёртых (любых!) символов с вероятностью независимых стираний P_{es}=0,48 в канале до уровня вероятности оставшихся невосстановленных символов $P_s(s)$~$3{\cdot}10^{-7}$. Таким образом, в канале с пропускной способностью C=0,52 МПД алгоритм успешно работает при отношении R/C~0,961, что является абсолютно уникальным достижением для процедур восстановления стираний. При этом скорость работы соответствующей МПД демопрограммы при I=90 итерациях коррекции была равна 95 Кс/с. Другие быстрые методы восстановления стираний при R=1/2 для таких уровней искажений на входе декодера неизвестны. График MTD45 соответствует свёрточному коду с R=4/5, с которым МПД при P_{es}≤0,19 успешно работал при R/C≈0,988 [47]. Такой результат также крайне труден для повторения какими--либо другими алгоритмами коррекции стираний. Графики MTD05-s и MTD45-s для гораздо более простых алгоритмов этого типа также соответствуют той области искажений символов в канале, в которой декодеры для кодов РС совершенно неработоспособны [47, 53]. Основной вывод по этому разделу состоит в том, что и в стирающих каналах алгоритмы МПД тоже не имеют равных по простоте реализации и эффективности декодирования.

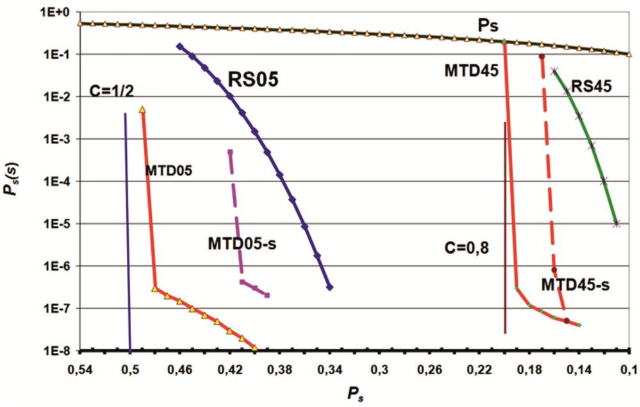

Рис. 3. Характеристики МПД и кодов РС в каналах со стираниями

Специальные приложения ОТ

Отметим кратко другие результаты ОТ, которые оказались важнейшими для теории кодирования и её приложений.

Во-первых, это масштабные исследования различных высокоскоростных алгоритмов МПД при кодовой скорости R~0,8 и выше. Все свойства МПД и их соотношение с возможностями других алгоритмов, сохраняются и в этой области кодовых скоростей [1-4, 13-15, 22, 28, 38-40].

Например, в [3-5, 35, 36] рассмотрены методы высокоскоростного МПД декодирования при R=4/5 для оптических каналов при гауссовской модели канала, полученные нашей научной школой и зарубежными авторами, которых мы консультировали. Результаты российских исследователей были существенно лучше по энергетической эффективности и простоте реализации МПД алгоритмов. С учётом теоретически максимально возможной скорости декодирования МПД наши методы имеют существенные преимущества.

Применение методов МПД декодирования оказывается особенно полезным при передаче и хранении очень больших массивов данных, в том числе и на борту спутников систем дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). Вероятность нарастающих со временем искажений в таких системах памяти может быть весьма высокой, а необходимая скорость передачи этих данных с орбиты часто также очень велика, что приводит к необходимости использования там только МПД алгоритмов. Рабочий макет простого МПД декодера на ПЛИС Altera для спутникового канала на скорость более 1 Гбит/с, созданный в ИКИ РАН, представлен на рис. 4. Подобный ему чип с МПД декодером был ранее разработан в НИИ Радио. Такие характеристики высокоскоростного декодирования для других алгоритмов, видимо, будут ещё очень долго недостижимы.

