

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ КОМБИНИРОВАННОГО ВИДЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Алпатов Б.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой автоматики и информационных технологий в управлении Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ), e-mail: aitu@rsreu.ru;
Ершов М.Д., инженер кафедры автоматики и информационных технологий в управлении РГРТУ, e-mail: aitu@rsreu.ru;
Фельдман А.Б., к.т.н., доцент кафедры автоматики и информационных технологий в управлении РГРТУ, e-mail: aitu@rsreu.ru.

IMAGE PROCESSING ALGORITHM FOR COMBINED VISION SYSTEM OF AIRCRAFT

Alpatov B.A., Ershov M.D., Feldman A.B.

Actual problems arising in the development of combined vision systems for aircraft are considered. The algorithm for heterogeneous image registration is offered. This algorithm includes edge detection and estimation of the parameters of geometric transformations of real and synthesized images. Results of experimental research of proposed algorithm are shown.

Keywords: combined vision system, image registration, edge detection, fuzzy clusterization, geometric transformations, Fourier transform.

Ключевые слова: система комбинированного видения, совмещение изображений, выделение границ, нечеткая кластеризация, геометрические преобразования, преобразование Фурье.

Введение

Важную роль в повышении безопасности полетов играет использование специальных технических устройств, способных предупредить экипаж летательного аппарата о возможном столкновении, указать ему местоположение важных ориентиров: взлетно-посадочной полосы, рек и других водоемов, сети автомобильных и железных дорог. К устройствам такого рода относят, в частности, бортовые системы комбинированного видения, осуществляющие совмещение телевизионных изображений местности с данными, получаемыми на основе цифровой топографической карты [1]. Общий принцип работы такой системы, рассматриваемый в рамках данной статьи, проиллюстрирован на рис. 1.

Рассмотрены актуальные проблемы, возникающие при разработке систем комбинированного видения летательных аппаратов. Предложен алгоритм совмещения разнородных изображений. Данный алгоритм включает выделение границ на натурном изображении и оценивание параметров геометрических преобразований натурного и синтезированного изображений. Представлены результаты экспериментальных исследований предложенного алгоритма.

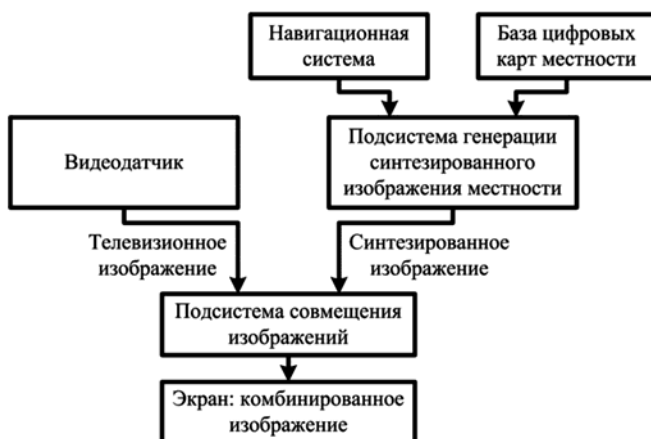
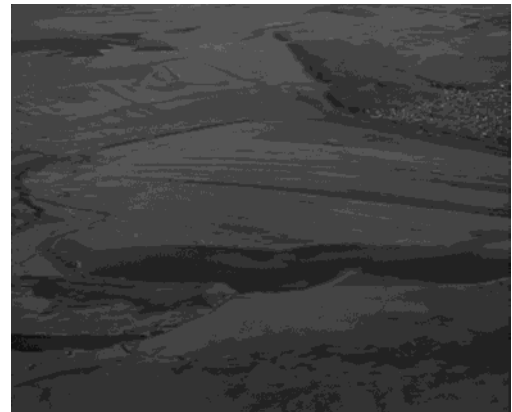
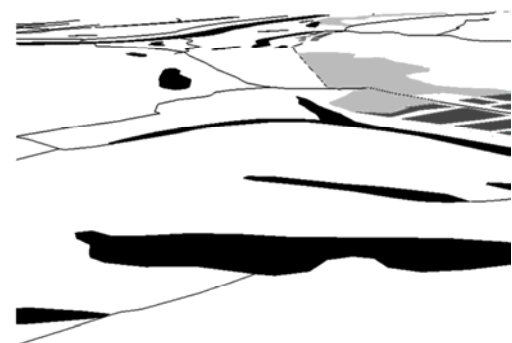


