

УДК 621.372.542

АНАЛИЗ ШУМОВ КВАНТОВАНИЯ МНОГОСКОРОСТНЫХ СТРУКТУР УЗКОПОЛОСНЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ

Витязев В.В., д.т.н., зав. кафедрой телекоммуникаций и основ радиотехники Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ), e-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru;

Горюшкин Р.С., м.н.с., аспирант кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники РГРТУ.

ANALYSIS OF QUANTIZATION NOISES IN MULTIRATE STRUCTURES OF NARROWBAND FIR-FILTERS

Vityazev V.V., Gorushkin, R.S.

This article is devoted to the analysis problem of quantization noises in multirate structures of narrowband filters with finite impulse response (FIR-filters). The goal of this research is to minimize influence of such noises increasing the number of transformation stages and decreasing orders of series connected decimation and interpolation filters. The results of modeling in MATLAB+Simulink are also considered.

Keywords: multirate signal processing, narrowband FIR-filter, quantization noise, decimation, interpolation, modeling.

Ключевые слова: многоскоростная обработка сигналов, узкополосный КИХ-фильтр, шумы квантования, децимация, интерполяция, моделирование.

Введение

Многоскоростная обработка сигналов предполагает, что в процессе линейного преобразования цифрового сигнала возможно изменение частоты дискретизации (шага квантования по времени) в сторону уменьшения или увеличения и, как следствие, требуемой скорости обработки. Это приводит к более эффективной обработке сигнала, в первую очередь для систем узкополосной КИХ-фильтрации, так как открывается возможность значительного уменьшения требуемой вычислительной производительности проектируемой цифровой системы.

Многоскоростная фильтрация и особенности её применения стали предметом исследований многочисленных научных работ по цифровой обработке сигналов [1-9]. Внимание авторов было сосредоточено главным образом на проблеме минимизации приведенных вычислительных затрат, памяти данных и коэффициентов. Вместе с тем вопросы, связанные с анализом шумов квантования, прежде всего шума децимации, обусловленного эффектом прореживания отсчетов обрабатываемого сигнала, и последующей интерполяции (если требуется восстановление исходной частоты дискретизации), поднимались в сравнительно небольшом числе работ [10, 11] и не дали простого и эффективного решения проблемы уменьшения их влияния.

Как известно [6, 7], шумы квантования цифровых фильтров разделяются на две составляющие: шумы, обусловленные округлением при выполнении операций умножения и масштабирования, и шумы, источником которых является округление коэффициентов фильтра. Для многоскоростных систем дополнительным и основным источником шума становятся шумы децимации и интерполяции [3-5, 11].

Ставится и решается задача анализа шумов квантования многоскоростных структур узкополосных фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтров) с целью последующей минимизации их влияния путем увеличения числа ступеней преобразования и уменьшения порядков последовательно соединяемых фильтров-дециматоров и фильтров-интерполяторов. Приводятся результаты моделирования в среде MATLAB+Simulink.

При относительно малоразрядном представлении коэффициентов фильтра не удастся достигнуть желаемой точности аппроксимации частотных характеристик в зоне непрозрачности (полосе непропускания). В этом случае можно воспользоваться последовательным соединением двух-трех КИХ-фильтров, каждый из которых обеспечивает «грубую» аппроксимацию желаемой частотной характеристики, достаточную для заданного уровня подавления боковых лепестков в зоне непрозрачности (в пределах 20 дБ – 60 дБ). Однако повышение уровня боковых лепестков приводит к значительному увеличению шума децимации, если каждый последовательно соединяемый КИХ-фильтр реализуется с использованием децимации и интерполяции преобразуемого сигнала [11].

В том, что касается шумов округления при умножении и масштабировании, то при реализации на современных цифровых сигнальных процессорах, он практически лежит в пределах младшего сохраняемого разряда (при передаче данных между последовательно соединенными фильтрами), поскольку внутри каждого отдельного КИХ-фильтра операция умножения с накоплением выполняется без округления промежуточных результатов. Таким образом, анализ шумов квантования многоскоростных систем КИХ-фильтрации сводится к анализу влияния шумов децимации и интерполяции.