Рис. 4. Действующий макет МПД декодера на ПЛИС Altera для гауссовского канала на информационную скорость 1 Гбит/с

Далее можно указать на совсем небольшую сложность реализации МПД алгоритмов в канале типа ДСК, с которых и начались много лет назад исследования МПД [51]. В качестве наглядного примера высокой эффективности МПД в этой области укажем на важнейшую фундаментальную и одновременно сложнейшую техническую задачу декодирования для флеш памяти. Специфика этой проблемы состоит в том, что вероятность ошибки на бит для таких систем должна быть не хуже $P_b(e)$~10^{-15}, а в скором времени требования к достоверности решений соответствующих декодеров ещё более усилятся. В исходных массивах такой памяти вероятность ненадёжного хранения символов может быть на уровне p_e~10^{-3} и даже существенно большей. Найденные специалистами нашей научной школы технические решения на основе МПД алгоритмов позволили довольно просто решить эту проблему [4, 21, 32, 47]. При этом использовался код с МПД декодированием при R=3/4, что гарантированно позволяет обеспечить требуемые уровни достоверности даже при вероятности ненадёжного хранения p_e~10^{-2}. Столь же простые и одновременно эффективные результаты по сверхдостоверному декодированию в условиях применения малонадёжной памяти у других разработчиков нам неизвестны.

Основные ресурсы ОТ

Ограничимся кратким обсуждением тех наиболее важных теоретических, математических и технологических ресурсов, которые образуют пространство, совокупность знаний, понятий и методов решения задач, называемых обычно парадигмами той или иной отрасли науки, в нашем случае - теории кодирования.

Отметим сначала главные парадигмы (результаты, методы и технологии) классической теории кодирования, длительное время связываемой с алгебраической теорией. Конечно же, она имела гораздо более широкое поле развития. Однако даже после появления алгоритма Витерби (АВ) основные направления развития классической теории включали как важнейший аспект развития разработку алгебраических методов декодирования (в дискретных полях). Но хотя классы новых кодов множились, а декодеры понемногу становились более простыми, долгое время исправление ошибок за пределами половины кодового расстояния было для алгебраических кодов неразрешимой задачей. Поэтому наилучшим научным результатом, широко применяемым в технике декодирования, уже 40 лет является каскадная схема АВ с кодами РС. Хорошими примерами эвристического подхода, выросшего из классической теории, стали в последние десятилетия турбо и низкоплотностные (LDPC) коды, которые позволили немного приблизиться к пропускной способности канала. Однако с началом нового тысячелетия это движение фактически остановилось, хотя возможности элементной базы и теории увеличивались. Дело в том, что эти методы излишне сложны и, например, многие вопросы их применения для свёрточных кодов и больших скоростей всё ещё не решены. Поэтому поиски новых методов в рамках алгебраической теории продолжаются. Одним из промежуточных итогов этого поиска стали полярные коды, к которым сразу обратилось большое число специалистов по кодам [45]. Но до сих пор реальные результаты разработки таких декодеров представлены очень невнятно, а иногда и весьма странно. Анализ этого направления по имеющимся работам был нами сделан в [7]. Более содержательные данные по этим кодам, если они появятся, позволят сделать более точные прогнозы по их перспективам. А сейчас весьма слабые результаты для полярных кодов компенсируются обращением к декодированию списками и созданию крайне сложных каскадных схем для этих кодов, что пока полностью исключает их из группы перспективных алгоритмов. Не лишне напомнить, что аналогичные подходы «переключения интереса» несколько ранее вынуждены были использовать специалисты по алгебраическим методам и последовательным алгоритмам, возможности которых даже теоретически были очень далеки от границы Шеннона. Однако значительно улучшить эти методы не удалось. Весьма интересное направление 80-х годов [41] тоже не получило тогда хорошего импульса для своего развития. Возможно, это было связано с тем, что это направление было в большей степени сориентировано на алгебраические коды со слабыми характеристиками. Возможно, последним единственным успешным результатом алгебраической теории следует считать алгоритмы Судана [37], которые немного улучшили эффективность декодирования кодов РС и послужили развитию дискретной математики. К сожалению, эти методы тоже оказались весьма сложными, а их реальная эффективность декодирования выросла незначительно. Этими подходами и исчерпывается пока реальный прогресс классической теории, хотя предложенный здесь комментарий, конечно, должен быть гораздо более детальным.

