

УДК 621.3.018.51

## ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ С OFDM МОДУЛЯЦИЕЙ И РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИИ ПО УМЕНЬШЕНИЮ ПИК-ФАКТОРА

*Ле Ван Ки, аспирант кафедры «Мультимедийных технологий и телекоммуникаций» МФТИ,  
e-mail: levanky@phystech.edu.*

### STUDY OF SIGNAL PROCESSING ALGORITHMS OF OFDM SIGNALS AND RECOMMENDATION DEVELOPMENT ON THE PAPR REDUCTION

*Levan Ki*

*In this paper we analyze the structure of a radio signal with OFDM modulation and conduct a study (research) to reduce the Peak to Average Power Ratio (PAPR) by the use of some of the carrier frequencies (Tone reservation), by extending some modulation constellation points toward the outside and around of the constellation (fixed and adaptive – Active Constellation Extension and Adaptive Active Constellation Extension). As a result of complex research and such methods of signal processing, PAPR of OFDM signals is reduced significantly (about 5 dB) and the efficiency of using output amplifiers of the transmitting apparatus is improved.*

**Key words:** radio signal, OFDM modulation, Peak to Average Power Ratio, signal constellation.

**Ключевые слова:** радиосигнал, OFDM модуляция, пик-фактор, сигнальное созвездие.

#### Введение

Известный недостаток систем с OFDM модуляцией – высокое отношение пиковой мощности к средней ее величине (PAPR) или высокий пик-фактор. За счет этого свойства OFDM радиосигнал содержит множество кратковременных пиков, что требует использования в передающих средствах усилителей мощности (УМ) с широким линейным динамическим диапазоном. Кроме того, если выбросы возникают достаточно часто в усилителе, сигнал ограничивается и, как следствие, появляются его внутрисполосные и внеполосные искажения. Возникающие нелинейные искажения передаваемого сигнала усложняют, а некоторых случаях делают невозможным демодуляцию сигнала на приёмной стороне. В данной статье проанализировано несколько методов подавления пик-фактора, известных под названиями резервирование несущих (Tone reservation, TR), расширение созвездия (Active Constellation Extension, ACE) и адаптивное расширение созвездия (Adaptive ACE). Рассмотрены также комбинированные методы обработки OFDM радиосигналов, рекомендуемые для эффективного уменьшения пик-фактора.

#### Алгоритмы обработки OFDM радиосигналов, применяемые с целью уменьшения пик-фактора

*Оценка распределения уровней в OFDM радиосигнале*

Известно [1], что уровни OFDM радиосигналов при

*Проведены анализ структуры радиосигнала с OFDM модуляцией и исследование по уменьшению пик-фактора за счет использования части несущих частот (Tone reservation), с применением расширенной модификации созвездия OFDM, как стационарной, так и адаптивной (Active Constellation Extension и Adaptive Active Constellation Extension). В результате исследования разработан комплекс методов обработки OFDM радиосигналов, позволяющий существенно снизить (примерно на 5 дБ) пик-фактор и повысить эффективность применения выходных усилителей передающих средств.*

большом числе синусоидальных колебаний и различных их фазовых отношениях имеют распределение плотности вероятности, близкое к нормальному. Очевидно, что при различных параметрах этих сигналов распределение их уровней может несколько отличаться от нормального распределения. По этой причине был проведен анализ плотности распределения таких сигналов. В первой горизонтальной графе табл. 1 приведены основные дискретные параметры плотности нормального распределения  $N(0, \sigma)$ , пронормированного на 100 % по максимальному размаху и на величину СКО  $\sigma = 1$ . В этом случае уровни нормального распределения в дискретных точках  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$  соответственно равны  $p(n) = 100 \cdot \exp[-n^2/2]$ .

При анализе параметров реального действительного OFDM сигнала применялась последовательность из 2000 синусоидальных колебаний QAM 16 с заданными случайными значениями уровней и фаз. При этом для анализа плотностей распределения этих сигналов применялась ДПФ с длиной 8  $k$  и 16  $k$ .