В настоящей работе ставится и решается задача анализа шумов квантования многоскоростных структур узкополосных КИХ-фильтров с целью последующей минимизации их влияния путем увеличения числа ступеней

преобразования и уменьшения порядков последовательно соединяемых фильтров-дециматоров и фильтров-интерполяторов.

Анализ шумов квантования одноступенчатой структуры КИХ-фильтра

На рис. 1 представлена шумовая модель одноступенчатой структуры КИХ-фильтра, реализуемого на основе децимации и интерполяции с использованием дополнительного формирующего фильтра для обеспечения повышенной частотной избирательности в зоне его непрозрачности.

Предполагается, что на вход фильтра поступает сигнал $x(nT_1)$, где T_1 – период дискретизации, представляющий собой дискретный белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_S^2 . Входной сигнал подвергается децимации – понижению частоты дискретизации в ν раз. Коэффициент децимации ν выбирается, как правило, по критерию минимизации приведенных вычислительных затрат. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра-дециматора (ФД) $H_{\Phi Д}(\omega)$ характеризуется относительно широкой переходной зоной (малым коэффициентом прямоугольности АЧХ), что позволяет многократно уменьшить его порядок. При этом частота среза полосы пропускания ω_{C_1} определяется заданной шириной полосы пропускания проектируемого фильтра, а частота среза зоны непрозрачности ω_{C_2} – выбранным значением коэффици-

$$\text{ента децимации } \nu : \omega_{C_2} \leq \frac{2\pi}{\nu} - \omega_{C_1}.$$

Вследствие понижения частоты дискретизации на выходе фильтра-дециматора в ν раз, все частотные составляющие спектра выходного сигнала, расположенные выше частоты π/ν , «сворачиваются» в область низких частот от 0 до π/ν (эффект «элайзинга» [3-5]), что в представленной шумовой модели учитывается введением источника шума децимации $e_D(mT_2)$. Статистические свойства источника шума $e_D(mT_2)$, при заданной модели входного сигнала $x(nT_1)$, определяются в основном частотной избирательностью фильтра-дециматора (его импульсной $h_D(nT_1)$ и частотной $H_{\Phi Д}(\omega)$ характеристиками), но и зависят от степени перекрытия основной (низкочастотной) и боковых сос-

тавляющих спектра прореженного сигнала $x_D(mT_2)$.

При выполнении условия $\nu \leq \frac{\pi}{\omega_{C_2}}$ эту зависимость, с

позиции формы корреляционной и спектральной характеристик, можно не учитывать, так как степень перекрытия определяется только уровнем боковых лепестков в зоне непрозрачности АЧХ фильтра-дециматора. Вместе с тем, эффект «сворачивания» большого числа боковых лепестков спектра сигнала на его выходе в низкочастотную область полезного сигнала приводит к заметному повышению дисперсии шума децимации $e_D(mT_2)$.

Шум децимации $e_D(mT_2)$ включает в себя две составляющие:

$$e_D(mT_2) = e_{DS}(mT_2) + e_{DP}(mT_2).$$

Первая составляющая $e_{DS}(mT_2)$ определяет ту часть спектральной плотности мощности шума децимации, которая попадает в область частот полезного сигнала, в полосе от 0 до ω_{C_1} , вторая составляющая $e_{DP}(mT_2)$ – все, что лежит за полосой пропускания, т.е. в переходной зоне (если $\nu \geq \pi/\omega_{C_2}$) и зоне непрозрачности фильтра-дециматора.

Оценку дисперсии первой составляющей (в диапазоне частот от 0 до ω_{C_1}) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{DS}^2 &= \frac{\sigma_S^2}{\pi} \sum_{k=1}^{\nu-1} \int_0^{\omega_{C_1}} \left| H_{\Phi Д}(j\omega + j\frac{2\pi k}{\nu}) \right|^2 d\omega \leq \\ &\leq \frac{\nu-1}{\beta} \varepsilon_{2\text{донФД}}^2 \sigma_S^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\beta = 2\pi/\omega_{C_1}$ – показатель узкополосности ФД,

$\varepsilon_{2\text{донФД}}$ – допустимый уровень боковых лепестков ФД (для равноволновой аппроксимации по Чебышеву).