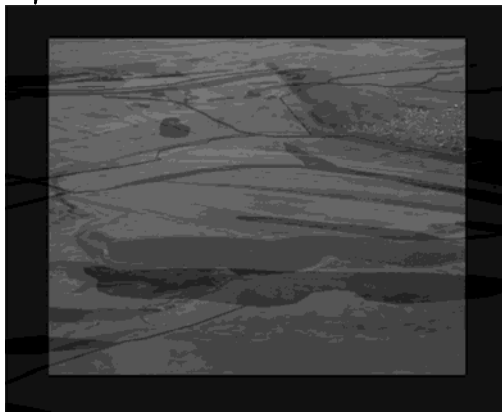
Рис. 1. Структура системы комбинированного видения



а)



б)



в)

Рис. 2. Примеры изображений местности: а – телевизионное; б – на основе цифровой карты местности; в – комбинированное

Вместе с изображением, полученным от видеодатчика, используется синтезированное изображение, построенное на основе цифровой карты местности в соответствии с текущими навигационными параметрами летательного аппарата. Примеры телевизионного и синтезированного изображений приведены на рис. 2. Однако при создании комбинированного изображения зачастую возникает рассогласование натурального и синтезированного изображений (рис. 2, в), связанное с наличием погрешностей измерения положения летательного аппарата и углов его ориентации [2]. Несмотря на существенный прогресс в развитии технических средств воздушной навигации, последние не всегда могут обеспечить достаточную точность и надежность измерения навигационных параметров летательного аппарата.

Таким образом, при разработке системы комбинированного видения необходимо решить задачу геометрического совмещения натурального и синтезированного изображений.

Выполнив точную привязку текущего изображения к цифровой карте местности, можно распознать наземные объекты, обозначенные на карте, и отобразить сведения о них на комбинированном изображении.

Алгоритм синтеза комбинированного изображения

Для решения проблемы рассогласования изображений в данной статье предлагается алгоритм синтеза комбинированного изображения. Исходя из структуры системы комбинированного видения, для работы предлагаемого алгоритма предоставляются следующие исходные данные:

1. Навигационные параметры летательного аппарата: географические координаты, барометрическая высота, углы ориентации. При этом известны погрешности измерения навигационных параметров.

2. Натурное телевизионное изображение. При этом известны такие характеристики оптического датчика, как разрешение и поле зрения.

3. Цифровая карта местности в векторном формате.

Сопоставляемые изображения имеют разную природу, что в итоге необходимо учитывать. Изображение объектов, сформированное на основе цифровой карты местности, является искусственным, размеры и форма

объектов не меняются в зависимости от погодных, сезонных и других условий, в то время как на естественных изображениях местности, полученных с помощью датчиков системы технического зрения, такие условия играют значительную роль. Таким образом, алгоритм синтеза комбинированного изображения должен решать задачу совмещения двух разнородных изображений, при этом не представляется возможной реализация непосредственного сопоставления натурального и синтезированного изображений путем анализа яркостей точек [3], которое к тому же трудно осуществить в режиме реального времени. Также в данном случае не подходит поиск параметров геометрических преобразований изображений с использованием детекторов особых точек [4], так как данные алгоритмы направлены на решение задач сопоставления однородных изображений.

Для решения задачи оценивания параметров геометрических преобразований изображений предлагается использовать корреляционно-экстремальный подход [5]. Исходные разнородные изображения необходимо преобразовать в пригодную для сопоставления форму, для чего можно выделить особенности или признаки. В качестве особенностей, характерных как для изображения, полученного от датчиков системы технического зрения, так и для изображения на основе цифровой карты местности, выбраны границы топографических объектов: автомобильных и железных дорог, водоемов.