Определим важнейшие парадигмы Оптимизационной Теории, которые позволяют сейчас постоянно получать принципиально новые результаты практически для всех групп кодовых кластеров, некоторые основные типы которых мы рассматривали выше.

ОТ началась около 45 лет назад с появлением метода особого итеративного декодирования на основе мажоритарных процедур [25, 26] и Основной Теоремы многопорогового декодирования (ОТМТД), философскую целеполагающую роль которой невозможно переоценить [1-6]. Этот метод сразу позволил в двоичных симметричных каналах (ДСК) при использовании как блоковых, так и свёрточных кодов исправлять число ошибок в несколько раз большее, чем половина кодового расстояния [2-4]. При этом, что было абсолютно неожиданным для специалистов, ОТМПД гарантировала при каждом изменении декодируемых символов строгое приближение к оптимальному решению, которое обычно достигается только переборными методами, известным элегантным примером которых является АВ для свёрточных кодов. Дальнейшим развитием ОТ стало распространение возможностей МПД на все прочие каналы с независимыми искажениями.

Вторым фундаментальным результатом ОТ стала всесторонняя разработка теории эффекта размножения ошибок (РО), без которой значимость ОТМПД была бы весьма ограниченной. А совместное синергетическое воздействие этих двух фундаментальных теоретических результатов на эффективность МПД оказалась столь огромным, что при линейной от длины кода сложности этим алгоритмом сразу оказалось возможным исправлять на фактически оптимальном уровне эффективности почти все ошибки в блоковых и свёрточных кодах длины n=10^4-10^5 битов и более. Напомним, что реальная длина кода для переборного АВ даже в будущем, видимо, не будет более 30 битов, чем и определяются все преимущества МПД, который остался алгоритмом с теоретически минимальной сложностью.

Дальнейший прогресс ОТ поддерживался созданием нескольких поколений высокопроизводительного программного обеспечения для разработки и исследований различных типов МПД и средств поиска кодов с малым уровнем РО, что позволило постепенно приближать уровень практически оптимального (эквивалентного переборному!) декодирования на основе МПД к границе Шеннона.

Следующими очень мощными методами улучшения характеристик МПД для всех каналов стали открытые нами ещё в 1986 г. параллельные методы каскадирования, технологии улучшенного способа назначения порогов, весов проверок и подбора кодов, а также методы ускоренного вычисления сумм на пороговых элементах [2-4]. Особое влияние на идеологию ОТ оказало выделение в особую группу декодеров с прямым контролем метрик (ДПКМ) методов МПД и АВ, которые точно измеряют расстояние до принятого сообщения, что и позволяет сейчас только этим алгоритмам успешно работать при больших уровнях шума. Другие методы с такими важнейшими свойствами не известны.

Для сохранения простоты реализации алгоритмов МПД мы также пересмотрели принципы каскадирования, известные нам, и нашли очень простые решения, которые без усложнения этих декодеров многократно повышают эффективность каскадных схем [1-5, 14, 15]. Но эта тема заслуживает отдельных публикаций.

Принципиальное значение, решающим образом меняющее соотношение свойств эффективности и сложности между различными алгоритмами, имеет открытие нашей научной школой блоковых АВ (БАВ) со сложностью, как и в случае свёрточных кодов, порядка 2^K, K – длина кода, тогда как до недавнего времени считалось, что сложность таких методов имеет порядок, более близкий к 2^{2K} [48]. БАВ также относится к группе ДПКМ, что очень сильно уменьшает потенциальные перспективы полярных кодов, методов Чейза и других алгоритмов для блоковых кодов как в гауссовских каналах, так и в ДСК [17, 43, 44, 52]. Очевидно, что большое число проблем эффективного декодирования блоковых кодов успешно решают простые каскадные схемы с использованием БАВ.