Дисперсия второй составляющей (в диапазоне частот от ω_{C_1} до $(2\pi/\nu) - \omega_{C_1}$) определяется формой АЧХ фильтра-дециматора в переходной зоне и уровнем боковых лепестков в зоне его непрозрачности:

$$\begin{aligned} \sigma_{DP}^2 &= \frac{\sigma_S^2}{\pi} \sum_{k=1}^{\nu-1} \int_{\omega_{C_1}}^{\frac{\pi}{\nu} - \omega_{C_1}} \left| H_{\Phi Д}(j\omega + j\frac{2\pi k}{\nu}) \right|^2 d\omega \leq \\ &\leq \frac{\beta - 2(\nu-1)}{2\beta} \varepsilon_{2\text{донФД}}^2 \sigma_S^2, \end{aligned} \quad (2)$$

если $\nu \leq \pi/\omega_{C_2}$ и

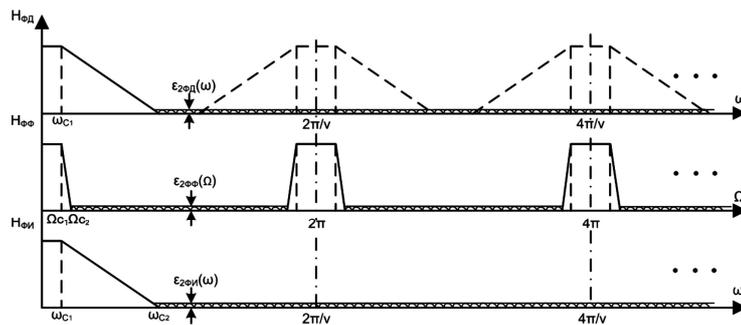


Рис. 1. Шумовая модель одноступенчатой структуры КИХ-фильтра

$$\sigma_{DP}^2 = \frac{\sigma_S^2}{\pi} \int_{\omega_{C1}}^{\pi - \omega_{C1}} \left| H_{\Phi D} \left(j\omega + j \frac{2\pi}{v} \right) \right|^2 d\omega + \frac{\sigma_S^2}{\pi} \sum_{k=2}^{v-1} \int_{\omega_{C1}}^{\pi - \omega_{C1}} \left| H_{\Phi D} \left(j\omega + j \frac{2\pi k}{v} \right) \right|^2 d\omega, \quad (3)$$

если $v > \pi / \omega_{C2}$.

Первая составляющая в (3) определяется степенью перекрытия основной и первой боковой составляющими, а вторая – влиянием остальных боковых полос. При этом первая составляющая, как правило, многократно превышает степень влияния второй составляющей.

Если далее (с целью формирования желаемой частотной характеристики и подавления шума децимации в переходной зоне) используется формирующий фильтр (ФФ) с передаточной функцией $H_{\Phi\Phi}(j\Omega)$, подавляющий всё, что лежит за полосой пропускания $\Omega_{C1} \cong \Omega_{C2}$ (рис. 1), то шум децимации на его выходе будет фактически определяться только первой составляющей $e_{DS}(mT_2)$ в форме «окрашенного» шума с дисперсией

$$\sigma_D^2 \approx \sigma_{DS}^2 \approx \frac{v}{\beta} \varepsilon_{2\text{донФД}}^2 \sigma_S^2.$$

На завершающем этапе преобразований входного сигнала $x(nT_1)$ в выходной сигнал $y(nT_1)$ может использоваться фильтр-интерполятор (ФИ) с передаточной функцией $H_{\Phi И}(j\omega)$, восстанавливающий исходную частоту дискретизации и форму сигнала с заданной точностью. Фильтр-интерполятор практически без искажений пропускает низкочастотную составляющую полезного сигнала и шум децимации в полосе пропускания. Но одновременно вносит ошибку интерполяции, связанную с недостаточным уровнем подавления боковых составляющих спектра сигнала $y_D(mT_2)$ на его входе. Приняв за основу статистическую модель шума интерполяции $e_{И}(nT_1)$, можно оценить его дисперсию в следующей форме [11]:

$$\sigma_{И}^2 = \frac{\sigma_S^2 v}{\pi} \sum_{k=1}^{v-1} \int_0^{\omega_{C1}} \left| H_{\Phi И} \left(j\omega + j \frac{2\pi k}{v} \right) \right|^2 d\omega \leq \frac{v(v-1)}{\beta} \varepsilon_{2\text{донФИ}}^2 \sigma_S^2.$$