Таблица 1. Анализ соответствия плотностей распределений нормального закона и реального действительного OFDM сигнала

| Уровень сигналов                                | Max    | 1       | 2      | 3     | 4                     |
|---|--------|---------|--------|-------|-----------------------|
| Распределение                                   |        |         |        |       |                       |
| Нормальное распределение                        | 100%   | 60.65%  | 13.53% | 1.11% | 3.35e <sup>-2</sup> % |
| Плотность распределения сигнала длины Фурье 8k  | 99.97% | 61.25 % | 13.37% | 1.23% | 2.92e <sup>-2</sup> % |
| Плотность распределения сигнала длины Фурье 16k | 99.74% | 61.43%  | 15.25% | 1.46% | 3.23e <sup>-2</sup> % |

На рис.1. приведены отклонения плотности распределения действительных сигналов при длине ДПФ  $8k$  и  $16k$  от функции нормального распределения.

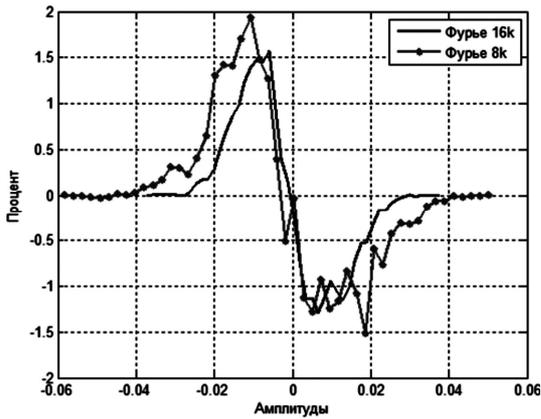


Рис. 1. Отклонения плотности распределения действительных сигналов от нормального распределения при ДПФ  $8k$  и  $16k$

Из рис. 1 видно, что в данном случае максимальное отклонение формы плотности распределения действительных сигналов в данном случае отличается от распределения нормального закона не более, чем на 2%. Очевидно, это различие будет еще меньшим при увеличении числа несущих и размера ДПФ. Отсюда можно сделать вывод: OFDM сигналы практически подчиняются закону нормального распределения.

#### Метод резервных несущих (Tone reservation)

Суть метода заключается в выделении несколько несущих для оформления «ядра», обеспечивающего снижение пик-фактора [2, 3, 4]. Каждый итеративный алгоритм обеспечивает поиск самого наибольшего пика OFDM сигнала и с использованием реализованного ядра формируется «анти-пик» для снижения уровня такого выброса. Реализуя сложное математическое формирование, алгоритм выполняется рядом нижеследующих пунктов.

Предположим, что исходная величина коррекции пиков  $c_n^{(0)}$  на всех точках  $n$  сигнала равно нулю  $c_n^{(0)} = 0$ ,  $0 \leq n \leq N_{FFT} - 1$ .

1. Присваивается начальный номер итерации  $i = 1$ .

2. Находится максимальное значение модуля сигнала  $y^{(i)}$  и его положение  $m^{(i)}$ :

$$y^{(i)} = \max |x_n + c_n^{(i-1)}|;$$

$$m^{(i)} = \arg \max |x_n + c_n^{(i-1)}|,$$

где  $n = 0, 1, \dots, N_{FFT} - 1$ .

Если  $y^{(i)} < V_{clip}$  (заданный уровень отсечки, принцип выбора которого приведен выше), то  $i$  уменьшается на 1 и производится переход к 7-му шагу.

3. Вычисляется отклонение по уровню  $u^{(i)} = \frac{x_{m^{(i)}} + c_{m^{(i)}}^{(i-1)}}{y^{(i)}}$ .

4. Находится величина отклонения  $\alpha^{(i)} = y^{(i)} - V_{clip}$ .

Если  $\alpha^{(i)} = 0$ , то  $i$  уменьшается на 1 и производится переход к 7-му шагу.