Ещё больший простор в разработке методов декодирования на основе ОТ открылся после точной формулировки принципов дивергентного декодирования [24, 29, 42, 49, 50]. Этот подход чётко определил отдельный класс простых некаскадных методов увеличения кодового расстояния используемых кодов, который дополнительно приблизил рабочие характеристики алгоритмов ОТ к пропускной способности канала C. Они использовались и в МПД алгоритмах, представленных на рис. 1-3, что особенно сильно улучшило работу МПД при экстремально высоких уровнях шума. Важно, что при этом можно одновременно использовать несколько различных методов коррекции ошибок.

ОТ успешно осваивается мировым научно-техническим сообществом. Наши крупнейшие в России сетевые порталы по ОТ и МПД алгоритмам **www.mtdbest.ru** (РГРТУ) и **www.mtdbest.iki.rssi.ru** (ИКИ РАН) посещают за год до 100'000 тысяч читателей из более 80 стран мира и переписывают около 20 Гб информации по теории и технологиям нашей научной школы [50], включая множество демопрограмм по всем известным лучшим алгоритмам декодирования. Их можно переписать на свои ПК и сразу непосредственно заняться исследованиями по технике декодирования согласно прилагаемым к ним инструкциям. Такое масштабное внимание мировой науки к разработкам российской научной школы является уникальным и свидетельствует о серьёзных достижениях нашей теории кодирования.

Рассмотренные методы, свойства и возможности кодов и алгоритмов в рамках ОТ, как видно из их описания, все без исключения позволяющие улучшить характеристики декодирования простейшими способами, образуют очень мощное перспективное интеллектуальное пространство развития методов декодирования. Эти новые парадигмы ОТ уже позволили создать методы для разных кодовых кластеров, которые эффективно работают непосредственно вблизи границы Шеннона. Развитие всех этих методов быстро переносится на новые кодовые структуры.

Опыт общения нашей научной школы с коллегами позволил взглянуть на ОТ ещё с одной стороны. Большинство из них справедливо указывает на то, что все модификации МПД и наши различные версии АВ можно выделить как новый особый образ мышления и как отдельное совершенно неожиданное открытие заново всей теории кодирования, для которой сейчас наступила новая эра развития. Но в такой же степени к таким открытиям следует отнести и отдельно: ОТМПД, теорию РО, символьные коды, параллельное каскадирование, а также блоковые АВ и дивергентное кодирование, всестороннее развитие которых позволит в самом ближайшем будущем ещё более упростить алгоритмы декодирования и обеспечить их эффективность в новых кодовых схемах.

Заключение

В данной работе нашей научной школой представлено достижение для основных типов каналов непосредственной близости границы Шеннона на основе довольно простых алгоритмов для основных классов моделей каналов. Как в физике достижение скорости света материальными телами невозможно, так и совсем небольшое расстояние (никогда не достижение!) рабочей области алгоритмов МПД до пропускной способности С рассматривавшихся каналов, что следует из графиков на рис. 1-3, является особенно наглядным свидетельством состоятельности ОТ. А огромное преимущество этих методов по эффективности и одновременно по сложности реализации перед прочими алгоритмами коррекции ошибок позволяет утверждать, что поставленная 70 лет назад Шенноном проблема решена, причём, и на вполне приемлемом технологическом уровне, что подтверждает и большое число патентов по алгоритмам ОТ и МПД, лишь частично представленных в этой статье [16-21, 25, 28, 54].