Предполагается, что для согласования уровней сигналов (спектральной плотности мощности) на входе и выходе ФИ сигнал $y(nT_1)$ усиливается в \sqrt{v} раз. Таким образом, дисперсия шума интерполяции увеличивается пропорционально квадрату коэффициента децимации v^2 , зависит от уровня боковых лепестков АЧХ в зоне непрозрачности $\varepsilon_{2\text{донФИ}}$ и показателя узкополосности β . Для однотипных характеристик ФИ и ФД дисперсия шума интерполяции в v раз больше дисперсии шума децимации. Вместе с тем, их влияние на последующую обработку и сам полезный сигнал принципиально различно. Шум децимации «поражает» полезный сигнал, который не подлежит точному восстановлению, в то время как шум интерполяции может сглаживаться на последующих этапах обработки. Кроме того, требования к точности интерполяции, как правило, значительно меньше по отношению к шуму децимации. Поэтому в дальнейшем наше внимание будет сосредоточено только на анализе шумов децимации и уменьшении их влияния в многоскоростных структурах ФД.

Анализ шумов квантования двухступенчатой структуры фильтра-дециматора

На рис. 2 представлена шумовая модель двухступенчатой структуры ФД с использованием дополнительного формирующего фильтра для обеспечения повышенной частотной избирательности в переходной зоне и зоне непрозрачности ФД. Предполагается, что на вход первого фильтра-дециматора ФД1 поступает сигнал $x(nT_1)$, представляющий собой, как и ранее, дискретный белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_S^2 . Входной сигнал подвергается двухступенчатой децимации с понижением частоты дискретизации в v_1 раз, на первой ступени, и в v_2 раз на второй ступени преобразований. В результате преобразований частота дискретизации сигнала $x_D(mT_3)$ на выходе второго фильтра-дециматора ФД2 уменьшается в $v = v_1 v_2$ раз. Появление шумов децимации, обусловленных понижением частоты дискретизации, учитывается введением в шумовую модель (рис. 2) источников шума: $e_{D1}(mT_2)$ – на выходе первого ФД и $e_{D2}(lT_3)$ – на выходе второго ФД.

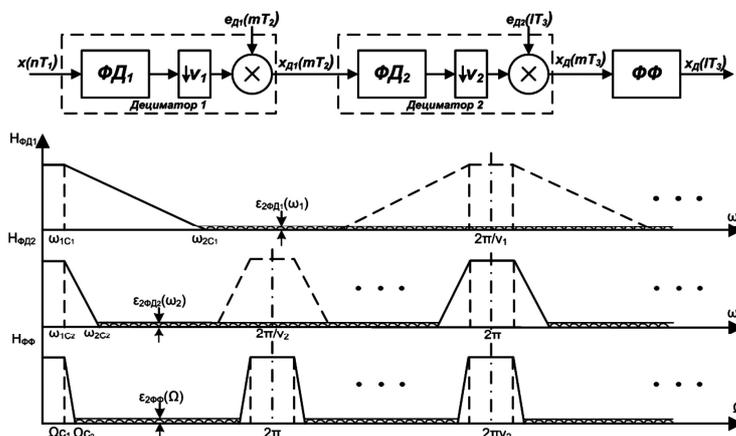
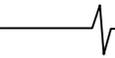


Рис. 2. Шумовая модель двухступенчатой структуры фильтра-дециматора



Формирующий фильтр с передаточной функцией $H_{\Phi\Phi}(j\Omega)$, подавляющий всё, что лежит за полосой его пропускания, как и ранее, обеспечивает не только формирование заданной высокой прямоугольности АЧХ проектируемого фильтра, но и подавляет шум децимации, попадающий в переходную зону и полосу непрозрачности первого и второго ФД. Поэтому в дальнейшем (при условии выполнения принятых ранее ограничений на выбираемые значения коэффициентов децимации ν_1 и ν_2) для оценки дисперсии шума децимации на выходе первого ФД воспользуемся полученной ранее оценкой

$$\sigma_{D_1}^2 \approx \frac{\nu-1}{\beta} \varepsilon_{2\text{донФД}_1}^2 \sigma_S^2. \quad (4)$$