5. Значение вектора  $c_n$  изменяется следующим образом:

$$c_n^{(i)} = c_n^{(i-1)} - \alpha^{(i)} u^{(i)} P_{(n-m^{(i)}) \bmod N_{FFT}},$$

где  $P_r = \frac{1}{N_{TR}} \sum_{k \in S_i} j \frac{2\pi r k}{N_{FFT}}$  – формируемое комплексное ядро с использованием: множества частот  $S_i$ ,  $N_{TR}$  – число резервных несущих, используемых при реализации алгоритма.

6. Если номер итерации  $i < N_{FFT} - 1$ , то его величина увеличивается на 1, в противном случае происходит переход к 7-му шагу.

7. Полученное значение сигнала обновляется:  $x'_n = x_n + c_n^{(i)}$ .

Таким образом, итерационный алгоритм последовательно находит максимальный экстремум в OFDM и обеспечивает его подавление до величины  $V_{clip}$ . Этот алгоритм реализован с применением двух критериев оптимизации, основанных на выборе:

- оптимального или квазиоптимального ядра;
- наиболее подходящего значения  $V_{clip}$ .

Исследования показывают, что если для построения ядра выбирается некоторое регулярное значение частоты, то эффективность уменьшения пик-фактора оказывается незначительной. Алгоритм оказывается весьма эффективным, когда при построении ядра выбираются случайные частоты.

Существует много методов выбора оптимального ядра, которое обеспечивает максимальное уменьшение пик-фактора. У такого ядра все выбросы, кроме главного, должны иметь минимальные и примерно одинаковые по величине вторичные пики (см. рис. 2). Такой вероятный метод по сравнению с методом случайного выбора частот не обеспечивает большого выигрыша [5].

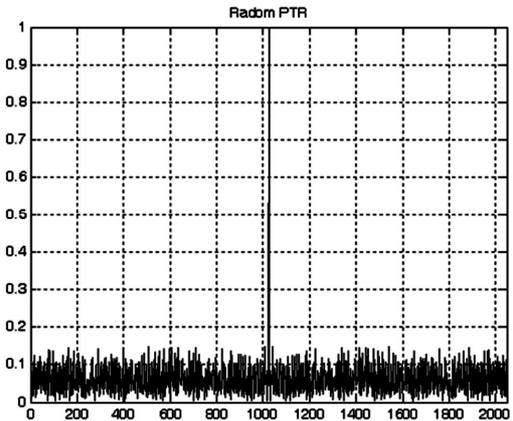


Рис. 2. Ядро алгоритма Tone reservation (TR)

Выбор  $V_{clip}$  играет очень важную роль в оптимизации алгоритма TR. Если выбирается слишком большая величина  $V_{clip}$ , то выигрыш оказывается незначительным. Выбранная малая величина  $V_{clip}$  также не гарантирует хороший выигрыш. Поэтому необходим приблизительный выбор оптимального значения  $V_{clip}$ , соответствующего требуемому объему используемого алгоритма (рис. 3).

На рис. 4 в качестве примера приведены результаты обработки выбросов OFDM сигнала за счет применения алгоритма с резервными несущими.

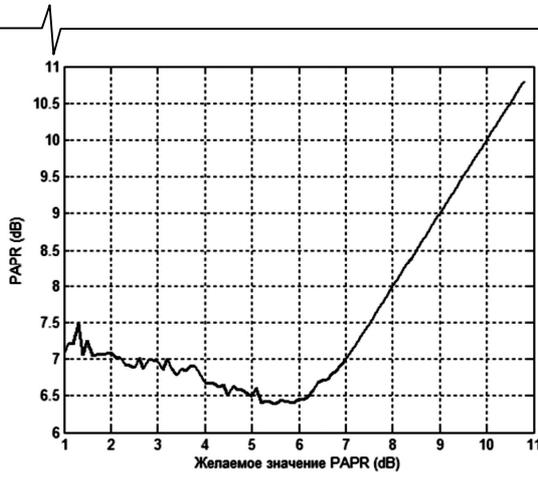


Рис. 3. Зависимость  $V_{clip}$  (желаемое значение PAPR) от значения PAPR после применения алгоритма