С учетом изложенного, алгоритм синтеза комбинированного изображения содержит следующие шаги:

1. Предварительная обработка натурального изображения и выделение границ характерных линейно-протяженных объектов.

2. Генерация набора контурных изображений на основе цифровой карты местности для различных ракурсов с учетом погрешностей измерения навигационных параметров.

3. Корреляционно-экстремальное сопоставление контурных изображений с целью определения параметров рассогласования изображений.

4. Построение комбинированного изображения с учетом параметров рассогласования натурального и синтезированного изображений.

Далее рассмотрим более подробно шаги предложенного алгоритма.

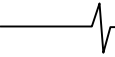
Выделение границ объектов

Проблематике решения задачи выделения границ посвящено большое количество работ [6]. В настоящее время распространено определение операции выделения границ как извлечения точек, в которых имеется значительный перепад яркости относительно соседних точек или областей изображения. В основу разработанного алгоритма выделения границ на изображении, полученном от оптического датчика системы технического зрения, положен метод нечеткой кластеризации [7]. Рассмотрим шаги данного алгоритма:

1. Предобработка телевизионного изображения.

2. Нечеткая кластеризация по методу C -средних с использованием гистограммы яркости изображения.

3. Построение бинарного изображения A на основе



разбиения, полученного на предыдущем шаге.

4. Морфологическое закрытие бинарного изображения A структурным элементом B для устранения неоднородности больших сегментов, выраженной небольшими внутренними «дырками».

5. Оконтуривание полученного на предыдущем шаге изображения и векторизация контуров.

6. Устранение контуров малой протяженности.

Предварительная обработка натурального изображения, как правило, включает подавление шума. Кроме того, в зависимости от параметров датчиков системы технического зрения и условий съемки, с целью улучшения изображения для дальнейшей обработки можно выполнить коррекцию гистограммы яркости.

В простейшем случае для подавления шума используется усредняющий фильтр: каждая точка на выходе является средним арифметическим точек в области заданного размера. Другим линейным фильтром низких частот, который целесообразно применять, является фильтр Гаусса.

Билатеральный фильтр обеспечивает лучшее качество, но требует больших вычислительных затрат. Данный фильтр имеет нелинейный характер и сохраняет границы объектов на изображении. Значение яркости в каждой точке изображения заменяется средневзвешенным значением яркости близлежащих точек. При этом, как правило, используется весовая функция Гаусса, но веса зависят не только от Евклидова расстояния между точками, но также и от других характеристик, например, от яркости точек.

Коррекция гистограммы зачастую применяется для повышения качества изображений. Данная операция позволяет усилить контрастность изображения и повысить детализацию, что в дальнейшем может положительно повлиять на результат выделения границ. В качестве методов коррекции гистограммы яркости можно использовать линейное растяжение гистограммы или выравнивание гистограммы.

На втором шаге алгоритма применяется нечеткая кластеризация по методу C -средних с использованием гистограммы яркости. Кластеризация в широком смысле может быть определена как процесс разделения N элементов данных на заданное число K групп, члены которых подобны друг другу по некоторому признаку. В роли алгоритма кластеризации используется нечеткая кластеризация по методу C -средних (Fuzzy C -Means clusterization) [7]. Данный метод требует задания начальных центров кластеров. Для решения этой задачи предлагается провести начальное определение центров с помощью кластеризации по методу K -средних (K -Means clusterization) [8].

Изначально центры кластеров c_k размещаются на максимально большом расстоянии друг от друга:

$$c_k = b_{\min} + (k-1) \cdot db + \frac{db}{2}, \quad db = \frac{b_{\max} - b_{\min}}{K}, \quad (1)$$

где b_{\min} и b_{\max} – минимальное и максимальное значения яркости изображения, k – номер кластера, $k = \overline{1, K}$, K – число кластеров.