Важность, успешность и перспективность ОТ можно сравнить только с появлением квантовой механики в самом начале прошлого века. Но тогда физика как наука не столь много значила в жизни людей. Тем не менее, результаты Планка, Шредингера и целой плеяды других великих физиков были высоко оценены научным сообществом, и они заслуженно стали Нобелевскими лауреатами. Достижение, фактически в одиночку, аналогичных по масштабу результатов нашей научной школой, конечно, имеет значительно большее значение, так как мы решили важнейшую и чрезвычайно сложную проблему простого достижения высокой достоверности цифровых потоков в период взрывного развития нашей информационной цифровой цивилизации, создав все возможности для применения наших простых и понятных методов кодирования в цифровой технике и науке будущего.

Таким образом, изложенные в статье данные свидетельствуют об успешном решении главной научной и технологической проблемы всей нашей информационой цифровой цивилизации – создании обширных классов простых методов достижения произвольно высокой достоверности передачи, хранения и восстановления цифровой информации. Решение этой сложнейшей проблемы позволяет переключить усилия инженеров и учёных на решение новых важных задач нашего цифрового мира.

Наши благодарности

Исследования ОТ в течение прошедших 45 лет её эволюции с момента первых публикаций нашей научной школы поддерживали: МФТИ, ИППИ РАН, концерн «Созвездие», Совет по кибернетике АН СССР, ОНИТ РАН, РГРТУ, НИИ Радио, МНИТИ, ИКИ РАН. Методы МПД тестировали ООО «ОРТ», НПО им. С.А. Лавочкина, а также ряд организаций и предприятий отрасли связи. Ценность финансовой поддержки разработки методов МПД со стороны РАН, РГРТУ, РФФИ и других источников также была исключительно велика (гранты РФФИ14-07-00859, 14-07-00824, 08-07-00078 и 05-07-00024). Мы полагаем, что число наших последователей и сторонников, как и раньше, будет расти, а новые сферы исследований и разработок с использованием парадигм нашей «квантовой теории» в области помехоустойчивого кодирования, т.е. ОТ, технологий МПД и новых видов АВ декодирования и каскадных схем будет быстро расширяться.

Большинство ссылок, относящихся к этой статье, как и многие другие материалы об ОТ и МПД алгоритмам, в том числе множество демопрограмм, можно найти на наших сетевых порталах [29].

Литература

1. Золотарёв В.В. Субоптимальные алгоритмы многопорогового декодирования. Докторская диссертация. М., 1990, 278 с.

2. Золотарёв В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. М.: Радио и связь, Горячая линия – Телеком, 2006, второе издание - 2014.

3. Золотарёв В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования // Под редакцией академика РАН В.К. Левина. М.: Горячая линия – Телеком, 2012, 238 с.

4. Zolotarev V., Zubarev Y., Ovechkin G. Optimization Coding Theory and Multithreshold Algorithms. Geneva, ITU, 2015, 159 p.

(e-book reference: http://www.itu.int/pub/S-GEN-OCTMA-2015).

5. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Применение многопороговых методов декодирования помехоустойчивых кодов в высокоскоростных системах передачи данных // Электросвязь. М., 2014, № 12, с. 10-14.

6. Кузнецов Н.А., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Недвоичные многопороговые декодеры и другие методы коррекции ошибок в символьной информации // Радиотехника. М., 2010, № 6, Вып.141, с. 4–9.

7. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. О сопоставлении новых методов помехоустойчивого кодирования // 18 Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA 2016». М., 2016, Т.1, с. 59-65.

8. Месси Дж. Пороговое декодирование // Пер. с англ. Ю.Л. Сагаловича под ред. Э.Л. Блоха. М.: Мир, 1966. 208 с.

9. Кларк Дж., Кэйн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифрой связи. М.: Радио и связь, 1987, 391 с.

10. Золотарёв В.В., Назиров Р.Р., Никифоров А.В., Чулков И.В. Новые возможности многопорогового декодирования по высокодостоверной передаче данных ДЗЗ // Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса. Сборник научных статей. М.: ООО «Азбука-2000», 2009, Вып.6, Т.I. с.167-173.

11. Золотарёв В.В., Назиров Р.Р., Чулков И.В., Овечкин Г.В. Алгоритмы МПД // Российский космос. М., 2009, № 1, с. 60-63.

12. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Назиров Р.Р., Овечкин П.В., Чулков И.В. Эффективное недвоичное многопороговое декодирование помехоустойчивых кодов для систем дистанционного зондирования Земли // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса, Сборник статей. М., 2010, Т.7, №2, с. 269-274.

13. Золотарёв В.В., Чулков И.В. Малоизбыточное кодирование для высокоскоростных каналов // 11-я Всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». М., 2013.

14. Овечкин Г.В. Теория каскадного декодирования линейных кодов для цифровых радиоканалов на основе многопороговых алгоритмов. Докторская диссертация. Рязань, РГРТУ, 2011, 301 с.

15. Овечкин П.В. Разработка алгоритмов повышения эффективности недвоичных многопороговых декодеров в системах передачи и хранения больших объемов информации. Кандидатская диссертация. Рязань, РГРТУ, 2009, 131 с.

16. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Сатыбалдина Д.Ж., Ташатов Н.Н., Адамова А.Д. Способ мягкого многопорогового декодирования помехоустойчивого кода. Удостоверение автора (патент Республики Казахстан) №93989 от 15.10.2014.

17. Золотарёв В.В., Овечкин П.В. Способ кодирования и декодирования блокового кода с использованием алгоритма Витерби. Патент на изобретение РФ №2608872 от 25.01.2017.

18. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Способ работы символьного порогового элемента в символьном мажоритарном декодере. Патент на изобретение РФ № 2573741 от 22.12.2015.

19. Золотарёв В.В.. Способ декодирования помехоустойчивого кода. Патент на изобретение РФ №2557454 от 25.06.2015.

20. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Устройство многопорогового декодирования линейных кодов для гауссовских каналов. Патент на полезную модель №44215 от 27.02.2005.

21. Золотарёв В.В.. Высокоскоростное устройство многопорогового декодирования линейных кодов. Патент на полезную модель №44216 от 27.02.2005.

22. Zolotarev V.V., Averin S.V. Non-Binary Multithreshold Decoders with Almost Optimal Performance // 9-th ISCTA'07. UK, Ambleside, 2007.

23. Averin S.V., Ovechkin G.V., Zolotarev V.V. Algorithm of Multithreshold Decoding for Self-Orthogonal Codes over Gaussian Channels // 11-th ISCTA'09. UK, Ambleside, 2009.

24. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Дивергентное кодирование свёрточных кодов // 18-я Международная научно-техническая конференция «Проблемы передачи и обработки информации в сетях и системах телекоммуникаций». Рязань, 2015, с.27-32.

25. Золотарёв В.В. Устройство для декодирования линейных сверточных кодов. А.с. СССР № 492878 от 25.11.1975 с приоритетом от 31.07.1972.

26. Самойленко С.И., Давыдов А.А., Золотарёв В.В., Третьякова Е.Л. Вычислительные сети. М.: Наука, 1981, 278 с.

27. Стрекаловский А.С. Частное сообщение, 2016.

28. Золотарёв В.В. Способ декодирования помехоустойчивого кода. Патент на изобретение РФ №2377722 от 27.12.2009.

29. Ресурсы www.mtdbest.ru и www.mtdbest.iki.rssi.ru.

30. Золотарёв В.В. Многопороговое декодирование в стирающих каналах // Вопросы радиоэлектроники. Серия ЭВТ. М., 1983, Вып.10, с.67-70.

31. Гринченко Н.Н., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Применение многопорогового декодера в каналах со стираниями // Труды НТОРЭС им. А.С. Попова, 2006. с. 338-340.

32. Овечкин Г.В., Золотарев В.В., Федиов В.С. Повышение достоверности хранения цифровых данных на флеш-памяти // 6-я Международная научно-техническая конференция «Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика». Рязань, 2013. с.201-203.