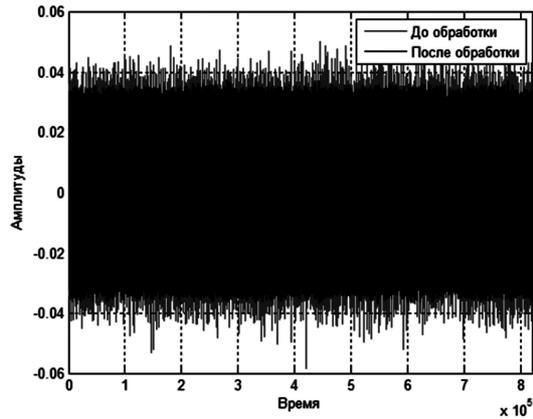


Рис. 4. Амплитуды сигнала до и после алгоритма

**Алгоритм Расширения Активного Созвездия (ACE)**

ACE подход [6] основан на возможности динамически изменить позиции некоторых точек созвездия в целях сокращения пиков сигнала во временной области (из-за конструктивных особенностей подмножества данных частотной области) без изменения передаваемого объема информации (рис. 5). Расширение выполняется итеративно, в соответствии с ниже следующей процедурой.

1. Алгоритм начинается с представления OFDM символа в частотной области.
2. Затем во временной области осуществляется ограничение сигнала по уровню, превышающему заданное значение.
3. Повторно преобразовать представление в частотной области и восстановить все точки созвездия, перемещенные в неразрешенном направлении.
4. Возвращение к пункту перехода во временную область до достижения фиксированного числа итераций.

Данный алгоритм состоит из нижеследующих пунктов.

1. Передискретизировать сигнал с коэффициентом, равным 4, промежуточные значения заполнить нулями и преобразовать сигнал ОДПФ:  $X \rightarrow X'$ .

2. Ограничить сигнал:

$$X''_n = \begin{cases} X'_n, & \text{if } X'_n \leq V_{clip}, \\ V_{clip} * \frac{X'_n}{X'_n}, & \text{if } X'_n \geq V_{clip}. \end{cases}$$

3. Преобразовать сигнал с помощью ДПФ со снижением длины Фурье-образа в 4 раза:  $X'' \rightarrow X_c$ .

4. Реализовать расширение сигнала созвездия:  $X'_c = X + G*(X_c - X)$ ,

где  $G$  – параметр сходимости.

5. Ограничить расширение сигнала созвездия:

$$X'_c \rightarrow X''_c;$$

$$\text{Re}\{X''_{c,n}\} = \begin{cases} \text{Re}\{X'_{c,n}\}, & \text{if } |\text{Re}\{X'_{c,n}\}| \leq L, \\ L, & \text{if } \text{Re}\{X'_{c,n}\} \geq L, \\ -L, & \text{if } \text{Re}\{X'_{c,n}\} < -L, \end{cases}$$

$$\text{Im}\{X''_{c,n}\} = \begin{cases} \text{Im}\{X'_{c,n}\}, & \text{if } |\text{Im}\{X'_{c,n}\}| \leq L, \\ L, & \text{if } \text{Im}\{X'_{c,n}\} \geq L, \\ -L, & \text{if } \text{Im}\{X'_{c,n}\} < -L. \end{cases}$$

где  $L$  – максимальная величина увеличения сигнала созвездия.