Кластеризация по методу K -средних в рамках разра-

ботанного подхода к выделению границ заключается в проходе по значениям яркостей точек и связывание их с ближайшим центром тяжести с использованием гистограммы. Далее необходимо пересчитывать положение центров тяжести в соответствии с результатом предыдущего шага. Образуется цикл, критерием останова которого является условие $\max \{ |c_k(i) - c_k(i-1)| \} < \varepsilon_k$, то есть оценивается расстояние между центрами кластеров, полученными на предыдущем и текущем шагах. Выполняется поиск минимума целевой функции

$$J = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \|b_{nk} - c_k\|^2, \quad (2)$$

где $\|b_{nk} - c_k\|^2$ – выбранная мера расстояния между элементом данных (яркостью b_{nk}) и центром кластера c_k , к которому данный элемент отнесен, N – разрядность гистограммы.

Расчет центров тяжести кластеров на каждой итерации цикла выполняется в соответствии с выражением

$$c_k = \frac{\sum_{n=1}^N b_{nk} \cdot H(b_{nk})}{\sum_{n=1}^N H(b_{nk})}, \quad (3)$$

где H – гистограмма изображения.

Центры кластеров, определенные с помощью кластеризации по методу K -средних, далее используются в работе алгоритма нечеткой кластеризации по методу C -средних. В ходе решения задачи нечеткой кластеризации осуществляется минимизация целевой функции

$$J_\phi = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K u_{nk}^\phi \|b_n - c_k\|^2, \quad 1 \leq \phi < \infty, \quad (4)$$

где ϕ – степень нечеткости, u_{nk} – степень принадлежности элемента данных (яркости b_n) к кластеру k , c_k – центр кластера k .

Нечеткое разбиение осуществляется путем итеративной оптимизации целевой функции (4), при этом производится обновление степеней принадлежности u_{nk} и центров кластеров c_k . Для этого сначала производится расчет расстояний D_{nk} между элементом данных и центрами кластеров:

$$D_{nk} = |b_n - c_k|^{\frac{2}{\phi-1}}. \quad (5)$$

Далее степени принадлежности и центры кластеров рассчитываются в соответствии с выражением

$$u_{nk} = \frac{1}{D_{nk} \cdot \sum_{s=1}^K \frac{1}{D_{ns}}}, \quad c_k = \frac{\sum_{n=1}^N u_{nk}^\phi \cdot H(b_n) \cdot b_n}{\sum_{n=1}^N u_{nk}^\phi \cdot H(b_n)}. \quad (6)$$

Работа цикла прерывается, когда выполняется условие $\max_{nk} \{ |u_{nk}(i) - u_{nk}(i-1)| \} < \varepsilon_c$, где критерий останова ε_c лежит между 0 и 1. С целью уменьшения вычислительных затрат возможно использование условия $\max \{ |c_k(i) - c_k(i-1)| \} < \varepsilon_c$.

Для дальнейшей работы номер кластера k_n , соответствующий значению яркости b_n , принимается равным номеру кластера, при котором достигается $\max\{u_{nk}\}$ – максимум степени принадлежности. В итоге строится таблица поиска номера кластера по значению яркости для последующей разметки кластеров на изображении. На рис. 3 приведен результат кластеризации по гистограмме яркости.

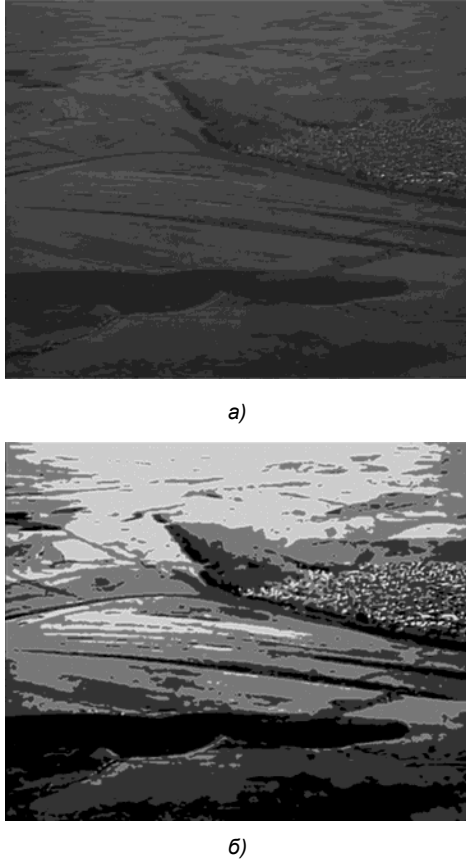


Рис. 3. Исходное изображение (а) и разбиение точек на 4 кластера (б)