33. Овечкин Г.В., Као В.Т. Многопороговые декодеры для гауссовских каналов // 19-я Всероссийская научно-техн. конф. «Новые информационные технологии в научных исследованиях и в образовании». Рязань, РГРТУ, 2014, с. 121-122.

34. Гринченко Н.Н., Као В.Т., Овечкин Г.В. Повышение эффективности многопорогового декодера // 17-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA 2015». М., 2015.

35. Zolotarev V., Ovechkin G., Satybaldina D., Tashatov N., Adamova A., Mishin V. Effective multithreshold decoder for optical and other data transmission systems // Latest trends on Communications: Proceedings of the 18th International Conference on Communications (part of CSCC'14). Santorini Island, Greece, 2014, pp.152-156.

36. Zolotarev V., Ovechkin G., Satybaldina D., Tashatov N., Adamova A., Mishin V. Efficiency multithreshold decoders for

self-orthogonal block codes for optical channels // International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing. 2014, vol. 8. pp. 487-495.

37. Sudan M. Decoding of Reed Solomon codes beyond the error-correction bound // Journal of Complexity. 1997, vol.13, pp.180-193.

38. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы. Справочник. М.: Горячая линия – Телеком, 2004, 126 с.

39. Золотарёв В.В. Многопороговое декодирование в недвоичных каналах // Вопросы радиоэлектроники, серия ЭВТ. 1984, Вып.12, с.73-76.

40. Золотарёв В.В. Алгоритмы коррекции символьных данных в вычислительных сетях // В сб.: «Вопросы кибернетики», ВК-105, АН СССР, Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика». М., 1985, с. 54-62.

41. Блох Э.Л., Зяблов В.В. Обобщённые каскадные коды. М.: Связь, 1976.

42. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Ташатов Н.Н. Применение принципа дивергенции при декодировании свёрточных кодов // III Международная научно-практическая конференция «Информационная безопасность в свете Стратегии Казахстан-2050». 2015, с.158-164.

43. Золотарёв В.В., Назиров Р.Р. Блоковая модификация алгоритма Витерби // 11-я Всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», М., 2013.

44. Золотарёв В.В., Овечкин П.В. Характеристики декодирования блоковых кодов по алгоритму Витерби для систем ДЗЗ // 13-я Всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». М., 2015.

45. Arikan E. Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity-Achieving Codes for Symmetric Binary-Input Memoryless Channels // IEEE Transactions on Information Theory. 2009, vol.55, no.7, pp.3051-3073.

46. Овечкин Г.В., Чикин А.В. Помехоустойчивость приемника спутниковых сигналов DVBS2 // 11-я межд. конф. и выст. «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA 2009». М., 2009, с. 578-580.

47. Зубарев Ю.Б., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Оптимизационная теория кодирования: итоги 25 лет развития // 18-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA 2016», Пленарный доклад. М., 2016, Т.1, с.6-12.

48. Кудряшов Б.Д. Основы теории кодирования. СПб.: БХВ-Санкт-Петербург, 2016, 393с.

49. Золотарёв В.В. Применение дивергентного кодирования в каналах спутниковой связи и ДЗЗ // 13-я Всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». М., 2015.

50. Зубарев Ю.Б., Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Итоги 25-летнего развития оптимизационной теории кодирования // Наукоёмкие технологии. М., 2016, Т.17, с. 26-32.

51 Золотарёв В.В. Многопороговое декодирование // Проблемы передачи информации. М., 1986, Т. XX11, Вып. 1, с. 104-109.

52. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Блоковая модификация алгоритма Витерби // Вестник РГРТУ. Рязань, 2017, №59, с.30-35.

53. Золотарёв В.В., Овечкин Г.В., Баринов И.В. Применение самоортогональных кодов в каскадных схемах кодирования для каналов связи со стираниями // 19 Межд. конф. «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA 2017». М., 2017, Т.1, с. 75-79.

54. Золотарёв В.В. Способ обнаружения и исправления стираний при приёме дискретной информации. Патент на изобретение РФ №2611235 от 21.02.2017.