6. Получение выходные сигналы в частотной области:

$$\text{Re}\{X_{ACE,n}\} = \begin{cases} \text{Re}\{X''_{c,n}\}, & \text{if } \text{Re}\{X_n\} \text{ принадлежит расширению,} \\ & \text{AND } |\text{Re}\{X''_{c,n}\}| > |\text{Re}\{X_n\}|, \\ & \text{AND } \text{Re}\{X''_{c,n}\} * \text{Re}\{X_n\} > 0, \\ \text{Re}\{X_n\}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

$$\text{Im}\{X_{ACE,n}\} = \begin{cases} \text{Im}\{X''_{c,n}\}, & \text{if } \text{Im}\{X_n\} \text{ принадлежит расширению,} \\ & \text{AND } |\text{Im}\{X''_{c,n}\}| > |\text{Im}\{X_n\}|, \\ & \text{AND } \text{Im}\{X''_{c,n}\} * \text{Im}\{X_n\} > 0, \\ \text{Im}\{X_n\}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

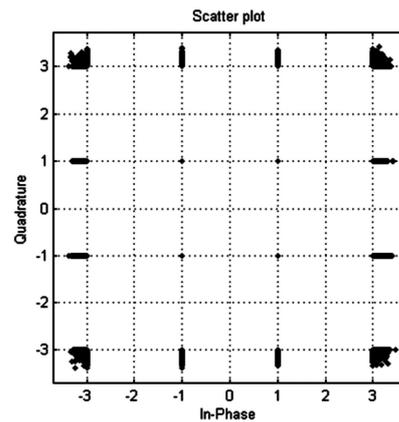
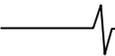


Рис. 5. Сигнальное созвездие после обработки

Наиболее важным этапом этого метода является выбор уровня отсечки: большое значение (что соответствует высокому уровню PAPR) дает незначительное увеличение мощности при плохой сходимости, так как сигнал вряд ли будет ограничиваться. С другой стороны, очень низкий уровень отсечки обеспечивает плохую сходимость, незначительное увеличение мощности и большое значение ошибок (BER).



**Алгоритм Адаптивного Расширения Активного Созвездия (Adaptive ACE)**

Основной идеей алгоритма A-ACE [6, 7] является создание «анти-пика» сигнала для уменьшения PAPR путем преобразования области отсечения в шумовую составляющую в возможной области расширения сигнала созвездия и обеспечения удаления внеполосного искажения путем фильтрации (см. рис. 6). Таким образом, способ A-ACE рассматривается как повторный процесс ограничения и фильтрации.

Алгоритм включает нижеследующие шаги.

1. Выбирается значение уровня отсечки  $A$  и число итераций.

2. Устанавливаются исходные данные:  $i = 0$ ,  $X(0) = X$ ,  $A(0) = A$ .

3. Находятся значения отклонений:

$$C_n^{(i)} = \begin{cases} (|X_n^{(i)}| - A)e^{j\theta_n}, & \text{if } |X_n^{(i)}| > A, \\ 0, & \text{if } |X_n^{(i)}| \leq A. \end{cases}$$

Если никакой части сигнала не ограничено, то алгоритм завершен и полученный сигнал сформирован.

4. Вычисляется матрица передачи  $T$ , «анти-пика»  $C_n^{*(i)}$ :

$$Q^{(i)} = \begin{cases} X_n^{(i)} + C_n^{(i)}, & \text{if } C_n^{(i)} \neq 0, \\ 0, & \text{if } C_n^{(i)} = 0, \end{cases}$$

$$T^{(i)} = Q^{*(i)} * Q^{(i)},$$

где:  $Q^{*(i)}$  – сопряженная матрица  $Q^{(i)}$ ;  $C_n^{*(i)} = T^{(i)} * C_n^{(i)}$ .

5. Вычисляется значение коэффициента ограничения и обновляется  $X_n^{(i)}$ :

$$\mu = \frac{\text{Re}[C_n^{*(i)} * C_n^{(i)}]}{C_n^{*(i)} * C_n^{(i)}}, \quad X_n^{(i+1)} = X_n^{(i)} + \mu * C_n^{*(i)}.$$