Полученное бинарное изображение может содержать незначительные малоразмерные элементы и неоднородности больших сегментов, выраженные небольшими внутренними «дырками», поэтому для улучшения такого изображения предлагается использовать математическую морфологию, а также параметрическую фильтрацию контуров (шаги 4 и 6).

Так как при обработке данных используется глобальная характеристика изображения – его гистограмма яркости, то для повышения точности выделения границ применяется поблочная обработка изображения. Поблочная обработка заключается в выполнении шагов 2, 3 и 4 в каждой области интереса. Размеры и положение областей интереса могут устанавливаться в соответствии с информацией об объектах (таких как дороги, реки и другие водоемы), получаемой из цифровой карты местности. Учитывая использование такой априорной информации, можно полагать, что точки в каждой заданной области интереса относятся к двум кластерам – топографическому объекту и фону. Поэтому для работы алгоритма нечеткой кластеризации число кластеров устанавливается равным двум.

Пример выделения границ на изображении представлен на рис. 4.

Блок-схема алгоритма выделения границ на натурном изображении приведена на рис. 5, где I – исходное натурное изображение, LUT_b – таблица поиска номера кластера по значению яркости, N_p – порог, задающий минимальное число точек контура.

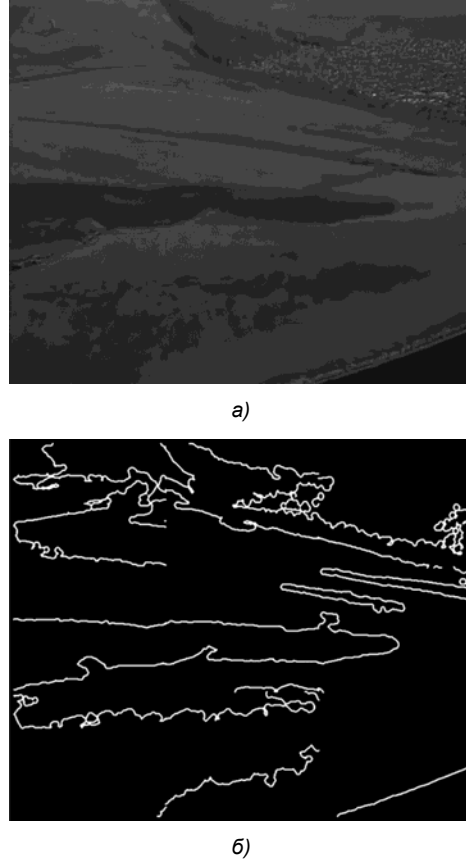


Рис. 4. Исходное изображение (а) и выделенные границы (б)

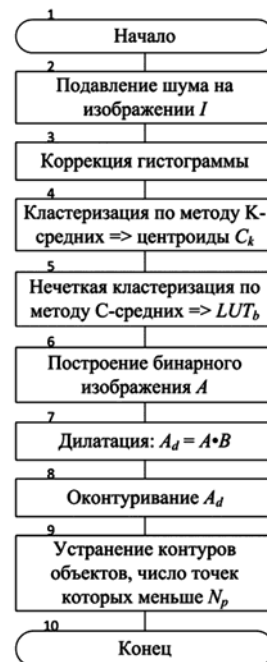


Рис. 5. Блок-схема алгоритма выделения границ на основе нечеткой кластеризации

Оценивание рассогласования натурального и синтезированного изображений

Задачу устранения рассогласования изображений можно рассматривать как процесс отождествления текущего изображения кабиной обстановки с одним из множества синтезированных изображений. Построение последних осуществляется с учетом ошибок измерения навигационных параметров летательного аппарата.