Дисперсия составляющей шума децимации, обусловленной вторым ФД, зависит не только от передаточной функции $H_{\Phi D_2}(j\omega_2)$ самого ФД, но и от передаточной функции $H_{\Phi D_1}(j\omega_1)$ первого ФД, определяющей форму спектральной плотности мощности сигнала на его входе:

$$\begin{aligned} \sigma_{D_2}^2 &= \frac{\sigma_S^2}{2\pi\nu_1} \sum_{k=1}^{\nu_2-1} \int_{-\omega_{2C_1}}^{\omega_{2C_1}} \left| H_{\Phi D_2} \left(j \frac{\omega_2}{\nu_1} + j \frac{2\pi k}{\nu_2} \right) \right|^2 \times \\ &\times \left| H_{\Phi D_1} \left(j\omega_2 + j \frac{2\pi k}{\nu_2} \right) \right|^2 d\omega_2 \approx \\ &\approx \frac{\sigma_S^2}{2\pi\nu_1} \left[\sum_{k=1}^{\nu_2-1} \int_{-\omega_{2C_1}}^{\omega_{2C_1}} \left| H_{\Phi D_1} \left(j \frac{\omega_2}{\nu_1} + j \frac{2\pi k}{\nu_2} \right) \right|^2 d\omega_2 \right] \varepsilon_{2\text{донФД}_2}^2 = \\ &= \frac{\sigma_S^2}{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{\nu_2-1} \int_{-\omega_{1C_1}}^{\omega_{1C_1}} \left| H_{\Phi D_1} \left(j\omega_1 + j \frac{2\pi k}{\nu_1\nu_2} \right) \right|^2 d\omega_1 \right] \varepsilon_{2\text{донФД}_2}^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Заметим, что если выполняется условие $\nu_1 \leq \pi / \omega_{1C_2}$, то сумму интегралов в (5) можно аппроксимировать выражением вида:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\nu_2-1} \int_{-\omega_{1C_1}}^{\omega_{1C_1}} \left| H_{\Phi D_1} \left(j\omega_1 + j \frac{2\pi k}{\nu_1\nu_2} \right) \right|^2 d\omega_1 \approx \\ \approx 2\omega_{1C_1} \sum_{k=1}^{\nu_2-1} \left| H_{\Phi D_1} \left(j \frac{2\pi k}{\nu_1\nu_2} \right) \right|^2. \end{aligned}$$

Пусть $\frac{2}{\nu_2} \sum_{k=1}^{\nu_2-1} \left| H_{\Phi D_1} \left(j \frac{2\pi k}{\nu_1\nu_2} \right) \right|^2 = \delta_{\Phi D_1}^2$ – оценка среднего квадратичного значения передаточной функции $H_{\Phi D_1}(j\omega_1)$ первого фильтра-дециматора в переходной зоне.

Тогда

$$\sigma_{D_2}^2 \approx \frac{\nu_2 \delta_{\Phi D_1}^2}{\beta} \varepsilon_{2\text{донФД}_2}^2 \sigma_S^2.$$

Поскольку, как правило, $\delta_{\Phi D_1}^2 \ll 1$, можно сделать вывод, что $\sigma_{D_2}^2 \ll \sigma_{D_1}^2$ (при соизмеримых значениях коэффициентов децимации ν_1 и ν_2), а дисперсия сум-

марного шума децимации уменьшается по отношению к одноступенчатой реализации пропорционально отношению $\nu / \nu_1 = \nu_2$.