6. Обновляется уровень ограничения:

$$\nabla = \frac{\sum_{\text{if } |X_n^{(i)}| > A} C_n^{(i)}}{N_p},$$

где:  $N_p$  – число пиков свыше уровня отсечения;

$$A^{(i+1)} = A^{(i)} + g * \nabla.$$

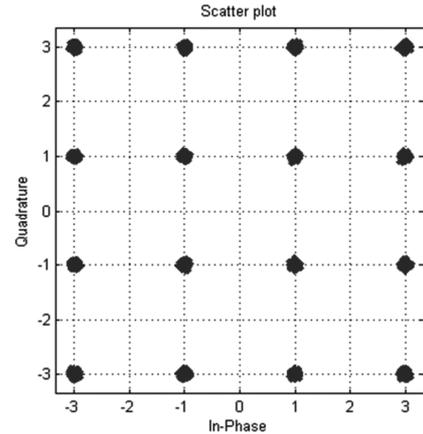


Рис. 6. Сигнальное созвездие после обработки

**Результаты исследований**

Результаты исследований приведены ниже в таблицах. При анализе обработки с применением резервных несущих использовано 5 % и 10 % из общего числа 2000 несущих в OFDM радиосигнале. В данном случае исходная величина PAPR = 11,41 дБ, все остальные данные также определены в дБ.

**Заключение**

В табл. 6 поясняется, насколько можно увеличить мощность радиосигналов (в дБ) на информационных несущих независимо от количества несущих, используемых при построении ядра.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы:

1. Плотность распределения OFDM радиосигналов практически строго соответствует нормальному закону.

Таблица 2: Результат исследования для типа модуляции OFDM – 16 QAM

| 16 QAM                                 |              |              |
|--|--------------|--------------|
| Тип обработки                          | 5 % несущих  | 10 % несущих |
| Исходный PAPR                          | 11.41        |              |
| PAPR после TR <sup>[1]</sup>           | 7.4          | 7.03         |
| PAPR после ACE <sup>[2]</sup>          | 7.34         | 6.95         |
| PAPR после Adaptive ACE <sup>[2]</sup> | 6.11         | 6.07         |
| Выигрыш $\sum_{TR+ACE} / MER$          | 4.07 / 40.5  | 4.46 / 43.3  |
| Выигрыш $\sum_{TR+A-ACE} / MER$        | 5.30 / 38.32 | 5.34 / 40.72 |

Таблица 3: Результат исследования для типа модуляции OFDM – 64 QAM

| 64 QAM                                 |              |              |
|--|--------------|--------------|
| Тип обработки                          | 5 % несущих  | 10 % несущих |
| Исходный PAPR                          | 11.36        |              |
| PAPR после TR <sup>[1]</sup>           | 7.32         | 7.24         |
| PAPR после ACE <sup>[2]</sup>          | 7.26         | 7.19         |
| PAPR после Adaptive ACE <sup>[2]</sup> | 6.1          | 6.08         |
| Выигрыш $\sum_{TR+ACE} / MER$          | 4.10 / 39.7  | 4.17 / 42.5  |
| Выигрыш $\sum_{TR+A-ACE} / MER$        | 5.26 / 42.25 | 5.28 / 45.7  |

Таблица 4: Результат исследования для типа модуляции OFDM - 16 QAM.

| 16 QAM                                 |              |           |              |           |
|--|--------------|-----------|--------------|-----------|
| Тип обработки                          | 5 % несущих  |           | 10 % несущих |           |
| Исходный PAPR                          | 11.41        |           |              |           |
| PAPR после ACE <sup>[1]</sup>          | 10.16        |           | 10.28        |           |
| PAPR после Adaptive ACE <sup>[1]</sup> | 10.04        |           | 9.84         |           |
| PAPR после TR <sup>[2]</sup>           | After A-ACE  | After ACE | After A-ACE  | After ACE |
|  | 7.13         | 7.31      | 6.9          | 7.08      |
| Выигрыш $\sum_{ACE+TR} / MER$          | 4.10 / 38.63 |           | 4.33 / 39.65 |           |
| Выигрыш $\sum_{A-ACE+TR} / MER$        | 4.28 / 41.02 |           | 4.51 / 42.03 |           |