Построение контурного изображения местности по цифровой карте производится для каждого ракурса (X, Y, H, Cr, Tn, Kr) , где X и Y – географические координаты, H – барометрическая высота, Cr , Tn и Kr – углы курса тангажа и крена соответственно.

Для каждого из ракурсов необходимо вычислить значение целевой функции, характеризующее степень соответствия изображений. Далее определяется ракурс, при котором было получено максимальное значение данной функции. В качестве целевой функции примем количество ненулевых пикселей бинарного контурного изображения цифровой карты, соответствующих ненулевым пикселям бинарного контурного изображения, полученного в результате выделения границ на натурном изображении.

Построение нового изображения местности и вычисление целевой функции для каждого ракурса при переборе шести навигационных параметров может требовать значительных вычислительных затрат. Более эффективным подходом к решению поставленной задачи является замена перебора углов ориентации Cr , Tn , Kr на оценивание евклидовых преобразований изображений, то есть смещения (α, β) и поворота на угол φ . Такая замена допустима в силу того, что при малых углах зрения и малых ошибках измерения углов ориентации летательного аппарата, параметры α , β и φ можно считать пропорциональными величинам ошибок измерения углов курса Cr , тангажа Tn и крена Kr .

Исходя из вышесказанного, для решения задачи должны использоваться алгоритмы оценивания параметров геометрических преобразований, позволяющие оценивать смещение (α, β) и поворот на угол φ , соответственно при генерации изображений на основе карты местности необходимо расширить поле зрения. Поле зрения расширяется по вертикали и по горизонтали с учетом погрешностей измерения углов тангажа и курса соответственно.

Алгоритм оценки параметров геометрических преобразований использует подход на основе преобразования Фурье, позволяющий снизить вычислительные затраты при реализации корреляционных алгоритмов. Использование данного подхода позволяет определять смещение и поворот изображений на основе свойств преобразования Фурье, отражающих поведение двумерного спектра Фурье [9]. В основе метода оценки параметров смещения и поворота лежат теоремы смещения и вращения для спектров функций двух переменных [5].

Если функция $f_2(x, y)$ получена путём сдвига и поворота функции $f_1(x, y)$, то есть

$$f_2(x, y) = f_1(x \cos \phi + y \sin \phi - \alpha, -x \sin \phi + y \cos \phi - \beta), \quad (7)$$

то их спектры связаны следующим образом:

$$F_2(\omega_x, \omega_y) = E \cdot F_1(\omega_x \cos \phi + \omega_y \sin \phi, -\omega_x \sin \phi + \omega_y \cos \phi), \\ E = \exp\{-2\pi j(\omega_x \alpha + \omega_y \beta)\}, \quad (8)$$

где ω_x , ω_y – пространственные частоты, $j = \sqrt{-1}$.

Пусть $M_1(\omega_x, \omega_y)$ и $M_2(\omega_x, \omega_y)$ – амплитудные спектры функций $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$, то есть

$$M_1(\omega_x, \omega_y) = |F_1(\omega_x, \omega_y)|, \quad M_2(\omega_x, \omega_y) = |F_2(\omega_x, \omega_y)|, \\ \text{тогда из (8) следует} \\ M_2(\omega_x, \omega_y) = M_1(\omega_x \cos \phi + \omega_y \sin \phi, -\omega_x \sin \phi + \omega_y \cos \phi). \quad (9)$$

Таким образом, при сдвиге и повороте функции происходит такой же поворот её амплитудного спектра, а сдвиг не оказывает влияния на амплитудный спектр функции. Переходя к амплитудным спектрам, можно освободиться от влияния сдвигов и отслеживать поворот отдельно от других видов преобразований. Для этого удобно в выражении (9) перейти в полярную систему координат: $\omega_x = \rho \cos \theta$, $\omega_y = \rho \sin \theta$. В полярных координатах амплитудные спектры связаны преобразованием сдвига вдоль оси θ :

$$M_2(\rho, \theta) = M_1(\rho, \theta - \phi). \quad (10)$$

Угол ϕ легко находится методом фазовой корреляции [5]. Зная ϕ , можно развернуть функцию $f_1(x, y)$ на угол ϕ и получить две функции, связанные преобразованием сдвига. Применяя вновь метод фазовой корреляции, получим оценки параметров сдвига (α, β) .