Очевидно, что дальнейшее увеличение числа ступеней преобразования позволит уменьшить коэффициент децимации ФД первой ступени ν_1 и, как следствие, составляющей дисперсии шума децимации $\sigma_{D_1}^2$ на выходе многоступенчатой реализации. А учитывая, что дисперсия составляющих шума децимации на выходе системы всех последующих ступеней меньше по отношению к первой ступени (как показал пример двухступенчатой реализации), можно сделать общий вывод о возможности уменьшения влияния шума децимации путем увеличения числа ступеней преобразования. Этот вывод объясняется тем фактом, что дисперсия шума децимации зависит не только от коэффициентов децимации, т.е. числа наложений боковых составляющих АЧХ фильтра-дециматора в полосе пропускания, но и от мощности сигнала на его входе, уровень которого уменьшается от ступени к ступени.

Экспериментальные исследования

С целью подтверждения полученных аналитических зависимостей и выводов было проведено моделирование шумовой модели одно- и двухступенчатой структур узкополосного КИХ-фильтра для следующих параметров частотной избирательности. Входной сигнал $x(nT_1)$ – дискретный белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_S^2 = 1$. Частота дискретизации входного сигнала – 10 кГц, частота среза полосы пропускания $f_{C_1} = 10$ Гц, частота среза полосы непропускания $f_{C_2} = 13$ Гц. Допустимая неравномерность АЧХ фильтра в полосе пропускания 0,5 дБ, допустимый уровень боковых лепестков в зоне непрозрачности от 20 дБ до 60 дБ.

Как показал расчет параметров КИХ-фильтра, обеспечивающего воспроизведение АЧХ с заданной частотной избирательностью, требуемый порядок достигает значения $N = 3500$ для 20дБ, $N = 5500$, для 40 дБ и $N = 7300$, для 60 дБ. Повышенное значение порядка КИХ-фильтра прежде всего определяется высоким показателем узкополосности $\beta = f_{кв} / f_{C_1} = 10^3$, а также по-

казателем прямоугольности АЧХ $\alpha = \frac{f_{C_1}}{f_{C_2} - f_{C_1}} = 3,33$. В

меньшей степени порядок фильтра зависит от требуемой точности аппроксимации.

С целью уменьшения приведенных вычислительных затрат и памяти данных воспользуемся одноступенчатой реализацией проектируемого узкополосного КИХ-фильтра, представленной на рис. 1. Поскольку цель исследований – определить зависимость уровня (дисперсии) шума децимации от коэффициента децимации ν , будем считать, что значение коэффициента ν задается в пределах от $\nu_{\min} = 2$ до $\nu_{\max} = 64$, с шагом, кратным двойки.

С тем, чтобы исключить влияние самого полезного сиг-

нала в полосе пропускания фильтра (уровень которого, как правило, существенно выше уровня шума децимации) на результаты исследований, сигнал с выхода генератора дискретного белого шума предварительно подается на высокочастотный фильтр с полосой режекции от 0 до 13 Гц. Предполагается, что для формирования АЧХ фильтра с заданным высоким коэффициентом прямоугольности ($\alpha \geq 3$) и подавления шума децимации в переходной зоне фильтра-дециматора используется формирующий фильтр с уровнем подавления боковых лепестков в зоне непрозрачности (более 13 Гц) не менее 80 дБ.

Результаты оценки дисперсии шума децимации $e_D(mT_2)$ (среднеквадратичного значения σ_D) в зависимости от степени затухания (уровня боковых лепестков $\epsilon_{2\text{донФД}}$, в действующих значениях) и коэффициента децимации ν сведены в табл. 1.

Таблица 1.

ν							
$\epsilon_{2\text{донФД}}$ дБ	1	2	4	8	16	32	64
20	99,8	48,3	45,1	41,3	37,7	35,3	32,5
40	114,4	66,2	63,3	60,2	57,5	53,6	50,7
60	116,1	85,8	83,0	79,3	76,2	73,3	70,3

Анализ представленных в табл. 1 результатов моделирования отражает полное совпадение экспериментальных данных и оценок дисперсии шума децимации одноступенчатой структуры, рассчитываемых по формуле (1).

С увеличением коэффициента децимации ν в два раза оценка дисперсии шума децимации увеличивается на 6 дБ (на 3 дБ в действующих значениях), а при увеличении уровня затухания АЧХ в зоне непрозрачности на 20 дБ, примерно на такую же величину уменьшается среднеквадратичное значение шума децимации!