Таблица 5: Результат исследования для типа модуляции OFDM – 64 QAM

| 64 QAM                                 |              |           |              |           |
|--|--------------|-----------|--------------|-----------|
| Тип обработки                          | 5 % несущих  |           | 10 % несущих |           |
| Исходный PAPR                          | 11.36        |           |              |           |
| PAPR после ACE <sup>[1]</sup>          | 10.40        |           | 10.74        |           |
| PAPR после Adaptive ACE <sup>[1]</sup> | 8.86         |           | 9.93         |           |
| PAPR после TR <sup>[2]</sup>           | After A-ACE  | After ACE | After A-ACE  | After ACE |
|  | 7.27         | 7.34      | 6.95         | 7.16      |
| Выигрыш $\sum_{ACE+TR} / MER$          | 4.02 / 39.92 |           | 4.20 / 40.52 |           |
| Выигрыш $\sum_{A-ACE+TR} / MER$        | 4.09 / 40.69 |           | 4.41 / 42.05 |           |

**Примечание:** Сначала применяется один алгоритм из [1], затем последовательно один алгоритм из [2].

Таблица 6: Увеличение мощности на информационных несущих для модуляции OFDM – 16 QAM

| Увеличение мощности на информационных несущих 16 QAM |             |              |
|--|-------------|--------------|
| Тип обработки  | 5 % несущих | 10 % несущих |
| Выигрыш $\sum_{TR+ACE}$                              | 3.75        | 4.32         |
| Выигрыш $\sum_{TR+A-ACE}$                            | 4.98        | 5.20         |

2. Чем большая доля несущих используется для построения ядра в алгоритме, использующем резервные несущие, тем больше выигрыш в уменьшении пик-фактора.

3. Алгоритм Adaptive ACE более эффективен, чем алгоритм ACE и не очень зависит от типов модуляции.

4. Алгоритмы Adaptive ACE и ACE имеют компромисс: чем больше уменьшение пик-фактора, тем меньше значение MER.

5. Комбинированный метод TR+ Adaptive ACE (TR первый) дает результат лучше, чем метода Adaptive ACE + TR (TR последний).

Автор благодарит к.т.н. Иртыгу Владимира Александровича за помощь в составлении алгоритмов обработки OFDM сигналов.

#### Литература

1. Дворкович В.П., Дворкович А.В., Измерение в видеоинформационных системах (теория и практика). М.: Техносфера, 2015, 890 с.

2. Коржихин Е.О., Власюк И.В., Методы снижения пик-фактора в системах наземного цифрового телевизионного вещания стандарта DVB-T2 // IT – Comm – Системы подвижной связи и цифрового телерадиовещания. Вы-

пуск по итогам 6-й отраслевой научной конференции МТУСИ «Технологии информационного общества», М.: «ИД Медиа Паблишер» – 2012 г. – № 9 – с.83-86.

3. ETSI EN 302 755 V1.3.1 (2012-04) Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2).

4. Tellado, J., Cioffi, J.M., PAR Reduction in Multicarrier Transmission Systems.

5. Dae-Woon Lim, Hyung-Suk Noh, Jong-Seon No, Near Optimal PRT Set Selection Algorithm for Tone Reservation in OFDM Systems // IEEE Transactions On Broadcasting, Vol. 54, No. 3, September 2008.

6. Grace R. Woo, Douglas L. Jones, Peak Power Reduction in MIMO OFDM via Active Channel Extension // IEEE 2636 - 2639 Vol. 4, 16-20 May 2005

7. Madhuri P., Dr Malleswari B. L., Peak-To-Average Power Ratio Reduction by CB-ACE and Adaptive Ace Algorithms // ISSN 2250-2459, Volume 2, Issue 2, February 2012.

8. G.Karthikeyan, Dr.G.Indumathi, S.Kannadhasan, PAPR Reduction in OFDM Systems using Adaptive Active Constellation Extension Algorithm // ISSN 2320 – 9798, Vol. 1, Issue 4, June 2013.