Для оптимизации вычислительных затрат необходимо использовать алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Блок-схема алгоритма поиска смещений и поворота с использованием БПФ приведена на рис. 6. На блок-схеме используются следующие обозначения: I – текущее изображение, Et – изображение, относительно которого оцениваются параметры сдвига и поворота. Отметим, что амплитудный спектр дискретного изображения оказывается сильно искаженным вследствие хорошо известного явления Гиббса, которое необходимо компенсировать. После вычисления БПФ исходного изображения выполняется переход к логарифму амплитудного спектра, который в дальнейшем переводится в полярную систему координат. Для определенности будем считать, что перемещение вдоль строки соответствует изменению угла, а перемещение по столбцу – изменению расстояния. Так как необходимо оценить только угол поворота, то с целью сокращения вычислительных затрат вычисление БПФ целесообразно осуществлять только для строк логарифма амплитудного спектра.

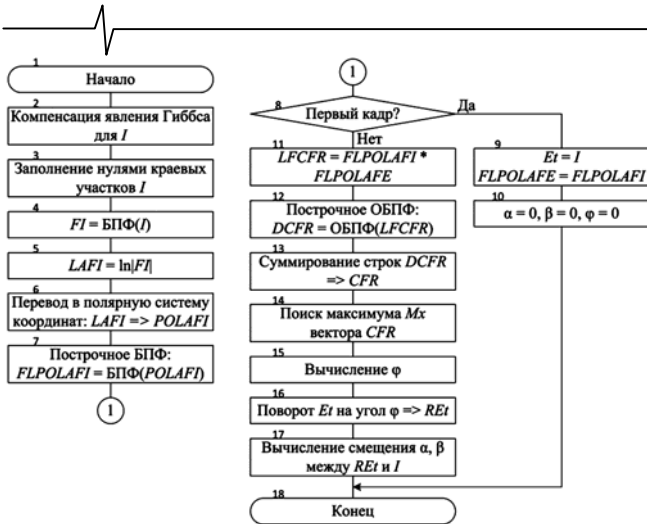


Рис. 6. Блок-схема алгоритма оценивания параметров смещений и поворота на основе БПФ

Экспериментальные исследования

При проведении экспериментальных исследований использовались пять натуральных видеопоследовательностей, полученных при наблюдении с борта летательного аппарата. Для каждого кадра записан набор навигационных параметров. Также использовались цифровые карты местности, соответствующие маршрутам полетов. В ходе исследований оценивался предложенный и реализованный алгоритм обработки изображений для системы комбинированного видения, включающий выделение границ на основе нечеткой кластеризации по методу C-средних и оценивание параметров геометрических преобразований изображений на основе свойств преобразования Фурье. Затем производилось совмещение натурального и синтезированного изображений с учетом найденных параметров рассогласования.

В табл. 1 приведено сравнение среднего времени, затрачиваемого на выделение границ, подготовку изображения местности на основе цифровой карты и оценивание параметров геометрических преобразований при использовании разработанных подходов. Экспериментальные исследования выполнены для следующих интервалов изменения навигационных параметров:

- от -20 м до 20 м с шагом 10 м для координат X и Y;
- от -10 м до 10 м с шагом 5 м для высоты H;
- от -1° до 1° с шагом 1° для углов курса, тангажа и крена.

В данном случае проводилась грубая оценка углов ориентации, что не касается подхода на основе БПФ, так как он обеспечивает максимальную точность, соответствующую размеру элемента разложения телевизионного изображения. Подход на основе полного перебора является неоптимальным по временным затратам по сравнению с другими алгоритмами синтеза комбинированного изображения, поэтому в дальнейшем он не рассматривался.