Дальнейшие экспериментальные исследования были связаны с анализом шумов децимации двухступенчатой структуры фильтра-дециматора, представленной на рис. 2, на частных примерах. Предполагалось, что суммарный коэффициент децимации $\nu = \nu_1 \nu_2 = 32$ при различных сочетаниях значений ν_1 и ν_2 . Уровень подавления боковых лепестков в зоне непрозрачности фильтров-дециматоров, как и ранее, менялся от 20 дБ до 60 дБ. Результаты моделирования двухступенчатой структуры фильтра-дециматора представлены в табл. 2.

Таблица 2.

ν			
$\epsilon_{2\text{донФД}}$ дБ	4,8	8,4	16,2
20, σ_D	45,54	40,92	39,41
20, σ_{D_1}	45,45	40,2	38,75
40, σ_D	62,61	60,38	57,0
40, σ_{D_1}	61,63	60,36	56,74
60, σ_D	77,43	75,26	73,32
60, σ_{D_1}	76,48	75,2	73,06

Как показали рассмотренные примеры, уровень

(среднеквадратичное значение σ_D) суммарного шума децимации от первого и второго ФД незначительно (от 0,1 дБ до 1 дБ) отличается от уровня σ_{D_1} шума децимации первого ФД. Поэтому можно сделать общий вывод – среднеквадратичное значение σ_D многоступенчатой структуры фильтра-дециматора не превышает удвоенного значения среднеквадратичной оценки σ_{D_1} шума децимации первого ФД.

Заключение

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования влияния шумов децимации в многоскоростных системах узкополосной КИХ-фильтрации показали, что дисперсия шума децимации увеличивается пропорционально коэффициенту децимации ν зависит от уровня боковых лепестков АЧХ в зоне непрозрачности $\epsilon_{2\text{донФД}}$ и показателя узкополосности β .

Для узкополосных систем увеличение числа ступеней преобразования позволит уменьшить коэффициент децимации ФД первой ступени ν_1 и, как следствие, составляющей дисперсии шума децимации $\sigma_{D_1}^2$ на выходе многоступенчатой реализации. А учитывая, что дисперсия составляющих шума децимации на выходе системы всех последующих ступеней меньше по отношению к первой ступени (как показал пример двухступенчатой реализации), можно сделать общий вывод о возможности уменьшения влияния шума децимации путем увеличения числа ступеней преобразования.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в Рязанском государственном радиотехническом университете (проект №14-19-01263).

Литература

1. Витязев В.В. Цифровая обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние // Электросвязь. – 1997. – № 6.
2. Зубарев Ю.Б., Витязев В.В., Дворкович В.П. Цифровая обработка сигналов – информатика реального времени // Цифровая обработка сигналов. 1999. № 1. С. 5-17.
3. Crochiere R.E., Rabiner L. Multirate Digital Signal Processing. Prentice Hall. Englewood Cliffs. - NJ, 1983.
4. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь, 1993. 240 с.
5. Vaidyanathan P.P. Multirate Systems and Filter Banks. Prentice Hall. Englewood Cliffs. - NJ, 1993.
6. Mitra S.K. Digital Signal Processing: a computer-based approach. McGraw-Hill. Comp. Inc., 1998.
7. Айфичер Э.С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический курс: Пер. с англ. М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. 992 с.
8. Витязев В.В. Многоскоростная адаптивная обработка сигналов // Радиотехника. - 2012. - № 3. - С. 17–29.
9. Витязев В.В. Многоскоростная обработка сигналов в системах телекоммуникаций // Электросвязь. – 2013. – № 11. – С. 49- 56.
10. Витязев В.В., Демашов В.С., Степашкин А.И. Шум квантования цифрового фильтра с прореживанием и интерполяцией отсчетов выходного сигнала // Известия вузов – Приборостроение. – 1979. - № 5. – С.3-7.
11. Fred Mintzer, Bede Liu. Aliasing Error in the Design of Multirate Filters // IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. ASSP-26, No. 1, February – 1978, p. 76-88.