В табл. 2 приведены результаты для следующих интервалов изменения навигационных параметров:

- от -20 м до 20 м с шагом 10 м для координат X и Y;
- от -10 м до 10 м с шагом 5 м для высоты H;
- от -2° до 2° с шагом 0,125° для углов курса, тангажа и крена.

Использование преобразования Фурье позволяет добиться высокой точности при определении значений углов курса, тангажа и крена. Данный подход стоит применять при больших зонах поиска параметров геометрических преобразований. Однако в случаях, когда высокая точность не требуется, алгоритм на основе преобразования Фурье заметно проигрывает корреляционному алгоритму по вычислительной сложности.

На рис. 7 представлены примеры комбинированного изображения, состоящего из телевизионного изображения и изображения цифровой карты местности. Изображение на рис. 7, а построено для исходных навигационных параметров, а изображение на рис. 7, б – с учетом найденных параметров геометрических преобразований изображений.

Заключение

Разработанный алгоритм синтеза комбинированного изображения, включающий выделение границ на основе нечеткой кластеризации и оценивание параметров геометрических преобразований на основе свойств преобразования Фурье, подтвердил свою работоспособность в ходе экспериментальных исследований. Так при грубом оценивании параметров геометрических преобразований изображений достигается ускорение работы в 20 раз, а при приближении точности оценивания к максимально доступной при заданном разрешении съемки, производительность увеличивается в тысячи раз по сравнению с методом полного перебора и в 3 раза по сравнению с корреляционным подходом.

Таблица 1. Сравнение времени работы при шаге перебора углов равном 1°

	Всего, с.	Рендеринг карты, с.	Выделение границ, с.	Оценивание рассогласования, с.
Полный перебор навигационных параметров	647,9	644,6	0,035	3,3
С использованием расширенного изображения местности	24,1	23,9		0,16
С использованием преобразования Фурье	31,4			7,5

Таблица 2. Сравнение времени работы при шаге перебора углов равном 0,125°

	Всего, с.	Рендеринг карты, с.	Выделение границ, с.	Оценивание рассогласования, с.
С использованием расширенного изображения местности	105	23,9	0,035	81,1
С использованием преобразования Фурье	32,9			9



а)



б)

Рис. 7. Комбинированные изображения: исходные параметры (а), результат устранения рассогласования (б)

Работа выполнена за счет средств гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых МК-3732.2015.10.

Литература

1. Alpatov B., Babayan P., Khosenko M. Image Synthesis Using Searching and Tracking Techniques in Combined Vision Systems // Proceedings of 4th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO). – 2015. – P. 147-150.
2. Мишин А.Ю., Кирюшин Е.Ю. и др. Малогабаритная комплексная навигационная система на микромеханических датчиках // Труды МАИ. – 2013. – № 70. – С. 1-21.
3. Alpatov B.A., Strotov V.V. An estimation algorithm of the multispectral image geometric transformation parameters based on multiple reference area tracking // Proceedings of the SPIE, 2013. – Vol. 8713. – 8 p.
4. Szeliski R. Computer Vision: Algorithms and Applications. – London: Springer-Verlag, 2011. – 812 p.
5. Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Балашов О.Е., Степашкин А.И. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. Обработка изображений и управление. – М.: Радиотехника, 2008. – 176 с.
6. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю. и др. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. Курс лекций и практических занятий. – М.: Физматкнига, 2010. – 672 с.
7. Dunn J.C. A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and Its Use in Detecting Compact Well-Separated Clusters // Journal of Cybernetics. – 1973. – Vol. 3. – P. 32-57.
8. MacQueen J.B. Some Methods for Classification and Analysis of Multivariate Observations // Proceedings of 5-th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. – 1967. – Vol. 1. – P. 281-297.
9. Cormen T.H., Leiserson C.E., Rivest R.L., Stein C. Introduction to Algorithms, 2nd ed. – MIT Press, 2001. – 1292 p.